DIC
TIO
NAR

DICȚIONAR
DE MATEMATICĂ ȘI CIBERNETICĂ ÎN ECONOMIE

DICȚIONARUL DE MATEMATICĂ ȘI CIBERNETICĂ ÎN ECONOMIE sintetizează, într-o manieră enciclopedică, rezultatele cercetărilor teoretico-științifice și experiența practică acumulată în U.R.S.S., în ultimele 2—3 decenii, în domeniul matematicii și ciberneticii aplicate în economie. La elaborarea lucrării au participat numeroase personalități științifice, cercetători recunoscuți și o serie de reprezentanți tineri ai școlii sovietice de matematică și cibernetică în economie din Moscova, Leningrad, Novosibirsk, Kiev etc.

Dintre aceștia amintim pe L. V. Kantorovici (Premiul Nobel, în 1975, în domeniul științelor economice), acad. N. P. Fedorenko, directorul Institutului de economie matematică din Moscova, A. A. Konüs, E. Z. Maiminas, V. I. Danilov-Danilian ș.a.

DICŢIONARUL DE MATEMATICĂ ŞI CIBERNETICĂ ÎN ECONOMIE conţine peste 300 de termeni din următoarele mari domenii: matematici în economie, cibernetică şi teoria generală a sistemelor, probleme de economie generală şi planificare, modelare economică-matematică, sisteme automate informaţionale şi de conducere, calculatoare electronice şi programarea lor, statistică.

Selectarea termenilor reuşeşte să acopere aceste vaste domenii tematice, să cuprindă cele mai noi concepte, categorii şi noţiuni tratate la un înalt nivel ştiinţific, într-un stil clar şi accesibil.

COLEGIUL DE REDACȚIE

acad. N. P. FEDORENKO (redactor responsabil)
acad. L. V. KANTOROVICI, laureat al Premiului Nobel
V. I. DANILOV-DANILIAN, candidat în științe economice
A. A. KONÜS, candidat în științe economice
E. Z. MAIMINAS, doctor în științe economice
I. N. CEREMNÎH, candidat în științe fizico-matematice
I. I. CERNEAK, doctor în științe economice

МАТЕМАТИКА И КИБЕРНЕТИКА
В ЭКОНОМИКЕ
СЛОВАРЬ — СПРАВОЧНИК
Издание второе переработанное и дополненное
ИЗДАТЕЛЬСТВО „ЭКОНОМИКА"
Москва — 1975

DICȚIONAR DE MATEMATICĂ ȘI CIBERNETICĂ ÎN ECONOMIE

EDITURA ŞTIINŢIFICĂ ŞI ENCICLOPEDICĂ
Bucureşti, 1979

PREFAȚĂ

Aplicarea matematicii și ciberneticii în știința și practica economică este una din cele mai importante orientări ale dezvoltării teoriei economice și ale perfecționării sistemului de planificare și conducere a economiei naționale. În ultimul deceniu a avut loc o creștere vertiginoasă a numărului de lucrări teoretice și aplicative în acest domeniu. Această creștere a fost determinată, în primul rînd, de unitatea pozițiilor teoretico-metodologice, bazate pe economia politică marxist-leninistă, de grija permanentă a partidului și guvernului, care au acordat un ajutor activ pentru înfăptuirea măsurilor științifico-organizatorice de dezvoltare și aplicare a metodelor economico-matematice și a tehnicii de calcul în economia națională.

Lucrările reprezentanților celor mai proeminenți ai școlii sovietice de metode economico-matematice — acad. L. V. Kantorovici[*]*, acad. V. S. Nemcinov și prof. V. V. Novojilov — au fost distinse cu Premiul Lenin, iar lucrările unor oameni de știință sovietici în domeniul balanței legăturilor dintre ramuri și al economiei chimizării, cu premii de stat.*

În U.R.S.S., studiile economico-matematice și economico-cibernetice au parcurs o serie de etape de dezvoltare. Prima etapă (sfîrșitul anilor '50) s-a caracterizat prin elaborarea modelelor de balanță de tipul balanței legăturilor dintre ramuri, precum și a unor modele de programare liniară, utilizate în calcule economice experimentale. În etapa a doua (începutul anilor '60), cercetările s-au îndreptat mai cu seamă spre elaborarea modelelor de optimizare de diferite tipuri și spre aplicarea practică a acestora în soluționarea problemelor de planificare. S-a elaborat un mare număr de modele economico-matematice, pe baza cărora s-au efectuat calcule de întocmire a unor planuri optime reale (planuri optime de transport, de exploatare a materialului rulant din transporturi, de utilizare a combustibilului, de folosire a utilajelor în întreprinderi, de repartizare teritorială optimă a diferitelor ramuri ale industriei și a întreprinderilor unei ramuri

---

[*] Laureat al Premiului Nobel pentru științele economice (N.T.).

industriale, de planificare și repartizare optimă a investițiilor ș.a.), care au asigurat obținerea unui important efect la nivelul economiei naționale. Pentru etapa a treia este caracteristică orientarea de sinteză a cercetărilor teoretice și dezvoltarea abordării sistemice prin utilizarea practică a metodelor economico-matematice. De la elaborarea diferitelor modele de optimizare se trece la formularea unor concepții și la crearea teoriei funcționării optime a economiei naționale socialiste. Utilizarea modelelor în planificare și conducere se realizează în cadrul unor sisteme de conducere automatizate, create pentru diferite verigi ale economiei naționale — întreprinderi, ramuri, complexe teritoriale de producție. Intensitatea cercetărilor economico-matematice crește continuu. Se desfășoară lucrări pentru crearea unor sisteme (complexe) de modele economico-matematice interdependente ale diferitelor niveluri ierarhice ale economiei naționale. La nivelul statului se creează sisteme automatizate de conducere a economiei naționale, care asigură optimizarea planurilor economice și realizarea lor. Utilizarea matematicii și a ciberneticii în economie a creat un întreg complex de discipline științifice la dezvoltarea cărora contribuie în prezent zeci de mii de specialiști din toate sectoarele științei economice și din toate verigile economiei naționale. Disciplinele economico-matematice și economico-cibernetice sînt studiate în învățămîntul superior economic, în facultățile de matematică și tehnico-inginerești din numeroase instituții de învățămînt. În legătură cu aplicarea matematicii și ciberneticii în economie există o vastă literatură.

Lucrarea de față sintetizează, sistematizează și expune, într-o formă concisă și accesibilă, rezultatele fundamentale ale activității teoretice și practice în domeniul aplicării matematicii și ciberneticii în economie. În lucrare au fost incluse articole care definesc și explică cele mai importante noțiuni economice, cibernetice și matematice. Într-o serie întreagă de articole sînt reflectate diferitele aspecte ale modelării economico-matematice. O mare atenție s-a acordat, de asemenea, descrierii rezultatelor teoretice și a lucrărilor practice din domeniul sistemului informațional și de conducere a economiei.

Articolele din cadrul prezentului dicționar sînt prezentate în ordine alfabetică. După criteriul tematic, ele pot fi clasificate în mod convențional în șapte secțiuni: 1) matematică; 2) cibernetică și teoria generală a sistemelor; 3) probleme generale, planificare; 4) modelare economico-matematică; 5) sisteme informaționale și de conducere automatizate; 6) calculatoare electronice și programare; 7) statistică.

Toți parametrii, constantele, variabilele independente și funcțiile, care se întîlnesc în cuprinsul cărții, dacă nu se face o mențiune specială, iau numai valori reale.

COLEGIUL DE REDACȚIE

A

Abatere pătratică (abatere medie pătratică, abatere standard). **A.p.** a unei mărimi aleatoare ξ de la speranţa sa matematică este egală cu rădăcina pătrată a dispersiei acestei mărimi aleatoare: $\sigma = \sqrt{D\xi}$.

M.V. Filippov, P.T. Smelov

Abordare sistemică a studiului fenomenelor economice. Studierea complexă a economiei ca un întreg, de pe poziţiile *analizei sistemice.* Se poate considera, cu deplin temei, că întemeietorii abordării sistemice a studiului fenomenelor economice sînt Karl Marx şi Friedrich Engels. Ei au fundamentat multilateral teza privind unitatea dialectică a lumii materiale, cea privind interacţiunea şi intercondiţionarea tuturor proceselor vieţii sociale. Clasicii marxismului au aplicat metoda dialectică la analiza economiei capitaliste creînd o teorie elegantă a funcţionării acesteia şi dezvăluind principalele contradicţii ale acestui sistem.

Fiind un sistem deschis, sistemul economic se subsumează, pe de o parte, sistemului social, care este mai general, cuprinzînd toate elementele care caracterizează formaţia social-economică respectivă, iar pe de altă parte, sistemului resurselor pentru consum ale societăţii. Sistemul economic socialist este întotdeauna orientat către un scop şi este definit prin obiectele sistemului, proprietăţile acestora şi conexiunile dintre ele. Obiectele sistemului sînt: intrarea, procesul, ieşirea, scopul, conexiunea inversă şi restricţiile.

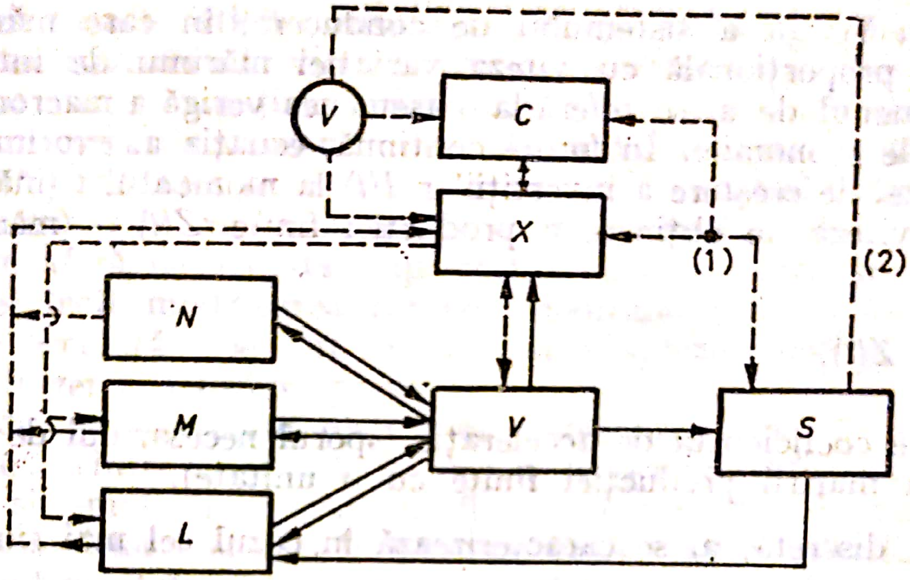
Intrarea sistemului economic se caracterizează printr-un ansamblu de resurse naturale, de muncă, de alte resurse materiale (în primul rînd ale aparatului de producţie), de procedee tehnologice şi de cunoştinţe ştiinţifice. Ieşirea sistemului economic este alcătuită din ansamblul de bunuri materiale şi de servicii care slujesc satisfacerii nevoilor societăţii şi ale membrilor săi. Baza structurogenă a sistemului economic, care determină relaţiile şi caracterul social al interacţiunii dintre elementele sale, sînt relaţiile de producţie. Acestea reprezintă, de asemenea, baza întregului sistem al relaţiilor sociale. Economia, prin formularea anumitor cerinţe faţă de participanţii la producţie (cu privire la calificarea lor, deprinderile profesionale, amplasarea lor pe teritoriul ţării), prin modificarea nivelului de satisfacere a nevoilor diferitelor grupuri de oameni ai muncii și prin formarea activă a acestor nevoi exercită o puternică influență asupra tuturor laturilor vieții sociale. Acțiunile mediului extern (ale sistemului natural și ale celui social) asupra economiei sînt extrem de variate. Mediul natural extern acționează asupra economiei prin gradul de asigurare a resurselor și prin condițiile naturale de viață ale oamenilor, iar mediul social extern, prin motivațiile comportamentului oamenilor care participă la procesul de producție și care, la rîndul lor, sînt determinate de forma de proprietate asupra mijloacelor de producție și de structura socială și de clasă a societății. Această acțiune se manifestă și prin intermediul condițiilor etice și ideologice care domină în societate, prin particularitățile naționale și de trai cotidian ale diferitelor grupe ale populației etc. Știința marxist-leninistă studiază diferitele aspecte ale interacțiunii dintre societate și sistemul economic în cadrul teoriei privind baza și suprastructura, relațiile dintre forțele și relațiile de producție, dintre economie și politică.

Procesul de funcționare a sistemului economic se caracterizează printr-o extraordinară complexitate, determinată de varietatea nevoilor societății și a posibilităților de satisfacere a acestora, precum și printr-un foarte pronunțat dinamism atît al nevoilor, cît și al soluțiilor tehnice care evoluează pe măsura dinamicii progresului tehnic și științific.

Economia se împarte într-o serie de subsisteme, între care există conexiuni orizontale și verticale. Orice intrare (ieșire) a unui subsistem este o ieșire (intrare) a altui subsistem. În procesul de funcționare a economiei apare o anumită ierarhie a subsistemelor (de exemplu, întreprindere (uniune) — ramură — economia națională). În concordanță cu structura ierarhică a economiei, și sistemul de conducere a economiei naționale are un caracter ierarhic. Orice conducere presupune existența unui scop, a unui rezultat dorit pentru atingerea căruia se realizează procesul de conducere. Scopul economiei socialiste se exprimă prin legea economică fundamentală a socialismului. Se știe că în centrul metodologiei analizei sistemice se află operația de comparare a alternativelor, în scopul stabilirii alternativelor ce urmează a fi realizate. De aici decurge că abordarea sistemică a studiului economiei presupune compararea diferitelor bunuri și resurse cu capacitatea lor de a satisface nevoile sociale (de a contribui la atingerea scopului). Un rol tot mai mare în aceste nevoi îl joacă factorii sociali. O etapă importantă în realizarea practică a abordării sistemice o constituie *sistemul de planificare complexă*, care prevede fixarea scopurilor dezvoltării țării, compararea lor, coordonarea și armonizarea lor, precum și realizarea scopurilor principale cu ajutorul unor programe complexe.

Dezvoltarea planificării complexe este legată de cercetările teoretice și aplicative privind crearea *sistemului de funcționare optimă a economiei socialiste**.

În schema generală a economiei ca sistem condus (→ fig. 1) L, N, M sînt resursele de muncă, naturale și alte resurse materiale, Y — producția; S — consumul net (neproductiv); X, C — regulatorul și blocul de comandă care, împreună, formează conducerea; V — semnul logic „sau“.



La intrarea sistemului economic sosesc toate felurile de resurse, legăturile NY și LY, adică intrările de resurse naturale și de muncă sînt numai parțial reglabile, formînd capătul deschis al sistemului. Un alt capăt deschis este consumul net S, care leagă sistemul economic cu alte elemente ale suprasistemului și formează scopul dezvoltării sistemului economic. Legătura SX (1) este legătura inversă pentru fluxul material YS, pe care intră informația cu privire la măsura în care economia satisface mărimea dată a nevoilor. Pe canalul SX (2) se dau parametrii ieșirii materiale YS și intră altă informație. Conexiunea informațională YX arată că reglarea producției se desfășoară într-un număr mare de trepte, fluxul material YX alimentează sistemul însuși al reglării economice, iar conexiunea informațională XS transmite informația economică în alte subsisteme sociale, în vederea adoptării unor decizii social-economice.

În felul acesta, conducerea sistemului economic se realizează prin transmiterea informației $SX(1)$, $SX(2)$ la C, iar de aici la X și, prin schimbul direct de informații, între Y și X.

Abordarea sistemică a studiului economiei socialiste presupune examinarea tuturor categoriilor şi legilor economice ale socialismului în unitatea şi intercondiţionarea lor, iar adecvarea la realitate se verifică prin eficienţa deciziilor adoptate.

N.P. Fedorenko

Bibl. 1. K. Marx, Fr. Engels, *Opere.* v. 13, 20, 23; 2. V.I. Lenin, *Opere complete*, ed. 5, v. 1, 29.

Accelerator. Verigă a sistemului de conducere, în care mărimea de ieşire este proporţională cu viteza variaţiei mărimii de intrare. De obicei, termenul de **a.** se referă la o asemenea verigă a macromodelelor dinamice ale economiei. În formă continuă, ecuaţia **a.** exprimă dependenţa vitezei de creştere a investiţiilor $I(t)$ la momentul t (mărimea de ieşire) de viteza de obţinere a producţiei finite $Z(t)$ — (mărimea de intrare):

$$I(t) = r\frac{d}{dt}Z(t),$$

unde r este coeficientul de acceleraţie (sporul necesarului de investiţii în vederea măririi producţiei finite cu o unitate).

În analiza discretă, **a.** se caracterizează în cazul cel mai simplu prin ecuaţia:

$$I_t = r(Z_t - Z_{t-1}) \quad \text{sau} \quad I_t = r\,\Delta Z,$$

unde I_t reprezintă necesarul de investiţii în perioada t;
Z_t şi Z_{t-1} — producţia finită, în perioada t şi respectiv $t+1$;
ΔZ — sporul producţiei finite în perioada t.

Dacă este dat necesarul de investiţii v pe o unitate de spor al producţiei globale, atunci coeficientul de acceleraţie ia forma:

$$r = v\frac{1}{1-a},$$

unde a reprezintă cheltuielile specifice de producţie globală în sfera productivă, iar 1/1 — *multiplicatorul**, care reduce necesarul de investiţii pe o unitate de producţie globală la mărimea lor pe o unitate de producţie finită. Modelele mai complexe ale **a.** permit să se ia în consideraţie decalajul de timp dintre mărimea de intrare şi cea de ieşire (tot felul de întîrzieri).

I.Z. Kaganovici

Bibl. R.D.G. Allen, *Mathematical Economics*, MacMillan, 1964.

Adaptare. Capacitate a unui sistem de a depista comportamentul de acomodare, orientat spre un anumit scop, în cadrul unor medii complexe, precum şi procesul ca atare al acestei acomodări. Sistemele adaptive se descriu cel mai bine din punct de vedere axiologic, în termenii de *scop**. **A.** la mediu, care se caracterizează printr-un înalt grad de *nedeterminare**, permite sistemului să asigure realizarea mai multor ţeluri esenţiale în condiţiile unei informaţii apriorice insuficiente asupra *mediului*. În procesele de **a.** se pot modifica caracteristicile cantitative ale sistemului (de pildă, parametrii pilotului automat în cazul modificării caracteristicilor dinamice ale aparatului de zbor în funcţie de mărimea solicitării la viteză), precum şi *structura* sa *(→ Organizare)*. Cu cît sînt mai substanţiale modificările mediului cu atît sînt mai profunde transformările structurii, care au loc în cazul **a.** la noile condiţii. *Varietatea** condiţiilor la care se poate adapta sistemul măsoară gradul său de *adaptivitate*. Sistemele adaptive cu un înalt grad de organizare posedă, în afară de aceasta, capacitatea de a modifica mediul extern în aşa fel încît modificarea comportamentului propriu al sistemului să nu fie necesară. Ele sînt în stare să adapteze condiţiile exterioare pentru atingerea ţelurilor proprii.

Formele de comportament adaptiv ale sistemelor economice sînt extrem de variate; printre altele, ele se manifestă prin modificarea comportamentului sistemului în condiţii de fluctuaţie a mediului, în scopul menţinerii variabilelor esenţiale în anumite limite sau al păstrării proprietăţilor fundamentale etc. *(→ Homeostază economică)*. Variabilele esenţiale ale unui sistem economic cum este o întreprindere industrială sînt, printre altele, caracteristicile activităţii sale stabilite sub formă de directivă: beneficiul, rentabilitatea, volumul producţiei, volumul realizării, costul producţiei, fondul de retribuire etc. *(→ Conducere, Planificare social-economică)*.

Formele cele mai simple de comportament adaptiv se constată în regulatoare *(→ Conducere, Reglare)*, în sistemele tehnice cu *conexiune inversă*, dacă obiectul reglării (sistemul condus) îl considerăm ca mediu de funcţionare a regulatorului; fireşte că sistemul în ansamblu poate să fie în acest caz şi neadaptiv. Comportamentul adaptiv al *sistemelor cu autoorganizare** posedă un specific deosebit de frapant atunci cînd diferitele subsisteme sînt de asemenea cu autoorganizare.

Pe de o parte, în condiţiile de fluctuaţie a mediului, este de dorit o conducere rigidă, adică o reacţie univocă şi puternică a sistemului de conducere la abaterile funcţionării sistemului comandat de la nivelul necesar (coeficientul de amplificare în circuitul de comandă are o valoare ridicată). Pe de altă parte, o conducere rigidă poate duce la instabilitatea sistemului în ansamblu, dacă nu se ţine seama de autoorganizarea diferitelor elemente ale sistemului. Tocmai de aceea, în cazul în care există perturbări puternice pentru conducerea corespunzătoare a sistemului, este necesar ca în completare la conexiunile inverse negative să se utilizeze principiul adaptării, adică studierea de către sistemul de conducere a caracteristicilor obiectului conducerii, adică a parametrilor, a structurii, a comportamentului său etc., în procesul funcționării, ținînd seama de interacțiunea cu mediul a sistemului de conducere în ansamblu; cu acest prilej, analiza caracteristicilor sistemului condus se efectuează adeseori în mod behaviourist, prin metoda *cutiei negre**. În sistemele adaptive, prezența conexiunii inverse între ieșirea obiectului de conducere și regulator este inevitabilă ca urmare a necesității determinării continue a caracteristicilor obiectului conducerii. Avînd asemenea date, sistemul de conducere modifică parametrii, iar uneori și structura *lanțurilor de compensație (→ Reglare)* pentru realizarea unei conduceri optime.

Utilizarea principiului **a.** asigură realizarea unui compromis eficient între calitatea conducerii (în sensul restrîns al cuvîntului) și stabilitatea sistemului. Calitatea conducerii adaptive în condiții de nedeterminare (incertitudine) este mai scăzută decît calitatea conducerii optime, în condițiile căreia sistemul de conducere dispune de o informație completă asupra obiectului conducerii și asupra caracteristicilor esențiale ale mediului. Dacă sistemul condus și mediul sînt staționare, după o anumită perioadă de timp, sistemul de conducere adaptiv acumulează informația necesară, înlătură nedeterminarea, iar calitatea conducerii adaptive se apropie de calitatea conducerii optime în condiții de informație completă. La sistemele cu autoorganizare, caracteristicile obiectului conducerii se modifică în timp și de aceea nedeterminarea nu poate fi total înlăturată. Cu toate acestea, în cazurile în care procesul de **a.** converge rapid spre procesul optim deosebirea dintre calitatea conducerii adaptive și a celei optime poate fi mică.

Utilizarea principiului **a.** în elaborarea sistemelor de conducere a devenit posibilă în urma dezvoltării tehnicii de calcul analogice și numerice, întrucît realizarea sa presupune prelucrarea unei cantități considerabile de informație în procesul studierii caracteristicilor sistemului comandat și cu ocazia restructurării lanțurilor de compensație și a elaborării unei conduceri eficiente. **A.** este uneori identificată cu învățarea în sens larg. Învățarea în sens restrîns se utilizează în cazul conducerii adaptive pentru obținerea informației cu privire la caracteristicile sistemului comandat și, deci, este un element obligatoriu al adaptării, în unele cazuri mai important, în altele mai puțin important, însă întotdeauna prezent.

Conducerea adaptivă este *duală*. Pe de o parte, este imposibil să se realizeze o conducere eficientă fără să se cunoască caracteristicile sistemului condus; pe de altă parte, se pot studia aceste caracteristici în procesul conducerii și implicit se poate îmbunătăți conducerea, tinzînd spre conducerea optimă. În asemenea situații acțiunile de conducere au un dublu caracter, fiind un mijloc atît pentru studierea activă, în vederea cunoașterii sistemului condus pentru viitor, cît și pentru conducerea nemijlocită în momentul respectiv. În cadrul sistemelor de conducere duală există întotdeauna o anumită contradicție între funcția de *cunoaștere* și funcția de *dirijare* a acțiunilor de conducere. Principiile conducerii duale au fost pentru prima dată formulate și ulterior substanțial dezvoltate de către A. A. Feldbaum, pe baza teoriei deciziilor statistice. Schemele formalizate ale conducerii adaptive se utilizează în momentul de față pentru conducerea proceselor tehnologice complexe, precum și în tehnica rachetelor și aviatică. La nivel neformal, calitativ, principiul adaptivității este larg utilizat în crearea complexelor om-mașină, însă și aici este posibilă aplicarea unor proceduri formalizate. De pildă, un specialist-operator este adeseori un element al unui lanț de conexiune inversă a unui sistem de comandă a unui proces tehnologic, iar caracteristicile dinamice ale unui asemenea lucrător influențează asupra calității funcționării sistemului de conducere în ansamblu. Cunoașterea caracteristicilor operatorului, precum și corectarea cu ajutorul unor compensatori speciali permit să se utilizeze mai bine posibilitățile lucrătorului în cadrul sistemului de conducere.

Luarea în considerație a adaptivității sistemelor economice este o condiție necesară a elaborării unor modele adecvate realității, atît a modelelor descriptive, în scopul descrierii fenomenelor și proceselor economice, cît și a modelelor normative, în scopul formalizării proceselor de adoptare a deciziilor în conducere.

V.I. Danilov-Danilian, A.I. Ciuhnov

Bibl. 1. R. Kulikovski, *Optimalnîe i adaptivnîie proțessî v sistemah avtomaticeskogo regulirovania*, „Nauka", 1967; 2. I.Z. Țîpkin, *Adaptația i obucenie v avtomaticeskih sistemah*, „Nauka", 1968; 3. *Prisposablivaiușciesea avtomaticeskie sistemî*, Izd. inostr. lit., 1963; 4. W.R. Ashby, *Design for a Brain*, Chapman & Hall, 1954.

Agregare. Transformare a unui *model** într-un altul cu un număr mai mic de variabile sau restricții, adică într-un *model agregat*, care oferă o descriere aproximativă în comparație cu cea inițială a obiectului respectiv. Rezultatul **a.** este dat printr-o *aplicație** din spațiul $X \times A$ al variabilelor $\mathbf{x} \in X$ și al parametrilor $\mathbf{a} \in A$ ale modelului inițial în spațiul $Z \times B$ al variabilelor $\mathbf{z} \in Z$ și al parametrilor $\mathbf{b} \in B$ ale modelului agregat: $X \times A \rightarrow Z \times B$. De obicei, această aplicație este definită de un set de funcții depinzînd de variabilele $\mathbf{x}$, de parametrii $\mathbf{a}$ și de parametrii agregării λ, dați suplimentar: $\mathbf{z} = f(\mathbf{x}, \mathbf{a}, \lambda)$, $\mathbf{b} = g(\mathbf{x}, \mathbf{a}, \lambda)$. Ca parametri ai **a.** λ se pot utiliza, de pildă, valorile unor funcții determinate $\lambda = h(\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(2)}), \ldots)$, depinzînd de una sau mai multe soluții aproximative ale modelului inițial, adică de elementele $\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(2)}, \ldots$ din spațiul X. Clasa de aplicații care determină **a.** se alege pornindu-se de la obiectivele urmărite, de la felul și proprietățile modelului inițial.

Modelul agregat se utilizează fie pentru aflarea aproximativă sau studierea celor mai importanți indicatori rezultativi ai modelului inițial (în caz că nu se reușește să se facă acest lucru în mod direct), fie pentru elaborarea unei soluții aproximative sau precise a modelului inițial cu ajutorul operației de *dezagregare** a soluției modelului agregat sau a procesului de *agregare iterativă**.

Pentru tipurile concrete de modele se formulează condițiile firești pe care trebuie să le satisfacă aplicația care ne dă **a.** Astfel, dacă pentru modelul inițial și cel agregat sînt definite mulțimile admisibile ale parametrilor $A' \subset A$ și $B' \subset B$ și mulțimile soluțiilor admisibile $X_a \subset X$ și $Z_B \subset Z$, care corespund seturilor admisibile ale parametrilor $\mathbf{a} \in A'$ și $\mathbf{b} \in B'$, atunci una dintre aceste cerințe poate fi următoarea: aplicația $X \rightarrow Z$ trebuie să convertească soluția admisibilă $\mathbf{x} \in X_a$ în soluția admisibilă a modelului agregat $\mathbf{z} \in Z_b$, unde $\mathbf{z} = f(\mathbf{x}, \mathbf{a}, \lambda)$ și $\mathbf{b} = g(\mathbf{x}, \mathbf{a}, \lambda)$.

O clasă de aplicații care dau **a.**, ușor de realizat sub aspect algoritmic și care satisface cerințele naturale, este cunoscută pentru modelele liniare în variabilele de bază, în speță pentru modelele liniare ale balanței legăturilor dintre ramuri, modele reductibile la niște sisteme de ecuații liniare și la probleme de programare liniară.

E.B. Erșov

Agregare iterativă. Metodă de rezolvare a sistemelor de ecuații și a problemelor de programare matematică, bazată pe rezolvarea în mai multe etape a unei probleme agregate de dimensiuni mai mici, care se modifică în iterațiile succesive ca urmare a corectării parametrilor săi. Metoda cuprinde două momente principale: elaborarea problemei agregate pe baza unei soluții aproximative, precum și pe baza condițiilor din problema inițială (operația de agregare a problemei) și elaborarea pe baza unei soluții exacte sau aproximative a problemei agregate a soluției aproximative a problemei inițiale (operația de dezagregare a soluției). În funcție de tipul problemei care urmează a fi rezolvată, se aleg procedeele concrete de realizare a acestor operații.

Fiind o metodă de rezolvare a unui mare număr de probleme de planificare de tipul balanțelor și de optimizare, strict formulate, **a.i.** reprezintă, de asemenea, una dintre schemele logice ale procesului de schimb al informației în sistemele ierarhice complexe. Operația de dezagregare a rezolvării și parțial operația de agregare a problemei se pot realiza în subsisteme distincte ale sistemului general; împărțirii în aceste subsisteme îi corespunde procedeul de agregare ales. Prin agregare se înțelege descrierea aproximativă a subsistemelor cu ajutorul unui număr mai mic de indicatori principali — funcții de variabile — care, în ansamblu, caracterizează subsistemele îndeajuns de complet și exact.

Metoda **a.i.** a fost elaborată în modul cel mai complet pentru cazul liniar, adică pentru rezolvarea sistemelor de ecuații liniare și a problemelor de programare matematică cu restricții liniare în variabilele principale, pentru care operațiile de agregare și dezagregare devin deosebit de simple.

Vom ilustra metoda **a.i.** luînd ca exemplu modelul static al balanței legăturilor dintre ramuri, pentru care ea a fost pentru prima oară preconizată și realizată:

$$X_i - \sum_j a_{ij} X_j = Y_i \quad (i = 1, \ldots, n), \tag{1}$$

unde $\mathbf{a} = (a_{ij})$ reprezintă matricea dată a consumurilor (cheltuielilor) materiale directe, satisfăcînd condițiile $\max\limits_j \sum\limits_i a_{ij} < 1$, $a_{ij} \geqslant 0$; Y — vectorul dat al produsului final; $\mathbf{X}$ — vectorul necunoscut al volumului producției. Vom numi sistem agregat de ecuații al balanței legăturilor dintre ramuri în cazul unei soluții aproximate date $\widetilde{\mathbf{X}}$ a sistemului (1):

$$Z_\alpha - \sum_\beta \bar{\bar{a}}_{\alpha\beta}(\widetilde{\mathbf{X}})\, Z_\beta = W_\alpha \quad (\alpha, \beta = 1, \ldots, m) \tag{2}$$

unde $W_\alpha = \sum\limits_{i \in H(\alpha)} Y_i$, $\bar{a}_{i\beta}(\widetilde{\mathbf{X}}) = \sum\limits_{j \in H(\beta)} a_{ij} \dfrac{\widetilde{X}_j}{\sum\limits_{k \in H(\beta)} \widetilde{X}_k}$ — coeficienții semiagregați ai consumurilor (cheltuielilor) directe; $a_{\alpha\beta}(\widetilde{\mathbf{x}}) = \sum\limits_{i \in H(\alpha)} \bar{a}_{i\beta}(\widetilde{\mathbf{X}})$ — coeficienții agregați ai consumurilor (cheltuielilor) directe și $H(\alpha)$ $(\alpha = 1, \ldots, m)$ — mulțimea numerelor de ordine ale variabilelor $X_i (i = 1, \ldots, m)$, care dă defalcarea ramurilor din balanța inițială în m ramuri ale balanței agregate (în cazul $\alpha \neq \beta$ $H(\alpha) \cap H\beta = \varnothing, \bigcup\limits_\alpha H(\alpha) = (1, \ldots, n)$). Variabilele $\mathbf{X}$ și $\mathbf{Z}$ din sistemele (1) și (2) sînt legate prin formulele agregării liniare neponderate $\mathbf{Z}_\alpha = \sum\limits_{i \in H(\alpha)} Y_i$. Operația de dezagregare a soluției $\mathbf{Z}(\widetilde{\mathbf{X}})$ a sistemului (2) este dată sub forma:

$$X_i(\mathbf{Z}(\widetilde{\mathbf{X}})) = \sum_\beta \bar{a}_{i\beta}(\widetilde{\mathbf{X}})\, Z_\beta(\widetilde{\mathbf{X}}) + Y_i \quad (i = 1, \ldots, n). \tag{3}$$

Rezolvarea sistemului (1) prin metoda **a.i.**, începînd cu aproximația inițială $\mathbf{X}^\circ$, constă în determinarea șirului de vectori:

$$\mathbf{X}^\circ \to \mathbf{Z}(\mathbf{X}^\circ) \to \mathbf{X}^1 = \mathbf{X}(\mathbf{Z}(\mathbf{X}^\circ)) \to \ldots \to \mathbf{X}^k \to \mathbf{Z}(\mathbf{X}^k) \to \mathbf{X}^{k+1} = $$
$$= \mathbf{X}(\mathbf{Z}(\mathbf{X}^k)) \to \ldots \tag{4}$$

Convergența procesului (4) este analizată în [1], [2] pentru cazul special al sistemului (1) $\left(\text{cînd } \sum_i a_{ij} < \frac{1}{3}\right)$ și a procedeului particular de agregare ($m = 1$). Condițiile necesare de convergență a metodei de **a.i.** pentru sistemele (1) și sistemele de ecuații liniare de tip general nu sînt studiate în mod exhaustiv.

Metoda de **a.i.** poate servi pentru rezolvarea sistemelor de ecuații liniare și neliniare și a problemelor de programare matematică, care reprezintă diverse generalizări ale modelului static simplu al *balanței legăturilor dintre ramuri** [3] — [4], precum și pentru aflarea soluțiilor în sistemele de modele cu mai multe nivele ale planificării economiei naționale. Pentru sistemele cu două nivele, la nivelul mai detaliat fiind defalcate m subsisteme, metoda **a.i.** conduce la următoarea succesiune a calculelor pentru modelul agregat ($M(\mathbf{Z}; \mathbf{X})$ al întregului sistem și pentru modelele $M_\alpha(\mathbf{X}_\alpha; \mathbf{Z}_\alpha)$ ($\alpha = 1, \ldots, m$) ale subsistemelor în care $\mathbf{Z}$, $\mathbf{X}$ și $\mathbf{X}_\alpha$, $\mathbf{Z}_\alpha$ sînt vectorii variabilelor respective și ai parametrilor modelului agregat și ai modelului α al subsistemului care se modifică în interațiile succesive; pornind de la $\mathbf{X}^k$, unde k reprezintă numărul de ordine al iterației curente, se află $\mathbf{Z}^k = f(\mathbf{X}^k)$ — soluția modelului $M(\mathbf{Z}; \mathbf{X}^k)$; pe baza lui $\mathbf{Z}^k$ se construiește $\mathbf{Z}^k = g_\alpha(\mathbf{Z}^k)$; se află apoi $\mathbf{X}^k_\alpha = h_\alpha(\mathbf{Z}^k_\alpha)$ — soluția modelului $M(\mathbf{X}; \mathbf{Z}^k)$; cunoscînd $\mathbf{X}^k_\alpha(\alpha = 1, \ldots, m)$ se construiește vectorul $\mathbf{X}^{k+1} = F(X^k_1, \ldots, X^k_m)$ al parametrilor modelului agregat în iterația $(k+1)$.

În schema prezentată mai sus a metodei **a.i.** se pot utiliza concomitent ca variabile pentru modelele planificării optime variabilele din problema directă și din cea duală, iar în algoritmii care stabilesc relațiile $Z_\alpha = g_\alpha$ $(\mathbf{Z})$ și $\mathbf{X} = F(X_1, \ldots, X_m)$ pot servi ca argumente valorile variabilelor nu numai din iterația curentă, dar și din cele precedente; în multe probleme dinamice este eficientă agregarea dinamică, bazată pe calculul mediilor în timp. **A.i.** are multe trăsături comune cu alte metode de soluționare a problemelor complexe de planificare și cu schemele principiale de organizare a diferitelor blocuri ale procesului de 'planificare (→ *Metode iterative de planificare optimă* și *Schemă aproximativă a optimizării în mai multe trepte*), deosebindu-se de ele prin includerea explicită a operației de agregare, care constă, de obicei, din calculul parametrilor unui model agregat, cu o structură dinainte stabilită și din operațiile de dezagregare.

E.B. Erșov

Bibl. 1. B.A. Șcennikov, *Primenenie metodov iterativnogo agreghirovania dlea reșenia sistem lineinîh uravnenii*, „Ekonomika i matematiceskie metodî", v. II, fas. 5, 1966; 2. *Issledovania po matematiceskoi ekonomii i smejnîm voprosam*, Izd. M.G.U., 1971; 3. L.M. Dudkin, *Sistema rasciotov optimalnogo narodnohozeaistvennovo plana*, „Ekonomika", 1972; 4. *Modelirovanie ekonomiceskih protessov*, Izd. M.G.U., 1972.

Algebră Boole. Mulțime nevidă A_B de elemente $a, b, c, \ldots$, pentru care sînt definite: 1. operația binară (numită *adunare booleană*), care pune în corespondență cu fiecare două elemente a și b din A_B un element din A_B, care se notează cu simbolul $a \vee b$ (și se numește *sumă booleană* a elementelor a și b); 2. operația binară (numită *înmulțire booleană*), care pune în corespondență cu fiecare două elemente a și b din A_B un element din A_B, care se notează cu simbolul $a \wedge b$ (și se numește *produs boolean* al elementelor a și b); 3. operația unară, care pune în corespondență cu fiecare element a din A_B un element din A_B, care se notează cu simbolul a (și se numește *complement boolean* al elementului a); și sînt îndeplinite următoarele axiome:

1) $a \vee b = b \vee a,\ a \wedge b = b \wedge a$ (comutativitatea);

2) $(a \vee b) \vee c = a \vee (b \vee c),\ (a \wedge b) \wedge c = a \wedge (b \wedge c)$ (asociativitatea);

3) $a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c),\ a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$ (distributivitatea); 4) $(a \vee b) \wedge b = b,\ (a \wedge b) \vee b = b$; 5) $(a \vee \bar{a}) \wedge b = b$, $(a \wedge \bar{a}) \vee b = b$.

Pentru notarea operațiilor booleene se utilizează și alte simboluri. Din axiomele 1—5 decurg teoremele 6—11:

6) $a \vee a = a,\ a \wedge a = a$ (idempotența);

7) $a \vee \bar{a} = b \vee \bar{b},\ a \wedge \bar{a} = b \wedge \bar{b}$,

pentru oricare elemente a și b din A_B.

Din teorema 7 rezultă că elementele $a \vee \bar{a}$ și $a \wedge \bar{a}$ nu depind de alegerea lui $a \in A_B$. Elementul $a \vee \bar{a}$ se numește *unitate booleană* și se notează cu simbolul e, elementul $a \wedge \bar{a}$ se numește *zero boolean* și se notează cu simbolul 0;

8) $a \vee 0 = a,\ a \wedge 0 = 0,\ a \vee e = e,\ a \wedge e = a$ pentru orice $a \in A_B$;

9) $a = \overline{\overline{a}}$ pentru oricare $a \in A_B$;

10) $\overline{a \vee b} = \bar{a} \wedge \bar{b}$, $\overline{a \wedge b} = \bar{a} \vee \bar{b}$ (formulele lui A. de Morgan);

11) $\bar{0} = e$, $\bar{e} = 0$.

Să examinăm cîteva exemple de algebre booleene.

1. Fie E o mulţime nevidă şi fie 2^E — mulţimea tuturor submulţimilor sale *(→ Mulţime)*. Suma booleană $A \vee B (A, B \in 2^E$, adică $A \subseteq E$, $B \subseteq E)$ o vom defini ca reuniune a lui $A \cup B$, produsul boolean $A \wedge B$ îl vom defini ca intersecţie a lui $A \cap B$, complementul boolean îl vom defini ca E/A. Axiomele 1—5 sînt îndeplinite (→ formulele 1—3, 8, 9 de la *Mulţime)*, prin urmare mulţimea 2^E cu operaţiile booleene definite în acest fel este o **a.B.** Rolul zeroului boolean îl joacă mulţimea vidă, rolul unităţii booleene, mulţimea E.

2. Să examinăm o mulţime alcătuită numai din două elemente a şi b, pe care le vom nota cu simbolurile 0 şi 1. Adunarea booleană şi înmulţirea booleană le vom defini astfel: $0 \vee 0 = 0$, $0 \vee 1 = 1 \vee 0 = 1$, $1 \vee 1 = 1$; $0 \wedge 0 = 0$, $0 \wedge 1 = 1 \wedge 0 = 0$, $1 \wedge 1 = 1$. Complementul boolean se defineşte în mod firesc: $\bar{0} = 1$, $\bar{1} = 0$. În mod nemijlocit, se verifică că axiomele 1—5 sînt îndeplinite, astfel încît mulţimea $\{0; 1\}$ cu operaţiile booleene astfel definite este o **a.B.** Rolul zeroului boolean îl joacă aici numărul 0, al unităţii, numărul 1.

3. Unul dintre cele mai importante exemple îl constituie algebra logicii, care studiază enunţurile şi operaţiile logice cu enunţurile. Enunţ se numeşte o exprimare despre care are sens să se afirme că este adevărată sau falsă. Mulţimea tuturor enunţurilor se împarte în două clase: clasa enunţurilor adevărate şi clasa enunţurilor false. În algebra logicii sînt definite următoarele operaţii cu enunţurile: 1. operaţia binară (numită *disjuncţie*), care face să corespundă fiecăror două enunţuri α şi β enunţul α sau β (enunţul α sau β se notează cu simbolul $\alpha \vee \beta$); 2. operaţia binară (numită *conjuncţie*), care face să corespundă fiecăror două enunţuri α şi β un enunţ α şi β (enunţul α şi β se notează cu simbolul $\alpha \wedge \beta$); 3. operaţia unară (numită *negaţie*), care pune în corespondenţă cu fiecare enunţ α un enunţ *non* α (enunţul *non* α se notează cu simbolul $\bar{\alpha}$ sau $\neg \alpha$). Valorile enunţurilor $\alpha \vee \beta$, $\alpha \wedge \beta$ în funcţie de valorile enunţurilor α şi β sînt date cu ajutorul tabelelor de *veridicitate* (de adevăr). Celelalte operaţii logice pot fi definite cu ajutorul acestor trei operaţii, de aceea nu ne vom ocupa de ele.

Mulţimea enunţurilor dotată cu aceste operaţii se numeşte **a.B.** Aici, rolul adunării booleene îl joacă disjuncţia, rolul înmulţirii booleene — conjuncţia, rolul zeroului boolean — clasa enunţurilor false, rolul unităţii booleene — clasa enunţurilor adevărate.

A.B. s-a constituit ca o disciplină matematică de-sine-stătătoare în anii '20 ai secolului nostru și în prezent reprezintă un capitol al algebrei abstracte moderne. Ea a fost denumită astfel după George Boole, matematician englez din sec. al XIX-lea care a pus bazele ei prin studierea sistematică a calculului propozițiilor, ce a marcat întemeierea algebrei logicii din zilele noastre.
A.B. își găsește o largă aplicare în tehnică (analiza și sinteza circuitelor, care sînt elemente ale mașinilor de calcul) și în matematică (logica matematică, analiza funcțională, teoria probabilităților, programarea matematică). În prezent se dezvoltă intens un capitol al programării matematice — *programarea discretă** cu variabile booleene (adică cu variabile, care iau valorile 0 sau 1).

Bibl. 1. A. Kaufmann, R. Faure, *Invitation à la recherche operationelle*, Dunod, 1963; 2. R. Sikorski, *Boolean Algebra*, Springer, 1959.

Amortizare. Proces de transferare a valorii *fondurilor de producție** fixe asupra produsului obținut cu ajutorul lor și de formare, pe măsura consumului lor productiv (uzurii), a unui fond bănesc, care asigură, în momentul scoaterii din funcțiune, posibilitatea înlocuirii *(reînnoirii)* lor integrale. Destinația economică a acestui proces rezidă în elaborarea unui sistem de cote, care să asigure, în perioada numită *perioadă de amortizare* a categoriei respective de fonduri fixe, reproducția lor simplă. În practică sînt însă frecvente cazurile de abatere a sumelor alocate efectiv pentru amortizare de la mărimea uzurii reale a fondurilor fixe. Întrucît cotele de amortizare se includ în costul producției, determinarea incorectă a mărimii lor atrage după sine fie majorarea costurilor de producție, denaturarea celor mai importanți indicatori ai activității economice a întreprinderii și, în consecință, crearea unei imagini false despre nerentabilitatea ei, fie un deficit de resurse pentru înlocuirea fondurilor fixe scoase din funcțiune și încetinirea ritmurilor reproducției lărgite a acestora. Dificultățile soluționării problemei amortizării sînt legate de faptul că nu se cunosc dinainte nici duratele efective de serviciu ale fondurilor fixe, nici ritmurile uzurii morale și fizice și, implicit, ale valorii de înlocuire în momentul scoaterii lor din funcțiune, nici felul în care crește uzura pe măsura creșterii vîrstei fondurilor fixe. Sistemul cotelor de amortizare din economia națională a U.R.S.S., introdus la 1 ianuarie 1963, se caracterizează prin următoarele particularități: 1. s-a adoptat o viteză constantă de creștere a uzurii pe măsura creșterii vîrstei fondurilor fixe și, ca atare, de-a lungul întregii perioade de amortizare, se utilizează o cotă de amortizare unică; 2. ca urmare a complexității extrem de mari a determinării sistematice a valorii de înlocuire a fondurilor fixe, normele de amortizare se stabilesc în procente la valoarea lor de inventar; 3. pe lîngă norma de reînnoire se stabilește, de asemenea, norma cotelor de amortizare pentru înlocuirea parțială a fondurilor fixe, reparații capitale și modernizare, care formează laolaltă norma totală de amortizare; 4. normele de amortizare sînt diferențiate pe grupe de fonduri fixe. În industria U.R.S.S., normele totale de amortizare reprezintă: pentru clădiri — 3,4%, construcții speciale — 5,6%, instalații de transmisie — 5,2%, mașini și utilaje — 11,5%, aparate de măsurare și reglare — 12,4%, mijloace de transport — 13,8%; 5. normele de amortizare pentru fiecare dintre grupele de amortizare sînt unitare pentru toate întreprinderile industriale, indiferent de subordonarea lor departamentală; 6. normele de amortizare în vigoare reflectă mai complet decît înainte procesele reale de utilizare a fondurilor fixe. Astfel, în cazul motoarelor electrice care funcționează într-un mediu agresiv, la temperaturi înalte sau în condiții de umiditate ridicată și de poluare sporită, normele de înlocuire și reparații capitale se măresc de 1,5 ori; pentru majoritatea categoriilor de utilaje normele de amortizare stabilite se corectează în funcție de numărul de schimburi. În condițiile schimbate de planificare și stimulare economică s-a stabilit o nouă modalitate de utilizare a cotelor de amortizare. Cotele de amortizare destinate înlocuirii integrale a fondurilor fixe, în proporție de la 15% pînă la 45%, rămîn la dispoziția întreprinderii și se dirijează spre fondul de dezvoltare a producției, iar partea rămasă se varsă la Stroibank (Banca de finanțare a construcțiilor a U.R.S.S.) și se utilizează pentru finanțarea investițiilor centralizate. Cotele de amortizare destinate reparațiilor capitale rămîn la dispoziția întreprinderilor în vederea utilizării lor adecvate. Pînă la 10% din volumul total al cotelor de amortizare pentru reparații capitale se virează organizației tutelare în vederea creării unei rezerve pentru ajutorarea acelor întreprinderi care ar putea ajunge în situația de a nu dispune de suficiente mijloace proprii pentru aceste scopuri.

I. N. Sadohin

Analiza corelației. Capitol al statisticii matematice, care studiază *legăturile de corelație* dintre *mărimile aleatoare*. Două mărimi aleatoare ξ și η se numesc corelate, dacă speranța matematică a uneia dintre ele variază în funcție de variația celeilalte. Intensitatea legăturii dintre mărimile aleatoare ξ și η se caracterizează (în cazul respectării unor premise) prin coeficientul de corelație $\rho(\xi, \eta)$. Dacă $\rho(\xi, \eta) = 0$, se spune că mărimile ξ și η *nu sînt corelate*. Dacă $\rho(\xi \eta) = 1$, avem o *dependență funcțională* liniară.

A.c. permite să se estimeze cantitativ legăturile dintre un mare număr de fenomene economice interdependente. Aplicarea ei face posibilă verificarea diferitelor ipoteze economice cu privire la prezența și intensitatea legăturii dintre două fenomene sau din cadrul unui grup de fenomene. **A.c.** este strîns legată de *analiza de regresie.*

M.V. Filippov, P.T. Smelov

Analiză dispersională. Secțiune a statisticii matematice care se ocupă cu *analiza* rezultatelor unor observații depinzînd de factori diferiți ce acționează concomitent, cu *alegerea* factorilor celor mai importanți și cu *estimarea* influenței lor.

Să examinăm un exemplu tipic. Presupunem că la studierea unui anumit fenomen în condiții *diferite* s-au obținut niște date statistice. Problema constă în a stabili dacă fenomenul studiat depinde de condițiile în care s-a efectuat observarea și, dacă depinde, cum anume. Rezultatul observațiilor poate varia atît datorită condițiilor în care s-a efectuat observarea, cît și datorită unei anumite influențe întîmplătoare. Influența condițiilor observării se exprimă sub forma unui anumit *factor,* iar influența întîmplătoare, sub forma unei anumite *mărimi aleatoare,* care are o repartiție normală (ipoteza fundamentală a analizei dispersionale). În general, factorul este o mărime aleatoare necunoscută. Dar, în majoritatea covîrșitoare a problemelor practice, prin factor se înțelege un număr constant necunoscut, adică se analizează așa-numitele *modele cu factor constant.*

Să admitem că avem m grupe de observații, fiecare fiind obținută în anumite condiții. Să presupunem că pentru grupa i, care conține n numere, orice observație este formată din următoarele componente: μ este factorul comun pentru toate grupele; α_i — factorul propriu numai grupei i de observații; ξ_i — mărimea aleatoare care are o repartiție normală, adică pentru grupa i presupunem existența egalității

$$\eta_i = \mu + \alpha_i + \xi_i,$$

unde η_i reprezintă orice observație corespunzătoare grupei i, $(i = 1, 2, ..., m)$. Sarcina **a.d.** constă în a estima raportul dintre factorii μ, α_i pentru a stabili dacă deosebirile dintre grupe sînt esențiale sau neesențiale. Faptul dacă deosebirile dintre grupele de observații i și k sînt esențiale sau neesențiale se stabilește prin compararea numerelor α_i și α_k. Am prezentat un model unifactorial de **a.d.** Mai complex este modelul bifactorial:

$$\eta_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \xi_{ij}.$$

El poate fi aplicat atunci cînd observațiile se clasifică după factori diferiți. Să admitem că după primul factor toate observațiile se împart în m grupe ($A_1, A_2, \ldots, A_m$), iar după al doilea în n grupe ($B_1, B_2, \ldots, B_n$). Atunci η_{ij} reprezintă orice observaţie care se referă după primul factor la grupa A_i, iar după al doilea, la grupa B_j; μ este factorul comun pentru toate observaţiile; α_i — factorul corespunzător grupei A_i; β_j — factorul corespunzător grupei B_j; ξ_{ij} — mărimea aleatoare care are o repartiţie normală. Una dintre problemele care se elucidează cu ajutorul modelului bifactorial poate fi următoarea: care dintre factori — primul sau al doilea — exercită o influenţă esenţială asupra fenomenului studiat? Dacă, de pildă, $\alpha_i = 0$ ($i = 1, 2, \ldots, m$), atunci primul factor se consideră neesenţial. În mod analog se poate scrie un model trifactorial, tetrafactorial ş.a.m.d. Estimările factorilor se află după metoda celor mai mici pătrate.

V.M. Filippov, P.T. Smelov

Analiză factorială. Capitol al statisticii matematice, în care se studiază structura matricelor de covariaţie şi de corelaţie. Să presupunem că mărimile aleatoare supuse observării ($\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$) se subordonează unei *repartiţii normale** multidimensionale cu matricea de covariaţie (C_{ij}). În **a.f.** ipoteza fundamentală este egalitatea:

$$\xi_i = \sum_{r=1}^{k} l_{ir} f_r + \varepsilon_i; \quad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

unde f_r reprezintă factorul simplu r, k — numărul de factori care urmează a fi aflat, iar ε_i — elementele reziduale, care reprezintă sursele de abatere, ce acţionează numai asupra mărimii ξ_i. Mărimile aleatoare ε_i se presupun independente atît între ele, cît şi faţă de cele k mărimi f_r. Coeficientul l_{ir} se numeşte de obicei sarcină a factorului r în variabila i sau sarcină a variabilei i asupra factorului r. Dispersiile mărimilor aleatoare ε_i le notăm prin v_i. Toate mediile se presupun egale cu 0. Determinarea valorilor parametrilor l_{ir}, precum şi v_i alcătuiesc baza **a.f.** În practică prezintă interes, de pildă, următoarea problemă: pentru mărimile de sondaj observate $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ să se estimeze valoarea factorilor ipotetici $f_1, f_2, \ldots, f_k$ şi să se exprime aceşti factori ca funcţii liniare de variabilele $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$. În cazul de faţă nu se poate aplica metoda obişnuită a celor mai mici pătrate, deoarece nu ne sînt cunoscute valorile adevărate ale factorilor f_r.

Metoda de estimaţie a valorilor factorilor pe baza variabilelor observate $\xi_1, \ldots, \xi_n$ a fost pentru prima dată preconizată de către Thompson în anul 1951 şi denumită *metoda regresiei*. În cercetările economice, orientările cu cele mai multe perspective în domeniul utilizării metodei **a.f.** sînt: 1. reducerea numărului de indicatori care caracterizează esenţa unui anumit fenomen economic fără o pierdere substanţială de informaţie; 2. obţinerea unor indici sintetici pentru caracterizarea unui fenomen economic; 3. clasificarea unor obiecte economice, caracterizate printr-un set de caracteristici independente; 4. construirea şi verificarea ipotezelor cu privire la esenţa unui fenomen economic.

M.V. Filippov, P.T. Smelov

Bibl. 1. T.W. Anderson, *An Introduction to Multivariate Statistical Analysis*, Wiley Chapman and Hall, 1958; 2. D.N. Lawley, A. F. Maxwell, *Factor Analysis as a Statistical Method*, Butterworths, 1963.

Analiză marginală (diferenţială) în economie. Ansamblu de procedee de cercetare a mărimilor variabile referitoare la cheltuieli şi la rezultate, în condiţiile variaţiei volumelor de producţie, de consum etc., pe baza analizei valorilor lor marginale.

În cea mai mare parte, calculele de plan bazate pe datele statistice obişnuite se efectuează sub forma unor indicatori sintetici, analiza constînd, în principal, în calculul unor mărimi medii. În unele cazuri se dovedeşte însă a fi necesară o cercetare mai amănunţită, ţinîndu-se seama de valorile marginale. De exemplu, atunci cînd se calculează costurile producţiei de cereale ale unei regiuni, în perspectivă, se ţine seama de faptul că ele pot varia în funcţie de cantitatea probabilă de cereale recoltate (celelalte condiţii fiind constante), deoarece producţia de pe pămînturile de calitate inferioară, atrase în producţie, se va realiza la costuri mai mari decît media pe regiune (dacă nu va exista un progres în tehnica agricolă).

Dacă dependenţa dintre doi indicatori v şi x este dată analitic

$$v = f(x), \tag{1}$$

atunci mărimea medie este raportul $\frac{v}{x}$, iar cea marginală este derivata

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}.$$

Atunci cînd analiza diferenţială a caracterului dependenţei dintre indicatorii cercetaţi se realizează practic, este suficientă o reprezentare orientativă. În acest caz este utilă reprezentarea grafică a acestei dependenţe: trei puncte prin care se trasează o curbă continuă.

Analiza diferenţială are o mare importanţă în cercetările teoretice de optimizare. *Evaluările optime** se pun în legătură cu mărimile *diferenţiale* (marginale), şi nu cu cele medii.

Totuşi nu apare nici o contradicţie între cele două moduri de analiză dacă relaţia (1) dintre cei doi indicatori, de exemplu dintre volumul producţiei x şi cantitatea de muncă v conţinută în aceasta, ia forma

$$v = bx^q,$$

în care b şi q sînt constante. Într-adevăr, în acest caz cantitatea medie de muncă pe unitatea de produs $\frac{v}{x}$ este proporţională cu cantitatea marginală $\frac{dv}{dx} = bqx^{q-1}$, q îndeplinind rolul de coeficient de proporţionalitate: oricare ar fi valorile volumului producţiei x raportul dintre cantitatea marginală conţinută în unitatea de produs al muncii şi cea medie este egală cu q.

A.A. Konüs

Bibl. 1. W. Baumol, *Economic Theory and Operations Analysis*, Prentice-Hall, 1961; 2. A.A. Konüs, *Trudovaia teoria stoimosti i optimalnoe planirovanie*, în culegerea *Optimalnoe planirovanie i soverşenstvovanie upravlenia narodnîm hozeaistvom*, „Nauka", 1969.

Analiză secvenţială. Secţiune a statisticii matematice, în care se elaborează regulile alegerii deciziei cu privire la adoptarea unei anumite ipoteze, pe baza unui eşantion ale cărui dimensiuni se stabilesc în procesul experimentării sau al observării, pornind de la rezultatele anterioare. Ideile fundamentale ale **a.s.** le vom examina luînd ca exemplu rezolvarea unei probleme de verificare a unei ipoteze simple.

Fie $(s_0, s_1, ..., s_n)$ o mulţime finită sau numărabilă de stări posibile ale unui proces tehnologic, care se desfăşoară în cadrul unui anumit sistem fizic (întreprindere, ramură etc.). Stările s_j, $j = 0, 1, 2, ...$, alcătuiesc un grup complet de evenimente aleatoare.

Ca urmare a observaţiilor vom obţine un eşantion $(x_1, x_2, ..., x_n)$; valorile caracteristicilor acestuia vor depinde de care anume dintre stările posibile s_j, $j = 0, 1, 2, ...$ a avut loc în momentul observării şi măsurării. Procesul observat poate fi dat printr-o repartiţie apriorică de probabilităţi $p(s_0) = p_0, ..., p(s_m) = p_m$ şi printr-o repartiţie condiţionată, adică prin probabilităţile $\mathbf{P}(x_1, x_2, ..., x_n/s_j)$.

Să presupunem că sînt cunoscute: setul de decizii $d_0, d_1, ..., d_m$; regula alegerii deciziei $\delta(d_k/x_1, x_2, ..., x_n)$; funcţia pierderilor $W(s_j, d_k)$; criteriul de calitate $f(W)$ al alegerii deciziei. Pentru o clasă mare de probleme economice şi tehnice se ia drept criteriu de calitate funcţia de cost al experimentului.

Problema generală de adoptare a deciziei se formulează în felul următor: În cazul în care sînt date: informaţia apriorică $p(s_j)$; $p(x/s_j)$, unde $x = \{x_i\}$, $i = 1, 2, ..., n$, setul de decizii d_k, $k = 0, 1, 2, ..., m$ al funcţiei pierderilor $W(s_j, d_k)$ și al criteriului de calitate $f(W)$ se cere să se afle regula optimă de alegere a deciziei $\delta(d_k/x_1, x_2, \ldots, x_n)$.

Rezolvarea problemei formulate constă în elaborarea procedeului de verificare a ipotezelor simple sau complexe în condițiile unui eșantion fixat $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, ținînd seama de unul dintre următoarele criterii: criteriul Bayes, criteriul probabilității aposteriorice maxime, criteriul verosimilității maxime, criteriul Neumann-Pearson, criteriul minimax. În cazul problemelor de a.s., eșantionul $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ este o mărime aleatoare. Să admitem că eșantionul are volumul $n = 1$, adică se observă numai o singură valoare x_1 și pe baza acestei informații, după o anumită regulă adoptată, se efectuează alegerea uneia din următoarele trei decizii: 1. să se adopte decizia d_0, adică să se admită ipoteza H_0; 2. să se respingă ipoteza H_0, adică să se aleagă decizia d_1 cu privire la adoptarea ipotezei H_1; 3. să se continue observația, renunțîndu-se la una dintre decizii, d_0 sau d_1. Experimentul va lua sfîrșit dacă se va adopta d_0 sau d_1. În caz contrar, aceste raționamente se repetă pe baza eșantionului $n = 2$, adică (x_1, x_2). Dacă nici pe baza acestui eșantion nu se adoptă una dintre deciziile d_0 sau d_1, atunci se extinde din nou eșantionul pînă la $n = 3$, adică (x_1, x_2, x_3). Așa se continuă pînă în momentul în care se va adopta una din cele două decizii d_0 sau d_1.

În felul acesta, spațiul eșantioanelor se descompune în domeniul critic G_1, domeniul admisibil G_0 și domeniul intermediar G_2. Dacă eșantionul se situează în G_1, atunci ipoteza H_0 se respinge, dacă el se situează însă în G_0, atunci H_0 se admite. Dacă eșantionul se situează în domeniul G_2, experimentul trebuie să fie continuat. S-a demonstrat [1] următoarea aserțiune din care decurge regula optimă de descompunere a spațiului eșantioanelor în domeniile G_0, G_1, G_2: dintre toate regulile de alegere, regula secvențială, care constă în compararea funcției de verosimilitate $L(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ cu două praguri c_0 și c_1, duce la valori minime ale volumului eșantioanelor $m_1\{n/H_0\}$ și $m_1\{n/H_0\}$. Cu acest prilej trebuie să fie respectată cerința ca probabilitățile condiționate ale erorilor să nu fie mai mari decît α — probabilitatea de a respinge ipoteza corectă H_0 (a erorilor de ordinul întîi) și β — probabilitatea de a adopta ipoteza falsă (eroarea de ordinul al doilea).

Regula descompunerii optime se formulează în felul următor: pentru domeniul admisibil G_0:

$$c_0 < L(x_1, x_2, \ldots x_l) < c_1, \quad l = 1, 2, \ldots, n-1,$$

$$L(x_1, x_2, \ldots, x_n) \leqslant c_0;$$

pentru domeniul critic G_1:

$$c_0 < L(x_1, x_2, \ldots, x_l) < c_1, \quad l = 1, 2, \ldots, n-1$$

$$L(x_1, x_2, \ldots, x_n) \geqslant c_1;$$

pentru domeniul G_2:

$$c_0 < L(x_1, x_2, \ldots, x_l) < c_1, \quad l = 1, 2, \ldots, n.$$

Alegerea constantelor c_0, c_1 este subordonată inegalităților [1]:

$$c_1 \leqslant \max\left(\frac{\beta}{1-\alpha}, \frac{1-\beta}{\alpha}\right);$$

$$c_0 \geqslant \max\left(\frac{\beta}{1-\alpha}, \frac{1-\beta}{\alpha}\right).$$

A. I. Zenkin

Bibl. 1. A. Wald, *Sequential Analysis*, John Wiley & Sons, Inc., Chapman & Hall, Ltd., 1947; 2. *Poziționnîie igrî*, „Nauka", 1967.

Analiză sistemică. Metodologie de cercetare a unor obiecte oarecare prin reprezentarea lor sub formă de sistem și prin analiza acestui sistem. Se pot releva următoarele situații tipice care cer aplicarea metodelor **a.s.**: 1. evidențierea și formularea precisă a problemei în condiții de mare nedeterminare; 2. alegerea unei strategii de cercetare și dezvoltare; 3. definirea precisă a sistemelor (a frontierelor, a intrărilor, a ieșirilor și a altor componente); 4. punerea în evidență a scopurilor dezvoltării și funcționării sistemelor; 5. punerea în evidență a funcției și a compoziției unui sistem nou creat.

Metodele a.s. au fost elaborate și aplicate pentru prima oară în S.U.A. pentru selecționarea și planificarea sistemelor de armament. Ulterior, metodele a.s. și sistemele de comandă corespunzătoare lor au fost utilizate în instituțiile de stat, în complexele militare-industriale, precum și de marile firme din S.U.A. și din alte țări capitaliste dezvoltate. În U.R.S.S. și în celelalte țări socialiste, metodele a.s. cîștigă tot mai mult teren în planificarea cercetărilor științifice și a proiectărilor, pentru elaborarea programelor de dezvoltare a ramurilor economiei naționale și a uniunilor teritoriale de producție, a complexelor de măsuri de dezvoltare și perfecționare a sistemelor de conducere a economiei naționale și a verigilor sale. Ideile fundamentale ale a.s. constituie baza elaborării sistemului de planificare complexă a economiei naționale.

Odată cu dezvoltarea *teoriei generale a sistemelor** și cu acumularea unei experiențe practice, metodele **a.s.** capătă un fundament teoretic și se dezvoltă rapid pe baza complexului corespunzător de concepte și a metodologiei științifice.

Abordarea teoretico-cognitivă în cercetarea *sistemelor** contribuie la definirea clară a principalelor clase de obiecte pentru care este indicată **a.s.** și conferă temeiuri pentru elaborarea unor principii unitare de formalizare a celor mai diverse obiecte și fenomene. *Analiza funcției* și a *schemei* sistemului contribuie la o specificare clară atît a scopurilor, funcțiilor și obiectivelor sistemelor, cît și a mijloacelor de realizare a acestora.

Conceptul de *sistem mare** și stabilirea de reguli de compoziție și de decompoziție *(→ Planificare de decompoziție, Planificare de compoziție)* în teoria generală a sistemelor fundamentează modurile de abordare a sistemelor, neobservabile sau incomplet observabile, contribuie la formarea unor reguli pentru cercetarea și proiectarea lor. Noțiunea de *sistem complex* pune în evidență metodele de abordare a obiectelor și fenomenelor cu multe scopuri, cu multe aspecte și contradictorii din punct de vedere dialectic. Noțiunea de *sistem cibernetic** și relevarea legilor sistemelor cibernetice servesc pentru fundamentarea și analiza sistemelor de conducere și planificare a informației, inclusiv a *sistemelor automatizate de conducere**.

Varietatea obiectelor, proceselor și problemelor supuse **a.s.**, precum și deosebirea principială dintre ele au determinat o varietate de instrumente și au generat necesitatea unei aplicări elastice și abile a acestora la cercetarea diverselor procese și fenomene economice.

Printre cele mai utilizate și perfecționate metode și forme ale **a.s.** și ale prezentării rezultatelor sale se poate menționa *arborele de analiză a problemei,* care se utilizează pentru evidențierea și structurizarea unor probleme mai greu de înțeles și slab formulate, caracterizate prin numărul mare al interconexiunilor sau prin caracterul lor complicat. De regulă, arborele problemei cuprinde trei ramuri principale: 1. ce trebuie cercetat și elaborat; 2. în ce constă sistemul care rezolvă problema respectivă; 3. cum funcționează sistemul și în ce interacțiune se află acesta cu alte sisteme.

Metodele de construire a *arborilor scopurilor* reprezintă una din metodele cele mai răspîndite și mai eficiente de analiză a scopurilor și problemelor obiective ale unui obiect economic și de identificare a celei mai bune colecții de mijloace pentru atingerea lor.

Modelarea procesului tehnologic și de conducere prin metoda *tezaurului** se utilizează pentru reprezentarea și mai buna înțelegere a unui proces economic complex, realizat prin interacţiunea unui mare număr de obiecte economice.

Pentru obiecte microeconomice cum sînt întreprinderea, uniunea de producţie, ramura etc., metodele **a.s.** se împletesc cu metodele de *diagnoză a sistemelor economice**. Acestea din urmă reprezintă o metodă de consultare sistematică a angajaţilor unui obiect economic şi al altor obiecte care interacţionează cu primul, în scopul identificării problemelor actuale prioritare şi al planificării succesiunii de măsuri pentru atingerea scopurilor celor mai apropiate.

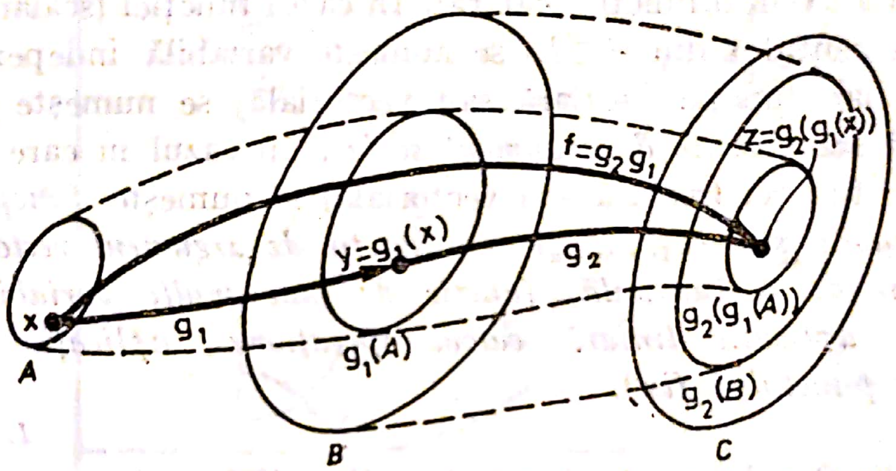
I.I. Cerneak

Bibl. 1. S. Opter, *L'analyse des systèmes et les problèmes de gestion*, Dunod, 1968; 2. N. P. Fedorenko, E. Z. Maiminos, *K organizaţii profesov priniatia ekonomiceskih reşenii*, „Voprosi ekonomiki" nr. 3, 1971; 3. E. Jantsch, *Prognoza tehnologică*, Ed. ştiinţifică, 1972.

Aplicaţie. Fie A şi B mulţimi nevide ale căror elemente pot fi nişte obiecte oarecare. Aplicaţia g din A în B este o regulă care pune în corespondenţă fiecărui element x al mulţimii lui A un element perfect determinat y din mulţimea B. Elementul y pe care aplicaţia g îl pune în corespondenţă cu elementul x se notează cu simbolul $g(x)$ şi se numeşte *valoare particulară* (sau pur şi simplu *valoare*) a aplicaţiei g pe elementul x, adică $y = g(x)$. Elementul y se numeşte şi *imagine* a elementului x, iar elementul x, preimagine a elementului $y = g(x)$. Mulţimea A se numeşte *domeniul de definiţie* al aplicaţiei g. Mulţimea tuturor valorilor aplicaţiei g se notează cu simbolul $g(A)$ şi se numeşte domeniu al valorilor aplicaţiei g. Aşadar, $g(A) \subseteq B$. În felul acesta, aplicaţia este perfect definită dacă: 1. este dată mulţimea A (care se aplică); 2. este dată mulţimea B (în care se aplică mulţimea A); 3. este dată o regulă (o lege) g după care fiecărui element $x \in M$ i se atribuie un element determinat $y \in B$. Totuşi, adeseori, în locul terminologiei lungi (dar corecte): aplicaţia g din A în B.... se foloseşte terminologia scurtă (dar nu perfect corectă)... aplicaţia g...., fără să se specifice mulţimile A şi B. Simbolistica folosită în prezent în literatură pentru notarea $g\colon A \rightarrow B$ conţine cele trei părţi componente (g, A, B) ale acestei noţiuni. Simbolul $x \rightarrow g(x) \quad x \in A$ (sau $g\colon x \rightarrow g(x),\ x \in A$) este de preferat, deoarece aici se indică în mod direct faptul că elementul $x \in A$ se reflectă în aplicaţia sa $g(x) \in B$. Cel mai adesea se utilizează notarea prescurtată $g(x),\ x \in A$, care se va folosi şi în continuare. În loc de cuvîntul aplicaţie se mai foloseşte şi termenul de *operator*. Aplicaţia g se numeşte *identică* dacă $A = g(A)$

și $g(x) = x$ pentru orice x din A; cu alte cuvinte, în cazul imaginii identice toate elementele x din A sînt fixe (→ *Punct fix*).

Aplicația g se numește *reversibilă* dacă din faptul că $x' \neq x''$ ($x' \in A$, $x'' \in A$) rezultă $g(x') \neq g(x'')$ (adică fiecare imagine $g(x)$ are o singură preimagine x), iar aplicația $h: g(A) \to A$ se numește *inversa* aplicației g. Cu alte cuvinte, se numește inversă o aplicație h care pune în corespondență fiecare imagine $g(x)$ cu preimaginea ei x. Reversibilitatea aplicației g înseamnă că aceasta are o aplicație inversă h. Se mai spune că aplicația reversibilă g stabilește o corespondență biunivocă între mulțimile A și $g(A)$. Evident că domeniul valorilor aplicației g este domeniul de definiție al aplicației inverse h, iar domeniul de definiție al lui g este domeniul valorilor lui h. Aplicația inversă h este și ea reversibilă, inversa ei fiind însăși aplicația g. Inversa aplicației g se notează cu simbolul g^{-1}. Fie date aplicația g_1 din A în B și aplicația g_2 din B în C (evident, $g_1(A) \subseteq B$), adică g_1 asociază fiecărui x din A un element $y = g_1(x)$ din B bine determinat, iar g_2 asociază fiecărui y din B un $z = g_2(y)$ bine determinat (→fig.). Aplicația f din A în C, care asociază fiecărui element x din A un element $z = g_2(g_1(x))$ din C, se notează cu simbolul g_2g_1 (sau $g_2 \bigcirc g_1$) și se numește compunerea (superpoziția sau produsul) g_1 și g_2 (→ fig.). Așadar, $g_2g_1: x \to g_2(g_1(x))$, $x \in A$. Evident că aplicațiile gg^{-1} și $g^{-1}g$ sînt identice. O a. se numește o funcțională dacă B este mul-



țimea numerelor reale E_1. O funcțională se numește *funcție* dacă domeniul său de definiție A este o mulțime din spațiul n-dimensional sau, în particular, o mulțime din E_1 (menționăm că unii autori contemporani folosesc termenii de **a.** și funcție ca sinonime).

Uneori, pentru a sublinia că este vorba de o **a.** într-o mulțime de numere reale, se spune *funcție scalară* (sau *numerică*).

Pentru **a.** unei mulțimi din spațiul n-dimensional E_n într-un spațiu m-dimensional E_m $(m \geqslant 1)$ se utilizează termenul de *funcție vectorială* (dacă $m = 1$ avem o funcție scalară). În cazul funcției (scalare sau vectoriale) elementul $\mathbf{x}$ din $A \subseteq E_1$ se numește variabilă independentă cu argument, iar funcția (scalară sau vectorială) se numește *funcție de o variabilă* sau *funcție de argument scalar*. În cazul în care elementul $\mathbf{x} \in A \subseteq E_n$, funcția (scalară sau vectorială) se numește *funcție de mai multe variabile* $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n)$ sau *funcție de argument vectorial* $\mathbf{x}$. *(→ Funcție de o variabilă, funcție de mai multe variabile, funcție vectorială, aplicație liniară, calcul operațional, aplicație multivocă, principiul punctului fix).*

I. N. Ceremnîh

Bibl. U. Rudin, *Osnovî matematiceskogo analiza*, „Mir", 1965.

Aplicație de la punct la mulțime. Să admitem că A și C sînt niște mulțimi nevide. *Aplicația** $\mathbf{g}$ se numește **a.p.m.** (sau multivocă), dacă ea pune în corespondență fiecărui element $\mathbf{x}$ din A o submulțime $G(\mathbf{x})$ complet determinată (nevidă) a mulțimii C. Exprimat simbolic, avem:

$$\mathbf{g}: \mathbf{x} \to G(\mathbf{x}) \subseteq C, \quad \mathbf{x} \in A.$$

Prin urmare, **a.p.m.** este un caz particular al unei aplicații, în care $B = 2^C$, adică B este mulțimea tuturor submulțimilor unei anumite mulțimi C *(→ Mulțime)*, iar valoarea particulară a **a.p.m.** în elementul $\mathbf{x}$ este întreaga submulțime $G(\mathbf{x})$, care nu este neapărat un element al mulțimii C. Pe de altă parte, aplicația h, care pune în concordanță fiecărui element $\mathbf{x}$ din A un element complet determinat $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ din C, este un caz particular al **a.p.m.** $\mathbf{g}$, cînd submulțimea $G(\mathbf{x})$ este un element $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ al mulțimii C. Spre deosebire de **a.p.m.** (multivocă) $\mathbf{g}$, aplicația $\mathbf{h}$ poate fi numită aplicație de la *punct la punct (univocă)*.

Se numește grafic al **a.p.m.** $\mathbf{g} : \mathbf{x} \to G(\mathbf{x}) \subseteq C$, $\mathbf{x} \in A$ submulțimea Γ_g a produsului cartezian $A \times B$ *(→ Mulțime)*, dată prine galitatea $\Gamma_g = \{(\mathbf{x}, \mathbf{y}) | \ \mathbf{x} \in A, \ \mathbf{y} \in G(\mathbf{x})\}$ (→fig. 1).

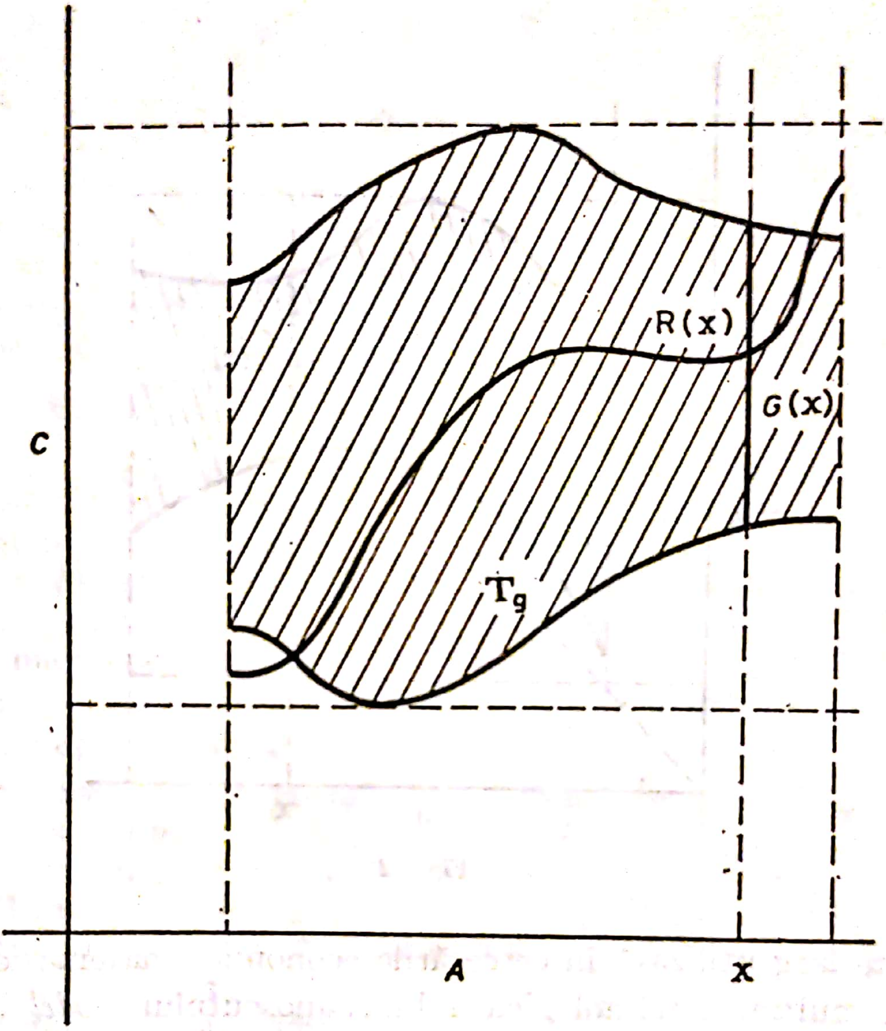


Fig. 1

În cazul în care $C = A$, un element $\mathbf{x}$ din A, care satisface relația $\mathbf{x} \in G(\mathbf{x})$, se numește *element fix (punct fix*)* al **a.p.m.** $\mathbf{g} : \mathbf{x} \to G(\mathbf{x}) \subseteq A$, $\mathbf{x} \in A$(→fig. 2).

Fie $A \subseteq E_n$, iar $C = E_m$. **A.p.m.** $\mathbf{g} : \mathbf{x} \to G(\mathbf{x}) \subseteq E_m$, $\mathbf{x} \in A \subseteq E_n$ se numește *închisă în punctul* $\mathbf{x}^\circ \in A$, dacă pentru fiecare șir de puncte $\mathbf{x}^1, \mathbf{x}^2, \ldots, \mathbf{x}^k, \ldots$ din A, care converge către $\mathbf{x}^0$, (adică $\mathbf{x}^k = A$, $k = 1, 2, \ldots$, și $|x^k - x^\circ| \to 0$, în cazul $k \to +\infty$) și fiecare șir de puncte $\mathbf{y}^1, \mathbf{y}^2, \ldots, \mathbf{y}^k, \ldots$ cu $\mathbf{y}^k \in G(\mathbf{x}^k) \subseteq E_m$ și convergent către un $\mathbf{y}^0$ (propriu pentru fiecare șir $\mathbf{y}^1, \mathbf{y}^2, \ldots$ propriu) (adică $|\mathbf{y}^k - \mathbf{y}^0)| \to 0$ în cazul $k \to +$

$+\infty$), are loc relația $\mathbf{y}^0 \in G(\mathbf{x}^0)$. **A.p.m.** g se numește *închisă în A*, dacă ea este închisă în fiecare punct $\mathbf{x} \in A$. Definiția prezentată a **a.p.m.** închise, în cazul aplicației de la punct la punct, nu echivalează cu definiția continuității (→ [1]).

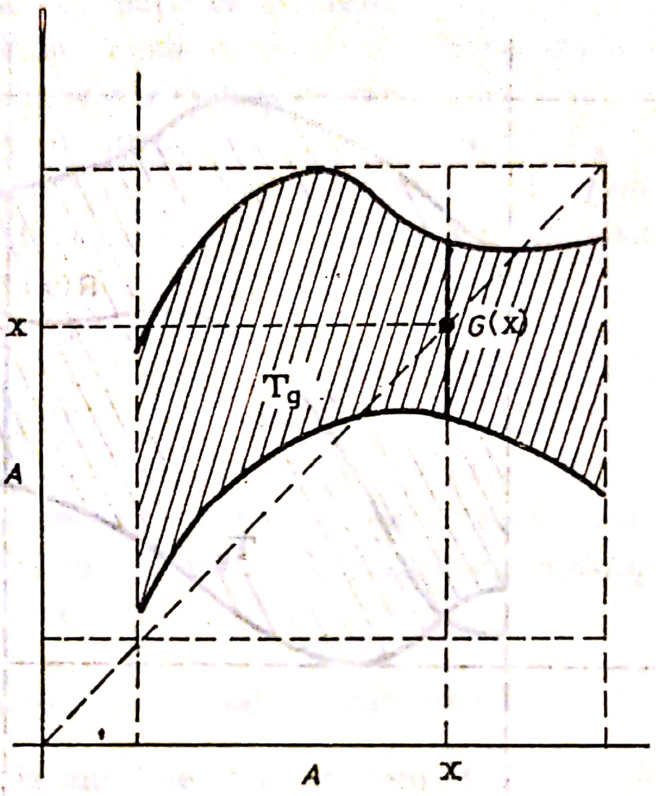


Fig. 2

A.p.m. este larg utilizată în cercetările economico-matematice (→ [1,2]). De pildă, mulțimea tehnologică a binecunoscutului *model al lui John von Neumann* $\{(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \mid \mathbf{x} \geqq \mathbf{z}\mathbf{A},\ 0 \leqq \mathbf{y} \leqq \mathbf{z}\mathbf{B}$ în cazul unui $\mathbf{z} \geqq 0$ oarecare$\}$, în care **A** și **B** sînt $(n \times m)$ matrice nenegative și nenule, reprezintă graficul unei **a.p.m.** în spațiul E_{2m}.

I. N. Ceremnîh

Bibl. 1. H. Nikaido, *Convex Structures and Economic Theory*, Academic Press, 1968; 2. V. L. Makarov și A. M. Rubinov, *Matematiceskaia teoria ekonomiceskoi dinamiki i ravnovesia*, „Nauka", 1973.

Aplicație liniară. Funcția vectorială* $\mathbf{f}(x)$ se numește *liniară* (pe spațiul E_n) dacă egalitatea $f(\alpha_1 \mathbf{x}^1 + \alpha_2\mathbf{x}^2 = \alpha_1\mathbf{f}(\mathbf{x}^1) + \alpha_2\mathbf{f}(\mathbf{x}^2)$ este adevărată pentru orice vectori $\mathbf{x}^1$ și $\mathbf{x}^2$ din E_n și orice numere reale α_1 și α_2.

Funcţia vectorială liniară se mai numeşte şi *aplicaţie liniară* din E_n în E_m. Aplicaţia liniară $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ din E_n în E_m are forma

$$f_1(\mathbf{x}) = a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n, \dots, f_m(\mathbf{x}) = a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n \qquad (1)$$

sau, sub formă matriceală, $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{A}\mathbf{x}$, în care $\mathbf{A}$ este *matrice* $m \times n$*, iar x un vector coloană n-dimensional.

Matricea $\mathbf{A}$, formată din coeficienţii a_{ij}, $i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, n$, se numeşte *matricea aplicaţiei liniare*. Aşadar, **a.l.** din E_n în E_m determină o matrice $(m \times n)$ şi reciproc, orice matrice $(m \times n)$ determină o **a.l.** din E_n în E_m.

Compunerea *(produsul)* $\mathbf{gf}$ al aplicaţiilor liniare $\mathbf{f} : E_n \to E_m$ şi $\mathbf{g} : E_m \to E_r$ este o aplicaţie liniară din E_n în E_r. Matricea sa $\mathbf{C}$ (cu dimensiunile $r \times n$) este egală cu produsul dintre matricea $\mathbf{B}$ (cu dimensiunile $r \times m$) al aplicaţiei $\mathbf{g}$ şi matricea $\mathbf{A}$ (cu dimensiunile $m \times n$) al aplicaţiei $\mathbf{f}$, adică $\mathbf{C} = \mathbf{BA}$.

1. Dacă $m = n$, **a.l.** se numeşte *transformare liniară* a spaţiului E_n, iar matricea pătrată $\mathbf{A}$ de ordinul n este matricea acestei transformări. *Transformarea proporţională* $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = k\mathbf{x}$, $\mathbf{x} \in E_n$, în care k este un număr, are o matrice diagonală *(→ Matrice pătrată)*, în care toate elementele de pe diagonala principală sînt egale cu k. *Transformarea identică* $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{x}$, $\mathbf{x} \in E_n$ are matricea unitate $\mathbf{I}$.

Transformarea liniară care are o matrice ortogonală *(→ Matricea pătrată)* se numeşte *ortogonală*.

Mulţimea tuturor vectorilor din E_n, pe care transformarea liniară îi trece în vectorul nul, se numeşte *nucleu* al transformării liniare. Este evident că nucleul unei transformări liniare este un subspaţiu al spaţiului E_n. Mulţimea valorilor unei transformări liniare este de asemenea un subspaţiu al spaţiului E_n. Este evident că dimensiunea mulţimii valorilor unei transformări liniare este egală cu rangul r al matricei acestei transformări, iar dimensiunea nucleului este egală cu $n - r$.

O transformare liniară este *reversibilă*, dacă şi numai dacă matricea acestei transformări este nedegenerată. O transformare reversibilă se mai numeşte şi nedegenerată. Transformarea $\mathbf{h}$, inversă transformării $\mathbf{f}$, are ca matrice inversa matricei transformării $\mathbf{f}$ *(→ Matrice pătrată)*.

2. Cu ajutorul formulei (1) $\begin{pmatrix} x_1' \\ \cdots \\ x_n' \end{pmatrix} = \mathbf{A} \begin{pmatrix} x_1 \\ \cdots \\ x_n \end{pmatrix}$, dacă $n = m$, obţinem coordonatele $x_1' = f_1(\mathbf{x}), \dots, x_n' = f_n(\mathbf{x})$ a imaginii $\mathbf{x}' = \mathbf{f}(\mathbf{x})$ a transformării liniare $\mathbf{f}$ în raport cu baza standard $\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_n$ *(→Spaţiu n-dimensional)* din coordonatele $x_1, \dots, x_n$ ale preimaginii $\mathbf{x}$ în raport cu aceeaşi bază. Trecînd la o altă bază $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_n$ se schimbă nu numai coordonatele imaginii $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ şi ale preimaginii $\mathbf{x}$, dar se schimbă şi matricea $\mathbf{A}$ a trans-

formării liniare **f**. Dacă $\mathbf{T} = (\tau_{ij})$, $i, j = 1, \ldots, n$, este matricea trecerii de la baza $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ la baza $\mathbf{v}_1, \ldots, \mathbf{v}_n$ (→ *Spațiu n-dimensional*), atunci $\mathbf{A}_v = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}_e\mathbf{T}$, în care $A_e = \mathbf{A}$ este matricea transformării liniare **f** în raport cu baza $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$, iar $\mathbf{A}_v$ este matricea transformării liniare **f** în raport cu baza $\mathbf{v}_1, \ldots, \mathbf{v}_n$ (fie $\hat{x} = \hat{x}_1\mathbf{v}_1 + \ldots + \hat{x}_n\mathbf{v}_n$, iar $\mathbf{x}' = \hat{x}_1\mathbf{v}_1 + \ldots + \hat{x}_n\mathbf{v}_n$, atunci $\begin{pmatrix} \hat{x}'_1 \\ \cdots \\ \hat{x}'_n \end{pmatrix} = \mathbf{A}'_v \begin{pmatrix} \hat{x}_1 \\ \cdots \\ \hat{x}_n \end{pmatrix}$.

Astfel, matricele $\mathbf{A}_e$ și $\mathbf{A}_v$ ale transformării liniare **f** în raport cu bazele $e_1, \ldots, e_n$ și $v_1, \ldots, v_n$ sînt asemenea. Reciproc, două matrice asemenea reprezintă una și aceeași transformare liniară în raport cu baze diferite. Dat fiind că toate matricele asemenea au același rang, aceeași urmă și același determinant (→ *Matricea pătrată*), este natural ca acestea să fie notate cu $\rho(\mathbf{f})$, tr $(\mathbf{f})$ și det $(\mathbf{f})$ și numite *rang*, *urmă* și *determinant* ale *transformării* liniare respective **f**.

De exemplu, în legătură cu cele arătate mai sus, teorema privind asemănarea dintre matricea simetrică **A** și matricea diagonală Λ (→ *Matrice pătrată*) admite următoarea interpretare geometrică: pentru transformarea liniară $\mathbf{x}' = \mathbf{f}(\mathbf{x})$ avînd matricea simetrică **A** există o bază ortogonală $t^1, \ldots t^n$ ($t^1, \ldots, t^n$ fiind coloanele matricei ortogonale **T** (→ *Matrice pătrată*)) formată din vectorii proprii ai matricei **A** în raport cu care transformarea **f** are matricea diagonală Λ. Mai remarcăm că matricea $\mathbf{A}_v$ a transformării liniare **f** cu matricea nenegativă $\mathbf{A} = \mathbf{A}_e$ nu mai trebuie să fie în mod obligatoriu nenegativă, astfel încît nenegativitatea elementelor matricei **A** nu este o proprietate internă a acestei transformări **f** (ca, de exemplu, $\rho(\mathbf{f})$, tr $(\mathbf{f})$ și det $(\mathbf{f})$). Transformarea liniar nenegativă se poate defini intrinsec ca o transformare care lasă invariant un con convex poliedric. Atunci, în E_n există o bază în raport cu care această transformare are o matrice cu elemente nenegative.

I. N. Ceremnih

Bibl. 1. A. I. Malțev, *Osnovî lineinoi alghebrî*, „Nauka", 1970; 2. V. A. Ilin, E. G. Pozneak, *Lineinaia alghebra*, „Nauka", 1974.

Aproximare stochastică. Proces aleator, *definit printr-o ecuație stochastică cu diferență finită* sau *diferențială*, care converge în sens probabilist spre *soluția unei ecuații de regresie* sau spre *punctul de extremum al funcției de regresie*. În această definiție, prin ecuație stochastică cu diferență finită (diferențială) se înțelege o *ecuație cu diferență (diferențială)*, care conține funcții ce iau valori aleatoare. Prin *convergență în sens probabilist* se înțelege aici fie convergența în sensul abaterii medii pătratice, fie convergența în probabilitate, fie convergența aproape peste tot (convergenţa cu probabilitatea 1). *Funcţia de regresie* este speranţa matematică a unei mărimi aleatoare, care depinde de un parametru (eventual, vectorial).

Prin *soluţie a ecuaţiei de regresie* se înţelege acea valoare a parametrului amintit pentru care funcţia de regresie este egală cu o mărime dată. *Punct de extremum al funcţiei de regresie* este acea valoare a parametrului la care regresia atinge maximul sau minimul. Pentru aplicaţii practice cel mai mare interes îl prezintă construirea unor asemenea procese de a.s. care pot oferi o metodă de iteraţie pentru căutarea soluţiei ecuaţiei de regresie (aflarea punctului de extremum al funcţiei de regresie) în cazul în care repartiţia probabilităţilor mărimii aleatoare studiate este necunoscută, însă există, de pildă, un set de realizări ale mărimii aleatoare.

Să examinăm un model al producţiei, caracterizat printr-o mărime a producţiei Y, care depinde de tehnologia x şi de parametrul aleator ω (Y, x pot fi atît nişte mărimi scalare, cît şi nişte mărimi vectoriale). Să admitem că un asemenea parametru aleator este puritatea produsului iniţial. Pentru a asigura mărimea dată sau extremală a producţiei Y, este necesar să se aleagă tehnologia x în conformitate cu valorile parametrului ω, adică în concordanţă cu puritatea materiei prime iniţiale, în cazul nostru aleatoare. Dar o modificare radicală a tehnologiei, de fiecare dată cînd se primeşte o nouă partidă de materie primă (cu un nou ω aleator), într-o întreprindere care funcţionează în regim „staţionar", de obicei este imposibilă. Această dificultate poate fi evitată dacă se adoptă drept caracteristică a producţiei speranţa matematică a volumului producţiei (funcţia de regresie) MY (x, ω). Acum, problema alegerii tehnologiei va consta doar în selecţionarea unui asemenea x, care va asigura speranţa matematică dată sau extremală MY. Din expunerea ulterioară va rezulta clar (formulele (2), (4)) că o asemenea alegere poate fi realizată în perioada exploatării experimentale (a rodării) a producţiei prin modificarea iterativă a parametrului x. În acest scop, pentru fiecare partidă de materie primă se măsoară volumul producţiei cu valoarea lui x fixată în iteraţia precedentă, după care această valoare x se corectează cu ajutorul formulei (2) sau (4). Precizarea tehnologiei în modelul descris este posibilă şi în procesul exploatării normale, deoarece în cazul unei perioade îndeajuns de îndelungate de exploatare experimentală corecţiile tehnologiei x de la o iteraţie la alta devin neînsemnate.

A.s. permite, aşadar, să se precizeze caracteristicile medii sau punctele de extremum ale modelului în procesul de acumulare a cunoştinţelor noastre cu privire la acţiunea factorilor aleatori. Problemele de a.s. au început să fie studiate sub aspect matematic de către matematicienii americani Robbins şi Monroe, care au preconizat procesul de a.s. la rezolvarea ecuaţiilor de regresie (1951), şi de Kiefer şi Wolfowitz care au preconizat procesul de a.s. pentru aflarea extremumului funcţiei de regresie (1952). Ulterior, rezultatele obţinute de ei au fost generalizate şi precizate. Acest curent a devenit tradiţiona pentru statistica matematică. În ultima vreme, sub influența teoriei deciziilor statistice optime și a teoriei conducerii automate, se dezvoltă intens o orientare întrucîtva diferită a studierii proceselor de a.s.

Curentul tradițional de studiu al proceselor de a.s. Să admitem că $Y(x)$ este o mărime aleatoare care depinde de parametrul scalar x, $-\infty < x < \infty$ (de pildă, mărimea producției în exemplul examinat). Se cere să se determine valoarea x, pentru care

$$\mathbf{M}Y(\widetilde{x}) = d. \tag{1}$$

Aici, **M** înseamnă speranța matematică, iar d — numărul dat. Dacă densitatea de repartiție a probabilităților $Y(x)$ este cunoscută, atunci o asemenea problemă devine o problemă obișnuită de analiză numerică. De regulă, densitatea repartiției este însă necunoscută, fiind accesibile numai observațiile $y(x)$ ale realizărilor mărimii aleatoare $Y(x)$, în cazul unui x fixat. Aceste observații pot fi utilizate pentru estimarea succesivă (aproximarea) lui x, cu ajutorul următorului procedeu de a.s. propus de Robbins și Monroe:

$$x_{n+1} = x_n - a_n(\zeta_n - d). \tag{2}$$

Aici $x_1, \ldots, x_n, \ldots$ este șirul de estimări ale rădăcinii necunoscute x a ecuației (2), $a_n \geqslant 0, \sum\limits_{n-1}^{\infty} a_n = \infty$, $\sum\limits_{n-1}^{\infty} a_n^2 < \infty$, iar ζ_n — mărimea aleatoare este de așa natură încît

$$\mathbf{M}(\zeta_n/x_1, \ldots, x_n) = \mathbf{M}Y(x_n). \tag{3}$$

Prin simbolul **M** $(\zeta_n/x_1, \ldots, x_n)$, ca de obicei, se notează speranța matematică condiționată ζ_n în cazul unor estimări fixate $x_1, \ldots, x_n$ în primele n iterații. De obicei, ca ζ_n se alege realizarea y_n (x_n) a mărimii aleatoare $Y(x_n)$ în iterația n a algoritmului (2). Egalitatea (3) va fi respectată, de pildă, dacă $y_i(x_i)$, $i = 1, \ldots, n, \ldots$ este un șir de observații independente. În anumite condiții referitoare la speranța matematică $\mathbf{M}Y(x)$ și dispersia $\mathbf{D}Y(x)$ (sînt suficiente, de pildă, condițiile $0 \leqslant \frac{d}{dx}\mathbf{M}Y(x) \leqslant \mathbf{A}$, $\mathbf{D}Y(x) \leqslant \mathbf{D} < \infty$) șirul (2) converge aproape peste tot și în medie pătratică către rădăcina ecuației (1).

Procedeul de **a.s.** pentru aflarea unei asemenea valori $x \Supset$, în care $MY(x)$ atinge valoarea extremă (maximă sau minimă), a fost propus de Kiefer şi Wolfowitz şi are forma:

$$x_{n+1} = x_n + a_n \frac{y_n^{(1)}(x_n + c_n) - y_n(x_n - c_n)}{c_n} \tag{4}$$

$$a_n,\ c_n > 0,\ c_n \rightarrow 0,\ n \rightarrow \infty.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \infty,\ \sum_{n=1}^{\infty} a_n c_n < \infty,\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n^2}{c_n^2} < \infty.$$

Aici $x_1, \ldots, x_n, \ldots$ sînt aproximările succesive ale valorii extreme a parametrului $x \Supset$; $y_1(.)$, $y_1^{(1)}(.), \ldots, y_n^{(1)}, y_n$ — realizările independente ale lui $Y(x)$, în condiţiile unor valori corespunzătoare ale parametrului x. În anumite condiţii referitoare la $Y(x)$ are loc convergenţa şirului (4) spre valoarea extremă a parametrului $x \Supset$ în medie pătratică şi aproape peste tot. Există generalizări multidimensionale (x şi $\mathbf{Y}(x)$ vectori) ale procedeelor (2) şi (4). Cu privire la procesele (2) şi (4) s-a studiat problema alegerii optime (într-un anumit sens) a parametrilor a_n şi c_n. *Noua orientare în studiul proceselor de* **a.s.** Din punctul de vedere al multor aspecte aplicative ale metodei de **a.s.** (îndeosebi în teoria estimaţiei, teoria conducerii automate şi în domeniile conexe), prezintă interes elaborarea unor procese de **a.s.** pentru aflarea punctului de extremum al funcţiei de regresie sau pentru rezolvarea ecuaţiei (1) în ipoteza că se cunoaşte forma funcţiei $y(x)$ pentru orice realizare y a mărimii aleatoare $Y(x)$. Cu alte cuvinte, se presupune că în condiţiile oricărei observaţii n a mărimii aleatoare $Y(x)$ se realizează funcţia $y_n(x)$, a cărei valoare poate fi calculată pentru orice x. (Mai sus am presupus că în cazul observaţiei n se determină o singură valoare y_n.) Această presupunere permite să se obţină unele modificări şi generalizări ale proceselor de **a.s.** examinate mai sus [2], [3].

A. B. Bakuşinski, D. D. Mamaev

Bibl. 1. M. Wasan, *Stochastic Approximation*, Cambridge University Press, 1969; 2. I. Z. Ţipkin, *Adaptaţia i obucenie v avtomaticeskih sistemah*, „Nauka", 1968; 3. R. L. Stratonovici, *Kanoniceskaia sistema rekurrentnîh uravnenii dlea optimalnîh algoritmov adaptaţii*, „Avtomatika i telemehanika" nr. 3, 1970; 4. M. B. Nevelson, R. Z. Hasminski, *Stohasticeskaia approximaţia i rekurrentnoe oţenivanie*, „Nauka", 1972.

Aproximarea funcţiilor. Problema fundamentală a teoriei aproximării funcţiilor poate fi formulată în felul următor: avem două funcţii $f(\mathbf{x})$ şi $F(\mathbf{x}, A_1, A_2, \ldots)$ definite pe o mulţime M din spaţiul n-dimensional E_n, funcţia F depinzînd şi de anumiţi parametri $A_1, A_2, \ldots$; se cere ca parametrii să fie determinați astfel ca *abaterea* pe M a funcției $F(\mathbf{x}, A_1, A_2, \ldots)$ de la funcția $F(\mathbf{x})$ să fie minimă. Trebuie precizat ce se înțelege prin *abaterea* lui F de f sau, cum se mai spune, prin *distanța* dintre F și f. Dacă, de exemplu, se consideră funcții mărginite, se poate lua drept distanță între două funcții marginea superioară în M a modulului diferenței lor. De obicei, în cazul în care M este segmentul $[a, b]$ din E_1, se ia drept distanță între două funcții integrabile $\sqrt{\int_a^b (f-F)^2 dx}$. De obicei, drept funcție $F(\mathbf{x}, A_1, A_2, \ldots)$ se consideră polinoame de una sau mai multe variabile, polinoame trigonometrice, serii de puteri, serii Fourier. Dacă funcția $f(x)$ este continuă pe segmentul $[a, b]$ (a și b fiind numere), atunci oricărui $\varepsilon > 0$ i se poate pune în corespondență un polinom $P_n(x)$ de grad $n = n(\varepsilon)$, astfel ca pe întregul segment să fie valabilă inegalitatea $|f(x) - P_n(x)| < \varepsilon$. Dacă $f(x)$ este o funcție continuă avînd perioadă 2π, adică $f(x) = f(x + 2\pi)$, atunci, oricare ar fi $\varepsilon > 0$, există suma trigonometrică

$$T_n(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^{n} (a_i \cos ix + b_i \sin ix)$$

$/\tilde{n} = n(\varepsilon)|$, care pentru toți $x \in E_1$ satisface inegalitatea $|f(x) = T_n(x)| < \varepsilon$ *(teoremele lui Weierstrass)*.
Dacă $f(x)$ este o funcție continuă avînd perioada 2π, iar numerele a_i, b_i se determină după formulele

$$a_i = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos ix \, dx, \quad b_i = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin ix \, dx$$

$(i = 1, 2, \ldots, n, \ldots)$, aceste numere se numesc *coeficienții Fourier* ai funcției, iar seria trigonometrică $\frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^{\infty} (a_i \cos ix + b_i \sin ix)$, în care a_i, b_i sînt coeficienții Fourier, *serie Fourier* a funcției. În anumite condiții, funcția se dezvoltă într-o serie Fourier, adică este suma propriei sale serii Fourier.

E. M. Levici

Bibl. 1. N. I. Ahiezer, *Lekții po teorii approksimații*, „Nauka", 1965; 2. B. M. Budak, S. V. Fomin, *Kratnie integralî i readî*, „Nauka", 1971.

Aproximație. Exprimare aproximativă a obiectelor (matematice) prin obiecte mai simple. De pildă, o problemă de programare convexă poate fi redusă la o problemă liniară pe porțiuni datorită aproximării funcției obiectiv şi a restricţiilor prin funcţii liniare pe porţiuni. Într-o serie de cazuri, problemele liniare pe porţiuni pot simplifica considerabil analiza problemelor de programare convexă.

Utilizarea **a.** reclamă existenţa unui procedeu de măsurare a mărimii abaterii expresiei aproximative de la valoarea efectivă a obiectului aproximat.

Armonizarea intereselor. Condiţie necesară a stabilităţii funcţionării unui sistem cu multiple şi conştiente manifestări de autoorganizare *(→ Sistem cu autoorganizare)*. În acest caz, în dezvoltarea lor, elementele sistemului îşi urmăresc interesele lor proprii, imanente, care nu se deduc din interesele emergente, proprii sistemului în ansamblu *(→ Emergenţă)*; la rîndul lor, interesele emergente ale sistemului nu absorb în întregime interesele imanente ale elementelor sale *(→ Planificare social-economică, Structura sistemului social-economic)*. **A.i.** presupune elaborarea şi realizarea unui asemenea ansamblu de acţiuni de conducere (atît directe, cît şi indirecte *(→ Conducere)*) încît starea (traiectoria dezvoltării) fiecărui element al sistemului, care este preferabilă de pe poziţiile intereselor sale imanente, să fie preferabilă şi pentru celelalte elemente, precum şi din punctul de vedere al intereselor emergente ale sistemului şi, reciproc, stările elementelor, preferabile din punctul de vedere al intereselor emergente, să corespundă şi intereselor imanente ale acestor elemente. Totodată, este posibilă şi o dirijare a formării intereselor locale, realizată în mod efectiv numai în decursul unor perioade îndeajuns de îndelungate, deoarece acţiunile de acest gen trebuie să fie mijlocite de conştiinţa oamenilor.

Fireşte că în cazul existenţei în cadrul sistemului a unor interese antagoniste, punerea lor de acord nu este posibilă. De aceea, din punct de vedere ştiinţific, sînt inconsistente concepţiile despre „armonia intereselor" atunci cînd este vorba de sistemele social-economice, cărora le este propriu antagonismul de clasă. În acelaşi timp, proprietatea socială asupra mijloacelor de producţie creează premisele pentru o totală punere de acord a intereselor imanente ale tuturor celulelor structurii instituţionale a economiei cu cele ale structurii sociale a societăţii socialiste, precum şi cu interesele emergente ale sistemului social economic în ansamblu. Alcătuirea unui plan, ai cărui indicatori asigură **a.i.**, constituie sarcina *planificării de compoziţie**.

Aparatul formal, care furnizează definiţii riguroase ale noţiunii de **a.i.**, stabileşte condiţiile necesare şi suficiente ale existenţei sale şi indică metodele de calcul al parametrilor săi; el se dezvoltă în cadrul teoriei jocurilor, fiind în momentul de faţă încă departe de a fi întru totul pus la punct.

Uneori, se numește **a.i.** și problema reducerii criteriului de optim al sistemului la obiecte locale *(→ Planificare de decompoziție)*.

V. I. Danilov-Danilian, M. G. Zavelski

Autocod. *Limbaj de programare** simplu, sistem de comenzi al unei mașini de calcul convenționale oarecare, capabile să execute ca acțiuni elementare operații mai complexe decît calculatorul electronic concret utilizat. **A.** cele mai răspîndite sînt de tipul 1:1, în care elementul fundamental al limbajului (operatorul, rîndul) la traducerea în limbajul calculatorului se transformă într-o comandă.

Cu ajutorul **a.** de tipul 1:1 se poate alcătui orice program, care este posibil în sistemul de comenzi al calculatorului respectiv. Programarea la **a.** de tipul 1:1 este echivalentă cu programarea în limbajul mașinii de calcul, însă este mai convenabilă pentru om și accelerează considerabil executarea lucrării (de aproximativ trei ori). **A.** diferite de tipul 1:1 se orientează nu spre sistemul de comenzi al calculatorului, ci spre clasa de probleme care urmează a fi rezolvate sau spre un anumit domeniu de aplicație al calculatorului. Sistemul de obiecte și setul de comenzi admisibile în asemenea **a.** se alege ținîndu-se seama de particularitățile domeniului respectiv. Asemenea **a.** permit să se faciliteze considerabil executarea programelor pentru rezolvarea unor anumite clase de probleme însă nu oferă posibilitatea să se obțină un program de o calitate tot atît de bună, care în principiu poate fi atinsă în cazul programării în limbajul mașinii de calcul sau a **a.** de tipul 1:1. În **a.** diferite de tipul 1:1 un element fundamental al limbajului în cazul traducerii în cod mașină se transformă, de regulă, într-un ansamblu de mai multe comenzi. Nu este cu putință să se traseze în mod categoric un hotar între **a.** și celelalte limbaje de programare (mai complexe). Ca exemple de **a.** de tipul 1:1 poate servi limbajul IASK pentru calculatorul electronic „Minsk-32" sau limbajul de asamblare pentru calculatorul electronic IBM-360 iar ca un exemplu de **a.** mai complex, limbajul AKI („Injener") pentru calculatoarele electrice „Minsk-22" și „Minsk-2".

Algoritmul formulat în **a.** se prelucrează în programul mașinii de calcul cu ajutorul unui program special, numit *translator**, care la comanda programatorului poate efectua o repartiție simplă a memoriei mașinii de calcul, asamblarea automată a programelor din diferite părți cu utilizarea bibliotecii de subprograme, precum și alte operații suplimentare care facilitează programarea. Translatoarele cu **a.** sînt o parte inseparabilă a sistemului de software al calculatoarelor electronice moderne. Într-o serie de cazuri **a.** servește ca un limbaj intermediar în cazul traducerii din alte limbaje de programare în cod mașină.

V. I. Sobelman

Bibl. 1. N. T. Kușnerev, M. E. Nemenman, V. I. Țaghelski, *Programmirovanie dlea EVM „Minsk-32"*, „Statistika", 1972; 2. M. E. Nemenman, V. I. Țaghelski, M. P. Cerkasova, *Programmirovanie na AKI*, „Vîssaia școla", 1972; 3. K. Germain, *Programming the IBM/360*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1962. → de asemenea bibl. la *Limbaje de programare.*

Autocorelație. Relația dintre valorile unei funcții aleatoare, ce caracterizează structura internă a unui proces aleator corespunzător.

Fie $X(t')$ și $X(t'')$ valorile aleatoare ale funcției $X(t)$ în punctele t' și t'', care reprezintă momentele date de observație. Prin definiție, se numește funcție de *autocorelație* sau *de corelație momentul interdependent* între $X(t')$ și $X(t'')$, adică

$$K_x(t', t'') = M\{[X(t') - MX(t')][X(t'') - MX(t'')]\}.$$

Geometric, $K_x(t', t'')$ reprezintă o suprafață în spațiul (t', t'', K_x). Din definiție rezultă că funcția de corelație este *simetrică*, adică $K_x(t', t'') = K_x(t'', t')$. În cazul în care $t' = t'' = t$, valoarea funcției de corelație coincide cu dispersia $K_x(t' = t'' = t) = D_x(t)$. În virtutea acestui fapt, descrierea completă a unui proces aleator impune cunoașterea celor două caracteristici ale sale — speranța matematică și funcția de corelație. Expresia

$$r_x(t', t'' = \frac{K_x(t', t'')}{\sigma_x(t')\,\sigma_x(t'')}$$

se numește *funcție de corelație normată.*

Noțiunea de funcție de corelație își găsește o largă aplicare în problemele de analiză a variației celor mai importante caracteristici sintetice ale sistemelor economice (venitul național, productivitatea muncii etc.). În speță, pentru compararea a două procese aleatoare $X(t) = \{x_t\}$, $Y(t) = \{y_t\}$, care pot fi concepute ca niște serii dinamice $y_t = f(t) + \varepsilon_t$, $x_t = \varphi(t) + z_t$, se folosește noțiunea de funcție de corelație reciprocă $K_{xy}(\tau)$, unde τ se numește deplasare.

În expresiile de mai sus ale seriilor dinamice y_t, x_t, funcțiile $f(t)$, $\varphi(t)$ sînt funcții nealeatoare care descriu trendul proceselor comparate, iar ε_t, z_t sînt componentele lor aleatoare. Corelația reciprocă între ε_t și z_t se calculează după formula:

$$r_{\varepsilon_t z_t \tau} = \frac{\sum\limits_{t=1}^{n-\tau} \varepsilon_t Z_{t+\tau}}{\sqrt{\sum\limits_{t=1}^{n-\tau} \varepsilon_t^2 \sum\limits_{t=1}^{n-\tau} Z_{t+\tau}^2}}$$

În problemele economice, deplasarea τ, căreia îi corespunde valoarea maximă a lui $r_{\varepsilon_t z_t}$, se numește întîrziere sau decalaj de timp.

Funcția de autocorelație $K_y(\tau)$ caracterizează dependența interioară dintre seria dinamică y_t și ea însăși, dar deplasată cu τ. Valoarea ei se determină cu ajutorul următoarei formule:

$$K_y(\tau) = \frac{n - \tau \sum_{t=1}^{n-\tau} y_t y_{t+\tau} - \sum_{t=1}^{n-\tau} y_t \sum_{t=1}^{n-\tau} y_{t+\tau}}{\sqrt{\left[(n-\tau) \sum_{t=1}^{n-t} y_t^2 \left(\sum_{t=1}^{n-\tau} y_t\right)^2\right]\left[(n-\tau) \sum_{t=1}^{n-\tau} y_{t+\tau}^2 - \left(\sum_{t=1}^{n-\tau} y_{t+\tau}\right)^2\right]}}.$$

Funcția de autocorelație $K(t)$ a unui proces continuu $\xi(t)$ este definită de expresia:

$$K(t) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T}^{+T} \xi(t)\xi(t+\tau)\mathrm{d}t,$$

unde $\xi(t+\tau)$ este funcția $\xi(t)$, cu argumentul deplasat cu τ.

A. I. Zenkin

Bibl. 1. N. V. Smirnov, I. V. Dunin-Barkovski, *Kurs teorii veroiatnostei i matematiceskaia statistika*, Fizmatghiz, 1961; 2. A. A. Frenkel, *Matematiceskie metodî analiza dinamiki i prognozirovania proizvoditelnosti truda*, „Ekonomika", 1972.

Automat. În cibernetică, se numește **a.** (a. discret) un dispozitiv pentru prelucrarea informației discrete, reprezentate cu ajutorul unor simboluri aparținînd unui alfabet finit. De obicei, în teoria **a.** și în analiza lor practică se întrebuințează alfabetul binar alcătuit din simbolurile „0" și „1". Purtătorii fizici ai simbolurilor sînt semnale în cuante: mecanice, electrice, optice etc. Semnalele a două niveluri distincte se pun în corespondență cu simbolurile „0" și „1".

Un **a.** (fig. 1) are un număr finit m de intrări care recepționează semnalele purtătoare ale informației inițiale și un număr finit n de ieșiri pentru eliberarea informației prelucrate. **A.** funcționează într-o scară temporală discretă $t = 0, 1, \ldots$ În fiecare t dat, la intrarea lui sosește o mulțime de semnale (simboluri) — cuvîntul de intrare $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_m)$ —, iar la ieșire apare cuvîntul de ieșire $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$. Printr-o organizare corespunzătoare a **a.** se asigură o anumită dependență între cuvintele de intrare și cele de ieșire (între acțiunea externă și realizare), dată de algoritmul prescris de prelucrare a informației.

Într-un **a.** determinist succesiunea cuvintelor de ieșire este determinată într-un mod univoc de succesiunea cuvintelor de intrare. Se deosebesc două tipuri posibile de **a.** (aici nu se examinează mașina lui Turing).

1. **A.** *fără memorie.* Cuvîntul emis într-un anumit timp (t) este determinat numai de cuvîntul care a intrat în același timp:

$$y_i(t) = f_j[\mathbf{x}(t)]; \quad (j = 1, 2, \dots, n). \tag{1}$$

x_1
x_2
x_m
y_1
y_2
y_n

Fig. 1

Această corespondență este determinată de invarianța stării interne a **a.** fără memorie și de independența acestei stări de acțiunile externe. Ecuația (1) descrie dependența dintre acțiunea externă și reacția operator realizată de **a.** fără memorie.

2. **A.** *cu memorie finită sau* **a.** *finit.* Cuvîntul de ieșire $\mathbf{y}$ (t) depinde nu numai de cuvîntul dat în timpul (t), ci și de cuvintele care au intrat anterior. Acțiunile anterioare (sau fragmente ale acestora) se fixează în automat prin modificarea stării interne a acestuia. Dat fiind că orice dispozitiv fizic realizabil constă dintr-un număr finit de elemente, el se poate afișa într-un număr finit de stări funcțional distincte; acest număr se tratează drept volum al memoriei interne.

Reacția **a.** finit este univoc determinată de cuvîntul de intrare $\mathbf{x}(t)$ și de starea lui în același timp (t), descrisă de mulțimea de simboluri binare $q(t) = [q_1(t), q_2(t), \dots, q_k(t)]$. Starea $q(t+1)$ în care trece **a.** este univoc determinată de aceiași factori.

Prin urmare, operatorul realizat de **a.** finit este descris de ecuațiile:

$$y_j(t) = \varphi_j[\mathbf{x}(t), \mathbf{q}(t)];$$

$$q_s(t+1) = \Theta_s[\mathbf{x}(t), \mathbf{q}(t)]$$

$$(j = 1, 2, \dots, n; \; s = 1, 2, \dots, k). \tag{2}$$

Expresiile concrete ale funcțiilor din ecuațiile (1) și (2) pe alfabete binare sînt date cu ajutorul unor funcții din algebra logicii; de obicei, pentru aceasta se recurge la reprezentarea în tabele. De exemplu, în tab. 1 se prezintă o funcţie pe care o realizează un **a.** fără memorie, iar în tab. 2, o funcţie realizată de un **a.** finit cu memorie internă avînd un volum cu un simbol binar (un **a.** cu două stări interne).

Tab. 1

x_1	x_2	y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Tab. 2

$x(t)$	$q(t)$	$y(t)$	$q(t+1)$
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

Funcţia dată de tab. 1 este descrisă de ecuaţia

$$y = \bar{x}_1 \wedge x_2 \vee x_1 \wedge \bar{x}_2, \tag{3}$$

iar ecuaţiile (2) care modelează tab. 2 au următoarea formă:

$$\begin{aligned} y(t) &= x(t) \wedge q(t); \\ q(t+1) &= \bar{x}(t) \wedge q(t) \vee x(t) \wedge \bar{q}(t). \end{aligned} \tag{4}$$

Un dispozitiv fizic care realizează procese de transformare a informaţiei mai complexe este o mulţime de părţi mai simple (elemente) reunite într-o schemă unitară (reţea logică). Pentru definirea formală a conceptelor de element, schemă, reţea logică → [3]. Schemă a unui **a.** fără memorie poate fi orice colecţie de elemente care realizează un sistem complet de funcţii ale algebrei logicii. Pentru a reprezenta un **a.** finit, colecţia mai trebuie să conţină un element de întîrziere a unui simbol binar. În fig. 2 este reprezentată schema unui **a.** fără memorie (a) şi a unui **a.** finit (b), construite în conformitate cu expresiile (3) şi (4).

Metodele de sinteză a schemei (structurii) **a.**, care realizează un sistem de ecuaţii (2) dat, se studiază în teoria structurală a **a.** În ultimii ani se dezvoltă intens teoria comportamentală a **a.** al cărei obiect îl constituie obţinerea sistemului (2) după descrierea comportamentului **a.** într-un limbaj sau altul, sinteza unui **a.** prezentîndu-se ca o interacţiune între beneficiarul **a.** şi executant, acesta din urmă avînd şi sarcina de a alcătui schema (2) sau tabelul respectiv.

Această interacţiune se poate realiza în două moduri:

1. Beneficiarul prezintă executantului condiţiile pe care trebuie să le satisfacă comportamentul **a.** proiectat. Se presupune că acestea se descriu

într-un limbaj formal (de exemplu în *limbajul logicii predicatelor*). Executantul rezolvă două probleme de bază: 1) determină posibilitatea de a se realiza operatorul descris cu ajutorul unui **a.** finit; 2) dacă operatorul este realizabil, executantul sintetizează schema **a.** care asigură comportamentul cerut. Prima problemă are sens, deoarece **a.** finite nu realizează orice condiţie enunţată de beneficiar. 2. Beneficiarul are nevoie de un dispozitiv, dar el nu poate formula comanda sa într-un limbaj accesibil executantului. În acest caz beneficiarul este obligat să răspundă executantului la o întrebare de tipul: „Ce fel de succesiune de ieşire trebuie să dea dispozitivul dacă la intrare se introduc diferite succesiuni $x(t)$?" Acumulînd informaţia obţinută printr-o asemenea anchetă, executantul încearcă să „descifreze" dispozitivul la care s-a gîndit beneficiarul şi să construiască (dacă este cu putinţă) **a.** corespunzător.

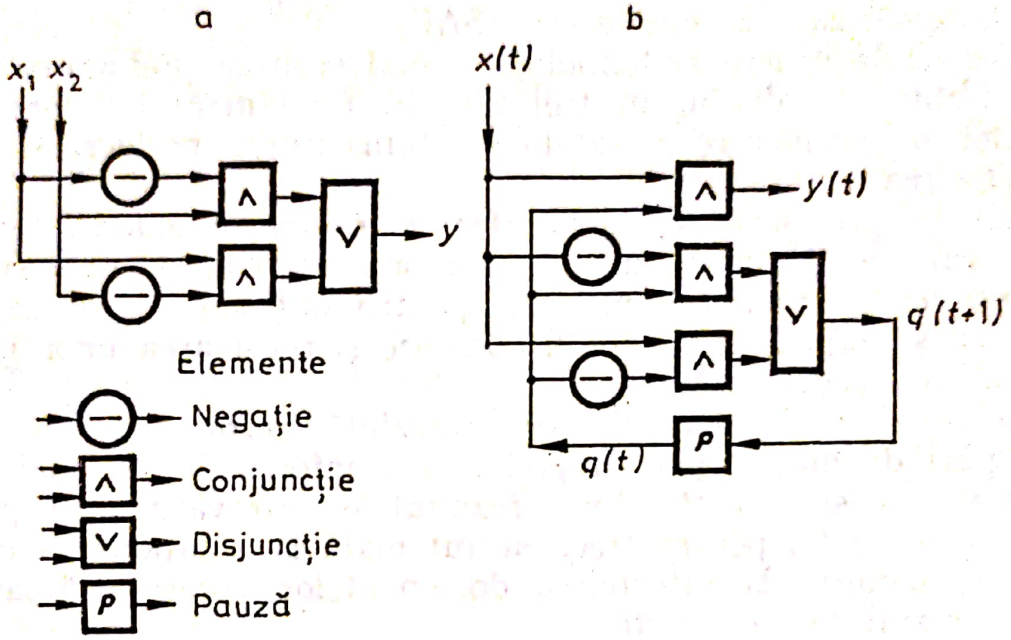


Fig. 2

Teoria **a.** şi metodele acesteia se aplică pe scară largă în automatică şi în tehnica de calcul. Ea se utilizează şi pentru cercetarea unor legi proprii proceselor de prelucrare a informaţiei în sistemele biologice şi în cele economice.

N. E. Kobrinski

Bibl. 1. M. A. Aizerman ş.a., *Loghika, Avtomatî, Algoritmî*, Fizmatghiz, 1963; 2. V. M. Gluşkov, *Sintez ţifrovîh avtomatov*, Fizmatghiz, 1962; 3. N. E. Kobrinski, B. A. Trahtenbrot, *Vvedenie v teoriu konecinîh avtomatov*, Fizmatghiz, 1962; 4. B. A. Trahtenbrot, I. M. Bardzin, *Konecinîe avtomatî* (povedenie i sintez), „Nauka", 1971.

Automatizarea conducerii. Proces de asimilare de către organele de conducere economică a metodelor şi tehnicii de prelucrare automată a informaţiei şi de elaborare pe această bază a unor decizii optime de planificare economică. **A.c.** implică introducerea metodelor economico-matematice şi a tehnicii de calcul electronice, precum şi crearea sistemului automatizat de conducere (SAC).

Din punctul de vedere al tehnologiei conducerii ca prelucrare a informaţiei trebuie să distingem trei noţiuni fundamentale: mecanizarea proceselor de prelucrare a datelor, automatizarea prelucrării datelor, automatizarea conducerii.

Mecanizarea proceselor de prelucrare a datelor înseamnă realizarea, cu ajutorul unor tipuri de maşini, a unor lanţuri de operaţii succesive, care anterior se executau manual, pentru obţinerea unor indicatori, elaborarea şi imprimarea unor documente şi rezolvarea unor probleme de planificare economică.

Automatizarea prelucrării datelor reprezintă rezolvarea, cu ajutorul unor tipuri de maşini pentru prelucrarea informaţiei, a unei serii de probleme succesive, astfel încît rezultatele rezolvării unei probleme constituie semnalul pentru trecerea automată la soluţionarea unei alte probleme, inclusiv la întocmirea documentelor corespunzătoare, care exprimă rezultatele obţinute.

A.c. reprezintă elaborarea cu ajutorul calculelor, pe baza modelelor economico-matematice, a unor decizii operative şi de planificare economică cu defalcarea lor pînă la executanţi, pe baza informaţiilor care intră continuu în sistem.

Automatizarea în general şi **a.c.** în particular nu sînt o simplă continuare a mecanizării, ci reprezintă un salt calitativ, care modifică însuşi conţinutul activităţii umane, în cazul de faţă al activităţii de conducere. Dezvoltarea sistemelor informatice (sisteme informaţionale automatizate) are însă un caracter evolutiv, modificările afectînd succesiv diferitele funcţii ale conducerii. Se pot distinge următoarele niveluri de dezvoltare a sistemului de prelucrare a datelor: 1. mecanizarea diferitelor procese de prelucrare a datelor; 2. mecanizarea complexă a prelucrării datelor, cu alte cuvinte, crearea unor lanţuri succesive de procedee, legate de diferite funcţii de conducere; 3. automatizarea complexă a prelucrării datelor, adică reunirea procedeelor legate de funcţia de conducere prin comenzi şi programe de transfer condiţionat; 4. prelucrarea automatizată integrată a datelor, adică reunirea cu ajutorul unui sistem de operare a tuturor procedeelor de prelucrare a datelor în cadrul unei unităţi economice; 5. **a.c.** în sistemul închis al unităţii respective; 6. **a.c.** în cadrul unităţii în interdependenţă cu sistemele automatizate de conducere a unor unităţi economice interdependente.

Etapa actuală de dezvoltare a producţiei sociale se caracterizează prin creşterea necontenită a importanţei organizării şi conducerii. Sarcinile crescînde în domeniul conducerii duc la creşterea vertiginoasă, în toate domeniile economiei, a efectivului personalului de conducere, în care se includ toţi cei ocupaţi în procesele de prelucrare a informaţiei economice. Necesitatea **a.c.** este generată, de asemenea, de schimbările profunde intervenite în însuşi conţinutul conducerii economice. Creşterea complexităţii, dimensiunilor şi vitezei proceselor de producţie şi economice a dus la rămînerea în urmă a nivelului dezvoltării sferei conducerii în ansamblu faţă de nivelul de dezvoltare a producţiei, la primejdia anihilării eficienţei conducerii. Organele de conducere trebuie să prelucreze un volum de informaţie în continuă creştere, generat de procesul de producţie, repartiţie şi consum, în ritmul dictat de desfăşurarea obiectivă a acestor procese. Creşterea extensivă a aparatului de conducere, adică a efectivului personalului, crearea unor noi verigi intermediare de conducere duc, de regulă, la întîrzierea proceselor de prelucrare a informaţiei. Organizarea interacţiunii şi a coordonării producţiei şi a repartiţiei între zeci de mii de întreprinderi a devenit o problemă de cea mai mare importanţă. Viteza de rotaţie a fondurilor a început să depindă într-o măsură decisivă de operativitatea conducerii. Posibilitatea unei multitudini de variante în producţie şi investiţii a generat necesitatea optimizării variantelor de plan. Centrul de greutate al conducerii s-a deplasat de la controlul nemijlocit al proceselor curente de producţie spre problemele de prognoză şi planificare de perspectivă. Costurile conducerii şi ale informaţiei au devenit factori importanţi ai rentabilităţii.

Atingerea unui stadiu înalt al dezvoltării diviziunii muncii este o necesitate generală în condiţiile automatizării producţiei şi a conducerii. Descompunînd operaţiile manuale de prelucrare a materialelor sau a informaţiei se creează mijloacele de mecanizare a acestora (în conducere — utilizarea maşinilor cu taste, a maşinilor de calculat cu cartele perforate şi altele). Pe baza realizărilor mecanizării, prin **a.c.**, la fel ca a producţiei, se utilizează principiul invers: în locul copierii de către maşină a operaţiilor manuale se porneşte de la posibilităţile maşinilor înseşi şi de la tehnologia obiectivă a procesului. Rezultatul final (soluţia) se obţine pe calea cea mai raţională pornind de la „materia primă" iniţială (informaţia primară) cu ajutorul unei tehnologii optime.

Efectul economic al **a.c.** depinde de condiţiile social-economice ale utilizării ei. În ţările socialiste, scopul **a.c.** îl constituie creşterea eficienţei producţiei sociale. Introducerea masivă a SAC este generată de necesitatea de a pune de acord un element fundamental al suprastructurii — sistemul de conducere — cu nivelul actual al dezvoltării bazei, adică cu forţele de producţie ale societăţii. Dezvoltarea sistemului de conducere economică constituie o parte componentă inseparabilă a programului de construire a societăţii comuniste şi a planurilor de dezvoltare a economiei naţionale.

I. I. Cerneak

Avuţie naţională. Alături de venitul naţional, **a.n.** este indicatorul sintetic fundamental care caracterizează la un moment dat starea economiei unei ţări, puterea ei economică şi nivelul bunăstării ei. Ea reprezintă suma muncii materializate acumulate la momentul respectiv, adică totalitatea obiectelor şi produselor materiale existente, create prin munca omului, indiferent de destinaţia lor (clădiri, construcţii speciale, utilaje de producţie, inventar şi scule, animale, stocuri de materii prime, combustibil, semifabricate şi produse finite, bunuri destinate consumului, moneda metalică aflată în circulaţie etc.), precum şi totalitatea schimbărilor survenite în resursele naturale, dacă aceste schimbări sînt rezultatul muncii omului. Categoria economică cu acest conţinut poate fi denumită **a.n.** *materială reproductibilă*. Fiecare dintre elementele care intră în componenţa **a.n.** trebuie să satisfacă o anumită necesitate fie în mod nemijlocit, fie indirect, ca mijloc de producţie. Pădurile şi terenurile virgine, zăcămintele subterane neexplorate şi alte resurse naturale în starea lor primordială nu intră în calculul **a.n.** în timp ce munca omenească învestită în ele (lucrări de proiectare şi de explorare, crearea şi ameliorarea păşunilor, lucrări de ameliorare a terenurilor de toate felurile, lucrări de consolidare a malurilor, de refacere a pădurilor etc.) se includ în **a.n.**

A.n. poate fi tratată şi într-un sens mai larg, ca ansamblu al tuturor bunurilor *economice*, adică a tuturor obiectelor care capătă o evaluare bănească. În acest sens, în **a.n.** vor intra, în afară de avuţia materială reproductibilă, şi terenurile, pădurile, zăcămintele, resursele de apă ş.a. Ca totalitate a obiectelor materiale pentru care s-a cheltuit muncă omenească, **a.n.** poate fi înţeleasă şi evaluată în două feluri: fie ca valoare a obiectelor materiale, aflate între graniţele ţării respective, fie ca bunuri ale locuitorilor ţării, ale instituţiilor publice, ale statului, independent de locul unde sînt amplasate teritorial aceste bunuri, între graniţele ţării respective sau în afara lor. În primul caz ne interesează amplasarea bunurilor înseşi, în al doilea caz locul unde se află proprietarul lor, apartenenţa sa juridică. Obţinem în acest mod două noţiuni şi două mărimi: **a.n.** după apartenenţa teritorială şi **a.n.** după apartenenţa juridică.

Estimarea valorii a.n. În conformitate cu concepţia potrivit căreia această categorie reprezintă totalitatea muncii materializate acumulate a unei ţări, diferitele obiecte şi elemente trebuie să fie evaluate, în primul rînd, nu după valoarea de producţie sau de construcţie, ci după valoarea de reproducţie la data evaluării; în al doilea rînd, după valoarea în acea verigă a economiei naţionale unde ele sînt localizate la acea dată (de pildă, utilajul aflat la producătorul său trebuie evaluat la preţurile medii de vînzare de întreprindere, iar acelaşi utilaj aflat la consumator — la preţurile de cumpărare, care includ cheltuielile de transport şi de circulaţie); în al treilea rînd, pentru obţinerea unei valori reale a a.n. este necesar ca la estimarea valorii diferitelor obiecte să se ţină seama de uzura lor fizică şi morală.

Metodele de calcul al a.n. *şi sursele de date.* Pentru determinarea mărimii a.n. este necesar să se inventarieze şi să se evalueze toate elementele sale. Ca surse pot fi utilizate: 1. Statistica fiscală (impozitul pe succesiuni şi donaţii; impozitul pe bunuri; impozitul pe venituri). 2. Statistica asigurării bunurilor. 3. Recensămintele speciale şi anchetele statistice ale veniturilor şi bunurilor. 4. Statistica curentă a diferitelor ramuri pe o perioadă îndelungată. 5. Combinarea mai multor surse şi metode.

Ca sursă principală se ia, de obicei, sursa cea mai completă şi de cea mai bună calitate, care cuprinde cea mai mare parte a a.n. şi care, apoi, este completată cu alte surse. Astfel, în Franţa, s-au utilizat, vreme îndelungată, ca sursă principală, datele impunerilor pe succesiuni şi donaţii; în Anglia, unde a existat de multă vreme o statistică bine organizată a impozitelor pe venituri, avuţia naţională s-a calculat pe baza acestui impozit, prin metoda capitalizării venitului; în Germania, asigurarea bunurilor împotriva incendiilor fiind foarte extinsă, a.n. s-a calculat pe baza statisticii asigurărilor. Începînd cu anii '50, în numeroase ţări s-a trecut la utilizarea datelor statisticii curente pe o perioadă îndelungată. Acest procedeu era legat de o metodă utilizată pentru prima dată de către cercetătorul sovietic A. L. Weinstein în anii '30 şi propusă cu 15 ani mai tîrziu de către statisticianul american R. Goldsmith, sub denumirea de *metodă a inventarierii permanente.* Esenţa acestei metode constă în următoarele: se stabileşte, în primul rînd, durata de serviciu (k_i) a fiecărui obiect i. În anul t, toate obiectele din grupa i, care au intrat în a.n. în perioada pînă la anul ($t-k_i$), vor deveni neutilizabile şi nu trebuie să intre în calculul a.n. Însumînd valoarea obiectelor i produse în anul $t-1$, $t-2$ etc. pînă în anul $t-k_i$ inclusiv, adică în decurs de k_i ani care au precedat anul t şi ţinînd seama de uzura lor treptată, care poate fi considerată ca uniform crescătoare, obţinem valoarea elementului i pe economia naţională.

Evaluări ale a.n. Primul calcul al a.n. a fost publicat de către William Petty pentru Anglia încă în anul 1664. În secolul al XVIII-lea s-au efectuat şase evaluări ale a.n. a Angliei şi o evaluare a celei a Franţei (Lavoisier, 1789). În secolul al XIX-lea s-au efectuat asemenea calcule încă în 12 ţări, din care, în unele, de mai multe ori. Aceste calcule efectuate de diverşi autori, nu în mod regulat, ci sporadic, nu excelau prin exactitate şi se făceau cu mare aproximaţie şi pe baza unor programe diferite. Mai mult sau mai puţin complet, unii autori includeau în a.n. și populația. De aceea, evaluările efectuate pentru unul și același an de către diverşi cercetători se deosebeau foarte mult între ele.

Către sfîrșitul primei jumătăți a secolului nostru, numărul țărilor care calculaseră pînă atunci a.n. ajunsese la 27. După cel de-al doilea război mondial, numărul evaluărilor a.n. a crescut și mai vertiginos; numai în decurs de șase ani (1950—1956) s-au efectuat asemenea calcule în 18 țări, îmbunătățindu-se și baza statistică. În unele țări, calculul acestui indicator a fost preluat de organele guvernamentale, ceea ce a condus la o creștere considerabilă a exactității calculelor a.n.

Calculul **a.n.** *în U.R.S.S.* Înainte de revoluție nu se calcula **a.n.** în Rusia. Numai statisticianul englez Melhall în ale sale „Dicționare statistice" a publicat în tabele sinoptice ale avuției mondiale propriile sale estimări ale **a.n.** a Rusiei la cîteva date din ultimii 30 de ani ai secolului al XIX-lea. **A.n.** reproductibilă a Rusiei prerevoluționare (la 1.I.1914) a fost calculată în detaliu în perioada sovietică de către A. L. Weinstein. Cu începere din anii '60, **a.n.** reproductibilă se calculează de către D.C.S. a U.R.S.S. în profil teritorial. S-a efectuat o inventariere generală a fondurilor fixe ale întreprinderilor și organizațiilor de stat și cooperatiste (în afară de colhozuri), potrivit situației de la 1.I.1960, și a fondurilor fixe ale colhozurilor și organizațiilor intercolhoznice potrivit situației de la 1.I.1962. Fondurile fixe au fost evaluate după valoarea de înlocuire completă în momentul reevaluării și după valoarea lor ținînd seama de uzură. Fondurile date în funcțiune după reevaluările efectuate se înregistrează după valoarea de achiziție sau de confecționare, inclusiv lucrările de transport și de instalare pe teren. Concomitent se ține seama și de uzura fondurilor fixe.

Tab. 1

Elementele avuției naționale	Prețurile la care s-a făcut evaluarea	Valoarea, miliarde ruble*
Toate fondurile fixe (inclusiv șeptelul)	Prețurile anului 1955, fără scăderea uzurii	638
Mijloacele circulante materiale din sectorul de stat și cooperatist (exclusiv colhozurile)	Prețuri efective	142
Fondurile fixe productive și fondurile circulante materiale ale colhozurilor	Valoarea de bilanț, fără scăderea uzurii	52

* Ca urmare a metodelor de evaluare diferite, datele prezentate nu sînt insumabile fără o prelucrare specială prealabilă.

Volumul mijloacelor circulante ale întreprinderilor de stat și cooperatiste (în afară de colhozuri) se determină pe baza datelor dărilor de seamă anuale, iar bunurile colhozurilor, pe baza datelor dărilor de seamă ale colhozurilor. Valoarea bunurilor de consum se calculează pe baza datelor unei anchete selective a populației. Unele elemente ale **a.n.** din anuarele D.C.S. a U.R.S.S., sub formă de totaluri generale (la 1.I.1969), sînt prezentate în tabel.

A. L. Weinstein

Bibl. 1. A. L. Weinstein, *Narodnoe bogatstvo i narodnohozeiastvennoe nakoplenie predrevoliuționnoi Rossii*, Gosstatizdat, 1960; 2. *Statistika narodnogo bogatstva, narodnogo dohoda i naționalnie sceta*, „Nauka", 1967; 3. A. L. Weinstein, *Mejdunarodnoe sravnenie narodnogo bogatstva*, „Ucionîie zapiski po statistike", v. VII, Editura Academiei de Științe a U.R.S.S., 1965; 4. R. W. Goldsmith, *The National Wealth of the United States in the Postwar Period*, Princeton University Press, 1962.

B

Balanța legăturilor dintre ramuri a producției și repartiției produselor. Instrument de analiză și planificare a structurii producției sociale, care ține seama de legăturile reciproce complexe dintre ramurile sferei productive. **B. l. r.** caracterizează în mod detaliat procesul de formare și utilizare a produsului social total pe ramuri. Detaliind proporțiile generale din economia națională, reflectate în partea componentă cea mai importantă a balanței economiei naționale, balanța produsului social, **b.l.r.** sintetizează, totodată, într-un sistem unic, balanțele legăturilor dintre ramuri speciale, care caracterizează sursele de formare a resurselor și utilizarea în economia națională a diferitelor feluri de produse.

Baza teoretică a **b.l.r.** o constituie teoria marxist-leninistă a reproducției lărgite. Bazele analizei legăturilor dintre ramuri au fost puse în procesul elaborării primei balanțe a economiei naționale a U.R.S.S. din anii 1923—1924. Modelul matematic al **b.l.r.** a fost elaborat de W. Leontief, în prezent profesor la Universitatea Harvard, din S.U.A. Dezvoltarea intensă a metodei **b.l.r.**, ca instrument de analiză și planificare a ritmurilor și proporțiilor producției sociale în U.R.S.S., a început din a doua jumătate a anilor '50 prin eforturile Laboratorului de metode economico-matematice (în prezent Institutul central de economie matematică) al Academiei de Științe a U.R.S.S., ale Institutului de cercetări economice de pe lîngă Comitetul de Stat al Planificării al U.R.S.S. și ale D.C.S. a U.R.S.S.

B.l.r. poate fi elaborată atît în expresie bănească, cît și în expresie naturală.

Schema **b.l.r.** reprezintă sinteza a două tabele, din care unul caracterizează structura detaliată a cheltuielilor de producție pe diferite feluri de produse, iar altul structura repartiției produselor în economia națională.

B.l.r. în *expresie naturală* (tab. 1) constă din două secțiuni. Prima secțiune reflectă sursele de formare a resurselor de produse:

$$R_i = Q_i + S_i \quad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

unde R_i reprezintă resursele de produse de tipul i;
Q_i — producția produselor de tipul i;
S_i — alte resurse de produse de tipul i.

Tab. 1

Denumirea produsului (indice)	Unitatea de măsură	Intrări de resurse			Folosirea resurselor								
		Total	din care:		pentru producție (pe tipuri de produse) — consumul productiv curent							pentru consumul final (înlocuirea și acumularea de fonduri fixe, stocuri și rezerve la sfîrșitul perioadei, consumul individual și social, export, pierderi)	Total resurse utilizate
			din producția proprie	alte resurse (import, stocuri și rezerve la începutul perioadei)	1	2	…	j	…	n	total		
1		R_1	Q_1	S_1	Q_{11}	Q_{12}	…	Q_{1j}	…	Q_{1n}	$\sum_{j=1}^{n} Q_{1j}$	G_1	R_1
2		R_2	Q_2	S_2	Q_{21}	Q_{22}	…	Q_{2j}	…	Q_{2n}	$\sum_{j=1}^{n} Q_{2j}$	G_2	R_2
⋮		⋮	⋮	⋮	⋮	⋮		⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
i		R_i	Q_i	S_i	Q_{i1}	Q_{i2}	…	Q_{ij}	…	Q_{in}	$\sum_{j=1}^{n} Q_{ij}$	G_i	R_i
⋮		⋮	⋮	⋮	⋮	⋮		⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n		R_n	Q_n	S_n	Q_{n1}	Q_{n2}	…	Q_{nj}	…	Q_{nn}	$\sum_{j=1}^{n} Q_{nj}$	G_n	R_n

Secțiunea a doua caracterizează direcțiile de utilizare a resurselor de produse pentru consumul productiv curent (în profilul acelorași feluri de produse, după care se evidențiază în balanță formarea resurselor, ceea ce asigură structura în formă de șah a acestei secțiuni a balanței) și pentru consumul final:

$$\sum_{j=1}^{n} Q_{ij} + G_i = R_i,$$

unde Q_{ij} reprezintă consumul produselor de tipul i pentru producția produselor de tipul j;

G_i — consumul final al produselor de tipul i.

B.l.r. în expresie bănească (tab. 2) este alcătuită din patru secțiuni. În prima secțiune se reflectă fluxurile de produse dintre ramuri în procesul consumului productiv curent. Această secțiune are aceeași clasificare a ramurilor producătoare și a ramurilor consumatoare, ceea ce asigură structura ei în formă de șah. Totalul general al primei secțiuni exprimă *produsul intermediar**. Secțiunea a doua caracterizează structura materială a elementelor *produsului final*. În secțiunea a treia se prezintă amortizarea și valoarea nou creată pe ramuri ale producției materiale.

Secțiunea a patra reflectă elementele redistribuirii parțiale a valorii nou create.

B.l.r. în expresie bănească se caracterizează prin sistemele de ecuații ale repartiției:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} + y_i = x_i \; (i = 1, 2, ..., n)$$

și ale cheltuielilor de producție:

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} + z_j = x_j \; (j = 1, 2, ..., n)$$

Structura în formă de șah a **b.l.r.** asigură respectarea în cadrul ei a următoarelor corelații:

a. totalurile generale ale liniilor și coloanelor cu aceeași denumire sînt egale între ele, adică în cazul $i = j$

$$x_i = x_j;$$

Tab. 2

Cheltuieli materiale curente pe feluri de produse	Consumul productiv curent în cadrul ramurilor (produsul intermediar)							Produsul final					Total producție brută
	1	2	...	j	...	n	Total	Consumul neproductiv	Fondul de acumulare	Înlocuirea fondurilor fixe scoase din funcțiune și înlocuirea pierderilor	Sold al exportului (+) și al importului (−)	Total	
Secțiunea întîi								Secțiunea a doua					
1	x_{11}	x_{12}	...	x_{1j}	...	x_{1n}	$\sum_{j=1}^{n} x_{1j}$					y_1	x_1
2	x_{21}	x_{22}	...	x_{2j}	...	x_{2n}	$\sum_{j=1}^{n} x_{2j}$					y_2	x_2
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$					$\vdots$	$\vdots$
i	x_{i1}	x_{i2}	...	x_{ij}	...	x_{in}	$\sum_{j=1}^{n} x_{ij}$					y_i	x_i
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$					$\vdots$	$\vdots$
n	x_{n1}	x_{n2}	...	x_{nj}	...	x_{nn}	$\sum_{j=1}^{n} x_{nj}$					y_n	x_n
Total $\sum_{i=1}^{n} x_{i1}$		$\sum_{i=1}^{n} x_{i2}$	...	$\sum_{i=1}^{n} x_{ij}$	...	$\sum_{i=1}^{n} x_{in}$	$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} x_{ij}$					$\sum_{i=1}^{n} y_i$	$\sum_{i=1}^{n} x_i$

Tab. 2 (continuare)

Cheltuieli materiale curente pe feluri de produse	Consumul productiv curent în cadrul ramurilor (produsul intermediar)							Produsul final					Total producție brută
	1	2	. . .	j	. . .	n	Total	Consumul neproductiv	Fondul de acumulare	Înlocuirea fondurilor fixe scoase din funcțiune și înlocuirea pierderilor	Sold al exportului (+) și al importului (−)	Total	
	Secțiunea a treia							Secțiunea a patra					
Amortizarea și producția netă	z_1	z_2	. . .	z_j	. . .	z_n	$\sum_{j=1}^{n} z_j$						
Total producție brută	x_1	x_2	. . .	x_j	. . .	x_n	$\sum_{j=1}^{n} x_j$						

b. totalul general al secțiunii a doua este egal cu totalul general al secțiunii a treia:

$$\sum_{i=1}^{n} y_i = \sum_{j=1}^{n} z_j.$$

Modelul economico-matematic al *balanței statice a legăturilor dintre ramuri* pornește de la următoarele premise fundamentale:

a. volumul consumului productiv este direct proporțional cu volumul producției produselor din ramurile consumatoare; coeficienții de proporționalitate sînt coeficienții *cheltuielilor directe**, care în cazul **b.l.r.** în expresie naturală sînt egali cu:

$$\bar{a}_{ij} = \frac{Q_{ij}}{Q_j},$$

iar în cazul **b.l.r.** în expresie bănească cu:

$$a_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_j};$$

b. unul și același produs se produce numai într-o singură ramură.

Cu ajutorul coeficienților cheltuielilor directe, sistemul de ecuații al **b.l.r.** poate fi exprimat sub forma următoare:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j + y_i = x_i$$

sau sub formă matriceală:

$$\mathbf{Ax} + \mathbf{y} = \mathbf{x}.$$

Acest sistem are o soluție în raport cu valorile necunoscute ale volumului producției în condițiile unui vector dat al produsului final:

$$\mathbf{x} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1},$$

unde $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ este matricea coeficienților *cheltuielilor totale**.

Structura în formă de șah a **b.l.r.** impune stricta identitate a conținutului indicatorilor de pe liniile și coloanele cu aceeași denumire. Deoarece pe liniile **b.l.r.** se pot reflecta numai consumurile unor tipuri de produse, coloanele trebuie de asemenea să reflecte anumite tipuri de produse, indiferent de procedeele concrete de producție a lor.

În practica evidenței statistice și a planificării, prin ramură se înțelege un ansamblu de întreprinderi, care se disting prin caracterul comun al producției fabricate, al tehnologiei de producție, al fondurilor fixe utilizate și al deprinderilor profesionale ale personalului muncitor (ramură economică). Pe lîngă tipul principal de produse, care determină apartenența la ramură, ramura economică poate să producă un număr considerabil de așa-numite tipuri de produse „extraprofil", a căror prezență este determinată, de regulă, de utilizarea complexă a materiilor prime, de servirea producției de bază, de valorificarea deșeurilor, de utilizarea capacităților de producție disponibile etc.

Spre deosebire de aceasta, în **b.l.r.**, prin ramură se înțelege ansamblul de procese tehnologice pentru producția unor anumite categorii de produse, independent de faptul dacă ele sînt de „profil" sau „extraprofil" în întreprinderile care le produc (ramură „pură" sau tehnologică). Producția unei întreprinderi poate fi alcătuită din produse ale unor ramuri „pure" diferite. Pe de altă parte, producția unei ramuri „pure" poate cuprinde produse fabricate în mai multe ramuri economice.

În funcție de scopul și obiectul cercetării, **b.l.r.** se clasifică după următoarele criterii:
— unitățile de măsură (în expresie naturală, natural-valorică, valorică);
— obiectul analizei (ale economiei naționale, regionale, interregionale, interproduse în cadrul aceleiași ramuri);
— perioada de analiză (statice, dinamice);
— scopul cercetării (statistice, de plan).

B.l.r. în expresie naturală se deosebește de cea în expresie bănească nu numai prin caracterul unităților de măsură, dar și prin metodologia evidenței produselor. **B.l.r.** în expresie bănească se elaborează în U.R.S.S., cu precădere, după metoda de întreprindere, adică se consideră consumuri (cheltuieli) numai acele produse care intră în întreprindere din afara ei. Rezultatele producției sînt reflectate prin producția brută a întreprinderii. **B.l.r.** în expresie naturală se construiește după metoda circulației globale, în componența cheltuielilor înglobîndu-se toate felurile de produse, indiferent dacă ele sînt obținute de la terți sau sînt produse nemijlocit în întreprindere. Acest mod de abordare este cel mai acceptabil din punctul de vedere al analizei legăturilor dintre ramuri, întrucît în acest caz coeficienții consumurilor directe nu depind de modificările structurii organizatorice a producției (unirea întreprinderilor în combinate, desprinderea unor întreprinderi de-sine-stătătoare din uniuni, închiderea unor compartimente auxiliare etc.).

B.l.r. în expresie natural-valorică se bazează pe principiul separării în poziții de-sine-stătătoare ale balanței a principalelor categorii de produse, care își găsesc reflectare (pe linii) în expresie naturală. Celelalte categorii de produse se includ în schema **b.l.r.** în expresie natural-valorică, sub forma unor grupe agregate, în expresie bănească.

Pentru economia U.R.S.S. are o mare însemnătate aspectul teritorial al analizei și planificării structurii producției sociale. De aceea, în U.R.S.S. au căpătat o dezvoltare considerabilă studiile în legătură cu elaborarea unor *balanțe regionale ale legăturilor dintre ramuri,* în care esențial este aspectul analizei intrărilor și ieșirilor de produse în și din regiunea respectivă. De aceea, aceste balanțe se completează cu tabele speciale care caracterizează intrările și ieșirile de produse în și din regiunile furnizoare și regiunile consumatoare de produse. În funcție de procedeul de includere a indicatorilor privind intrările de produse în regiune, în sistemul de ecuații ale **b.l.r.** este posibilă elaborarea a două tipuri de balanțe regionale.

1. **B.l.r.** regională în care consumurile de produse fabricate în cadrul regiunii nu se separă de consumurile de produse cu aceeași denumire aduse din afara regiunii. Coeficienții consumurilor (cheltuielilor) directe ale unei asemenea balanțe sînt egali cu:

$$a^s_{ij} = \frac{\bar{r}^s_{ij} + \bar{m}^s_{ij}}{x^s_j},$$

unde s reprezintă indicele regiunii;
$\bar{r}_{ij}$ — consumurile de produse de tipul i, fabricate în regiune pentru producția produselor de tipul j;
$\bar{m}_{ij}$ — consumurile de produse de tipul i, aduse din afara regiunii pentru producția de produse de tipul j.

2. **B.l.r.** regională în care consumurile de produse fabricate în regiune se evidențiază separat de consumurile de același fel de produse aduse din afară.

Consumul intermediar și final de produse aduse din afara regiunii se reflectă în acest caz în subcapitole speciale din secțiunile a treia și a patra a **b.l.r.** regionale.

Balanța de acest tip conține două sisteme de coeficienți ai consumurilor (cheltuielilor) directe:

— de produse fabricate în cadrul regiunii (r_{ij}):

$$r^s_{ij} = \frac{\bar{r}^s_{ij}}{x_j};$$

— de produse aduse din afara regiunii (m_{ij}):

$$m^s_{ij} = \frac{\bar{m}^s_{ij}}{x_j}.$$

În U.R.S.S. se elaborează cu precădere **b.l.r.** regionale de primul tip, care sînt mai adecvate scopurilor planificării de perspectivă datorită unei mari stabilități în dinamica coeficienților cheltuielilor directe care le corespund. **B.l.r.** regionale de tipul al doilea sînt destinate, în primul rînd, pentru analiza gradului de complexitate a structurii economiei regiunii.

Balanțele interregionale ale legăturilor dintre ramuri reprezintă o sinteză a sistemului unitar al **b.l.r.** din toate regiunile economice cu includerea în ea a parametrilor care caracterizează legăturile interregionale. Diferitele tipuri de **b.l.r.** interregionale se deosebesc între ele prin formele de dependență funcțională a intrărilor și ieșirilor de produse față de indicatorii producției și consumului produselor în cadrul regiunilor economice. Determinarea și formalizarea dependențelor ce caracterizează legăturile interregionale sînt o problemă complexă și insuficient elaborată, care îngreuiază utilizarea practică a **b.l.r.** interregionale. O trăsătură distinctivă a balanțelor dinamice ale legăturilor dintre ramuri față de cele statice este examinarea în cadrul lor a dinamicii structurii producției sociale în cursul unei anumite perioade, ceea ce se realizează prin includerea investițiilor productive printre necunoscutele modelului și prin excluderea lor din vectorul prezentat în mod autonom al produsului final.

Modelele de balanță dinamice, spre deosebire de cele statice, caracterizează dezvoltarea economiei naționale pe ani ai perioadei de plan. Starea economiei în anul $t + 1$ depinde în mare măsură de starea ei în anul t și în anii precedenți. Dinamica generală a dezvoltării este determinată de starea inițială a sistemului, de caracteristicile parametrilor de structură din fiecare an al perioadei de plan și de sarcinile pentru acele elemente ale produsului final care nu se află în conexiune inversă cu sporul producției în perioada de plan. În modelele dinamice, necesarul de investiții în fiecare an se determină din soluția modelului, în timp ce în modelul static investițiile sînt date exogen, iar în schema sa lărgită corelarea planului de producție cu planul de investiții se realizează numai în limitele anului examinat.

În momentul de față există diverse tipuri de modele dinamice, printre care, din punctul de vedere al reflectării corelațiilor procesului de investiții cu dinamica producției, se pot distinge trei tipuri fundamentale: 1. modele în care modelul static al **b.l.r.** pe ultimul an se îmbină cu un sistem de corelații care determină repartiția volumului total al investițiilor pe întreaga perioadă planificată pe diverși ani; 2. modele de calcul pe etape al volumului producției și al investițiilor pentru fiecare perioadă de planificare începînd cu primul an; soluțiile pentru anii următori sînt determinate în întregime de soluțiile obținute pentru anii anteriori, precum și de caracteristicile date exogen ale influenței investițiilor asupra dinamicii producției în perioadele următoare — așa-numitele *modele dinamice recurente;* 3. modele în care se ține seama în mod explicit de conexiunile directe și inverse ale indicatorilor volumului producției și al fondurilor fixe productive în cadrul perioadei examinate; mărimile fondurilor fixe noi și reconstruite se calculează ca rezultat al investițiilor planificate pe seama producției din anul respectiv și din anii precedenți. În plus, posibilitățile de dezvoltare a producției în anul respectiv sînt determinate de volumul existent al fondurilor fixe productive, din care o parte este alcătuită din fondurile puse în funcțiune în anii precedenți. Modelele care țin seama de aceste corelații sînt *modele dinamice ale balanței legăturilor dintre ramuri** în sensul propriu al cuvîntului. După caracterul reflectării procesului de formare a investițiilor, se disting modele care țin seama de decalajul de timp al investițiilor și modele care nu țin seama de acest decalaj *(→ Decalaje de timp)*. Ca parametri care caracterizează necesarul de investiții se iau în considerație, de cele mai multe ori, ponderile diferitelor categorii de mijloace de muncă (utilaje, clădiri și construcții speciale etc.), care sînt produse ale procesului de producție, iar în volumul total al investițiilor, coeficienții investițiilor (coeficienții sporului fondurilor fixe).

Pentru descrierea matematică a modelelor dinamice se utilizează sisteme de ecuații diferențiale liniare, ecuații cu diferențe finite și ecuații algebrice obișnuite.

Un sistem de ecuații diferențiale și cu diferențe finite corespunde unuia dintre tipurile de modele dinamice recurente, pentru care este caracteristic faptul că se iau ca necunoscute volumul producției diferitelor categorii de produse și sporurile anuale ale acestor cantități. Așadar, în aceste modele, indicatorii investițiilor sau ai fondurilor fixe productive nu se iau în considerație în mod nemijlocit; ei pot fi calculați, după rezolvarea modelului, ca niște mărimi derivate.

Balanțele statistice ale legăturilor dintre ramuri constituie un mijloc de analiză a structurii economiei și reprezintă baza de pornire pentru întocmirea balanțelor de plan ale legăturilor dintre ramuri. Balanțele statistice ale legăturilor dintre ramuri se elaborează în U.R.S.S. pe baza datelor cu privire la structura cheltuielilor de producție, obținute din partea întreprinderilor în urma unei înregistrări speciale de o singură dată. Elaborarea balanțelor de plan ale legăturilor dintre ramuri este orientată în primul rînd în direcția perfecționării metodei balanțelor în planificare, a exprimării cantitative exacte a corelațiilor complexe din cadrul procesului reproducției sociale, a calculului unor variante echilibrate ale structurii economiei naționale pe baza folosirii largi a tehnicii electronice de calcul.

V. V. Kossov, E. F. Baranov

Bibl. 1. V. S. Nemcinov, *Ekonomiko-matematiceskie metodî i modeli. Izbrannie proizvedenia,* v. 3, „Nauka", 1967; 2. A. G. Aganbeghian, A. G. Granberg, *Ekonomiko-matematiceskii analiz mejotraslevogo balansa SSSR*, „Mîsl", 1968; 3. V. V. Kossov, *Mejotraslevoi balans*, „Ekonomika", 1966; 4. M. R. Eidelman, *Mejotraslevoi balans obșcestvennogo produkta*, „Statistika", 1966; 5. *Metodî planirovania mejotraslevîh proporții*, „Ekonomika", 1965.

Balanță material-financiară sintetică. Instrument de analiză complexă a proporțiilor materiale și financiare care se formează în procesul reproducției. Balanța are forma unui tabel sau a unei serii de tabele care caracterizează mișcarea resurselor materiale și financiare în economia națională, sub forma unui sistem corespunzător de transferuri de mijloace bănești între grupele de unități economice. Elaborarea **b.m.-f.s.** este una dintre orientările moderne în perfecționarea metodei balanțelor în statistica economică.

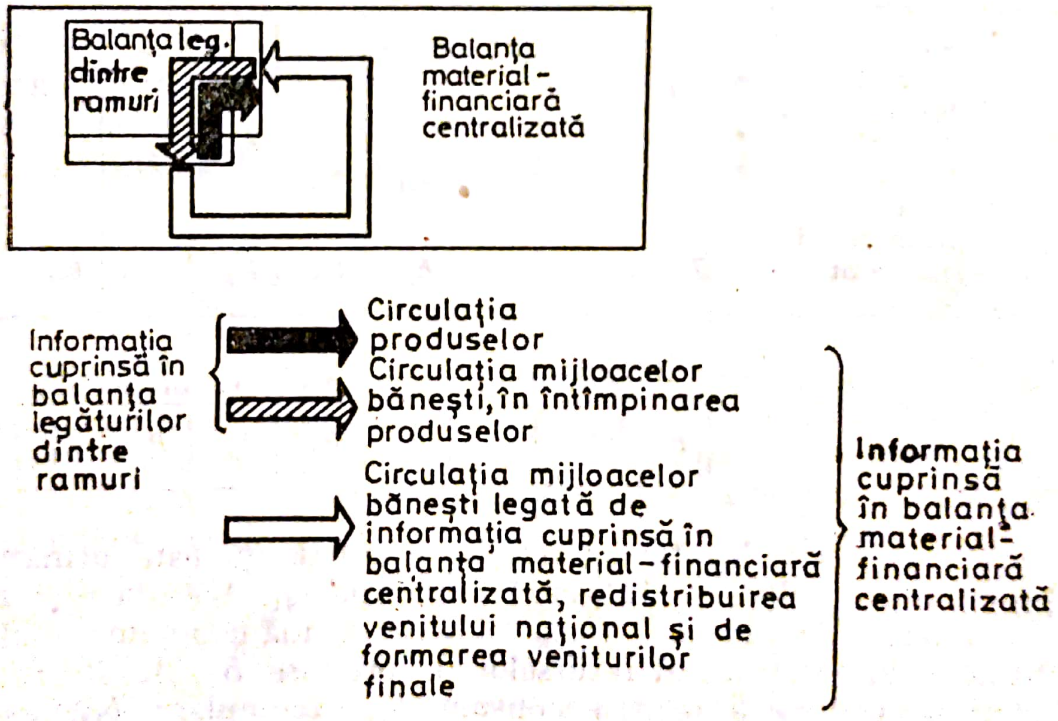
Baza teoretică a elaborării **b.m.-f.s.** o constituie schemele reproducției simple și lărgite ale lui K. Marx, în care se analizează, sub forma unui sistem de ecuații, schimbul de produse între ramuri (sectorul I și II) și schimbul de elemente ale valorii (*c*, *v* și *p*) între participanții la procesul reproducției. **B.m.-f.s.**, elaborate cu titlu experimental în U.R.S.S., reprezintă reunirea într-un singur sistem a identităților de balanță a informației cu privire la corelațiile din economia națională, cuprinse în balanța legăturilor dintre ramuri (sau în balanța produsului social) și în balanța producției, repartiției, redistribuirii și utilizării produsului social și a venitului național (balanța financiară), de unde provine și denumirea balanței. Prin conținutul său economic, **b.m.-f.s.** reflectă circuitul economiei naționale ca un ansamblu de operații, legate de mișcarea valorii și care pot fi estimate în expresie bănească. Fiecare operație se interpretează ca un transfer de resurse bănești de la un subiect economic la altul (de la un subiect într-o calitate a acestuia spre el însuși, însă în altă calitate) și se înregistrează ca o cheltuială a unui subiect și ca un venit al altui subiect.

Operațiile se grupează în conformitate cu conținutul economic al actelor care au ocazionat transferurile de mijloace bănești (producția și realizarea produsului, cheltuielile materiale, plata retribuției, vărsămintele la buget, obținerea de credite etc.).

Unitățile economice se grupează pe baza caracteristicilor care au o mare importanță pentru analiza proceselor fundamentale din economia națională (ramurile „pure“ cu ocazia caracterizării procesului de producție, subordonarea departamentală cu ocazia analizei relațiilor cu sistemul financiar și de credit ș.a.m.d.). Gruparea operațiilor și unităților economice se face pe baza unui clasificator al **b.m.-f.s.**

Pentru fiecare poziție a clasificatorului balanței se introduce un cont distinct, iar toate relațiile din economia națională își găsesc reflectare în balanță ca o corespondență între conturi. Indiferent de faptul dacă balanța se întocmește sub forma unui singur tabel sau sub forma unei serii de documente separate, toate părțile sale sînt corelate pe baza principiului dublei înregistrări a fluxurilor de mijloace bănești și alcătuiesc un sistem unitar. Formal, acest sistem poate fi descris printr-un *graf orientat*, fiecare vîrf corespunzînd unui cont, arcele indicînd direcția transferurilor de mijloace bănești, multiplicitatea lor exprimînd suma transferurilor corespunzătoare; egalitatea multiplicității totale a arcelor de intrare și de ieșire în fiecare vîrf corespunde soldării fiecărui cont. Cuprinderea într-un sistem unitar a balanțelor diferitelor categorii de produse (în expresie valorică), a balanțelor veniturilor și cheltuielilor tuturor ramurilor, departamentelor, altor grupe de unități economice, instituțiilor sistemului financiar și de credit, precum și a balanțelor pentru diferitele categorii de venituri oferă posibilitatea să se studieze aspectul material și cel financiar al reproducției într-un sistem unitar de legături ale economiei naționale, să se cerceteze influența unor laturi ale reproducției sociale asupra altora.

Prin conținutul său economic, **b.m.-f.s.** poate fi considerată ca o extindere a balanței legăturilor dintre ramuri, incluzînd în ea informația cu privire la procesele de redistribuire din economie, precum și cea privitoare la formarea veniturilor finale, asociată cu transformarea modelului balanțelor într-o schemă închisă (→fig.). **B.m.-f.s.** poate fi construită


Balanța leg. dintre ramuri
Balanța material-financiară centralizată
Informația cuprinsă în balanța legăturilor dintre ramuri
Circulația produselor
Circulația mijloacelor bănești, în întîmpinarea produselor
Circulația mijloacelor bănești legată de informația cuprinsă în balanța material-financiară centralizată, redistribuirea venitului național și de formarea veniturilor finale
Informația cuprinsă în balanța material-financiară centralizată

sub forma unei matrice pătrate, în care, întocmai ca în balanța legăturilor dintre ramuri, fiecare pereche linie-coloană reprezintă un cont. Transferul dintr-un cont în altul se înregistrează la intersecția coloanei primului cont cu linia contului al doilea. Schema bloc simplificată a balanței este reprezentată în tabel.

Balanța material-financiară sintetică sub formă matriceală

			Fluxurile materiale			Fluxurile financiare					
			Produse	Consum	Acumulare	Sfera productivă	Sfera neproductivă	Populația	Sistemul financiar și de credit	Relațiile externe	Total
			1	2	3	4	5	6	7	8	
Fluxurile materiale	Produse	1		b_{12}	b_{13}	b_{14}				b_{18}	B_1
	Consum	2					b_{25}	b_{26}			B_2
	Acumulare	3				b_{34}	b_{35}	b_{36}	b_{37}		B_3
Fluxurile financiare	Sfera productivă	4	b_{41}						b_{47}		B_4
	Sfera neproductivă	5						b_{56}	b_{57}		B_5
	Populația	6				b_{64}	b_{65}				B_6
	Sistemul financiar și de credit	7				b_{74}	b_{75}	b_{76}		b_{78}	B_7
Relațiile externe		8	b_{81}						b_{87}		B_8
TOTAL			B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	B

Conținutul economic al legăturilor reflectate în balanță este următorul: Sfera productivă produce și realizează producția b_{41}. Aceasta reprezintă producția internă de produse. Dacă la aceasta adăugăm importul b_{81}, vom obține volumul total al resurselor de produse B_1. Aceste resurse de mărfuri se utilizează pentru consum b_{12}, acumulare b_{13}, export b_{18}. În afară de aceasta, o parte dintre ele se achiziționează de către întreprinderi ca materie primă pentru producție, b_{14}. Așadar, coloana și linia contului 1 dau balanța completă pentru fiecare produs. Blocul b_{41} arată simultan veniturile sferei productive din realizarea produselor sale. Dacă la acestea adăugăm toate celelalte venituri bănești (în schemă sînt indicate numai intrările din sistemul financiar și de credit b_{47}), atunci toate resursele financiare ale ramurilor sferei productive vor apărea ca total al liniei 4, B_4. Cheltuirea acestor resurse financiare își găsește reflectare într-o coloană a aceluiași cont 4. Astfel, b_{14} reprezintă cheltuielile materiale din sfera productivă, b_{34} — finanțarea acumulărilor din mijloacele proprii ale întreprinderii, b_{64} — retribuțiile (pe care le primește populația), b_{74} — impozitul pe circulația mărfurilor, vărsămintele la buget din beneficii, dobînzile la credite și alte vărsăminte ale întreprinderilor către sistemul financiar și de credit. În mod similar, în balanță își găsește reflectare mișcarea resurselor financiare din sfera neproductivă, ale populației și ale sistemului financiar și de credit. Linia contului consumului arată resursele din care se formează fondul de finanțare a consumului (mijloace ale sferei neproductive b_{25} și ale populației b_{26}). Aceeași informație o cuprinde linia contului acumulării. Cheltuielile fondului de consum și de acumulare pentru categorii concrete de produse apar în b_{12} și b_{13}. Contul relațiilor externe înfățișează importul și exportul de mărfuri, b_{81} și b_{18}, de bani, b_{78} și b_{87}.

În U.R.S.S., **b.m.-f.s.** se întocmește cu începere din anul 1966, cu titlu experimental, în cadrul elaborării metodelor economico-matematice de analiză și planificare a economiei. Această lucrare este concentrată, în special, în instituțiile științifice. În statistica țărilor capitaliste, metodele de construire a balanțelor de acest gen se elaborează în legătură cu perfecționarea sistemului contabilității naționale.

B. L. Isaev

Bibl. 1. B. L. Isaev, *Integrirovannîe balansovîe sistemî v analize i planirovanii ekonomiki*, „Nauka", 1970; 2. B. L. Isaev, *Balansî mejotraslevîh finansovîh sveazei*, „Nauka", 1973.

Bancă națională de date. Ansamblul integrat al masivelor de date cu privire la teritoriul unei țări și subdiviziunile ei administrativ-teritoriale, resursele naturale, structura de producție a economiei naționale, avuția națională, infrastructura, populația și resursele de muncă, precum și mijloacele de gestiune a acestor masive. Conceptul de **b.n.d.** a apărut într-o serie de țări în legătură cu necesitatea perfecționării mijloacelor de asigurare a informațiilor, necesare în procesul planificării și conducerii de către stat a economiei naționale.

La început, realizarea practică a unor asemenea bănci de date s-a orientat în mod firesc către organizarea unor bănci de date pentru diferite sfere ale economiei naționale sau pentru soluționarea unor probleme mari de importanță națională. Astfel, în octombrie 1972, Congresul S.U.A. a adoptat un proiect de lege cu privire la crearea unei **b.n.d.**

pentru mediul înconjurător, destinată să furnizeze organelor de conducere federale și locale informația necesară acestora pentru studierea și soluționarea problemelor mediului înconjurător. Într-o serie de țări (Suedia, Norvegia, Finlanda) au căpătat o largă răspîndire băncile de date sub forma unor registre ale diferitelor secțiuni ale economiei naționale (mai ales întreprinderile și populația).

În U.R.S.S. se lucrează, de asemenea, la crearea unor bănci de date în cadrul diferitelor sisteme automatizate de conducere departamentale mari, ca de pildă *Sistemul automatizat al variantelor de plan (SAVP)** sau *Sistemul automatizat al statisticii de stat (SASS)*.

Într-un sens mai larg, **b.n.d.** reprezintă un întreg sistem, alcătuit din bănci de date distincte (de ramură, departamentale, teritoriale sau tematice), dar integrate. În acest caz o **b.n.d.** reprezintă un uriaș sistem de regăsire a informației, care satisface, în primul rînd, principiul exhaustivității faptice (**b.n.d.** conține fișiere centralizate sau bănci de date, care asigură nemijlocit necesitățile de informație agregată ale organelor de conducere) și, în al doilea rînd, principiul adresării (**b.n.d.** asigură utilizatorilor posibilitatea de a se adresa băncilor locale de date în vederea obținerii informațiilor de detaliu). **B.n.d.** asigură, de asemenea, unitatea și univocitatea codificării informației prin administrarea centralizată a clasificatoarelor sau a sistemelor de codificare univocă (sub formă de registre).

Numai în condițiile socialismului, în care există un sistem unitar de planificare centralizată și de conducere de către stat a proceselor reproducției socialiste lărgite, se poate pune problema creării raționale și planificate a **b.n.d.**, care să rezolve integral problema asigurării informațiilor necesare organelor de planificare și conducere a economiei naționale. Crearea **b.n.d.** în U.R.S.S. este legată de planul de creare a Sistemului general automatizat de culegere și prelucrare a informației.

V. N. Malțev

Bibliotecă de normative. Este alcătuită din normele, actualizate în permanență, înscrise pe cartele perforate, benzi magnetice și alți purtători tehnici de informație, necesare la rezolvarea pe echipamentele mecanografice și electronice a diferitelor probleme de planificare și conducere a producției. **B.n.** constituie o parte esențială a subsistemelor informaționale care alcătuiesc *Software-ul sistemului automatizat de conducere**.

Din normativele de bază fac parte normele de consum de materiale, normativele de muncă (normele de timp sau normele de producție), normele de utilizare a mijloacelor de muncă.

După modul de normare a materialelor, se disting stocurile curente și stocurile de rezervă. Stocul curent are menirea să asigure desfășurarea producției în perioada dintre două aprovizionări succesive, mărimea sa fiind egală cu periodicitatea aprovizionărilor, înmulțită cu necesarul mediu zilnic. Stocul de rezervă este destinat să asigure desfășurarea producției în cazurile în care stocul curent este consumat, iar sosirea unei noi partide întîrzie. Norma stocului de rezervă este determinată de timpul de transport al materialelor de la furnizor la consumator și, de regulă, nu trebuie să depășească mărimea medie a stocului curent. Norma stocului curent și norma stocului de rezervă însumate determină mărimea stocului de producție, care se stabilește pe fiecare tipodimensiune și sort de materiale (norma unitară) și pe toate tipodimensiunile și sorturile dintr-o grupă dată de materiale (norma pe grupe). Normele stocului și normele consumului de materiale se elaborează trimestrial sau o dată pe an și se revizuiesc în mod sistematic.

Normativele consumurilor de muncă și ale consumurilor de materiale (la diferite grade de agregare), precum și normele stocului de materiale constituie o informație normativă constantă. **B.n.** conține întreaga informație constantă utilizată la soluționarea complexului respectiv de probleme; periodicitatea actualizării acesteia este determinată de tipul problemelor soluționate.

Structura **b.n.**, organizarea proceselor de calcul și a proceselor de conservare a informației convențional-constante depind de tipul problemelor soluționate și de existența mijloacelor tehnice concrete. Corectarea datelor, înregistrate în memoria calculatorului electronic, se realizează pe baza unui program special. În cazul existenței unor cartoteci de normative, introducerea modificărilor se face prin înlocuirea manuală a cartelelor perforate.

Pentru gestiunea centralizată și mecanizată a normativelor în centrele de calcul ale unităților economice se creează birouri de normative ale căror funcții principale constau în următoarele: păstrarea informației constante pe benzi magnetice, în cartoteci de normative sau pe cartele perforate, pe specific; menținerea în stare de pregătire, în vederea efectuării calculelor la calculatorul electronic, a normativelor actualizate în permanență; crearea unor normative agregate și centralizate.
Organizarea unei gestiuni centralizate a normativelor contribuie la utilizarea complexă a datelor normative în diferite compartimente ale întreprinderii.

E. A. Hruțki

Bibl. 1. V. V. Nazarov, I. V. Ivașkin, *Primenenie EVM v materialno-tehniceskom snabjenii*, „Ekonomika", 1967; 2. V. S. Rapoport, *Osnovî normirovania upravlenceskogo truda na promîșnennîh predpriatiah*, „Ekonomika", 1968.

C

Calcul operațional. Se utilizează pe scară largă pentru rezolvarea *ecuațiilor diferențiale* ordinare liniare, a ecuațiilor cu derivate parțiale, a *ecuațiilor diferențiale și cu diferențe** și a unor clase de ecuații integrale care apar în cele mai diverse probleme aplicative.

Un loc important în **c.o.** îl ocupă transformata Laplace, definită prin formula [1]—[2]:

$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t)\, \mathrm{d}t, \tag{1}$$

în care $f(t) = u(t) + iv(t)$ este o funcție complexă de variabilă reală, $t \geqslant 0$, $p = s + i\sigma$ este un parametru complex, $i^2 = -1$. Pentru ca integrala (1) să fie convergentă și să determine o funcție $F(p)$ de variabilă complexă p, trebuie să impunem unele restricții funcției $f(t)$. De obicei, se presupune că funcția $f(t)$ satisface următoarele condiții: 1. $f(t)$ este continuă pe porțiuni dacă $t \geqslant 0$ în orice segment finit; 2. $|f(t)| \leqslant Me^{\ t}$, în care $M > 0$ și α sînt constante (pentru funcții $f(t)$ diferite; constantele M și α pot fi diferite); 3. $f(t) \equiv 0$ dacă $t < 0$. În cercetarea multor fenomene și procese rolul de variabilă independentă t îl joacă timpul, iar condiția $f(t) \equiv 0$ dacă $t \geqslant 0$ înseamnă că procesul începe într-un moment inițial oarecare t_0, fiind convenabil să se considere $t_0 = 0$. Funcția $f(t)$ care satisface condițiile (1) — (3) se numește *original*. Fiecărui original $f(t)$ formula (1) îi pune în corespondență o funcție $F(t)$, numită *imagine*. Corespondența dintre originalul $f(t)$ și imaginea $F(t)$ se notează astfel: $f(t) \circ\!\!-\!\!\bullet F(p)$ sau $F(p) \bullet\!\!-\!\!\circ f(t)$. Dacă originalul satisface inegalitatea $|f(t)| \leqslant Me^{\ t}$ pentru un α dat, atunci imaginea $F(t)$ este definită cel puțin pentru toți $p = s + i\sigma$, pentru care $s > \alpha$ și este o funcție *analitică*. Așadar, formula (1) este o aplicație sau un operator *(→ Aplicație)*, definită pe mulțimea originalelor. Această aplicație este reversibilă: cunoscîndu-se imaginea $F(p)$ se poate reconstitui originalul $f(t)$ după *formula de convertire* $f(t) = \lim\limits_{A \to \infty} \dfrac{1}{2\pi i} \displaystyle\int_{\nu - iA}^{\nu + iA} E(p) p^{\nu t} dp$, adevărată în toate punctele de continuitate a lui $f(t)$ (în speță, $f(t) \equiv 0$ dacă $t < 0$); aici integrarea se efectuează pe orice dreaptă infinită $p = \nu + i\sigma$ (ν este o constantă, $-\infty < \sigma < +\infty$) a planului complex de-a lungul căruia este definită imaginea $F(p)$.

Operațiilor de adunare, înmulțire, derivare, integrare și altora, efectuate asupra originalului, le corespund operații perfect definite efectuate asupra imaginilor. O serie de operații efectuate asupra imaginilor au o formă mai simplă decît operațiile corespunzătoare aplicate originalelor. Tocmai această împrejurare face ca transformata Laplace să fie un mijloc foarte atractiv pentru rezolvarea unor probleme aplicative. Ar fi locul să menționăm (să facem o analogie) logaritmii care permit să se înlocuiască înmulțirea dintre numere cu o operație mai simplă — adunarea logaritmilor acestor numere. După cum pentru a lucra cu logaritmi trebuie să avem tabele de logaritmi și să cunoaștem principalele proprietăți ale acestora, atunci cînd utilizăm transformata Laplace pentru rezolvarea unor probleme concrete, este important să avem tabele de originale împreună cu imaginile care le corespund și, pe lîngă aceasta, să cunoaștem principalele proprietăți ale transformatei Laplace. Cele mai complete tabele de originale și de imagini ale acestora se găsesc în lucrările [1], [2]. Enumerăm unele proprietăți ale transformatei Laplace. Fie $f(t)$, $g(t)$ niște originale oarecare, $f(t) \circ\!-\!\bullet F(p)$ și $g(t) \circ\!-\!\bullet G(p)$. Atunci:

1. $\alpha f(t) + \beta g(t) \circ\!-\!\bullet \alpha F(p) + \beta G(p)$ pentru orice constante α și β *(teorema liniarității)*.

2. Dacă derivata de ordinul k, $f^{(k)}(t)$, $(k \geqslant 1)$ este originalul, atunci $f^{(k)}(t) \circ\!-\!\bullet p^k F(p) - p^{k-1} f(+0) - p^{k-2f'}(+0) - \ldots - f^{(k-1)}(+0)$ *(teorema derivării originalelor)*; aici $f^{(i)}(+0) = \lim\limits_{t \to \infty 0} f^{(i)}(t)$ $(i = 0, 1, \ldots, k = 1;\ k = 1, 2, \ldots)$.

3. $\int_0^t f(\tau) d\tau \circ\!-\!\bullet \frac{1}{p} F(p)$ *(teorema integrării originalului)*.

4. $F(p)G(p) \bullet\!-\!\circ \int_0^t f(\tau) g(t-\tau) \mathrm{d}\tau$ *(teorema înmulțirii imaginilor)*; funcția $h(t) = \int_0^t f(\tau) g(t-\tau) \mathrm{d}\tau$ se numește *convoluta* celor două originale $f(t)$ și $g(t)$ (demonstrațiile acestor proprietăți și ale altora ale transformatei Laplace, în lucrarea [3]).

Exemplu. Să se găsească o soluție particulară a ecuației $x'' - 3x' + 2x'' = e^{-t}$, care să satisfacă condițiile inițiale $x(0) = x'(0) = 0$. În tabele găsim: $l^{-t} \circ\!-\!\bullet \frac{1}{p+1}$ (→ formula 35, p. 264 [2]). Fie $x(t) \circ\!-\!\bullet X(p)$. Mai departe, recurgînd la teorema derivării originalului, pentru $k = 1$ și $k = 2$, ținînd seama de condițiile $x(0) = x'0) = 0$, avem $x'(t) \circ\!-\!\bullet pX(p)$, $x^{n}(t) \circ\!-\!\bullet p^2 X(p)$.
Astfel, aplicînd transformata Laplace la cele două părți ale ecuației diferențiale date și folosind teorema liniarității, ajungem la egalitatea: $p^2 X(p) - 3pX(p) + 2X(p) = \frac{1}{p+1}$.

De aici, $X(p) = \dfrac{1}{(p+1)(p-1)(p-2)}$ și, cu ajutorul formulei (61) din [2; p. 265], obținem soluția particulară căutată: $x(t) = \dfrac{1}{6} e^{-t} - \dfrac{1}{2} e^{t} + \dfrac{1}{3} e^{2t}$.

Transformata Laplace este particularizarea *transformării integrale* mai generale $F(p) = \int_{-\infty}^{+\infty} K(p \cdot t) f(t)\, dt$ pentru $K(p, t) \equiv e^{pt}$ dacă $t \geqslant 0$ și $K(p, t) \equiv 0$, dacă $t < 0$. Considerînd diferite $K(p, t)$ se obțin transformările Fourier, Mellin, Bessel ș.a. Tabelele care cuprind aceste transformate, proprietățile lor și utilizarea lor pentru diferitele clase de probleme, precum și bazele teoretice ale calculului operațional sînt date în lucrarea [1].

F. P. Vasiliev

Bibl. 1. V. A. Ditkin, A. T. Prudnikov, *Integralnîie preobrazovania i operaționnoe iscislenie*, „Fizmatghiz", 1961; 2. G. Deutsch, *Rukovodstvo k praticeskomu primeneniu preobrazovania Laplasa i Z-preobrazovania*, „Nauka", 1971; 3. V. A. Ditkin, A. P. Trudnikov, *Operaționnoe iscislenie*, „Vîșșaia școla", 1966.

Calcul variațional. Ramură a matematicii care se ocupă cu cercetarea condițiilor de extremum (maxim sau minim) al unor mărimi ale căror valori depind de una sau mai multe funcții. Asemenea mărimi se numesc *funcționale (→ Aplicație)*. Un exemplu de funcțională este lungimea arcului de curbă plană sau strîmbă, cuprins între două puncte.

Din punct de vedere istoric, prima problemă de **c.v.** este problema brahistocronei (I. Bernoulli — 1696): să se determine curba care unește două puncte date A și B, nesituate pe aceeași verticală, avînd proprietatea că un punct material, sub acțiunea forței gravitației, alunecă pe această curbă, din punctul A în punctul B, în timpul cel mai scurt. În această problemă, funcționala reprezintă timpul în care punctul alunecă pe curbă. **C.v.** s-a constituit ca domeniu distinct al matematicii, în secolul al XVIII-lea, prin lucrările lui L. Euler, J. Lagrange, și a intrat în *teoria* contemporană a *matematicii proceselor optime**, ca parte integrantă a acesteia. Problema clasică a **c.v.** este următoarea [1]: dintre toate funcțiile $x = x(t)$ continue pe segmentul $t_0 \leqslant t \leqslant t_1$, care au derivate continue $x'(t)$ și care satisfac condițiile

$$x(t_0) = x^0, \quad x(t_1) = x', \tag{1}$$

să se găsească aceea care face ca funcționala

$$J = \int_{t_0}^{t_1} f^0\, x'(t),\, x'(t)\, dt \tag{2}$$

să ia valoarea minimă.

Aici $f^0(x, u, t)$ este o funcție cunoscută, derivabilă un număr suficient de ori, în raport cu argumentele sale, iar mărimile t_0, t_1, x^0, x' sînt date (adică capetele la stînga $x(t_0)$ și la dreapta $x(t_1)$ ale curbelor care reprezintă grafic funcțiile considerate $x = x(t)$ sînt fixate).

Problema (1), (2) se numește problemă cu *capete fixate.*

Funcția $x(t)$, pe care funcționala (2) ia valoarea minimă, se numește *optimă.* Se arată că funcția optimă $x(t)$ (dacă există) satisface în mod necesar *ecuația diferențială a lui Euler:*

$$f^0_x(x(t), x'(t), t) - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(f^0_u(x(t), x'(t), t)) = 0, \ t_0 \leqslant t \leqslant t_1, \tag{3}$$

în care f^0_x, f^0_u sînt derivatele parțiale ale funcției $f^0(x, u, t)$ în raport cu variabilele x și respectiv u. Soluțiile ecuației diferențiale (3) se numesc *extremalele* funcționalei (2).

Așadar, funcția optimă pentru problemele (1), (2) trebuie căutată numai între extremalele care satisfac condițiile (1). Cu alte cuvinte, ecuația (3) și condițiile (1) determină mulțimea de extremale care conțin toate funcțiile optime (dacă asemenea funcții există). Totuși, această mulțime poate să conțină și funcții neoptime. Pentru a restrînge mulțimea de extremale suspecte de a fi optime, trebuie să recurgem la alte condiții necesare de optim, și anume funcția optimă satisface în mod necesar, pe lîngă condițiile (1) și (3), inegalitățile:

$$f^0_{uu}(x(t), x'(t), t) \geqslant 0, \ t_0 \leqslant t \leqslant t_1, \tag{4}$$

$$E(t, x(t), x'(t), v) \geqslant 0, \ t_0 \leqslant t \leqslant t_1, \tag{5}$$

cu toți v, $-\infty < v < +\infty$, f^0_{uu} fiind derivata parțială de ordinul doi a lui $f^0(x, u, t)$ în raport cu variabila u, iar

$$E(t, x, u, v) \equiv f^0(x, v, t) - f^0(x, u, t) - (v - u) f^0_u(x, u, t)$$

funcția lui Weierstrass. Condiția (4) se numește *condiția lui Legendre,* iar condiția (5), *condiția lui Weierstrass.* Extremalele care nu satisfac condițiile (4) și (5) sînt sigur neoptime.

O ultimă verificare a faptului dacă o extremală este o funcție optimă pentru problemele (1), (2) este dată de condițiile suficiente de optim [1].

Alături de probleme cu capetele fixate, cînd în (1) mărimile t_0, t_1, x^0, x' se presupun a fi date, în c.v. se consideră și probleme de minimizare a funcționalei (2) pe o mulțime de funcții netede care satisfac condiții la limită diferite de (1). Este, de pildă, posibil ca mărimea t_1 să fie dată, iar $x(t_1)$ să fie necunoscută, putînd lua valori arbitrare. Se spune atunci că problema este cu capăt *liber* la dreapta. În acest caz funcția optimă se află printre extremalele care pentru $t = t_1$ satisfac condiția de *transversalitate*

$$f^0_u(x(t_1),\ x'(t_1),\ t_1) = 0. \tag{6}$$

Este posibil ca ambele mărimi t_1 și $x(t_1)$ să nu fie date, știindu-se doar că capătul la dreapta $x(t_1)$ al graficului funcției $x(t)$ se poate mișca pe curba netedă dată de $x = \varphi(t)$, adică $x(t_1) = \varphi(t_1)$. În acest caz, capătul la dreapta se numește *mobil*. Atunci funcția optimă se găsește printre extremalele care pentru $t = t_1$ împreună cu condiția $x(t_1) = \varphi(t_1)$ satisfac condiția de *transversalitate*

$$f^0(x(t_1),\ x'(t_1),\ t_1) - [x'(t_1) - \varphi'(t_1)]f^0_u(x(t_1),\ x'(t_1),\ t_1) = 0. \tag{7}$$

În mod analog se face clasificarea condițiilor la limită la capătul la stînga (1). Așadar, în toate cazurile funcția optimă este o extremală a funcționalei (1), care satisface condițiile la limită respective la capătul la stînga și la cel la dreapta, după cum aceste capete sînt fixate, libere sau mobile. Independent de caracterul condițiilor la limită, funcția optimă satisface în mod necesar condițiile (4) și (5).

Trebuie menționat faptul că pe mulțimea funcțiilor continue, care au o derivată continuă și care satisfac condițiile la limită date de unul dintre cele trei tipuri menționate, problema de minimizare a funcționalei (2) poate să nu aibă o soluție, adică pe această mulțime poate să nu existe o funcție optimă. În acest caz este natural să se caute funcția optimă într-o mulțime mai largă de funcții. Adeseori, se iau drept asemenea mulțime de funcții funcțiile $x(t)$ continue pe segmentul $t_0 \leqslant t \leqslant t_1$ avînd derivatele $x'(t)$ continue pe porțiuni. Se constată că în toate punctele de continuitate a derivatei sale $x'(t)$, funcția optimă $x(t)$ din această mulțime lărgită de funcții satisface în mod necesar ecuația (3) și condițiile (4), (5), precum și condițiile la limită corespunzătoare unuia dintre cele trei tipuri sus-menționate la capetele la stînga și la dreapta. În punctele în care derivata $x'(t)$ are discontinuități și în care graficul funcției optime $x(t)$ are colțuri, trebuie satisfăcute *condițiile lui Erdmann-Weierstrass*

$$[f^0(x(\tau),\ x'(\tau),\ \tau) - x'(\tau)f^0_u\,(x(\tau),\ x'(\tau),\ \tau)]_{\tau=t} = 0,$$

$$[f^0_u(x(\tau),\ x'(\tau),\ (\tau))] = 0\,; \tag{8}$$

aici $[z(\tau)]_{\tau=t} = \lim\limits_{\tau\to t+0} z(\tau) - \lim\limits_{\tau\to t-0} z(\tau)$ este saltul funcției $z(\tau)$ în punctul $\tau = t$.

Dacă notăm $x'(t) \equiv u(t)$, problema minimizării funcționalei (2) poate fi scrisă într-o formă echivalentă ca problemă de comandă optimă [2]: să se minimizeze funcționala $J = \int_{t_0}^{t_1} f^0(x(t), x'(t), t)\, dt$ cu condițiile $x'(t) = u(t)$, în care $u(t)$ este o comandă continuă pe porțiuni, iar traiectoria care corespunde acestei funcționale $x = x(t)$ satisface pentru $t = t_0$ și $t = t_1$ una din cele trei tipuri de condiții la limită. Așadar, pentru cercetarea problemelor de c.v. se poate utiliza principiul maximului lui L. S. Pontreaghin *(→ Teoria matematică a proceselor optime).* Aici funcția lui Hamilton-Pontreaghin are forma $H(x, \Psi, u, t) \equiv \equiv -f^0(x, u, t) + \Psi u$, iar ecuația diferențială conjugată

$$\Psi' = f_x^0(x, u, t). \tag{9}$$

Pe funcția optimă $x = x(t)$, pentru fiecare t fixat, funcția în u, $H(x(t), \Psi(t), u, t)$ își atinge maximul $u = u(t) = x'(t)$, fiind optimă:

$$H(x(t), \Psi(t), u(t), t) = \max_u H(x(t), \Psi(t), u, t), \tag{10}$$

în care $\Psi(t)$ este o soluție a ecuației (9), unde $x = x(t)$, $u = u(t)$. Din relația (10) rezultă

$$\frac{\partial H}{\partial u} \equiv -f_u^0(x(t), u(t), t) + \Psi(t) = 0, \; t_0 \leqslant t \leqslant t_1 \tag{11}$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial u^2} \equiv -f_{uu}^0(x(t), u(t), t) \leqslant 0, \; t_0 \leqslant t \leqslant t_1. \tag{12}$$

Dacă derivăm pe (11) în raport cu t și folosim expresia pentru Ψ' din (9), ajungem imediat la ecuația lui Euler (3). Condiția (12) este condiția lui Legendre (4); condiția lui Weierstrass (5) este o simplă consecință a condiției (10) și a egalității (11) dacă ținem seama de faptul că $E(t, x(t), u(t), v) \equiv H(x(t), \Psi(t), u(t), t) - H(x(t), \Psi(t), v, t)$. Condițiile lui Erdmann-Weierstrass (8) echivalează cu continuitatea funcțiilor $\Psi(t)$ și $H(x(t), \Psi(t), u(t), t)$. În sfîrșit, ținînd seama de egalitatea (11), condiția de transversalitate (6) se transcrie sub forma $\Psi(t_1) = 0$, iar condiția (7) sub forma

$$H(x(t_1)\Psi(t_1), u(t_1), t_1) = \Psi(t_1)\, \varphi'(t_1).$$

Dacă în problemele examinate mai sus $x = x(t)$ este o funcție vectorială n-dimensională, $\mathbf{x}(t) = (x_1(t), \ldots, x_n(t))$, atunci, așa cum se poate observa cu ușurință din principiul maximului, condițiile (3) — (8) rămîn adevărate dacă considerăm $f_x^0 = (f_{x_1}^0, \ldots, f_{x_n}^0)$, $f_u^0 = (f_{u_1}^0, \ldots, f_{u_n}^0)$, $f_u^0 x' = \sum_{i=1}^{n} f_{u_i}^0 x'$, $(v - u) f_u^0 = \sum_{i=1}^{n} (v_i - u_i) f_{u_i}^0$; condiția (4) înseamnă că matricea f_{uu}^0 a derivatelor parțiale de ordinul doi $f_{u_i u_j}^0 (i, j = 1,2,\ldots,n)$ este pozitiv semidefinită. Așadar, principiul maximului este o generalizare naturală a condiției lui Weierstrass. Dar, spre deosebire de aceasta din urmă, principiul maximului este mai general, fiind aplicabil la probleme mai generale, cu restricții referitoare la $x'(t)$, care se întîlnesc adeseori în aplicații. În ceea ce privește alte probleme mai complicate studiate în **c.v.**, a se vedea de exemplu [1], [2].

F. P. Vasiliev

Bibl. 1. L. E. Elsgolt, *Diferențialnîie uravnenia i variaționnoe iscislenie*, „Nauka", 1965; 2. L. S. Pontreaghin ș.a., *Matematiceskaia teoria optimalnîh proțessov*, „Nauka", 1969.

Calculator electronic. Mijloc tehnic universal pentru realizarea automată a *algoritmilor*, care constau din operațiile de introducere, memorare, prelucrare și extragere a informației. **C.e.** se utilizează pentru calcule tehnico-științifice și economice, pentru prelucrarea informației de evidență, pentru conducere *(→ Sistem automatizat de conducere)* etc. Există numeroase tipuri de **c.e.** Domeniul de utilizare a fiecărui tip de **c.e.** sau chiar a unui exemplar concret de **c.e.** este determinat de *software**. Construcția **c.e.** actuale se bazează pe scheme radioelectronice și electromecanice.

Informația supusă prelucrării (programe, date), generată de oameni sub formă de text scris pe hîrtie, se transformă în prealabil într-un șir de biți *(→ Reprezentare binară a informației)*, realizați sub formă de poziții perforate („1") și neperforate („0") ale cartelelor sau benzilor perforate. Pentru perforarea cartelelor și benzilor se utilizează echipamente speciale cu claviatură. În ultima vreme, se utilizează tot mai frecvent introducerea directă în **c.e.** a simbolurilor culese pe claviatura pupitrelor de comandă. Informația obținută ca urmare a prelucrării sub forma unui șir de biți poate fi (în cazul ieșirii din **c.e.** în vederea utilizării în mediul uman) transformată sub forma unui text sau (uneori) sub forma unui grafic și este imprimată pe hîrtie sau afișată pe un ecran. În componența unui **c.e.** intră următoarele elemente:

1. *unitatea centrală de prelucrare (procesorul central)*;
2. *memoria* pentru păstrarea programelor și a datelor.

Se disting mai multe tipuri de memorie: registre; memorie internă (operativă, de obicei pe miezuri magnetice); memorie externă (benzi magne-

tice, discuri magnetice, tamburi magnetici, cartele magnetice). Organizarea logică a memoriei este legată de *reprezentarea binară a informației**.
3. *echipamentele periferice.*
Funcționarea unității centrale de prelucrare și a echipamentelor periferice este comandată cu ajutorul *programelor**. Pentru alcătuirea programelor se utilizează *limbaje de programare**.
Unitatea centrală de prelucrare (procesorul) prelucrează informația aflată în memoria internă, utilizînd registrele. Programul în curs de execuție se află, de asemenea, în memoria internă. Memoria externă se folosește pentru păstrarea informației, care urmează a fi utilizată în viitor cu ocazia executării programelor. În speță, în memoria externă se pot păstra seturi de date, care sînt programe sau sînt utilizate de programe, sau care apar ca rezultate ale funcționării programelor.
Echipamentele periferice servesc pentru schimbul între memoria internă și memoria externă, pentru introducerea și extragerea cartelelor perforate și a benzilor perforate, pentru introducerea nemijlocită în memorie a simbolurilor culese la pupitrul cu claviatură, pentru imprimarea simbolurilor și graficelor pe hîrtie, pentru conectarea calculatorului electronic la canalele de telecomunicație etc. În cadrul **c.e.** moderne, echipamentele periferice pot funcționa în paralel cu unitatea centrală de prelucrare. Pentru sincronizarea funcționării lui și a echipamentelor periferice, se utilizează semnalele de intermitență, care informează unitatea centrală de prelucrare asupra stării echipamentelor periferice.
„Individualitatea“ unui **c.e.** concret este determinată în mare măsură de organizarea logică a memoriei, de setul de comenzi al unității centrale de prelucrare, din care se pot alcătui programe, precum și comenzi și semnale pentru comunicarea unității centrale de prelucrare cu echipamentele periferice.
Sub aspect fizic, diversele tipuri de **c.e.** pot alcătui familii logic compatibile. Aceasta înseamnă că un program care poate fi executat la un **c.e.** dintr-o familie poate fi executat și la un alt **c.e.** din aceeași familie (→ de asemenea *Sistem de calcul)*. Diversele exemplare de **c.e.** din cadrul unei familii pot avea un număr diferit de *baiți* de memorie internă, structuri diferite ale memoriei externe și seturi diferite de echipamente periferice.
Unele posibilități tehnice ale **c.e.** moderne (funcționarea în paralel a unității centrale de prelucrare și a echipamentelor periferice; posibilitatea de a proteja diferitele zone ale memoriei de apelurile din partea programelor; existența unei submulțimi a setului de comenzi, a cărui utilizare este permisă numai *sistemului de operare**, de pildă a comenzilor care introduc și întrerup protejarea zonelor de memorie, a comenzilor necesare pentru reacția la semnalele de întreruperi etc.; posibili-

tatea conectării memoriei **c.e.** la canalele de telecomunicaţie) alcătuiesc baza pentru organizarea *multiprogramării** şi a sistemelor cu *divizarea timpului**.

Viteza de funcţionare a unităţii centrale de prelucrare a **c.e.** moderne atinge cîteva milioane de operaţii pe secundă; capacitatea memoriei interne se ridică la cîteva miliarde de baiţi.

I. V. Gheronimus

Bibl. 1. A. A. Papernov, *Loghiceskie osnovî ţifrovîh maşin i programmirovania*, „Nauka", 1968; 2. *I. B. M. System/360—Principles of Operation*, 1964 Edition.

Căutarea informaţiei. Ansamblu de metode practice şi teoretice de extragere a datelor necesare din cadrul unor masive mari de informaţie. Ca problemă practică, **c.i.** se realizează cu ajutorul calculatorului electronic, iar sistemele de înregistrare a datelor (documente, articole, referate, tabele etc.) reprezintă un limbaj natural simplificat şi standardizat, în care se exprimă, de regulă, numai o parte din conţinutul textelor reale, transmise prin intermediul relaţiilor gramaticale dintre termenii aleşi ca termeni primari (aşa-numitele cuvinte-cheie). Un asemenea sistem de înregistrare a datelor se numeşte *limbaj informaţional*, iar lista termenilor primari şi ai termenilor derivaţi, frecvent întîlniţi, definiţi cu ajutorul lor, se numeşte *tezaur**. Înregistrările în limbajele informaţionale atît a textelor corespunzătoare, cît şi a întrebărilor formulate cu privire la aceste texte se numesc modele de căutare a textelor şi respectiv a întrebărilor.

Algoritmul *(→ Teoria algoritmilor)* de căutare a datelor necesare constă în stabilirea unei anumite corespondenţe între modelele de căutare a întrebărilor şi modelele de căutare a textelor, păstrate în memoria dispozitivului automat respectiv (de pildă, un calculator electronic). Această corespondenţă se stabileşte cu ajutorul aşa-numitului criteriu de relevanţă, care este legat atît de semantica limbajului informaţional (tezaurul, care corespunde limbajului informaţional respectiv), cît şi de logica limbajului informaţional (prin logică se înţelege ansamblul relaţiilor gramaticale dintre termeni).

Dificultăţile principale ale alcătuirii procedurilor algoritmice de **c.i.** constau în faptul că criteriul de relevanţă a întrebării şi răspunsului care a fost ales trebuie să fie optim în sensul că: 1. numărul modelelor de căutare a textelor neglijate care au în realitate legătură cu problema să fie destul de mic (condiţia exhaustivităţii căutării); 2. numărul modelelor obţinute, care în realitate nu se referă la problemă, să fie de asemenea destul de mic (condiţia exactităţii căutării).

Din punct de vedere teoretic, diferitele limbaje informaționale și algoritmii de căutare corespunzători acestora se pot caracteriza în conformitate cu următoarea schemă formală:

Să admitem că se dă un limbaj al logicii predicatelor de ordinul întîi S cu egalitate *(→ Logică matematică)*. Să admitem în continuare că

$$P_1(x_1, \ldots, x_{m_1}), \ldots, P_1(x_1, \ldots, x_{m_1})$$

sînt predicate constante cu m_i locuri ($i = 1, \ldots, l$). Fie $a_1, \ldots, a_n, \ldots$ care sînt constante de obiect (obiecte), iar $x_1, \ldots, x_n \ldots$ sînt variabile de obiect. Prin $A, B, C, A_1, B_1, C_1 \ldots$ vom nota formulele limbajului S, construite cu ajutorul predicatelor, variabilelor, obiectelor, copulelor logice „$\sim$", „&", „$\vee$" (respectiv: „nu", „și", „sau"), precum și a cuantificatorilor „$\forall x_1$", „$\exists x_1$" („pentru toți x_1", „există x_1"). Să extindem limbajul S, adăugîndu-i *operatorul interogării* „?", aplicabil formulelor S, *operatorul de abstracție* „^", *operatorul de descripție nedeterminată* „ε", precum și predicatele constante „T" *(predicatul adevărului formulei)* și predicatul „$\in$" *(predicatul apartenenței* elementului la mulțime) *(→ Mulțime)*. Termenii $?(\forall x_1\ B(x_1))$, $?(\exists x_1 B(x_1))$, $?(C(a_1, \ldots, a_m))$ îi vom înțelege, respectiv, în felul următor: „care sînt toți acei x_1 care satisfac formula Bx_1 ?"; „există vreun x_1 care satisface formula $B(x_1)$?"; „este adevărat că obiectele $a_1, \ldots, a_m$ satisfac formula $C(a_1, \ldots, a_m)$?", „$x_1 B(x_1)$ și $\varepsilon x_1 B(x_1)$ desemnează, respectiv, termenii „clasa acelor x_1, care satisfac formula $B(x_1)$", și „acel x_1, care satisface $B(x_1)$". În cazul în care formulele $\exists x_1 \forall x_3 (x_1 = \varepsilon x_2 B(x_2))\ \&(\sim(x_3 \in \hat{x}_4 B(x_4))\ \vee (x_1 = x_3)$ și $\varepsilon x_1 B(x_1) \in \hat{x}_2 B(x_2)$ sînt adevărate, atunci le vom numi, respectiv, răspunsuri la termenii interogativi (întrebări) $?(\forall x_1 B(x_1))$ și $?(\exists x_1 B(x_1))$. Dacă este adevărată formula $C(a_1, \ldots, a_m)$, atunci formula $T(C(a_1, \ldots, a_m))$ o vom numi răspuns la întrebarea $?(C(a_1, \ldots, a_m))$; dacă $C(a_1, \ldots, a_m)$ este însă falsă, atunci vom numi răspuns corespunzător formula $\sim T(C(a_1, \ldots, a_m))$.

Să admitem că este dată o mulțime de propoziții Γ ale limbajului S; fie Ω_Γ mulțimea tuturor termenilor interogativi, care corespund mulțimii Γ, atunci vom numi căutarea informației referitoare la Γ algoritmii α de obținere a răspunsului pentru orice termen τ, care aparține mulțimii Ω_Γ.

Așadar, pentru orice $\tau \in \Omega_\Gamma$, $\alpha(\tau) = A$, unde A este răspunsul la întrebarea de tip corespunzător. În ipoteza în care mulțimea Γ sau mulțimea constantelor de obiect sînt infinite, algoritmul α menționat poate fi realizat, firește, pe mașini abstracte (de pildă, la *mașina Turing*, *→ Teoria algoritmilor)*.

Principiul următor este esențial pentru teoria **c.i.**: orice limbaj informațional construit în mod rațional poate fi tradus într-un limbaj de tip S. De aceea, formularea procedurii algoritmice de căutare se reduce la stabilirea unui procedeu eficient de identificare a adevărului predicatelor inițiale $P_1(x_1, \ldots, x_{m_1}), \ldots, P_1(x_1, \ldots, x_{m_1})$. Acest rezultat nu este banal: de pildă, dacă într-un limbaj informațional pentru chimie există un predicat de obținere din combinațiile inițiale a unei combinații aparținînd unei clase date, stabilirea efectivă a adevărului său nu este întotdeauna posibilă nici chiar experimental. Prin urmare, în principiu, sînt posibile trei soluții: „răspunsul a fost dat", „existența răspunsului este nedeterminată" (răspunsul este posibil), „răspunsul este imposibil".

În limbajele informaționale, în care există întotdeauna numai două soluții, se utilizează ca gramatică logica bivalentă *(→ Logică matematică)*. În cazurile cele mai simple, în asemenea limbaje căutarea se reduce la compararea unor forme normale disjunctive perfecte. Un exemplu mai complex este căutarea demonstrației unei formule în calculul propozițiilor, adică stabilirea răspunsului la întrebarea: este oare demonstrabilă formula A și dacă da, care este demonstrația ei?

Deoarece chiar și în limbajele informaționale simple apar situații în care se poate obține numai un răspuns verosimil, și nu cert, generalizarea firească a „logicii căutării" bivalente este logica trivalentă cu a treia valoare de adevărat — „nedeterminat" (există propuneri de a se utiliza și logici m-valente cu $m > 3$, ale căror valori de adevărat, diferite de „adevărat" și „fals", se interpretează ca „grade de nedeterminare").

Limbajul S poate fi generalizat și în felul următor: să admitem că X, $X_1, \ldots$, sînt predicate variabile; le vom aplica cuantificatorii și vom introduce termenul interogativ de forma ? $(\forall X(X(a_1)))$ — „care sînt toate proprietățile pe care le posedă obiectul a_1 ?".

În acest caz S va fi formulat prin mijloacele logicii predicatelor de ordinul al doilea.

Complexitatea procedurilor algoritmice ale **c.i.** depinde atît de „logica căutării" dată în S, cît și de semantica lui S — vocabularul termenilor inițiali, axiomele de conținut și sarcinile căutării.

Utilizarea **c.i.** în *sistemele automatizate de conducere* (SAC)* este extrem de variată; în alte domenii, exemple de probleme de căutare diferite sînt **c.i.** referitoare la patente, a celei bibliografice, căutarea combinațiilor și reacțiilor chimice, care satisfac niște condiții date, căutarea unui subgraf dat într-un graf, căutarea demonstrației teoremelor etc.

Automatizarea **c.i.** este una din secțiunile așa-numitei *modelări a activității intelectuale*, al cărei scop este de a crea mijloace rapide și eficiente de extragere a datelor necesare din masivele mari de informație *(→ Masiv de informație)*.

V. K. Finn

Bibl. 1. A. I. Mihailov, A. I. Ciornîi, R. S. Pilearevski, *Osnovî informatiki*, „Nauka", 1968; 2. R. Ledley, *Programming and Utilizing Digital Computers*, McGraw-Hill, 1968; 3. G. Moisil, *Teoria algebrică a mecanismelor automate*, Editura tehnică, 1959.

Cercetare operaţională. Direcţie nouă în ştiinţă care îşi propune în principal să elaboreze metode de analiză a acţiunilor (operaţiilor) îndreptate spre un anumit scop şi să estimeze obiectiv (în special cantitativ) deciziile comparate. Obiectul **c.o.** îl constituie sistemele, adică ansamblurile de elemente interdependente destinate atingerii unui anumit obiectiv.

Creşterea gradului de complexitate a producţiei, a tehnicii militare şi a structurii organizatorice a societăţii face ca adoptarea deciziilor şi conducerea eficientă să aibă nevoie din ce în ce mai mult de o informaţie amplă, precisă şi rapidă, de estimarea cantitativă şi prognoza rezultatelor producţiei, a rezultatelor operaţiunilor militare, a consecinţelor deciziilor adoptate. Metodele **c.o.** permit analiza obiectivă a fiecărui fenomen, estimarea numerică a operaţiunilor preconizate şi, eventual, propunerea de variante de decizii, diferite de acelea luate în considerare de conducătorii organelor economice sau ai altor organe.

În cercetarea fiecărei operaţii concrete se disting şapte etape: 1. enunţarea problemei; 2. construirea modelului matematic al fenomenului sau al operaţiei; 3. culegerea şi prelucrarea informaţiei iniţiale; 4. analiza modelului şi obţinerea soluţiei (deciziei); 5. verificarea măsurii în care modelul este adecvat fenomenului şi analiza calităţii soluţiei (deciziei); 6. corectarea modelului şi a deciziei; 7. realizarea rezultatelor deciziei. Enunţarea problemei este una dintre etapele de cea mai mare răspundere ale **c.o.** Operaţiile studiate, de regulă, nu sînt izolate. Ele sînt legate cu alte operaţii şi fenomene, care în momentul respectiv nu-l interesează pe utilizator, dar care pot influenţa desfăşurarea operaţiei şi rezultatele acesteia. Cunoaşterea operaţiei şi a scopurilor ei, analiza factorilor care au legătură cu aceasta, comensurarea diferitelor feluri de cheltuieli şi de rezultate oferă temeiuri cercetătorului de a separa elementele mai importante de cele mai puţin importante şi de a formula condiţiile care determină admisibilitatea unei anumite decizii şi calitatea ei. Un rol important în formularea problemei îl joacă luarea în considerare a intereselor oamenilor şi a colectivelor care participă la operaţia respectivă şi prognoza influenţei pe care o va exercita asupra lor o anumită decizie.

Ca urmare a primei etape a **c.o.** se obţine un set de indicatori capabili să caracterizeze destul de complet operaţia, calitatea organizării şi conducerii ei. Realizarea unor rezultate mai bune ale operaţiei înseamnă stabilirea unui asemenea procedeu de conducere a ei, în care indicatorii calității operației nu depășesc limitele admisibile, iar funcția obiectiv a operației, determinată de caracteristicile ei, atinge o valoare cît mai mare. Alegerea și formalizarea indicatorilor operației, determinarea domeniului admisibil al variației lor și elaborarea funcției obiectiv, care determină eficiența operației, constituie etapa a doua a **c.o.**, și anume trecerea de la modelul descriptiv la unul formal.

Să presupunem, de pildă, că operația constă în alegerea unui complex de măsuri profilactice și de reparații, care să ducă la mărirea siguranței în funcționarea utilajelor dintr-o secție. În prima etapă a cercetării se stabilește caracterul măsurilor admisibile în condițiile concrete din secția respectivă (achiziționarea și instalarea unor aparate de control, desemnarea și înzestrarea brigăzilor de reparații, stabilirea diferitelor regimuri profilactice); se verifică principalii indicatori ai lucrărilor care estimează cheltuielile pe care le comportă acestea și efectul ce poate fi realizat; se cercetează condițiile care limitează posibilitățile de utilizare a diferitelor procedee de reparare și de profilaxie (mijloacele și resursele existente, angajamentele de plan ș.a.m.d.).

Analiza calitativă efectuată în prima etapă permite să se treacă la etapa următoare: construirea modelului formal al operației. Parametrii căutați ai modelului sînt intensitățile utilizării diferitelor măsuri. Prin funcția obiectiv a modelului se înțelege suma cheltuielilor pentru realizarea măsurilor profilactice și a pagubei medii cauzate de eventualele defecțiuni și întreruperi în funcționarea utilajului. Domeniul admisibil al modificării parametrilor modelului este determinat de restricțiile de timp, mijloace materiale și resurse, de care dispune secția respectivă pentru efectuarea lucrărilor profilactice și de reparații.

Adeseori, prin **c.o.** se înțelege, în special, activitatea din primele etape, care permite să se stabilească caracteristicile esențiale ale operației în cadrul aparentei aglomerări de situații întîmplătoare și să se pună în evidență legăturile fundamentale necesare pentru prognoză și pentru elaborarea deciziei.

C.o. presupune o organizare rațională a culegerii, prelucrării și stocării informației. Efectul obținut de pe urma stocării informației nu justifică întotdeauna cheltuielile respective. Programul de culegere a informației și de prelucrare a rezultatelor observațiilor trebuie să se întemeieze pe compararea cheltuielilor necesare cu prejudiciul probabil pe care l-ar provoca insuficiența informației.

Analiza modelului se efectuează, de obicei: cu ajutorul metodelor și algoritmilor de cercetare a problemelor de extremum condiționate; prin modelarea statistică (metoda Monte Carlo); cu ajutorul estimării experților; după rezultatele unor „jocuri" economice special organizate. Decizia obţinută cu ajutorul modelului nu poate fi însă recomandată nemijlocit pentru realizarea în practică. Modelul matematic, ca şi oricare alt model, reflectă numai în mod parţial realitatea, punînd accentul pe unele dintre aspectele sale. Caracterul adecvat al modelului şi, prin urmare, calitatea deciziei se pot verifica comparînd rezultatele determinate fără utilizarea modelului cu rezultatele care decurg din analiza acestuia. Aceste estimări pot fi efectuate retrospectiv pe baza unor date obţinute anterior sau prin testări practice directe. Aceste testări şi estimări ale modelului şi ale consecinţelor analizei sale se utilizează în etapa a şasea a **c.o.** pentru corectarea modelului şi armonizarea deciziei, ceea ce necesită revenirea repetată la lucrările efectuate în etapele precedente. Concluziile obţinute cu ocazia analizei modelelor permit să se verifice şi să se estimeze ipotezele adoptate anterior şi să se precizeze modelul în cursul cercetării.

Lucrările de **c.o.** au sens dacă ele se încheie prin implementarea rezultatelor cercetării în producţie. Importanţa problemelor coordonării activităţii ştiinţifice şi de producţie şi dificultăţile implementării recomandărilor ştiinţifice în producţie ne constrîng să considerăm aceste probleme ca o etapă distinctă în **c.o.** Problemele acestei etape finale impun exigenţe speciale metodologiei **c.o.**, silindu-l pe cercetător să utilizeze metode cît mai simple, să folosească argumente convingătoare şi să-şi formuleze în mod sugestiv concluziile. Nu trebuie însă uitat că sarcina cercetătorului în domeniul **c.o.** este de a pregăti decizia, şi nu de a o adopta. Conducătorul care răspunde pentru luarea deciziei trebuie să ţină seama, pe lîngă recomandările specialistului care a efectuat **c.o.**, bazată pe estimări cantitative, şi de alţi factori care nu pot fi formalizaţi.

Problemele şi metodele **c.o.** se împart în diferite clase în funcţie de tipul operaţiei şi al procesului analizat. În prezent, atenţia cercetătorilor este îndreptată îndeosebi spre analiza următoarelor tipuri de operaţii: 1. operaţiile serviciilor de masă; 2. operaţiile de gestiune a stocurilor; 3. operaţiile de stabilire a uzurii şi a înlocuirii utilajelor; 4. operaţiile de repartiţie; 5. operaţiile de ordonanţare şi de planificare calendaristică; 6. situaţiile conflictuale.

Prima clasă de operaţii este cercetată în teoria serviciilor de masă (teoria aşteptării, teoria firelor de aşteptare). Aici se studiază legităţile statistice în operaţiile cu caracter de masă, alcătuite dintr-un mare număr de operaţii elementare omogene. În sistemele serviciilor de masă, în care solicitările pentru anumite operaţii elementare sosesc în momente întîmplătoare sau sînt prestate în decursul unor intervale de timp întîmplătoare, apariţia cozilor (a firelor de aşteptare) este un rău inevitabil.

În condițiile existenței unui număr prea mare de canale de servire sistemul suferă pagube din cauza unor eventuale stagnări ale canalelor. În cazul existenței unui număr prea mic de canale dezavantajul sistemului este determinat de cozile care se formează. În teoria firelor de așteptare se studiază fluxul de intrare a solicitărilor și se estimează calitatea sistemului de servire (în special, capacitatea de transmitere a acestuia) în condițiile unor reguli diferite de formare a cozilor.

Unul din capitolele importante ale **c.o.** este gestiunea stocurilor *(→ Gestiunea stocurilor)*.

Cercetarea operațiilor legate de modificarea stării utilajului, a valorii sale și a cheltuielilor pentru menținerea capacității sale de funcționare, cu stabilirea unor grafice raționale de reparare și înlocuire a utilajului, constituie obiectul unui capitol al **c.o.** numit *teoria uzurii și a înlocuirii*. Sarcinile fundamentale ale acestei teorii rezidă în alegerea utilajului celui mai eficient în condițiile date, calcularea unui grafic rațional de reparații și de înlocuire a utilajelor ca urmare a uzurii fizice sau morale, estimarea calității utilajelor în funcție de condițiile admisibile de utilizare a lor, de durata de serviciu, de cheltuielile pentru exploatare, profilaxie și reparații.

Modelele de repartiție se utilizează pentru planificarea unei mulțimi de operații care necesită aceleași resurse și unul și același utilaj. Se presupune că fiecare operație poate fi executată prin mai multe procedee, însă pentru executarea cea mai adecvată a fiecărei operații nu există suficiente resurse și utilaje. Sarcina constă în aceea ca, utilizînd capacitățile limitate și materialele existente, să se execute toate lucrările în modul cel mai rațional.

Operațiile de ordonanțare și planificare calendaristică sînt legate de ordonarea în timp a utilizării unui sistem dat de mașini cu anumite caracteristici pentru prelucrarea unei anumite mulțimi de produse, astfel încît să fie satisfăcut un anumit sistem de condiții tehnologice și să fie asigurată realizarea valorii optime a unui anumit indicator de calitate. De cele mai multe ori se utilizează următorii indicatori de calitate: timpul total de nefuncționare a tuturor mașinilor; cheltuielile totale pentru prelucrarea unei serii de produse; numărul de seturi complete de produse prelucrate într-un timp dat. Restricțiile tehnologice precizează ordinea admisibilă a prelucrării fiecărei piese la diverse mașini.

Analiza modelelor de alegere a deciziei în situațiile conflictuale sau în cazurile de nedeterminare constituie obiectul unui capitol important al **c.o.**: *teoria jocurilor**.

C.o. utilizează un aparat matematic variat. Pentru analiza modelelor de operații și pentru elaborarea deciziilor se utilizează mai frecvent metodele de programare matematică, de analiză combinatorie și de modelare statistică. De asemenea, **c.o.** aplică pe scară largă procedeele euristice.

D. B. Iudin

Bibl. 1. W. Churchman, R. Ackof, L. Arnof, *Introduction to Operations Research*, John Wiley, 1957; 2. D. B. Iudin, E. G. Golstein, *Zadaci i metodî lineinogo programmirovania*, „Sovietskoe radio", 1964; 3. E. S. Ventțel, *Issledovanie operații*, „Sovietskoe radio", 1972; 4. A. Kaufmann, *Metode și modele ale cercetării operaționale*, v. I—II, Ed. științifică, 1967; v. III, Ed. științifică și enciclopedică, 1975.

Cheltuieli actualizate. Cheltuieli efectuate în momentul de bază, echivalente prin valoarea lor economică cu totalitatea cheltuielilor efectuate în momente diferite de timp. Dacă o cheltuială de o rublă în momentul inițial (de bază) este echivalentă cu o cheltuială de $s(t)$ ruble în momentul t, iar $L_1, L_2, \ldots, L_k$ sînt cheltuielile în momentele $t_1, t_2, \ldots, t_k$, necesare pentru efectuarea unei anumite măsuri, atunci **c.a.** sînt egale cu:

$$R = \sum_{i=1}^{k} [s(t_i)]^{-1} L_i.$$

Cu un grad suficient de exactitate se poate considera că raportul dintre cheltuieli echivalente în momentele t și $t+1$ nu depinde de timp, adică $\frac{s(t+1)}{s(t)} = s$. Dacă s-a ales ca unitate de timp anul, atunci $s = 1+E$, unde E este *rata eficienței investițiilor**.
În acest caz

$$R = \sum_{i=1}^{k} (1+E)^{-t_i} L_i.$$

C.a. permit să se compare *eficiența investițiilor*. Alegerea unei variante după criteriul minimului de **c.a.** asigură adoptarea unei decizii corespunzătoare intereselor economiei naționale.
Pe baza formulei (1) se compară eficiența unor măsuri a căror realizare duce la aceleași rezultate, însă necesită cheltuieli diferite. Includerea în (1) nu numai a cheltuielilor, dar și a veniturilor (cu semnul minus), permite să se compare măsuri ale căror rezultate sînt diferite, dacă diferențele respective pot fi evaluate. Componentele cheltuielilor L_i se evaluează, de obicei, în prețuri curente. O prognoză sigură a prețurilor în cazul calculării componentelor cheltuielilor viitoare contribuie la reflectarea mai precisă a intereselor economiei naționale în procesul de adoptare a deciziilor, pe baza calculului **c.a.**

Rezultatele comparării variantelor nu depind de momentul la care se aliniază cheltuielile. Ele nu se schimbă nici dacă recalcularea se face nu la un anumit moment, ci la cheltuielile anuale constante. Acest procedeu de recalculare este convenabil în cazurile în care cheltuielile curente nu se modifică în timp, iar investițiile se „recalculează" în prețuri curente. Dacă, de pildă, realizarea unei măsuri necesită o investiție unică K în anul $t = 0$ și cheltuieli curente c în anii $t = 1, 2, \ldots$, atunci, în conformitate cu (1), cheltuielile recalculate la momentul $t = 0$ sînt egale cu $R = K + \frac{c}{E}$. Dacă cheltuielile se recalculează la momentul $t = 1$ al intrării în exploatare, atunci acestea din urmă sînt egale cu $\bar{R} = c + EK$. Fiind date două mărimi R și $\bar{R}$, raportul lor nu depinde nici de K, nici de c, și de aceea utilizarea **c.a.** de ambele tipuri la compararea eficienței conduce la același rezultat.

Dacă investițiile se efectuează în decurs de doi ani, $t = 0$ și $t = 1$, în părți egale $\frac{K}{2}$, iar cheltuielile curente c sînt egale în anii $t = 2, 3, \ldots$, atunci recalcularea în cheltuieli anuale din momentul intrării în exploatare ne dă $\bar{R} = c + E\left(1 + \frac{E}{2}\right)K$.

În cazul investițiilor de o singură dată și a termenului final de serviciu T cheltuielile anuale recalculate sînt egale cu $\bar{R} = c + E\left(1 + \frac{1}{(1+E)^T - 1}\right)K$.

S. M. Movșovici

Bibl. → *Rata eficienței investițiilor.*

Cheltuieli de conexiune inversă (în sensul lui V. V. Novojilov [1]). Acele creșteri ale cheltuielilor de muncă la alte produse, determinate de utilizarea unor mijloace de producție mai eficiente pentru destinația respectivă, și nu pentru altele.

Conexiunea inversă constă în faptul că în cazul reducerii cheltuielilor pentru producția produsului respectiv cresc cheltuielile pentru confecționarea altor produse. Ea apare în condițiile existenței interschimbabilității mijloacelor de producție, capabile să servească uneia și aceleiași destinații, eficiența diferitelor mijloace de producție de acest gen fiind diferită, iar mijloacele de producție mai eficiente fiind insuficiente în comparație cu necesitățile utilizării lor corespunzătoare.

Ca urmare a existenței conexiunilor inverse între cheltuielile pentru diferite produse, suma minimurilor parțiale ale cheltuielilor nu coincide cu minimul total pe economia națională al sumei cheltuielilor, care nu poate fi aflat prin determinarea minimului cheltuielilor la fiecare produs în parte.

Analogul formal al **c.c.i.** sînt evaluările duale ale resurselor în problema generală de programare matematică, utilizată ca model al unității economice *(→ Evaluări optime)*.

Suma cheltuielilor directe pentru producția unui anumit produs și a **c.c.i.** legate de această producție alcătuiește *cheltuielile diferențiale* pentru produsul respectiv. Minimurile parțiale ale acestor cheltuieli pentru diferite produse sînt compatibile în sensul că ele revin acelor variante de producție, care corespund minimului total al cheltuielilor pe economia națională.

C.c.i. există atît la nivelul economiei naționale în ansamblu, cît și pe treptele intermediare ale ierarhiei economice, unde ele servesc ca etalon al creșterii cheltuielilor celulei respective în funcție de modificarea cheltuielilor elementelor sale structurale. Totodată, ca și în cazul cheltuielilor, se poate vorbi de *efectul de conexiune inversă*, dacă criteriul de optim al celulei respective sau a întregii economii naționale este un indicator care se maximizează (de pildă beneficiul, veniturile populației, fondul de acumulare etc.).

Unul dintre autorii teoriei planificării optime, V. V. Novojilov, a explicat cauzele fenomenului cheltuielilor (efectelor) de conexiune inversă la nivelul inferior al organizării structurale a sistemului social-economic prin *structura de producție și tehnologică a economiei (→ Structura sistemului social-economic)*. Fenomenul efectului de conexiune inversă se constată și la nivelul *structurii instituționale a economiei*, în primul rînd cu ocazia analizei ei în profil orizontal (regional). Aici *conexiunea inversă teritorială* se manifestă în aceea că sporirea efectului activității în procesul muncii depuse de populația unei anumite regiuni duce la reducerea efectului ei în alte regiuni, întrucît limitează posibilitățile de opțiune ale populației acestora la tipurile mai puțin eficiente ale acestei activități; dimpotrivă, reducerea efectului activității în procesul de muncă al populației dintr-o regiune duce la sporirea efectului ei în alte regiuni, întrucît asigură populației acestora posibilitatea de a opta pentru tipurile mai eficiente ale acestei activități, datorită amplasării economice corespunzătoare.

Conexiunea teritorială inversă apare dacă se întrunesc următoarele condiții:

— interschimbabilitatea regiunilor din punctul de vedere al amplasării diferitelor forțe de producție;

— eficiența inegală a amplasării fiecărui fel de producție în diferite regiuni de pe pozițiile *intereselor emergente* ale sistemului social-economic în ansamblu *(→ Armonizarea intereselor)*;

— eficiența inegală a diferitelor activități de producție pentru regiuni, privită de pe pozițiile *intereselor lor imanente;*

— insuficiența proporțiilor posibile ale dezvoltării unor activități de producție mai eficiente pentru regiuni în comparație cu necesitățile participării la activitatea de muncă respectivă a populației tuturor regiunilor;

— slaba mobilitate teritorială a populației în sensul neconcordanței mișcării ei după direcții și intensitate cu nevoile unei asemenea amplasări a economiei, care să fie cît mai eficientă din punctul de vedere al intereselor emergente ale sistemului și necesitatea coordonării lor cu interesele imanente ale regiunilor, iar a acestora din urmă între ele.

Efectele de conexiune inversă teritorială sînt niște creșteri ale venitului național, creat în alte regiuni, și determinate de dezvoltarea cu precădere a activităților de producție mai puțin eficiente din punctul de vedere al intereselor imanente ale regiunilor, în regiunea respectivă, și nu în altele.

Ca urmare a existenței conexiunilor inverse teritoriale între efectele activității în procesul de muncă a populației din diferite regiuni, suma efectelor maxime, corespunzătoare intereselor lor imanente, nu coincide în mod nemijlocit cu efectul maxim calculat din punctul de vedere al intereselor emergente ale sistemului social-economic în ansamblu și cu efectul social maxim al repartizării teritoriale a economiei naționale.

Analogul matematic al efectelor de conexiune teritorială inversă sînt plățile de transfer în jocul cu mai mulți participanți *(→ Teoria jocurilor)* sau evaluările duale ale restricțiilor la dimensiunile producției și ale exportului, stabilite în modelele centrului (sau în modelele uniunilor economice), conform rezultatelor calculelor pe baza modelelor regiunilor economice în cazul descrierii economiei cu ajutorul unui *sistem de modele.*

Suma venitului național creat nemijlocit de populația regiunii economice respective și a efectului conexiunilor inverse teritoriale, ca subproducție de venit național în această regiune ca urmare a faptului că structura economică a regiunii respective, în interesul societății în ansamblu, este inferioară structurii potențial posibile în condițiile resurselor accesibile regiunii, caracterizează efectul social al dezvoltării economiei ei.

Maximurile parțiale ale acestor efecte pe diferite regiuni sînt compatibile în sensul că se realizează în condițiile acelei repartizări teritoriale a economiei naționale care corespunde punctului *optim în sensul lui Pareto**, adică în condițiile armonizării intereselor imanente între ele și cu interesele emergente, ceea ce constituie un indiciu al optimului social

(→ *Structura sistemului social-economic, Planificare social-economică*). Trebuie relevat că dintre toate condițiile de existență a conexiunii inverse teritoriale, enumerate mai sus, ultima condiție necesită unele explicații speciale. Studierea tabloului real al emigrării populației, în multe țări, inclusiv în U.R.S.S., constituie o mărturie a faptului că ea se realizează în mod destul de strict natural la nivelul superior al ierarhiei social-economice, adică la nivelul marilor regiuni economice, caracterizate prin stabilitatea populației în raport cu influențele economice din afară. Conexiunile inverse examinate se pot forma și în profilul vertical (de ramură) al structurii instituționale a economiei, în cazul apariției unor condiții care asigură stabilitatea la influențele din afară ale lucrătorilor diferitelor uniuni economice. Această stabilitate este rațională dacă se ține seama de influența stabilității structurii cadrelor întreprinderilor asupra sporirii calificării individuale, a bunei gospodăriri și a capacității de interacțiune a lucrătorilor lor și, deci, asupra creșterii productivității muncii.

M. G. Zavelski

Bibl. 1. V. V. Novojilov, *Măsurarea cheltuielilor și rezultatelor în planificarea optimă*, Editura științifică, 1969. 2. M. G. Zavelski, *Problemî optimizații territorialnogo planirovania*, „Ekonomika i matematiceskie metodi", 1972, t. VIII, fas. 4.

Cheltuieli sincrone. În sensul lui V. V. Novojilov [1], **c.s.** sînt un rezultat al comensurării timpului de muncă și al consecințelor economice ale timpului de producție (construcție, circulație). **C.s.** constau în cheltuielile suplimentare de muncă pe o unitate de producție sincronă cu ele și se măsoară prin suma cheltuielilor pentru reproducția simplă a fondului de consum și a cheltuielilor suplimentare pentru lărgirea reproducției acestuia. Compararea muncii cheltuite în decursul unui interval de timp dat pentru reproducția unei anumite producții cu efectul de pe urma producției, care intră în consum simultan cu ea, se numește *măsurare sincronă a cheltuielilor de muncă* și permite să se determine cîtă muncă, cîte mijloace de producție și de subzistență poate să cheltuiască societatea fără vreun prejudiciu pentru ea, în vederea unor măsuri care vreme îndelungată nu dau nici un efect.

Problema fundamentală care se rezolvă cu ajutorul comensurării sincrone a cheltuielilor și a efectului, la nivelul economiei naționale, este planificarea volumului fondului de acumulare: măsurarea sincronă a cheltuielilor pe un produs sau pe o lucrare, care permite să se ia în considerare factorul timp la estimarea eficienței sale, constă în determinarea gradului de concordanță a unei anumite variante de producție a unui produs sau de realizare a lucrării cu fondul de acumulare optim pe economia națională.

V. V. Novojilov a arătat că dacă apar diferite procedee de perfecționare radicală a economiei naționale, care implică prelungirea timpului de producție, atunci în calea realizării lor apar praguri de creștere temporară a **c.s.** de muncă și este posibilă o reducere relativă a rentabilității acestor procedee, întrucît cheltuielile suplimentare pentru înfăptuirea lor nu se compensează prin efectul obținut. De pildă, atîta timp cît în aparatul de producție al economiei naționale ponderea tehnicii noi, care asigură, după asimilarea ei, **c.s.** de muncă mai mici decît tehnica veche, nu va atinge un nivel îndeajuns de ridicat, **c.s.** pe o unitate de fond de consum în medie vor fi mai ridicate decît acelea care ar fi avut loc în condițiile tehnicii vechi și ale ritmului anterior de creștere a producției. Concomitent, creșterea prețurilor, determinată de creșterea **c.s.** de muncă, duce la majorarea ratei generale a beneficiului, iar în condițiile utilizării acesteia pentru măsurarea cheltuielilor curente și capitale se constată reducerea eficienței tehnicii noi în perioada asimilării ei în comparație cu eficiența tehnicii vechi.

Alte exemple de acest gen sînt: punerea în valoare a terenurilor înțelenite; dezvoltarea economiei în regiunile înapoiate; investițiile de mijloace în educație, învățămînt, reciclarea cadrelor, în scopul perfecționării *infrastructurii** psiho-sociale; realizarea de măsuri îndreptate spre modificări favorabile ale situației social-demografice (→ *Populație*). În toate aceste cazuri estimarea eficienței măsurilor corespunzătoare este influențată în mod substanțial de faptul că momentul obținerii rezultatelor complete de pe urma realizării lor se află dincolo de limitele perioadei care poate fi cuprinsă de planul de perspectivă, întocmit pe baza unei informații inițiale îndeajuns de corecte. *Rata beneficiului* sau *normativul eficienței investițiilor*, calculat ca evaluare duală a unui asemenea plan optim (→ *Evaluări optime*), precum și evaluările altor resurse reflectă numai eficiența lor curentă în cadrul perioadei de plan și oferă o imagine denaturată a eficienței acestor măsuri în viitorul îndepărtat. Aceasta explică posibilitatea industrializării socialiste și a construirii bazei tehnico-materiale a comunismului numai în condițiile unei anumite abateri de la principiul rentabilității, înțeles în mod primitiv.

Pentru a reflecta în cadrul planului de perspectivă al viitorului apropiat eficiența integrală a măsurilor de durată, în funcția obiectiv a modelului economico-matematic corespunzător al economiei naționale este necesar să se introducă coeficienți care corectează eficiența lor curentă, pornind de la o anumită ipoteză fundamentată calitativ cu privire la efectele îndepărtate ale acestor măsuri. Coeficienții corespunzători de *actualizare* pot fi stabiliți numai cu ajutorul unor metode neformale și reprezintă unul dintre canalele de *complement extern* pentru mecanismul de identificare a obiectivului dezvoltării sociale, cuprins în subsistemul *planificării social-economice**, prin excelență formalizat. Există și un alt procedeu, la prima vedere mai simplu, dar mai puțin sigur de rezolvare a problemei, și anume acela de a introduce în model restricții care ne obligă la realizarea treptată a măsurilor de durată. Dar, dacă cu acest prilej se prevăd ritmuri scăzute, pragul de creștere a **c.s.** va deveni mai puțin abrupt (și va stimula reducerea în continuare a ritmurilor de realizare a acestor măsuri), în schimb mai îndelungat, ceea ce va constitui un prilej pentru oscilații conjuncturale în planificarea economiei naționale și respectiv în însuși procesul dezvoltării sale.

Așadar, aspectul static al teoriei funcționării optime a economiei socialiste, care ignoră problemele de estimare a eficienței măsurilor realizate pe un orizont de timp îndelungat, impunînd măsurarea și corectarea rațională a **c.s.**, este util pentru înțelegerea esenței diferitelor sarcini de plan, însă este insuficient pentru explicarea legităților fundamentale ale dinamicii economice și pentru planificarea social-economică de perspectivă, îndeosebi în perioada revoluției științifice-tehnice, care este însoțită de modificări substanțiale ale structurii sistemului social-economic.

M. G. Zavelski

Bibl. 1. V.V. Novojilov, *Problemele măsurării cheltuielilor și rezultatelor în planificarea optimă*, Ed. științifică, 1969; 2. M. G. Zavelski, *Problemî optimizații territorialnogo planirovania*, „Ekonomika i matematiceskie metodi", 1972, v. VIII, fas. 4.

Cheltuieli totale. Indicator care caracterizează consumul direct și indirect de produse ale unei ramuri pentru obținerea produsului final.

C.t. sînt o noțiune fundamentală în teoria analizei legăturilor dintre ramuri. Grație calculului **c.t.** pe baza modelului legăturilor dintre ramuri, a apărut posibilitatea de a face un pas calitativ nou în direcția perfecționării metodologiei și teoriei calculelor de plan, în primul rînd în direcția echilibrării proporțiilor materiale din cadrul planului economiei naționale, precum și pentru calculul variantelor indicatorilor de plan și analiza lor economică aprofundată.

Baza pentru calculul **c.t.** o constituie *coeficienții cheltuielilor directe*. Coeficienții **c.t.**, pe baza modelului balanței legăturilor dintre ramuri, pot fi calculați pe baza a două definiții fundamentale.

1. Coeficienții **c.t.** pot fi exprimați ca niște indicatori, care caracterizează legătura reciprocă dintre producțiile brute și produsele finale ale diferitelor ramuri. Această definiție decurge nemijlocit din rezolvarea sistemului de ecuații ale balanței legăturilor dintre ramuri:

$$(\mathbf{I} - \mathbf{A})\,\mathbf{x} = \mathbf{y},$$

unde **I** este matricea unitate, **A** — matricea coeficienţilor cheltuielilor directe, a_{ij}, **x** — vectorul producţiei brute, **y** — vectorul produsului final.

Soluţia acestui sistem este:

$$\mathbf{x} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\, \mathbf{y}.$$

Existenţa matricei inverse $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ şi unicitatea soluţiei sistemului de ecuaţii decurg din proprietăţile matricei **A** (→ *Cheltuieli directe*). Un element b_{ij} al matricei $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} = \mathbf{B}$ caracterizează necesarul de producţie brută al ramurii i, pentru obţinerea în procesul producţiei materiale a unei unităţi din produsul final al ramurii j. Datorită acestui fapt există posibilitatea de a considera producţiile brute ale ramurilor x_i sub forma unor funcţii ale valorilor planificate y_j ale produselor finale ale ramurilor:

$$x_i = f(y_1, y_2, \dots, y_n) = \sum_{j=1}^{n} b_{ij} y_j.$$

Pornind de la analiza acestei funcţii, coeficienţii **c.t.** pot fi definiţi sub forma volumului necesar al sporului producţiei brute a ramurilor pentru asigurarea sporului produselor finale corespunzătoare:

$$\frac{\partial x_i}{\partial y_j} = b_{ij}.$$

Coeficienţii **c.t.** reflectă întreaga varietate şi complexitate a legăturilor indirecte ce apar în procesul reproducţiei sociale.

2. Considerarea indicatorilor **c.t.** ca sumă a consumurilor (cheltuielilor) directe şi indirecte dintr-o categorie de produse pentru altă categorie duce la următoarea definiţie a lor:

$$c_{ij} = a_{ij} + c_{ij}^{(1)} + c_{ij}^{(2)} + \dots + c_{ij}^{(s)} + \dots,$$

unde c_{ij} reprezintă coeficientul **c.t.** ca sumă a coeficienţilor cheltuielilor directe şi indirecte de produse ale ramurii i pentru o unitate de produs din ramura j; $c_{ij}^{(s)}$ — coeficientul cheltuielilor indirecte de ordinul s al producţiei ramurii i pentru producţia unei unităţi de produs din ramura j.

Cheltuielile indirecte de ordinul 1 reprezintă consumul de produs i pentru producţia acelor categorii de produse, care la rîndul lor se consumă pentru producţia unei unităţi de produs din ramura j:

$$c_{ij}^{(1)} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik} a_{kj}.$$

În mod analog se determină cheltuielile indirecte de alt ordin, de pildă de ordinul 2:

$$c_{ij}^{(2)} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik} c_{jk}^{(1)};$$

de ordinul s:

$$c_{ij}^{(s)} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik} c_{kj}^{(s-1)}$$

ş.a.m.d.

La limită, coeficienţii **c.t.** ca sumă a cheltuielilor directe şi indirecte pot fi reprezentaţi sub forma:

$$c_{ij} = a_{ij} + \sum_{k=1}^{n} a_{ik} c_{kj}.$$

Această relaţie este întru totul identică cu altă formulă de definire a coeficienţilor **c.t.** ca sumă a cheltuielilor directe şi indirecte:

$$c_{ij} = a_{ij} + \sum_{k=1}^{n} c_{ik} a_{kj}.$$

Sub formă matriceală, calculul coeficienţilor **c.t.** ca sumă a cheltuielilor directe şi indirecte poate fi exprimat sub forma unei serii matriceale

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} + \mathbf{A}^2 + \mathbf{A}^3 + \ldots + \mathbf{A}^s + \ldots,$$

unde **C** este matricea coeficienţilor c_{ij}, $\mathbf{A}^s$ — matricea coeficienţilor cheltuielilor indirecte de ordinul $(k-1)$.

Ambele definiţii ale coeficienţilor **c.t.** sînt strîns legate între ele. Pentru matricea coeficienţilor **c.t.** ca indicatori ai legăturii reciproce dintre produsul brut şi produsul final este valabilă următoarea relaţie:

$$\mathbf{B} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} = \mathbf{I} + \mathbf{A} + \mathbf{A}^2 + \mathbf{A}^3 + \ldots + \mathbf{A}^n + \ldots$$

din care decurge că $\mathbf{B} = \mathbf{C} + \mathbf{I}$.

Pentru matricea **B** a coeficienţilor **c.t.** în expresie bănească este caracteristic faptul că toate elementele sale de pe diagonală $b_{ii} \geqslant 1$, întrucît în necesarul de producţie brută a ramurii i, pentru producţia unei unităţi de produs final al aceleiaşi ramuri, se include această unitate. În majoritatea covîrşitoare a cazurilor, coeficienţii **c.t.**, care nu se află pe diagonală în cadrul matricei **B**, sînt subunitari.

Coeficienţii **c.t.** de fonduri fixe φ_j ale tuturor ramurilor, pentru obţinerea unei unităţi de produs final al ramurii respective, se calculează pe baza formulei:

$$\varphi_j = \sum_{i=1}^{n} f_i \, b_{ij}$$

sau sub formă matriceală:

$$(\varphi_j)^T = (f_i)^T \ \mathbf{B},$$

unde f_i este coeficientul cheltuielilor directe de fonduri fixe pentru obţinerea unei unităţi de produs al ramurii i. În mod analog se calculează coeficienţii **c.t.** de resurse de muncă τ_j ale tuturor ramurilor pentru obţinerea unei unităţi de produs final al ramurii respective:

$$\tau_j = \sum_{i=1}^{n} t_i \, b_{ij}$$

sau sub formă matriceală

$$(\tau_j)^T = (t_i)^T \ \mathbf{B},$$

unde t_i este coeficientul **c.t.** de resurse de muncă pentru obţinerea unei unităţi de produs al ramurii i.

E. F. Baranov

Bibl.→ bibl. la Balanţa legăturilor dintre ramuri.

Cibernetică. Ştiinţa legilor generale ale *comenzii** în natură, societate, la organismele vii şi maşini. Contribuţia revoluţionară a **c.** la dezvoltarea ştiinţei constă în faptul că ea consideră complexitatea şi generalitatea interconexiunii dintre procese şi fenomene ca o trăsătură inseparabilă a obiectelor cercetate. Pentru orice complexe de obiecte privite ca sisteme cibernetice se folosesc drept instrumente de cercetare concepte ca *scop**, *autoorganizare*, *homeostază**. Aceste concepte, introduse mai de mult în ştiinţele sociale şi biologice, îmbogăţesc în mod substanţial instrumentarul ştiinţific al ştiinţelor tehnice şi al celor exacte. Pe de altă parte, ştiinţele sociale şi cele biologice se îmbogăţesc cu concepte importante elaborate în domeniul ştiinţelor exacte şi al celor tehnice. **C.** consideră comportamentul sistemelor în interacţiune cu alte sisteme care alcătuiesc *mediul** celor dintîi şi este, în esenţă, o ştiinţă dialectică şi materialistă care contribuie, în multe privinţe, la îmbogăţirea categoriilor filozofice şi a principiilor metodologice corespunzătoare, într-o măsură considerabilă pe baza utilizării *logicii matematice** şi a altor instrumente și metode comune disciplinelor științifice. Conceptele de bază ale **c.** sînt conceptul de *sistem** și de *informație**, sistemele **c.** sînt considerate ca sisteme de comandă, iar procesele de comandă, ca procese de *prelucrare a informației*, în timp ce mijloacele care le asigură sînt considerate drept *comunicații**. De aceea, în diferite domenii de aplicare a **c.**, printre care în științele sociale și cele biologice, se folosesc pe scară mare *teoria informației** și *teoria comenzii automate**.

Metodele și ideile **c.** au găsit o largă aplicare în cercetarea proceselor de conducere a economiei naționale. Această direcție de cercetare s-a constituit într-o disciplină științifică distinctă, numită **c.** *economică**, strîns legată de metodele *economico-matematice**, deosebindu-se însă de acestea prin scopuri și problematică. În timp ce pentru metodele economico-matematice se poate formula drept obiectiv principal construirea unei teorii generale a conducerii optime a economiei naționale, ideile și metodele cibernetice constituie baza automatizării conducerii, baza teoretică științifică a elaborării SAC a economiei naționale.

I. I. Cerneak

Bibl. 1. N. Wiener, *Cibernetica sau știința comenzii și comunicării la ființe și mașini*, Ed. științifică, 1966; 2. G. Greniewski, *Kibernetika bez matematiki*, „Sovietskoe radio", 1964; 3. A. A. Leapunov, S. V. Iablonski, *Teoreticeskie problemî kibernetiki*, în culegerea *Problemî kibernetiki*, fasc. 9, 1963; 4. V. D. Moiseev, *Țentralnîe problemî i filosofskie osnovî kibernetiki*, „Mîsl", 1965; 5. W. R. Ashby, *Introducere în cibernetică*, Ed. tehnică, 1972; 6. K. A. Bagrinovski, *Modeli i metodî ekonomiceskoi kibernetiki*, „Ekonomika", 1973.

Cibernetică economică. Direcție științifică care se ocupă cu aplicarea ideilor și metodelor ciberneticii la sistemele economice. **C.e.** privește economia, precum și verigile structurale și funcționale ale acesteia ca sisteme în care se desfășoară procese de reglare și de comandă realizate prin circulația și transformarea informației. Într-un sens extins, nu tocmai precis, adeseori, **c.e.** este tratată ca noțiune colectivă, care cuprinde întregul complex de discipline științifice din zona de contact a matematicii și a ciberneticii cu economia, inclusiv programarea matematică și cercetările operaționale, modelele economico-matematice, econometria și economia matematică. De obicei, în literatura sovietică, acest complex este definit prin expresia *metode economico-matematice**, în care se include și **c.e.**

Abordarea sistemică în economie, în care se disting și se îmbină aspectele reglării, comenzii și informației, determină unitatea internă a **c.e.** și caracterul cercetărilor sale. Acestea contribuie la elaborarea complexă a unor măsuri de perfecționare a conducerii economiei naționale și servesc, în particular, drept bază teoretică a creării *sistemelor automatizate de conducere* (SAC) și a *sistemelor de prelucrare a datelor* (SPD). Într-o serie de țări, cercetările respective nu s-au separat încă din cercul de probleme ale analizei sistemice, cercetării operaționale și științei conducerii — *management science* (în S.U.A. și Anglia) — sau al *informaticii* (în Franța). Deocamdată, **c.e.** se află într-un stadiu de formare. Termenul de „**c.e.**" a apărut la începutul deceniului al șaptelea în lucrările lui V. S. Nemcinov (U.R.S.S.), O. Lange și G. Greniewski (Polonia), S. Beer (Anglia). Tot ei au trasat și direcțiile principale de dezvoltare a acestei științe noi, acordînd o atenție deosebită legăturii dintre analiza sistemică a economiei și teoria informației. Multe teze de bază ale **c.e.** au fost formulate cu mult mai devreme: găsim o reprezentare a economiei ca sistem în „Tabloul economic" al lui F. Quesnay (1758). Ea a fost dezvoltată și fundamentată științific în lucrările lui Karl Marx. Pentru **c.e.** are o importanță de principiu teoria și practica planificării și conducerii economiei naționale din U.R.S.S. și din celelalte țări socialiste, îndeosebi elaborarea complexului de indicatori de plan și de stimulente de realizare a acestuia; analiza nevoilor și a conținutului informației în economia națională s-a făcut de către statistica economică. În deceniile al șaselea și al șaptelea s-au elaborat mai amănunțit probleme aplicative de creare a SPD: urmărirea fluxurilor de date și raționalizarea acestora, codificarea și organizarea prelucrării datelor, ceea ce a asigurat o utilizare eficientă a mașinilor electronice de calcul în SPD. (Înainte de aceasta, ele se utilizau pentru calcule disparate și nu funcționau în regim de conducere.) Pe de altă parte, s-au creat scheme mai mult sau mai puțin abstracte de reglare a sistemelor economice pentru ilustrarea teoriei reglării automatizate. Toate aceste direcții de cercetare, la început foarte slab legate între ele, convergeau treptat către problematica **c.e.** Unitatea lor interioară s-a conturat pe măsura trecerii de la SPD relativ mici din întreprinderi și firme model la analiza și proiectarea unor sisteme informaționale la nivelul ramurii și al economiei naționale. Aici fluxurile și prelucrarea datelor nu mai puteau fi privite separat de procesele de planificare și de conducere a economiei socialiste în ansamblu, respectiv de procesele de reglare din economia capitalistă. Cu deosebită acuitate s-a ridicat problema dotării informaționale a marilor complexe de modele economico-matematice. Problema îmbinării modelelor obiectelor conduse și a proceselor de conducere ca bază a proiectării SAC a devenit una din problemele centrale. De aceasta depind posibilitățile de optimizare a sistemelor de conducere, care să îmbine elaborarea unor planuri eficiente și optime, și asigurarea realizării lor, cu respectarea anumitor cerințe față de cheltuieli și promptitudinea organului de conducere.

În prezent, **c.e.** se dezvoltă în trei direcții principale tot mai strîns legate între ele.

1. *Teoria sistemelor și modelelor economice* este capitolul generalizator al **c.e.** și elaborează: metodologia analizei sistemice și a modelării economiei, reflectarea structurii și funcționării sistemelor economice în modele, probleme de clasificare și de construire a unor complexe de modele matematice, probleme de reglare economică, de relații și de armonizare reciprocă între diverse stimulente și influențe în funcționarea sistemelor economice; probleme ale intereselor economice și ale comportamentului economic al oamenilor și al colectivelor. În studiul acestor probleme, **c.e.** se sprijină mai ales pe economia politică și pe teoria generală a sistemelor, precum și pe sociologie și teoria reglării, generalizînd rezultatele elaborării metodelor și modelelor economico-matematice.

2. *Teoria informației economice* privește economia ca pe un sistem informațional. Ea studiază: fluxurile de informație care circulă în economia națională, realizînd comunicarea dintre elementele și subsistemele sale, caracteristicile canalelor informaționale și a mesajelor transmise prin acestea; măsurarea economică și, în special, sistemele semiotice în economie, adică limbajele conducerii economice, inclusiv elaborarea unor complexe de indicatori economici și de reguli de calcul pentru aceștia (aceste probleme formează *semiotica economică**); procesele decizionale și de prelucrare a datelor în sistemele sale, precum și problemele organizării optime a acestor procese. Aici **c.e.** este strîns legată de teoria informației, de cercetările privind determinarea utilizării sau a valorii informației, teoria programării și informatică.

3. *Teoria sistemelor de comandă în economie* concretizează și reunește cercetările din celelalte subdiviziuni ale **c.e.** Ea se orientează spre studiul complex și perfecționarea sistemului de conducere a economiei naționale și a unităților economice, iar în ultimă instanță spre funcționarea lor optimă. Se acordă o atenție deosebită: problemelor de planificare, de conducere a realizării planurilor, de evidență și de control — metodologia, tehnologia și organizarea acestor funcții de conducere; utilizării în practica conducerii a complexelor de modele matematice și a altor metode științifice; elaborării unui complex consistent de stimulente și norme de conducere economice, administrative, juridice și de altă natură; repartizării drepturilor și răspunderilor; creării unor structuri organizatorice a organelor de conducere; studiului și luării în considerare a factorilor umani în procesul de conducere economică, interacțiunii dintre om și mașină în cadrul SAC; problemelor de proiectare și implementare a SAC în ansamblu. **C.e.** consideră SAC nu ca o anexă la organele de conducere pentru prelucrarea datelor, ci ca însuși sistemul de conducere a unităților economice, întemeiat pe aplicarea complexă a metodelor și modelelor economico-matematice, pe tehnica modernă infor-

mațională și de calcul împreună cu tehnologia și organizarea corespunzătoare a acestei activități. În U.R.S.S. se efectuează în aceste direcții cercetări și elaborări aplicative la toate nivelurile de conducere a economiei naționale: de la sistemele Gosplanului (SASP) și SAC pe ramuri pînă la SAC pe întreprinderi. Ele urmează să formeze un sistem informațional unitar la scara întregii țări. Această problemă impune o unitate metodologică, tehnică și organizatorică a tuturor lucrărilor de SAC, ceea ce și determină orientarea cercetărilor de **c.e.**
Cele mai mari centre științifice de **c.e.** sînt: Institutul central de economie matematică al Academiei de științe a U.R.S.S., Institutul de economie și organizare a producției industriale al Academiei de științe a U.R.S.S., Institutul de cibernetică al Academiei de științe a R.S.S. Ucrainiene, Institutul economic și Institutul central de calcul al Gosplanului al U.R.S.S.
S-a organizat pregătirea de cadre în facultățile și secțiile de **c.e.** de pe lîngă universitățile și institutele economice din Moscova, Leningrad, Novosibirsk și din capitalele republicilor unionale. Rezultatele cercetărilor de **c.e.** se publică în revistele: „Ekonomika i matematiceskie metodî", „Kibernetika", „Ekonomika i organizația promîșlennogo proizvodstva", „Management Science" (S.U.A.), „Management Technology" (S.U.A.), „Operations Researches" (S.U.A.), „Metra" (Franța), „RIRO" (Franța) și în alte reviste de specialitate.

E. Z. Maiminas

Bibl. 1. V. S. Nemcinov, *Ekonomiko-matematiceskie metodî i modeli*, „Mîsl", 1965; 2. O. Lange, *Introducere în cibernetica economică*, Ed. științifică, 1967; 3. A. I. Berg, I. I. Cerneak, *Informația i upravlenie*, „Ekonomika", 1968; 4. N. E. Kobrinski, *Osnovî ekonomiceskoi kibernetiki*, „Ekonomika", 1969.

Coeficient de conexiune inversă. Parte a mărimii de ieșire a elementului unui sistem condus, transmisă prin conexiune inversă la intrarea aceluiași element sau al unuia dintre elementele precedente.
C.c.i. α în mărime absolută este cuprins în limitele $0 \leqslant |\alpha| < 1$. În cazul conexiunii inverse pozitive, $\alpha > 0$, iar în cazul în care aceasta este negativă $\alpha < 0$. În cazul unei *conexiuni inverse* rigide *(→ Conexiune inversă)*, semnalul de conexiune inversă x_{ci}, preluat de la mărimea de ieșire x_{ies} de către elementul de conexiune inversă, este proporțional cu această mărime, astfel încît **c.c.i.** reprezintă coeficientul de transfer al elementului de conexiune inversă, respectiv coeficientul de proporționalitate în ecuația de conexiune:
$x_{ies} = x_{in} \pm \alpha x_{ies}$, unde $\alpha x_{ies} = x_{c.i}$. În cazul unei conexiuni inverse elastice avem:

$$x_{c.i} = \frac{dx_{ies}}{dt},$$

unde $\frac{dx_{ieş}}{dt}$ reprezintă *derivata* mărimii de ieşire în raport cu timpul (viteza variaţiei mărimii de ieşire).

Ca măsură a conexiunilor inverse în modelele de balanţă a economiei naţionale serveşte matricea cheltuielilor **A**, tratată în acest sens ca o matrice a **c.c.i.** Deoarece în acest sistem se au în vedere conexiuni inverse pozitive rigide, iar la intrare vectorul producţiei finale $\mathbf{x}_{in} = \mathbf{y}$, dacă $\mathbf{y}_{ieş} = \mathbf{x}$, atunci $\mathbf{x}_{c.i} = \mathbf{A}\mathbf{x}_{ieş} = \mathbf{A}\mathbf{x}$, iar ecuaţia de conexiune are forma $\mathbf{x}_{ieş} = \mathbf{x}_{in} + \mathbf{x}_{c.i}$ sau $\mathbf{x} = \mathbf{y} + \mathbf{A}\mathbf{x}$.

I. Z. Kaganovici

Bibl. I. Z. Kaganovici, *Izmerenie preamîh i obratnîh sveazei v modeli mejotraslevogo balansa,* „Ekonomika i matematiceskie metodî", vol. I, fas. 5, 1965.

Comandă. Funcţie a *sistemelor**, orientată spre conservarea principalelor calităţi (a ansamblului de proprietăţi a căror pierdere atrage după sine distrugerea sistemului), în condiţiile unui *mediu** variabil, sau spre realizarea unui *program* care urmează să asigure *stabilitatea** funcţionării, *homeostaza**, realizarea unui anumit *scop**.

Noţiunea de **c.** nu este formalizată într-atît încît să poată fi definită precis şi, în acelaşi timp, destul de larg; mai mult, orice definiţie descriptivă a **c.** operează inevitabil cu noţiuni pentru care nu s-au elaborat formalizări general acceptate (sistem, mediu, scop, program etc.). Definiţia de mai sus are în vedere două situaţii: prima se referă la *sistemele cu autoorganizare** — biologice, sociale şi social-economice; a doua este caracteristică pentru subsisteme ale sistemelor cu autoorganizare, precum şi pentru diferite dispozitive tehnice. În funcţie de modul în care este tratată noţiunea respectivă, *scopul* poate fi atribuit unor cazuri particulare de **c.** sau poate fi considerat ca un atribut inerent **c.** în general.

De obicei, un sistem în care se realizează funcţii de **c.** este numit *sistem cu* **c.** distingîndu-se două subsisteme ale acestuia: *subsistem conducător* şi *subsistem condus.* Sistemul conducător realizează funcţiile de **c.**, iar sistemul condus este obiectul comenzii. Dacă **c.** se realizează în mod conştient, atunci sistemul conducător este creat de către *subiectul* **c.** *(→ Observator)*, care determină şi scopul (scopurile) acesteia. Uneori, conceptele de *subiect* şi de *scop al* **c.** sînt definite mai larg: subiectul **c.** este identificat cu sistemul conducător (indiferent de natura acestuia), considerîndu-se ca scop realizarea programului **c.** Nu în toate cazurile sistemul cu **c.** poate fi despărţit în mod univoc în sistem conducător şi sistem condus. În sistemele tehnice, dificultăţile care se ivesc cu acest prilej nu au un caracter principial, ele afectînd doar comoditatea descrierii (de exemplu, în cazul **c.** de la distanță, dispozitivele de recepție și de transmitere a informației amplasate pe obiectul **c.** pot fi considerate că fac parte din acesta sau că țin de sistemul conducător).

Între sistemul conducător și cel condus sînt necesare *canale de legătură.* Pe canalul de legătură dintre sistemul conducător și cel condus se transmite informația referitoare la starea acestuia din urmă sau, mai precis, la valorile curente ale variabilelor esențiale ale obiectului **c.**; pe canalul de legătură în sens invers se transmite informația de **c.** (acțiunea de **c.**). În felul acesta, sistemul conducător și cel condus sînt unite printr-o buclă de *conexiune inversă**. În unele cazuri lipsește canalul de legătură pentru transmiterea informației privind starea obiectului **c.** (există doar o *legătură directă);* asemenea scheme de comandă au posibilități foarte limitate și o fiabilitate redusă.

Cea mai simplă schemă de comandă cu conexiune inversă este înfățișată în fig. 1, în care *R* este sistemul conducător, *O* — sistemul condus

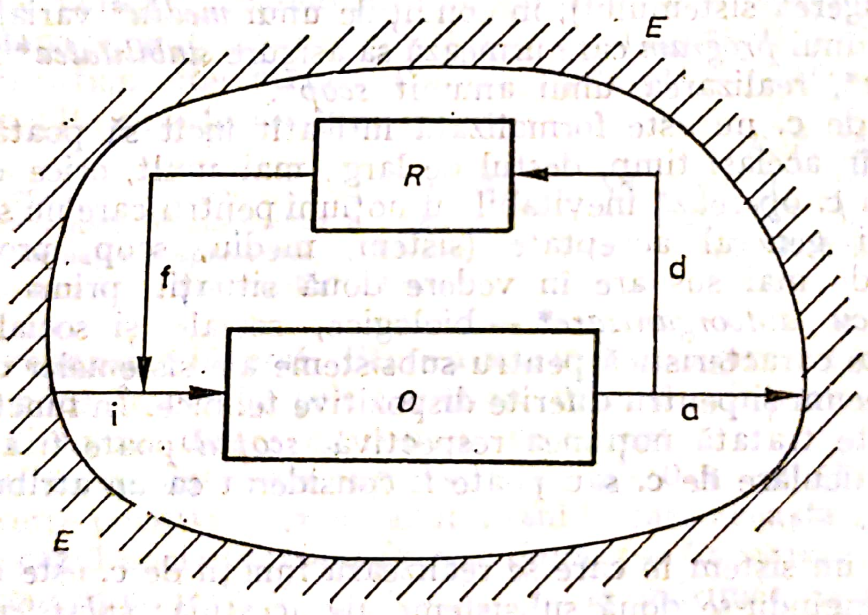


Fig. 1

(obiectul comenzii), *E* — mediul sistemului cu **c.**, *d* — canalul de transmitere a informației privind starea obiectului **c.**, *f* — canalul de transmitere a informației de **c.**, *i* — acțiunea mediului asupra obiectului comandat, *a* — ieșirea obiectului **c.** Această schemă descrie în mod adecvat numeroase mecanisme de *reglare** în sisteme tehnice și biologice, după principiul *homeostazei**. Aici, starea obiectului **c.**, într-un moment oarecare, depinde de stările sale anterioare, de acțiunile mediului și de acțiunile de **c.**, iar starea sistemului conducător depinde de starea obiectului **c.** (și, poate, de stările sale anterioare proprii).

După această schemă mecanismele de reglare din sistemele tehnice și biologice acționează de regulă automat; substanța materială, a cărei măsură o dă informația privind starea obiectului **c.** (presiunea aburului, temperatura, caracteristicile electromagnetice etc.), este utilizată în canalul de legătură *f* ca purtător al acestei informații. Pentru a transforma informația privind starea în informație de **c.**, sistemul de **c.** *R* modifică în mod corespunzător mărimea semnalului primit prin canalul *f* (*→ Coeficient de conexiune inversă*) sau realizează o transformare printr-un purtător calitativ diferit (de exemplu, presiunea curentului electric în tensiune). În acest caz particular — al funcționării automate a sistemului conducător — acesta se numește de obicei *reglator*, deși adeseori acești doi termeni sînt socotiți sinonimi. O trăsătură distinctivă importantă a sistemelor sociale și economice conduse în mod conștient este prezența obligatorie a unui intermediar în conexiunile *d* și *f*, adică absența automatismului funcționării lor. Aceasta determină o serie de cerințe specifice ale organizării sistemelor de **c.** a proceselor social-economice, ale determinării calității acestei **c.** și ridică problema stimulării.

Schema 1 nu este însă suficientă pentru descrierea unor sisteme de reglaj din tehnică, a comportamentului animalelor superioare care sînt conduse de o activitate nervoasă superioară și, cu atît mai puțin, pentru descrierea sistemelor de comandă a proceselor sociale și economice. În aceste cazuri sistemul conducător nu se limitează să înregistreze starea obiectului **c.**, ci observă și modificările care intervin în mediu, prognozînd reacțiile posibile ale obiectului la aceste schimbări (determină anticipat stările acestuia, în cazul de față traiectoriile de dezvoltare) în scopul de a se lua din timp măsurile ce se impun. Una din schemele de conexiuni informaționale posibile în asemenea cazuri este cea reprezentată în fig. 2.

În ambele scheme pe care le-am prezentat, precum și în alte variante posibile de interacțiune informațională între sistemul condus și cel conducător, acesta din urmă este un organ de prelucrare a informației privind starea obiectului comenzii și a mediului în care funcționează sistemul de comandă în ansamblu în acțiuni de comandă. În diverse cazuri particulare, acțiunile de comandă pot lua cele mai variate forme. În cazul conducerii economiei, ansamblul acestor forme este acoperit într-un mod destul de complet, deși nu exhaustiv, de noțiunea de *structură administrativ-economică* (*→ Planificare economico-socială*).

Există diferite principii de clasificare atît a proceselor de prelucrare a informației în cadrul conducerii, cît și a acțiunilor de **c.** elaborate de aceste procese. În economie, cea mai importantă clasificare este cea în acțiuni *directe* și *indirecte*.

În structura administrativ-economică, acțiunea de **c.** directă, fiind îndreptată spre un obiect economic concret (la orice nivel al structurii, inclusiv cel suprem) sau spre un obiect dintr-un anumit ansamblu, se exprimă prin stabilirea normativă a unui indicator, care fixează fie valoarea unei caracteristici de dezvoltare sau de funcționare a obiectului respectiv, fie limitele variației sale (de exemplu a rentabilității, beneficiului, productivității muncii etc.); cazurile particulare cele mai importante sînt limitele de consum al resurselor și sarcinile privind producția pentru celulele economice individuale. În felul acesta, acțiunile de **c.** directe sînt mijloace directivă de influențare a obiectului **c.** de către sistemul conducător. Menirea lor constă în limitarea directă a stărilor posibile ale obiectului **c.**

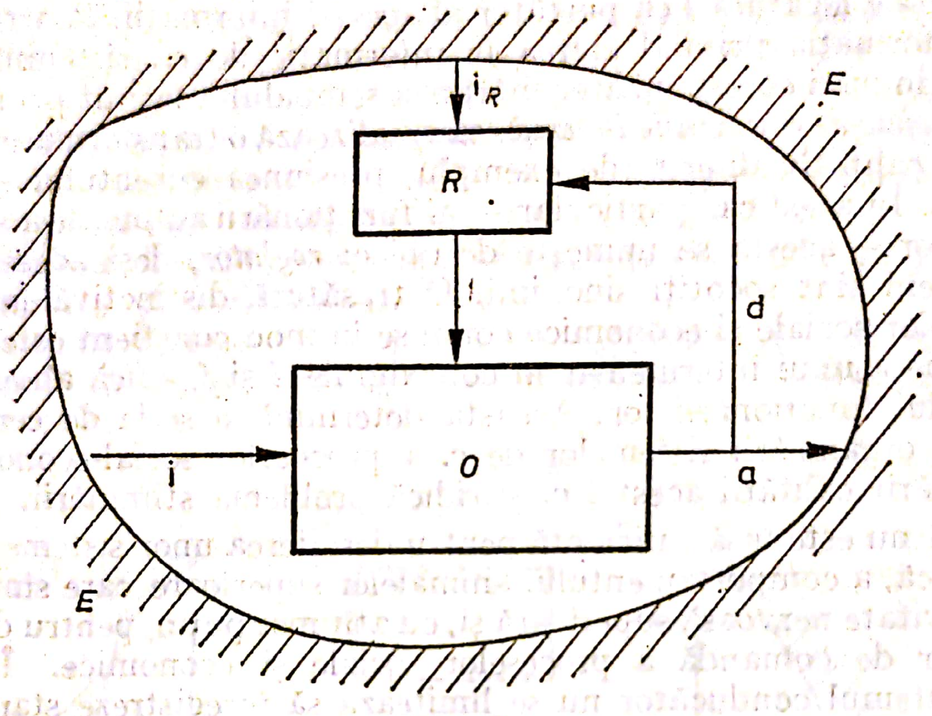


Fig. 2

Acțiunile de **c.** indirecte se bazează pe utilizarea faptului că celulele sistemului social-economic sînt *sisteme cu autoorganizare*, care își optimizează dezvoltarea și funcționarea în funcție de un anumit scop, în concordanță cu interesele lor proprii (imanente). Aceste interese determină *relația de preferință* a fiecărei celule economice pe mulțimea stărilor sale posibile, relație ce depinde de un ansamblu de *parametri externi* (în primul rînd, indicatorii valorici: prețuri, rata rentei, tarifele diferitelor prelevări și plăți etc.). Fixarea valorilor unor asemenea parametri constituie conținutul acțiunilor de **c.** indirecte. Variind aceste valori, sistemul conducător nu schimbă mulțimea stărilor posibile ale obiectului **c.**, dar orientează preferințele pe această mulțime într-o direcție dorită din punctul de vedere al scopului **c.**, contribuind astfel la atingerea acestuia.

O acțiune de comandă poate fi directă în raport cu unele celule ale sistemului social-economic și indirectă în raport cu altele. De exemplu, stabilirea prin directivă, pentru fiecare regiune, a volumului activității ramurilor producătoare de servicii, distribuite prin intermediul fondurilor sociale de consum, este o acțiune de **c.** indirectă a proceselor de mișcare a populației și a oamenilor muncii, adică a unor celule ale structurii sociale a societății. Domeniul de eficiență a acțiunilor directe este relativ larg în conducerea structurii tehnologice de producție a economiei și îngust în conducerea structurii sociale a societății. În ceea ce privește acțiunile indirecte, este adevărat enunțul reciproc *(Structura sistemului social-economic)*.

Totalitatea acțiunilor de **c.** repartizate în timp, corespunzătoare unei informații privind starea obiectului **c.** și a mediului (ieșirea sistemului de comandă, determinată de unele valori ale intrărilor), se numește *decizie de* **c.** Orice decizie de **c.** presupune o reducere a *varietății** obiectului **c.** (în cazul acțiunilor indirecte, ținînd seama de autoorganizarea lui). *Legea varietății necesare* determină cerințele față de puterea de discriminare a sistemului conducător, determinate de acea reducere a varietății obiectului **c.**, care este necesară pentru eficiența conducerii. Amplificarea puterii de discriminare a sistemului conducător (creșterea capacității sale de transmisie în calitatea sa de canal de legătură, a capacității sale de prelucrare a informației sau a propriei varietăți) este problema centrală a elaborării marilor sisteme cu **c.** W. R. Ashby a schițat analogia dintre amplificatorii de putere din tehnică și amplificatorii de varietate ai sistemului conducător. Acesta din urmă trebuie să dispună de o puternică sursă de varietate și să orienteze astfel funcționarea ei încît să inducă manifestarea unei puteri de discriminare, corespunzătoare scopului **c.** În conducerea social-economică, o asemenea sursă de varietate este omul cu activitatea sa finalizată autoorganizată, iar problema creșterii puterii de discriminare a sistemului conducător se reduce, în mare măsură, la problema factorilor umani în conducere. La fel ca și amplificatorii de putere din tehnică, amplificatorii de varietate pot fi cu mai multe cascade. Acest lucru se obține prin *organizarea ierarhică* a sistemului conducător *(→ Ierarhie)*. În plus, structura sistemului conducător se perfecționează prin realizarea principiului *conducerii continue (glisante) (→ Planificarea economiei naționale)*.

Dacă toate procedeele de prelucrare a informației referitoare la starea obiectului **c.** și a mediului în decizii de **c.** pot fi descrise în mod formalizat, descrierea se numește *algoritmul conducerii*. Cerințele actuale privind viteza, fiabilitatea și precizia **c.**, precum și încărcarea informațională a sistemului conducător sînt atît de mari încît pot fi satisfăcute numai printr-o amplă automatizare a proceselor de conducere, care reclamă *formalizarea** procedurilor de comandă. Dar, în conducerea *sistemelor mari**, formalizarea completă este imposibilă. Aceasta determină necesitatea de a se recurge la *principiul complementului extern**. Formalizarea proceselor de **c.** în sistemul social-economic se bazează pe utilizarea modelării matematice *(→ Modele economico-matematice)*. Pentru prognoza stărilor mediului și a obiectului **c.** (în speță, adoptate ca urmare a unor acțiuni de **c.**) se utilizează mai ales modele descriptive, iar pentru elaborarea deciziilor **c.**, modele normative.

V. I. Danilov-Danilian

Bibl. 1. N. Wiener, *Cibernetica sau știința comenzii și comunicării la ființe și mașini,* Ed. științifică, 1966; 2. W. R. Ashby, *Introducere în cibernetică,* Ed. tehnică, 1972; 3. Idem, *Konstrukția mozga,* „Mir“, 1964; 4. *Problemî optimalnogo funcționirovania soțialisticeskoi ekonomiki*, v. 3, „Nauka“, 1972; 5. V. S. Nemcinov, *Izbrannîe proizvedeniia,* v. 3, „Nauka“, 1967; 6. O. Lange, *Introducere în cibernetica economică*, Ed. științifică, 1967.

Comandă optimă a unui obiect discret. Modul de a pune problema comenzii optime a unui *obiect comandat discret* (obiect comandat cu timp discret) este analog cu cel al problemei *teoriei matematice a proceselor optime**. Deosebirea constă în aceea că variabila independentă (timpul) t poate lua numai o mulțime discretă de valori $t = 0, 1, ..., N$, în care N este un număr natural, iar legea de mișcare este descrisă de un sistem de *ecuații ordinare cu diferențe* de forma:

$$x_1(t+1) = f_t^1(x_1(t), ..., x_n(t), u_1(t), ..., u_r(t)),$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$x_n(t+1) = f_t^n(x_1(t), ..., x_n(t), u_1(t), ..., u_r(t))$$

sau, sub formă vectorială,

$$\mathbf{x}(t+1) = \mathbf{f}_t(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)),\ t = 0, 1, ..., N-1, \tag{1}$$

în care indicele t de pe lîngă funcția vectorială $\mathbf{f}_t(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ înseamnă că pentru momente de timp diferite aceasta este, în general, diferită. Dacă cunoaștem *starea inițială* a obiectului

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}^0 \tag{2}$$

și alegem o *comandă*, adică succesiunea de puncte

$$\mathbf{u}(0), \mathbf{u}(1), ..., \mathbf{u}(N-1), \tag{3}$$

vom găsi, cu ajutorul ecuației (1), traiectoria corespunzătoare

$$\mathbf{x}(0),\ \mathbf{x}(1),\ \dots,\ \mathbf{x}(N). \tag{4}$$

Firește, ca și în cazul timpului continuu, se examinează numai comenzile *admisibile* pentru (2), adică acelea care satisfac incluziunea

$$\mathbf{u}(t) \in V_t \subseteq E_r,\ t = 0,\ 1,\ \dots,\ N-1, \tag{5}$$

V_t fiind regiunea de comandă dată care, în general, se schimbă de la un moment la altul.

Adeseori, pe lîngă starea inițială $\mathbf{x}^0$ se dă și *starea finală* $\mathbf{x}^1$, așa încît nu ne interesează orice fel de comenzi admisibile, ci numai acelea pentru care traiectoria respectivă satisface condiția

$$\mathbf{x}(N) = \mathbf{x}^{*1}. \tag{6}$$

Să mai admitem că se dau niște funcții scalare $f_t^0(\mathbf{x}, \mathbf{u})$, $t = 0, 1, \dots, N-1$. Vom lua drept *criteriu de calitate* al traiectoriei (4) sau al ecuației (3) funcționala

$$J = \sum_{t=0}^{N-1} f_t^0(\mathbf{x}(t),\ \mathbf{u}(t)). \tag{7}$$

Problema comenzii optime discrete se formulează în felul următor: se alege comanda (3), care satisface condiția (5), astfel încît pentru traiectoria corespunzătoare (4) a obiectului (1) cu condiția inițială (2) să fie satisfăcută condiția (6), iar funcționala (7) să ia cea mai mică valoare posibilă. Comanda și traiectoria care dau soluția acestei probleme se numesc *optime*. În multe studii economice, problemele **c.o.o.d.** apar în mod natural. Adeseori un model economic sau altul poate fi privit ca un obiect comandat discret, regiunea de comandă (5) caracterizînd resursele disponibile. Putem atribui funcționalei (7) un sens destul de transparent: să presupunem că dacă ne aflăm în momentul t în poziția $\mathbf{x}(t)$ și alegem vectorul de comandă $\mathbf{u}(t) \in V_t$, trebuie să efectuăm o „plată" în valoare de $f_t^0(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))$; atunci J este „plata" însumată pentru alegerea întregii traiectorii (4) pe care căutăm să o minimizăm. Dacă funcționala J are sensul de „venit" și se pune problema de a-i găsi valoarea maximă, atunci, evident, este suficient să minimizăm funcționala $-J$. Pentru rezolvarea problemei **c.o.o.d.** (care admite și o formă mai generală decît cea formulată mai sus) se poate face apel la metoda *programării dinamice** și la diferite condiții necesare de optim (principiul maximului discret, condiții de gradient ș.a.).

N. H. Rozov

Bibl. 1. V. G. Bolteanski, *Optimalnoe upravlenie diskretnîmi sistemami*, „Nauka", 1973; 2. A. I. Propoi, *Elementî teorii optimalnîh diskretnîh proţessov*, „Nauka", 1973; 3. Faa Lan ţen, Van Ciu sen, *Diskretnîi prinţip maximuma*, „Mir", 1967; 4. N. N. Moiseev, *Cislennîe metodî v teorii optimalnîh sistem*, „Nauka", 1971.

Comportament social. Tip specific de activitate, propriu omului, care caracterizează capacitatea sa de participare stabilă și eficientă la structurile de interacţiuni cu mai multe obiective și mai multe niveluri, al căror conţinut de bază este o activitate coordonată în procesul muncii. Comportamentul uman este *adaptiv*, fiind o succesiune de adaptări la *mediu* (inclusiv la cel intern). Fiecare dintre ele realizează, dintr-o mulţime de programe, un anumit program standard de reacţii stabilite și consacrate, pentru situaţiile tipice ale mediului în cadrul experienţei individuale sau a experienţei generaţiilor anterioare. Specificul **c.s.** constă nu în complexitatea și varietatea în sine a acestor programe și nici chiar în integrarea lor funcţională într-un sistem de un ordin mai înalt (acest din urmă aspect poate fi constatat încă la așa-numitele insecte sociale și la unele animale superioare), ci în faptul că adaptarea individuală superioară și viaţa în comunităţi complex organizate sînt un produs al unui proces continuu de adaptări reciproce, de procedee iterative de coordonare a unor decizii și acţiuni individuale. Concepţia modernă cu privire la comportamentul uman pornește de la faptul că domeniul acţiunii coordonate îmbrăţișează o sferă extrem de largă de situaţii și că pînă și în situaţiile conflictuale sînt prezente, în mod inevitabil, unele elemente de înţelegere reciprocă și de coordonare. Schemele concrete de realizare a acestor procedee iterative și rezultatele lor obiective, date în șabloanele stabile de funcţionare a unui anumit grup, a societăţii în ansamblu și a subsistemelor sale, sînt determinate de factori istoricește statorniciţi, în primul rînd de nivelul de dezvoltare a forţelor de producţie, de relaţiile de proprietate, de structura de clasă. În același timp, ele au importante legităţi și trăsături generale, studiate de capitolele corespunzătoare ale *sociologiei* și *psihologiei sociale**. Analiza acestor mecanisme universale de coordonare a deciziilor, așa cum sînt ele întruchipate în **c.s.**, este importantă pentru dezvoltarea în continuare în cadrul *teoriei generale a sistemelor** și al *ciberneticii**.

Realizarea unei coordonări suple în condiţiile unei independenţe relative a agenţilor se asigură, în speţă, prin faptul că oamenii adresează unul altuia *expectaţii* (așteptări ale unor anumite reacţii și acţiuni) și se adaptează la ele prin *actul de reflexie*, adică atribuind altora anumite expectaţii în raport cu ei înșiși. Satisfacerea reciprocă a expectaţiilor servește drept criteriu al stabilităţii șablonului corespunzător de interacţiuni, nesatisfacerea lor fiind tipică pentru situaţiile critice, de dezechilibru. Un ansamblu stabil de expectaţii, adresate unui om, care ocupă o anumită poziție într-un șablon de acțiuni coordonate, alcătuiește un *rol social*. În majoritatea studiilor, rolul social este tratat ca o unitate funcțională, independentă de particularitățile individuale ale executanților săi. Pentru desemnarea interacțiunii agenților sociali cu rolurile lor, se utilizează termenul de *comportament în rol*. Rolurile sociale se completează reciproc într-un anumit context de ansamblu. Prin aceasta ele formează pentru om structura de repere cu ajutorul cărora el își reglează aportul individual la activitatea coordonată. De aceea, executarea rolurilor sociale constituie un obiect important al *controlului* din partea societății. Controlul social nu se reduce numai la un sistem de *sancțiuni sociale* (pozitive sau negative), consfințite de lege sau de cutumă. Omul acționează într-un mediu saturat emoțional, în care atașamentele personale, temerile de a provoca nemulțumirea celor din jur, numeroasele semne de satisfacție sau de insatisfacție joacă rolul tot atît de eficient de stimulente pentru respectarea normelor corespunzătoare. Însăși acceptarea și executarea rolurilor (reflexia la rolul unei alte persoane) constituie un factor important de control social, întrucît individul este constrîns să-și orienteze impulsurile în conformitate cu expectațiile pe care le atribuie celor din jurul său. În felul acesta el exercită un *autocontrol*, adică apreciază propriul său comportament din punctul de vedere al celorlalți participanți la acțiunea coordonată. În această ordine de idei, în psihologie, se utilizează noțiunea de *„Eu-imagine"*, adică reprezentarea omului despre sine însuși ca despre un obiect, la care el reacționează, în principiu, la fel ca și la alte obiecte. Modelarea de către subiect a propriului său eu constituie premisa-cheie a comportamentului său ca un comportament conștient, motivat. Dar întrucît acest model se formează prin intermediul contactelor sociale, subiectul devine conștient de sine însuși tocmai ca agent integrat social, împărtășind normele, motivele, valorile, adoptate în mediul respectiv. Pentru o coordonare suplă este important autocontrolul și de aceea comportamentul conștient se situează pe primul plan. Știința actuală respinge atît concepția freudistă, care deduce determinantele comportamentului uman exclusiv din sfera impulsurilor subconștiente, cît și schema behavioristă *stimulent-reacție*. **C.s.** este un lanț neîntrerupt de operații de opțiune într-un domeniu mai mult sau mai puțin larg de alternative. Stimulentele interne și externe au o anumită importanță ca factori, „care declanșează resortul acțiunilor", însă reacțiile omului, de cele mai multe ori, nu sînt univoce în raport cu stimulentul. Ele sînt mijlocite de motivații, adică de intențiile (scopuri, programe) conștient formulate cu ajutorul cărora subiectul își dirijează și își organizează acțiunea. Ca și în cazul construirii *„Eu-imaginilor"*, prin motivație omul se situează în raport cu năzuința sau necesitatea sa ca față de un obiect, pe care îl modelează. Motivațiile se formează, în primul rînd, în cadrul comunicării și de aceea constituie un mijloc eficient de control social. Atribuindu-și reciproc anumite motivații (de regulă, dintr-un set de „motivații standard ale comportamentului", statornicit în mod obiectiv în cadrul grupului sau clasei respective) și reacționînd la ele, oamenii își coordonează deciziile individuale. Fiind integrate în structura de bază a intereselor social-economice, mecanismele motivației individuale contribuie la conștientizarea colectivă a acestor interese în cadrul unei anumite clase sau grup social.

Problematica **c.s.** ridică pe primul plan noțiunea de *comunicare**. Făcînd între ei un neîntrerupt schimb de informație, exprimată într-un limbaj de gesturi și simboluri lingvistice mai mult sau mai puțin riguros formalizat, agenții sociali nu numai că află despre intențiile, aspirațiile și reacțiile celorlalți agenți, dar și apreciază în comun situația (în secțiunile corespunzătoare ale mediului social și natural) și acționează în conformitate cu această apreciere comună. Fixarea simbolică a unui șir succesiv de asemenea adaptări în comun se constituie într-un sistem de repere cu semnificație generală pentru participanții la complexul respectiv de acțiuni coordonate. Produsul comunicării îl constituie *copiile simbolice*, reproduse și înnoite necontenit, ale structurilor reale ale interacțiunilor, pe care agenții sociali le introduc (le internalizează), în universul lor intim, construindu-și comportamentul în mod corespunzător. Sistemele de semne, fixate în simbolurile lingvistice, obiectuale și altele, asigură în acest sens *replicația* structurilor comportamentului social în timp și spațiu. Procesul de internalizare a structurilor reperelor sociale se numește *socializare*. În acest proces, sociologia rezervă un rol cardinal așa-numitelor grupuri primare, în care interacțiunea este saturată de relații afective, intime și în primul rînd familiei. Relațiile interpersonale și sentimentele în genere sînt considerate ca un factor necesar și extrem de eficient în majoritatea procedurilor de coordonare.

Agentul social participă la o mulțime mai mult sau mai puțin amplă de structuri de acțiuni coordonate, corespunzătoare diferitelor subsisteme funcționale ale ansamblului social. Toate acestea proiectează asupra comportamentului individual sistemele de motive, expectații și norme, care se intersectează numai parțial și care nu rareori sînt conflictuale. **C.s.** al individului apare, de aceea, ca o succesiune de acte, fiecare din acestea fiind un element funcțional al unei anumite proceduri de coordonare (simultan al mai multor asemenea proceduri). O problemă importantă este identificarea principiilor integratoare, care asigură îmbinarea acestor acte componente într-o anumită structură de comportament echilibrată, care-l caracterizează pe om, pe de o parte ca tip social stabil, iar pe de altă parte, ca personalitate unicală.

Concepţia marxistă, care la explicarea fenomenelor de masă din sfera comportamentului individual şi de grup porneşte înainte de toate de la legităţile social-economice integrale, se dezvoltă în cadrul luptei împotriva tezelor metodologice eronate ale şcolilor burgheze. În ciuda unei anumite retrageri de pe poziţiile psihologismului vulgar, caracteristic etapelor mai timpurii ale sociologiei burgheze, curentele sale actuale reunesc încercările de a descrie în mod mecanicist atributele integrale ale structurilor sociale ca microefecte rezultative ale interacţiunilor şi reacţiilor individuale. În felul acesta, tratarea subiectivist-psihologistă continuă să rămînă principiul metodologic fundamental al psihologiei burgheze. Un exemplu tipic în această privinţă îl reprezintă aşa-numita *concepţie a* c.s. *(a acţiunii sociale)*, elaborată de una din şcolile dominante în sociologia burgheză din S.U.A. (T. Parsons). Adoptînd unele teze şi rezultate experimentale realmente fecunde ale psihologiei sociale moderne (printre care ideea cu privire la „unitatea de comportament" ca element funcţional al structurilor complexe ale interacţiunilor şi abstracţiile teoretice legate de acesta, cum sînt: rolul, motivul, matricea convenţională şi interpersonală de comportament, sistemul de semnale etc.), această concepţie le-a absolutizat, punînd semnul egalităţii între noţiunile de *proces social* şi *acţiune coordonată*. De aici a apărut ideea cu privire la un aşa-zisul cîmp de *interacţiuni individuale şi de grup* şi cu privire la structurile sociale ca fenomene ale staticii şi dinamicii acestui cîmp. Monismul aparent al acestei concepţii îşi trădează serioasele sale fisuri în momentul în care este necesar să se explice mecanismele schimbărilor sociale şi orientarea lor obiectivă. Mecanicismul concepţiei c.s. este evident dacă este analizat de pe poziţiile marxismului, care face distincţie între legităţile funcţionării sistemelor sociale şi legităţile statornicirii, dezvoltării şi transformării lor în salturi şi porneşte de la relaţia şi interdependenţa diferitelor niveluri ireductibile ale ansamblului social. Progresul realizat în înţelegerea comportamentului social este legat de răspîndirea rapidă a metodelor de analiză complexă a proceselor care se desfăşoară în agregatele social-economice complexe, inclusiv în agregatele de producţie. Interacţiunile din cadrul aşa-numitelor *grupuri mici* se studiază din unghiul de vedere al aportului lor la productivitatea muncii şi la eficienţa sistemelor de conducere în întreprinderi. Sociologii şi economiştii studiază în comun procesele de mişcare a resurselor de muncă (structurile repartizării teritoriale a acestora, fluctuaţia, orientarea profesională etc.). Analiza mecanismelor concrete de formare a motivelor şi de stabilire a valorilor a dobîndit o importantă semnificaţie aplicativă la elaborarea măsurilor în domeniul stimulării colectivelor de producţie şi a diferiţilor lucrători. Un domeniu important îl constituie planificarea socială (a întreprinderilor, oraşelor, regiunilor), a cărei aprofundare şi extindere va crea premisele pentru trecerea la o modelare complexă a planificării şi conducerii proceselor sociale în ansamblul lor.

V. G. Grebennikov

Bibl. 1. S. Kon, *Soţiologhia licinosti*, Politizdat, 1967; 2. N. V. Novikov, *Kritika sovremennoi burjuaznoi „nauki o soţialnom povedenii"*; 3. T. Shibutani, *Soţialnaia psihologhia*, „Progress", 1969; 4. K. Obuchowski, *Psihologhia vlecenii celoveka*, „Progress", 1972; 5. L. S. Vîgotski, *Izbrannîie psihologhiceskie issledovania*, Izd. Akad. ped. nauk R.S.F.S.R., 1956.

Comunicare. Proces de schimb al informaţiei. Se disting trei aspecte ale **c.**: tehnic, semantic şi pragmatic [1]. Aspectul *tehnic* este legat de procesele de transmitere a informaţiei de la un punct la altul, de la un dispozitiv la altul sau de la o persoană la alta, pe canalele corespunzătoare. Aspectul tehnic al **c.** este studiat cu ajutorul metodelor teoriei matematice a comunicaţiilor. *(→ Informaţia)*. Aspectul *semantic* al **c.** reflectă transmiterea şi receptarea informaţiei, inclusiv înţelegerea ei de către destinatar. Aspectul *pragmatic* are în vedere influenţa informaţiei primite asupra comportării destinatarilor şi eficienţa utilizării de către ei a acestei informaţii. În ultimele sale două aspecte, **c.** apare ca un proces social. În studiul proceselor de **c.** se disting trei niveluri ale analizei. La primul nivel — individual sau personal — aparţin direct de **c.**: procesele de identificare şi de percepere de către individ a informaţiei, procesele de gîndire a acestuia, de soluţionare a problemelor, de stimulare a activităţii individului în cadrul grupului sau instituţiei respective. Al doilea nivel — cel interpersonal sau intragrup — este determinat de studiul proceselor de **c.** între doi sau mai mulţi indivizi sau în sînul unui anumit grup de indivizi; aici are o importanţă primordială repartizarea relaţiilor dintre membrii grupului — a relaţiilor de subordonare, de colaborare etc. Realizarea cu succes a procesului de **c.** în interiorul grupului depinde de compatibilitatea şi reciprocitatea intenţiilor şi nevoilor de **c.** ale membrilor grupului. Procesul ca atare se realizează într-un anumit limbaj şi în concordanţă cu regulile de **c.** adoptate în grupul respectiv sau între indivizii respectivi. Al treilea nivel de analiză — între grupuri, instituţional, în sînul unei organizaţii, între organizaţii — este legat de examinarea rolului şi a funcţiilor **c.** în cadrul unei structuri organizatorice. Dintre aceste funcţii fac parte: funcţia de informare, funcţia de comandă (de instructaj), funcţia integrativă (care asigură integritatea instituţiei), funcţia de convingere. Procesele de **c.** joacă un rol deosebit de important în structurile organizatorice neformale.

În sistemele de conducere a economiei, considerate ca sisteme de conducere om-mașină, se disting patru tipuri fundamentale de **c.**: om-om, om-mașină, mașină-om, mașină-mașină [2]. Primul tip cuprinde un întreg diapazon de legături de diferite feluri, de la contacte nemijlocite, formale și neformale, între oameni în procesul de conducere a diferitelor sfere și verigi ale economiei naționale (întreprinderi, centrale, ministere) pînă la legături complexe între ramuri și între departamente.

Al doilea și al treilea tip de **c.** se manifestă în cadrul comunicării omului cu mașina, în special cu calculatorul electronic, care reprezintă actualmente elementul fundamental al complexului de mijloace tehnice ale sistemelor automatizate de conducere. Aici au o mare importanță limbajele de **c.** a omului cu calculatorul care sînt intermediare între limbile naturale și limbajele de mașină din cadrul sistemelor automatizate de conducere (S.A.C.). Eficiența interacțiunii omului cu calculatorul depinde de următorii factori [3]:1. înțelegerea reciprocă a omului și calculatorului (a gradului de cunoaștere de către om a posibilităților calculatorului pentru rezolvarea problemelor sale); 2. pregătirea psihologică a omului pentru realizarea interacțiunii cu calculatorul (dreptul omului de a greși); 3. accesibilitatea calculatorului pentru om (posibilitățile omului de a se adresa calculatorului în orice moment convenabil pentru el); 4. rapiditatea reacției calculatorului la comunicarea introdusă în el de către om; 5. comoditatea comunicării omului cu calculatorul din punctul de vedere al psihologiei inginerești.

Al patrulea tip de **c.** — mașină-mașină — caracterizează aspectele tehnice ale interacțiunii calculatoarelor electronice cu alte mijloace de prelucrare și de transmitere a informației atît în cadrul diferitelor S.A.C., cît și între aceste sisteme, pe primul plan fiind compatibilitatea mijloacelor lor tehnice atît la nivelul programelor, cît și la cel tehnic. Legătura dintre S.A.C. de diferite niveluri și dimensiuni se poate realiza cu ajutorul Sistemului general de stat de transmitere a datelor, a cărui creare este prevăzută în cadrul programului sistemului general automatizat de culegere și prelucrare a informației. Acest sistem reprezintă un complex de centre de comutație, canale de telecomunicație și alte mijloace tehnice care asigură comutația rapidă și transmiterea datelor între subsisteme și utilizatorii sistemului general automatizat de culegere și prelucrare a informației în condițiile oricărui regim de funcționare al acestuia. La crearea Sistemului general de stat de transmitere a datelor, trebuie să se utilizeze la maximum realizările cele mai noi ale științei și tehnicii din țară și din străinătate în domeniul telecomunicațiilor și al transmiterii datelor, incluzînd aici, în special, comutația electronică a abonaților, metodele de multiplexare a liniilor de comunicație și a translației regenerative, utilizarea pe scară largă pentru transmiterea datelor a sistemelor de modulaţie prin impulsuri codificate cu divizarea de frecvenţă a canalelor, punerea de acord a canalelor de telecomunicaţie cu dispozitivele terminale de afişare şi de prelucrare electronică a datelor (inclusiv a calculatoarelor analogice şi numerice) etc.

V. N. Malţev

Bibl. 1. C. Cherry, *On Human Communications*, MIT Press, 1966; 2. *Informaţia i modeli struktur upravlenia*, „Nauka", 1972; 3. V. M. Gluşkov, *Celovek i vîcislitelnaia tehnika*, „Naukova dumka", 1971.

Condiţii finale (stări finale). În cadrul modelelor dinamicii economice, reprezintă ansamblul valorilor variabilelor economice care trebuie să fie realizate la sfîrşitul perioadei de plan. Starea obiectului economic la sfîrşitul perioadei planificate determină *condiţiile iniţiale** ale perioadei următoare de planificare, adică posibilităţile de dezvoltare a unităţii în *perioada postplanificată*. **C.f.** intră ca parte componentă în formularea unei serii de *modele ale dinamicii economice*.

Alegerea lor trebuie să asigure o creştere destul de ritmică a indicatorilor economici la sfîrşitul perioadei planificate şi la începutul perioadei următoare.

De pildă, în cadrul celui mai simplu model dinamic, *starea economiei* în momentul t este determinată de vectorul n-dimensional x_t, $t = 0, 1, \dots, T$, a cărui componentă i arată mărimea producţiei produsului i în intervalul de timp $(t-1, t)$. Să admitem că c_t reprezintă vectorul consumului în acelaşi interval. Dacă A reprezintă matricea coeficienţilor consumurilor specifice, atunci traiectoriile admisibile ale dezvoltării sînt determinate de inegalităţile de balanţă:

$$c_t + Ax_t \leqslant x_{t-1}, \quad t = 1, \dots, T. \tag{1}$$

Dacă funcţia obiectiv este utilitatea totală a consumului

$$\sum_{t=1}^{T} u(c_t), \tag{2}$$

atunci la alegerea şirului $\left\{ x_t \right\}_1^T$, care maximizează expresia (2), ritmicitatea dezvoltării va fi încălcată, deoarece la sfîrşitul perioadei planificate se va constata că $x_T = 0$. Acest lucru poate fi evitat cerîndu-se ca:

$$x_T \geqslant x_T^0,$$

unde vectorul x_T^0 determină condiţiile finale.

În modelele mai complexe cu funcţie obiectiv, ale cărei valori sînt determinate de nivelul consumului, **c.f.** asigură menţinerea nivelului necesar al investiţiilor.

Alegerea **c.f.** este destul de complicată şi se bazează pe ipoteza cu privire la caracterul dezvoltării economice viitoare. Fundamentarea ipotezei ca atare se poate face cu ajutorul unor modele dinamice aproximative cu o perioadă planificată mai mare decît T. Astfel, pentru determinarea **c.f.** ale unui plan pe termen mijlociu se utilizează informaţia obţinută ca urmare a elaborării planului de perspectivă.

S. M. Movşovici

Condiţii iniţiale (stări iniţiale), în *modelele dinamicii economice*. Totalitatea valorilor variabilelor economice existente la începutul perioadei de plan, ale căror valori ulterioare se determină prin rezolvarea problemei planificării. **C.i.** stabilesc legătura dintre posibilităţile de dezvoltare în viitor şi cele din trecut. Ele determină un punct în *spaţiul de fază* al stărilor unităţii economice, din care pornesc *traiectoriile admisibile* ale evoluţiei unităţii respective.

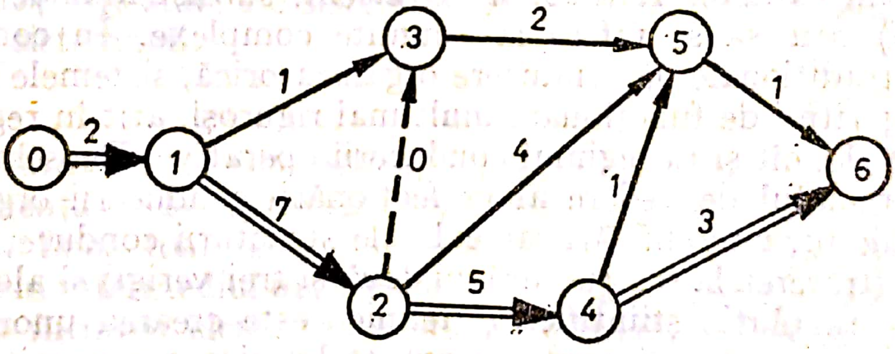
Alegerea mărimilor care determină starea unităţii depinde de unitate şi de problema care urmează să fie rezolvată. De obicei, în *modelele economice*, starea sistemului este determinată de prezenţa tuturor genurilor de produse, capacităţi de producţie şi resurse naturale şi de muncă. Dacă, aşa cum se presupune, în multe modele ale dinamicii economice, modificarea posibilităţilor tehnologice nu depinde de deciziile de plan, informaţia privind procesele tehnologice cunoscute nu se include în numărul de variabile care determină starea.

De exemplu, într-unul din cele mai simple modele economice dinamice, starea economiei în momentul t este determinată de un vector n-dimensional x_t, $t = 0, \ldots, T$. În acest vector, componenta i arată mărimea producţiei la produsul i în intervalul $(t - 1, t)$. Legătura dintre stările posibile în momentele succesive t şi $t + 1$ este determinată de inegalităţile de balanţă $Ax_{t+1} \leqslant x_t$, în care A este matricea coeficienţilor de cheltuieli specifice. Pentru perioada de plan cu durata T, problema planificării constă în alegerea valorilor $x_1, x_2, \ldots, x_T$. Vectorul x_0 este cunoscut şi determină **c.i.**

S. M. Movşovici

Conducere şi planificare în reţea. Ansamblu de metode ale *cercetării operaţionale**, bazate pe utilizarea modelelor sub formă de reţea ale unor complexe (proiecte, studii, scheme, programe). În sensul cel mai general, noţiunea de *complex* defineşte procesul de atingere a unui anumit obiectiv, reprezentat sub forma unei mulţimi de operaţii (lucrări) fixate şi parţial ordonate. Reprezentarea formală a complexelor prin *grafuri* orientate, conexe şi finite, care indică parametrii cantitativi, constituie baza **c.p.r.** Aparatul **c.p.r.** este destinat rezolvării a două probleme fundamentale: alcătuirea planului calendaristic de realizare a complexului şi adoptarea unor decizii eficiente în procesul îndeplinirii acestui plan. Efectul realizat prin **c.p.r.** se datorează mai cu seamă introducerii unor elemente logice riguroase în alcătuirea planului, care permit să se antreneze în analiza şi sinteza planurilor aparatul matematic modern şi mijloacele moderne ale tehnicii de calcul. În virtutea universalităţii **c.p.r.**, acest aparat este utilizat pentru alcătuirea planurilor industriei de construcţii de toate tipurile de construcţii, în producţia de unicate şi de serie mică (construcţii navale, construcţii aeronautice, construcţii de maşini unicate), în cercetările ştiinţifice, în institutele de experimentare şi proiectare, în producţia de filme cinematografice şi la elaborarea planurilor economiei naţionale, în industria minieră şi în lucrările de exploatări geologice. Diapazonul aplicaţiilor **c.p.r.** este extrem de larg: de la problemele rezolvate personal de către un conducător la orice nivel (de pildă, proiectarea unei anumite lucrări, estimarea aproximativă a cheltuielilor de timp pentru realizarea unei lucrări), pînă la crearea pe baza metodelor de programare în reţea a unor sisteme de conducere automatizate permanente, de mare amploare. Baza **c.p.r.** o constituie elaborarea reţelei structurale a complexului, care determină cu gradul de detaliere necesar componenţa operaţiilor complexului şi corelaţiile logice dintre ele în timp. Sînt supuse analizei sub aspectul conţinutului condiţiile necesare şi suficiente ale începerii oricărei operaţii incluse în reţea. Alegerea componenţei operaţiilor înseşi şi a gradului de detaliere a acestora se decide în funcţie de natura complexului examinat şi de problemele concrete de planificare, care interesează conducerea organizaţiei sau a grupei de organizaţii care realizează complexul. Astfel, în unele cazuri în reţea se înglobează operaţii care reflectă procesele de creare a resurselor necesare pentru realizarea complexului, în limitele competenţei organizaţiilor ce realizează complexul; în alte cazuri asemenea operaţii nu intră în reţea. După efectuarea estimărilor numerice ale parametrilor (durata operaţiilor şi necesarul de resurse de diferite tipuri pentru realizarea lor), varianta iniţială de reţea construită este supusă analizei, în urma căreia se stabileşte dacă ea satisface restricţiile date, în cazul în care asemenea restricţii există. În cazul în care restricţiile impuse nu sînt îndeplinite, rezultatele analizei permit să se introducă modificări raţionale în varianta iniţială a planului. Efectul obţinut pe seama modificărilor introduse se estimează cu ajutorul unei noi analize (se efectuează aşa-numita *rulare* a deciziilor pe reţea) şi aceste iteraţii se continuă pînă în momentul în care se obţine o variantă acceptabilă a planului sau pînă în momentul în care se stabileşte că toate posibilităţile existente de ameliorare a planului sînt epuizate şi condiţiile impuse sînt irealizabile.

Pe reţelele complexelor sînt preconizate diverse formulări ale problemelor de optimizare, care pot fi împărţite în două clase fundamentale: minimizarea duratei complexului în cazul unor restricţii date la resurse şi utilizarea optimă (într-un anumit sens) a resurselor în cazul unei durate date a complexului. Mecanismul de utilizare a aparatului **c.p.r.** în stadiul realizării complexului rezidă în culegerea sistematică de informaţii asupra stării sale efective în momentul examinat şi asupra modificărilor prognozate pentru intervalul de timp planificat în raport cu varianta de plan adoptată, urmată de prelucrarea acestei informaţii pe baza modelelor sub formă de reţea, în scopul elaborării sarcinilor de plan pe intervalul curent. Modelul sub formă de reţea determină, fireşte, particularitatea fundamentală a **c.p.r.** *Reprezentarea grafică* cea mai larg răspîndită a variantei de modele sub formă de reţea, numite modele sub formă de reţea conjunctive sau canonice în formă directă, este prezentată în fig. În modelele canonice de această formă vîrful



grafului (→ *Teoria grafurilor)* reprezintă rezultatele materiale ale executării operaţiilor (lucrărilor) care intră în graf şi concomitent determină condiţiile necesare şi suficiente ale posibilităţii de a începe operaţiile care decurg din el. Această interpretare de conţinut a vîrfurilor grafului reprezentat în desen (în graficul sub formă de reţea), prin diferite simboluri grafice (pătrate, triunghiuri, ovale, de cele mai multe ori cercuri) a căpătat denumirea de evenimente. Arcele grafului reprezintă operaţiile tratate fie ca procese reale, pentru executarea cărora se consumă resurse materiale şi timp, fie ca procese care necesită numai cheltuieli de timp, fie ca nişte corelaţii logice, care nu consumă nici resurse, nici timp, dar care joacă un rol principial pentru reprezentarea adecvată a structurii complexului (asemenea operații se numesc fictive). Așadar, modelul sub formă de rețea se construiește din elemente de două tipuri, iar orice succesiune a acestora formează un *drum* a cărui lungime este determinată de suma lungimilor (duratelor) operațiilor care intră în el (în figură, duratele sînt notate prin numerele înscrise lîngă arce). Drumul cu lungimea maximă, care leagă evenimentul inițial de cel final al rețelei, se numește *drum critic*. Toate operațiile care nu aparțin drumului critic se pot deplasa în timp în limitele rezervelor lor, fără a mări astfel durata totală a complexului. Această proprietate este larg utilizată la determinarea termenelor de plan ale începerii operațiilor, ținînd seama de existența resurselor și de considerentele de siguranță a îndeplinirii planului întocmit. Modelul sub formă de rețea nu trebuie să fie reprezentat neapărat printr-un desen. El poate fi determinat în mod univoc prin diferite matrice (de adiacență, de incidență ș.a.), tabele și sisteme de inegalități. Aceste posibilități se folosesc pe scară largă în analiza și optimizarea rețelelor la calculatorul electronic, precum și cu ocazia „sudării“ fragmentelor de rețele într-o rețea unică a complexului. Pe baza aparatului **c.p.r.** se construiesc sisteme de conducere organizatorică, în primul rînd din clasa sistemelor de conducere automatizată. Sistemele de acest gen pot îmbrățișa întreaga activitate a unei organizații, pot avea un caracter funcțional (să zicem, subsistemul de pregătire a producției) sau să se refere la anumite complexe. În comparație cu sistemele tradiționale de conducere organizatorică, sistemele de tip rețea posedă algoritmi de funcționare mult mai riguroși, atît în regimul planificării inițiale, cît și în regimul conducerii operative. Deosebit de important din punctul de vedere al perfecționării conducerii organizatorice, în condițiile unor modificări radicale ale structurii conducerii economiei naționale (trecerea la o structură cu două și trei verigi) și ale exigențelor impuse de revoluția științifică și tehnică este crearea unor sisteme de legături între ramuri (interdepartamentale) și a așa-numitelor sisteme **c.p.r.** cu rețele multiple.

Sistemele **c.p.r.** cu rețele multiple sînt destinate conducerii activității de producție de bază a organizației, pornind de la utilizarea rațională a resurselor de care dispune organizația. Sistemele de acest gen se elaborează în special pentru organizațiile de construcții. În cazul creării centralelor de producție, sistemele cu rețele multiple pot juca un rol important ca mijloc de coordonare a diferitelor verigi ale centralei.

V. I. Altaev

Bibl. 1. *Osnovnîe polojenia po razrabotke i primeneniu sistem SPU*, „Ekonomika“, 1967; 2. A. Kaufmann, G. Desbazeille, *La méthode du chemin critique*, Dunod, 1964; 3. S. I. Zuhovițki, A. I. Radcik, *Matematiceskie metodî setevogo planirovania*, „Nauka“, 1965; 4. R. V. Miller, *PERT — sistema upravlenia*, „Ekonomika“, 1965; 5. R. Ackoff, M. Sasieni, *Bazele cercetării operaționale*, Editura tehnică, 1975.

Conexiune. Se spune că între variabile (elemente, obiecte) există o c. dacă ele impun restricţii reciproce comportamentului (schimbărilor, funcţionării) lor. Dacă nu există asemenea restricţii, adică atunci cînd comportamentul este independent, nu există nici o **c. C.** poate fi cercetată prin diferite metode — prin analiza *corelaţiei**, cu ajutorul metodei *cutiei negre**, cu ajutorul analizei *nedeterminării** şi al altor metode. Existenţa unor **c.** între elemente determină *organizarea** lor, comportamentul în cadrul sistemului şi structura acestuia.

În cazul general, **c.** dintre elementele sistemului se manifestă prin limitarea *varietăţii** acestuia. Dacă avem mai multe elemente independente, reuniunea acestora are o varietate care poate fi măsurată prin suma indicatorilor de varietate a varietăţii individuale (dacă măsura este logaritmică). În acest caz nu există nici o **c.** între elemente şi ele nu sînt organizate. Dacă există o **c.** între cel puţin două elemente, aceasta manifestîndu-se printr-o restricţie unilaterală sau prin restricţii reciproce, atunci varietatea totală a sistemului este mai mică decît în cazul independenţei şi mărimea reducerii sale caracterizează cantitativ **c.** şi gradul de organizare corespunzător acesteia.

Atunci cînd observatorul separă un sistem integrat din *mediu**, oricare ar fi metoda concretă la care recurge acesta, analizează întotdeauna limitarea varietăţii de stări ale sistemului punînd astfel în evidenţă **c.** între variabilele sistemului.

A. I. Ciuhnov

Conexiune directă. În cibernetică, formă de legătură între elemente, în care influenţa de la ieşirea unui element se transmite la intrarea unui alt element. Dacă toate conexiunile din sistem — atît cele nemijlocite, cît şi cele prin intermediul altor elemente — sînt directe, atunci semnalul care vine la intrarea elementului său nu depinde de semnalul de ieşire al acestui element şi al sistemului în ansamblu. Astfel, în cazul **c.d.** informaţia care intră în dispozitivul de comandă nu conţine informaţii asupra stării obiectului comandat.

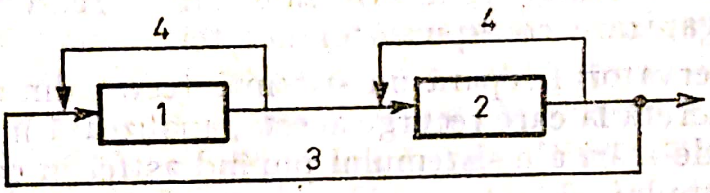
C.d. dintre două elemente ale sistemului comandat se poate realiza nemijlocit sau prin alte elemente ale sistemului. În cazul unei influenţe mediate, semnalul de ieşire al unui element ajunge la intrarea unui alt element cu coeficientul de transmitere al elementului intermediar. Pe această cale se formează, de pildă, cheltuielile conexe (indirecte) într-un sistem cu mai multe ramuri.

I. Z. Kaganovici

Bibl. 1. N. Wiener, *Kibernetika i obşcestvo*, Izd. inostr. lit., 1958. 2. V. S. Nemcinov, *Ekonomiko-matematiceskie metodî i modeli*, „Mîsli", 1965.

Conexiune inversă. În cibernetică, mod de conectare a unor elemente. Desemnează legătura dintre ieşirea unui element şi intrarea acestuia, care se realizează fie în mod direct, fie prin intermediul altor elemente ale sistemului. Principiul **c.i.** este universal şi el se află la baza funcţionării sistemelor reglate automat în natură, în tehnică, în economie şi în alte domenii.

La transmiterea unei părţi a semnalului de ieşire spre intrare (→ fig.) se formează **c.i.** principală sau externă [3]. **C.i.** interne sau locale unesc ieşirile elementelor sau ale grupelor de elemente legate în serie cu intrările acestora [4]. De exemplu, în sistemul *mina de cărbune — centrala electrică*, consumul propriu de energie electrică al centralei reprezintă o **c.i.** internă, iar cel pentru extragerea cărbunelui utilizat în centrală este o **c.i.** externă. **C.i.** *pozitivă* amplifică acţiunea semnalului de intrare (are acelaşi semn cu acesta), iar cea *negativă* o atenuează (are un semn opus celui de la intrare). **C.i.** pozitivă înrăutăţeşte stabilitatea sistemului, iar cea negativă contribuie la restabilirea echilibrului în sistem, dacă acesta este deteriorat prin acţiuni perturbatoare *(→ Reglare)*. În economie, sistemele de stimulare materială din producţie se bazează pe utilizarea **c.i.** pozitive. Tot pozitive sînt şi **c.i.** din schema balanţei legăturilor dintre ramuri.



Dacă semnalul de conexiune inversă este proporţional cu valoarea stabilizată a mărimii de intrare şi nu depinde de viteza de variaţie a acesteia în timp, **c.i.** se numeşte *rigidă*. Măsura mărimii **c.i.** este *coeficientul conexiunii inverse**.

I. Z. Kaganovici

Bibl. → *Reglare.*

Consum. Stadiul final al producţiei sociale, utilizarea produsului social pentru satisfacerea nevoilor oamenilor. Există un **c.** productiv şi un **c.** neproductiv. **C.** productiv este utilizarea mijloacelor de producţie în procesul de producţie. **C.** neproductiv, din care partea principală o constituie **c.** individual, este însuşirea individuală şi socială a bunurilor de **c.**, în vederea satisfacerii necesităţilor materiale şi spirituale ale oamenilor. **C.** și producția se află într-o interacțiune dialectică reprezentînd unitatea dintre laturi opuse ale reproducției sociale. Resursele fiind limitate, orice mărire a **c.** neproductiv frînează dezvoltarea producției, iar ritmuri mai înalte de **c.** productiv reduc posibilitățile de **c.** curent. Producția este cea care oferă substanță pentru **c.**, generează noi necesități de bunuri de **c.**, în timp ce procesul de **c.**, în care bunurile ajung în calitate de bunuri de **c.**, generează necesitatea de a se continua producția de bunuri de **c.**, și asigură reproducerea forței de muncă, principala forță de producție a societății. În procesul de **c.** se realizează scopul fundamental al economiei socialiste: satisfacerea nevoilor variate, mereu crescînde, materiale și spirituale ale tuturor membrilor societății, în vederea asigurării dezvoltării multilaterale a personalității fiecăruia. Aceasta determină principalele legi de mișcare a **c.**: creșterea continuă și sistematică a masei de bunuri consumate, necesare vieții; ridicarea nivelului și a dimensiunilor **c.**; îmbunătățirea paletei bunurilor consumate ținînd seama de varietatea lor; progresul structurii **c.**; creșterea ponderii bunurilor și serviciilor materiale și spirituale de înaltă utilitate care îmbogățesc viața oamenilor; reducerea elementelor de **c.** de mică valoare; reducerea diferențierilor în **c.**, determinate de deosebirile în ceea ce privește situația materială a diferitelor straturi ale populației, pe baza unei creșteri mai rapide a veniturilor populației cu veniturile cele mai mici, apropierea dintre nivelul de viață al clasei muncitoare și cel al țărănimii. **C.** se formează sub acțiunea nivelului și structurii producției, a nevoilor statornicite ale oamenilor și a formelor de repartiție a bunurilor materiale și spirituale create în societate. Nevoile sînt o reflectare a condițiilor de viață materiale, spirituale și sociale ale oamenilor, obiectiv necesare, corespunzătoare etapei istorice date a dezvoltării sociale. Acestea sînt **c.** potențial. Specificul nevoilor diferitelor straturi ale populației se formează în funcție de poziția în producția socială, de particularități social-demografice, naționale, etnice etc. și în funcție de condițiile naturale și de climă. În socialism, unde bunurile create se repartizează, în principal, în funcție de cantitatea și calitatea muncii, o anumită inegalitate economică în **c.** este inevitabilă. Structura nevoilor fiind aceeași în familii cu niveluri diferite ale veniturilor, apare un grad diferit de satisfacere a lor. Fondurile sociale de **c.** exercită o anumită influență în sensul atenuării acestei inegalități, ele fiind repartizate independent de efortul direct în muncă și potrivit nevoilor care apar.

Varietatea factorilor care influențează structura **c.** se reduce la patru grupe: a. structura social-demografică a consumatorilor și schimbările nevoilor societății dependente de ea; nivelul și diferențierea veniturilor populației; c. raporturile dintre sursele bunurilor și serviciile (fondul retribuirii după muncă, fondurile sociale de consum, veniturile din gospodăria auxiliară individuală); d. nivelul și corelațiile prețurilor. Unul din principalele obiective ale economiei socialiste este determinarea structurii nevoilor actuale și viitoare ale populației în ce privește bunurile și serviciile, în vederea caracterizării cantitative a scopului dezvoltării producției.

Structura efectiv formată a **c.** și cererea solvabilă a populației, reflectînd experiența colectivă a milioane de oameni ce aspiră conștient sau spontan la satisfacerea deplină a nevoilor lor, exprimă în mod obiectiv nevoile populației. Principalii indicatori ai nivelului **c.** populației sînt: ponderea fondului de **c.** în venitul național al țării, **c.** „lărgit", în care se cuprinde totalitatea bunurilor materiale și a serviciilor, și veniturile reale ale populației corespunzătoare lui, ponderea fondului de consum în avuția națională. Întreaga varietate a bunurilor materiale și spirituale corespunzătoare categoriilor de nevoi ale oamenilor este reprezentată prin următoarele componente: alimente, îmbrăcăminte și încălțăminte, obiecte și servicii de igienă personală, locuințe, transport, telecomunicații, ocrotirea sănătății, servicii de asigurări sociale, învățămînt, cultură și informație, sport și distracții. Toate bunurile se împart, după caracterul **c.**, în trei grupe: a. obiecte care se consumă dintr-odată, durata de utilizare a acestora fiind limitată la un an (alimente, îmbrăcăminte etc.); b. obiecte de folosință îndelungată, care participă la **c.** în cursul mai multor ani (mărfuri cu destinație culturală, mobilă); c. servicii, în cazul cărora momentul producției coincide cu momentul **c.** Celula primară în care se formează nivelul și structura **c.** este familia, care se încheagă nu numai prin legătura de sînge sau de alianță, ci și printr-un buget de **c.** comun, printr-o locuință și printr-o avuție acumulată în comun. Principalele surse informaționale privind nivelul și structura de fapt a **c.** sînt: cercetarea bugetelor de familie (forma cea mai perfecționată de organizare a acesteia bazîndu-se pe utilizarea metodei de observare la anumite momente) și statistica comercială.

Principalele probleme științifice și practice se situează în domeniul planificării și al prognozei **c.** În acest scop se utilizează trei tipuri de modele ale cererii de **c.**: modelele constructive, cele structurale (de balanță) și cele analitice.

Modelele constructive reprezintă diferite genuri de bugete de **c.** La baza construirii lor stă următoarea ecuație a bugetului de **c.** $Z = \Sigma q_i x_i$, în care Z este cheltuiala totală (volumul **c.**); q_i — cantitatea de bunuri, mărfuri sau servicii, iar x_i — prețul acestora (mărfuri sau servicii). În literatura economică se cunosc următoarele genuri de bugete de **c.**: bugetul minimului de asigurare materială (bugetul minimului de subsistență), bugetul suficienței (bugetul optim) și bugetul rațional. În calculul bugetelor de **c.**, drept mărimi q_i se iau normative de diferite niveluri: minime, optime și raționale, iar x_i sînt prețurile cu amănuntul (de bază sau de plan). Pentru bugetul minimului de subsistență. volumul și structura **c.** de alimente se pot determina prin rezolvarea așa-numitei „probleme a dietei", a cărei formulare matematică se reduce la o problemă obișnuită de programare liniară, și anume: din n produse, fiecare conținînd m elemente se cere să se afle combinația, în care $\sum_j q_jC_j = \min$

în condițiile:

1) $\sum_j a_{ij}q_j = b_i$ pentru primul grup de elemente; $\sum_j Q_{ij}q_j \geqslant b_i$ pentru al doilea grup și $\sum_j a_{ij}q_j \leqslant b_i$ pentru al treilea grup;

2) $q_j \geqslant 0$, în care q_j este cantitatea din produsul j; a_{ij} este conținutul de substanță nutritivă i într-o unitate din produsul j; b_i este normativul fiziologic pentru substanța nutritivă i; c_j este prețul cu amănuntul al produsului j. Bugetul rațional se elaborează utilizîndu-se două feluri de norme raționale de **c.**: individuale și familiale. Normele individuale se determină pentru diferitele grupe de vîrstă și pe sexe și zone naturale și de climă. Normele familiale se referă la bunuri și obiecte de uz familial. Elaborarea bugetelor raționale cuprinde următoarele etape de calcul: Etapa I: determinarea cheltuielilor normative pentru mărfurile din grupa s pentru grupa de vîrstă și de sex j a populației $P_j^{(s)} = \eta^{(s)} \sum_j a_{ij}C_i + p^{(s)}$, în care a_{ij} este norma de consum a mărfii i de către grupa de populație j; c_i este prețul cu amănuntul (tariful), $\eta^{(s)}$ este coeficientul de cheltuieli adiționale pentru mărfurile din grupa s. Etapa a II-a: determinarea cheltuielilor individuale normative din grupa a j-a a populației: $k_j = \sum_s y_j^{(s)}$. Etapa a III-a: determinarea sumei totale a cheltuielilor de **c.** ale familiei $N_{fam} = \sum_j k_j + W$, în care W sînt cheltuielile familiale.

Modelele structurale se bazează pe ipoteza potrivit căreia există o tipologie a consumatorilor cu tipuri de **c.** relativ stabile. Toate deplasările în structura **c.** se atribuie modificărilor în structura consumatorilor. Structura generală a **c.** se determină după schema $\bar{Q} = \sum_{i=1}^{n} S_iA_i$, în care S_i este numărul de consumatori avînd tipul de **c.** i; A_i — „coșul" preferat de **c.** de tipul i; m este numărul de tipuri de **c.** Un exemplu de asemenea model este modelul matriceal de cheltuieli și **c.** al familiilor cu niveluri diferite de venituri.

Modelele analitice sînt ecuații de corelație și de regresie cu unul sau mai mulți factori care caracterizează dependența **c.** unui bun de unul sau mai mulţi factori. Modelele concrete se elaborează pe baza statisticii bugetare sau a celei comerciale. De regulă, aceasta din urmă se utilizează în modelele dinamice ale cererii. Se admit drept factori principali, care exercită o influenţă asupra nivelului de **c.** al unei mărfi, nivelul venitului, variaţia preţului, dimensiunea şi structura pe vîrste şi pe sexe a familiei, vîrsta familiei etc. De exemplu, în modelul cu un singur factor, pentru a se exprima dependenţa **c.** de venit, se aplică diferite funcţii (proprii diferitelor bunuri de **c.**): ecuaţia dreptei $q = a + bx$, pentru toate articolele, dacă variaţia venitului este neînsemnată, funcţia putere $q = ax^b$(ln $q = a + b\ln x$, pentru majoritatea covîrşitoare a bunurilor; parabola $q = a + bx - cx^2$, pentru familii omogene şi de aceeaşi mărime; $q = x(a + b\ln x)$ pentru mărfuri reciproc substituibile; hiperbola $q = a - \frac{b}{x + c}$, pentru acele articole la care creşterea **c.** se atenuează pe măsura creşterii venitului, **c.** tinzînd către o limită (a); hiperbola $q = a + \frac{b}{x + c}$, pentru acele produse la care reducerea **c.** se atenuează pe măsura creşterii venitului, **c.** tinzînd către o limită (a); hiperbola $q = \frac{ax}{a + b}$ (ecuaţia lui Tornquist) ş.a. Valoarea primei derivate q' în raport cu x a ecuaţiilor de mai sus este coeficientul de elasticitate $\left(E = q'_x \frac{x}{q}\right)$, care indică variaţia relativă a **c.**, atunci cînd venitul se schimbă cu o unitate. Coeficienţii de elasticitate pentru diferite bunuri variază mult în raport cu gradul de satisfacere a nevoii respective şi urgenţa ei. Cu cît coeficientul de elasticitate este mai ridicat, cu atît nevoia respectivă este mai puţin satisfăcută şi cu cît este mai scăzut coeficientul de elasticitate, cu atît mai urgentă este nevoia respectivă. Modelele multifactoriale ale **c.** se caracterizează prin aceea că pentru fiecare marfă se alege nu numai forma proprie de dependenţă, ci şi colecţia factorilor specifici. Cele mai bune rezultate dau următoarele ecuaţii de regresie: ecuaţia liniară: $q = a_0 + a_1x_1 + q_2x_2 + a_3x_3 + \ldots \ldots a_nx_n$; ecuaţia de putere: $q = a_0x_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2} \cdot x_3^{a_3} \ldots x_n^{an}$ (sau liniarizată: $\ln q = a_0 + a_1\ln x_1 + a_2 \ln x_2 + a_3\ln x_3 + \ldots + a_n\ln x_n$), în care q este volumul **c.** (al cererii); $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ — valorile factorilor; $a_1, a_2, a_3, \ldots \ldots, a_n$ — parametrii modelului, care caracterizează influenţa factorilor respectivi asupra nivelului **c.** (al cererii).

N. M. Rimaşevskaia

Consumuri (cheltuieli) directe. Caracteristică a consumului de obiecte ale muncii, resurse de muncă, resurse naturale etc. de către diferitele ramuri ale producţiei materiale. Evidenţa lor este necesară, în primul rînd, pentru analiza legăturilor reciproce dintre ramuri în domeniul producţiei, pe baza modelului *balanţei legăturilor dintre ramuri**. **C.(c).d.** trebuie evidenţiate, de asemenea, şi cu ocazia elaborării modelelor economiei naţionale şi a unor modele speciale ale planificării optime. **C.(c.).d.** de obiecte ale muncii în cadrul balanţei legăturilor dintre ramuri alcătuiesc partea sa principală, cadranul întîi, care cuprinde partea în formă de şah a tabelului balanţei legăturilor dintre ramuri şi în care ele sînt caracterizate prin mărimile fluxurilor de producţie dintre ramuri x_{ij} (cantitatea de producţie din ramura i, consumată pentru obţinerea producţiei ramurii j). Mărimile **c.(c.)d.** în cadrul balanţei legăturilor dintre ramuri pot fi înfăţişate atît în expresie bănească, cît şi în expresie naturală.

Expresia analitică a **c.(c.)d.** în cadrul modelului balanţei legăturilor dintre ramuri o constituie coeficienţii **c.(c.)d.** De cele mai multe ori, elaborarea modelului balanţei legăturilor dintre ramuri porneşte de la premisa că volumul consumului productiv al producţiei tuturor obiectelor muncii este direct proporţional cu volumul producţiei brute a ramurii respective. În acest caz, coeficienţii **c.(c.)d.** a_{ij} caracterizează consumul de producţie a ramurii i pentru o unitate de producţie a ramurii j:

$$a_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_i}, \text{ de unde } x_{ij} = a_{ij}x_j, \ i = 1, \ldots, n; \ j = 1, \ldots, n,$$

unde x_j reprezintă volumul producţiei brute a ramurii j. Mai riguroasă este reprezentarea mărimii totale a **c.(c.)d.**, x_{ij}, ca funcţie liniară neomogenă, ceea ce rezultă din descompunerea fluxului dintre ramuri în două componente: o mărime proporţională cu volumul producţiei ramurii consumatoare şi aşa-numitul consum convenţional-constant, în care se includ consumurile (cheltuielile) de produse ale ramurii i pentru producţia ramurii j, sub forma cheltuielilor de secţie, ale cheltuielilor generale ale întreprinderii şi a altor cheltuieli. În acest caz funcţia de producţie a **c.(c.)d.** are forma:

$$x_{ij} = \bar{a}_{ij}x_j + \tilde{x}_{ij},$$

unde $\bar{a}_{ij}$ reprezintă consumul proporţional (de regulă, nemijlocit tehnologic) de produse ale ramurii i pentru obţinerea unei unităţi de producţie a ramurii j; x_{ij} — consumul convenţional-constant de producţie al ramurii i pentru producţia ramurii j (de pildă, consumul de energie electrică pentru iluminat, consumul de combustibil pentru încălzirea clădirilor de producție ș.a.m.d.). În cazul acestei premise, în partea sub formă de șah a balanței legăturilor dintre ramuri se reflectă numai volumul proporțional al **c. (c.) d.** pentru obținerea producției, iar **c. (c.) d.** convențional-constante se grupează într-o linie și coloană distincte din primul cadran al balanței, sub forma unei ramuri „fictive".

O trăsătură distinctivă a coeficienților **c. (c.) d.** în cadrul balanței legăturilor dintre ramuri este nenegativitatea lor ($a_{ij} \geqslant 0$), precum și faptul că pentru balanța în expresie bănească se respectă, de regulă, relația $\sum_{i=1}^{n} a_{ij} \leqslant 1 (j = 1, 2, \ldots, n)$, iar pentru mai mulți j: $\sum_{i=1}^{n} a_{ij} < 1$. Aceste proprietăți ale matricei coeficienților **c. (c.) d.** $\mathbf{A} = (\mathrm{a}_{ij})$ au o mare importanță pentru soluționarea modelului balanței legăturilor dintre ramuri, întrucît în acest caz există matricea $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$, iar pentru oricare vector nenegativ al produsului final $\mathbf{y} \geqq 0$ al sistemului $(\mathbf{I} - \mathbf{A})\ \mathbf{x} = \mathbf{y}$ există un unic vector nenegativ al producțiilor totale ale ramurilor, $\mathbf{x} \geqq 0$. De regulă, **c. (c.) d.** de fonduri fixe și resurse de muncă în cadrul balanței legăturilor dintre ramuri se reflectă sub forma unor rînduri speciale extrabalanțiere. Coeficienții **c. (c.) d.** de fonduri fixe f_j caracterizează consumul de fonduri pe o unitate j de producție a ramurii: $f_j = F_j / x_j$, unde F_j este valoarea medie anuală a fondurilor fixe ale ramurii j. Coeficienții **c. (c.) d.** directe de resurse de muncă t_j caracterizează consumul de muncă pe o unitate de produs al ramurii $j : t_j = T_j / x_j$, unde T_j reprezintă efectivul mediu anual al personalului ramurii j.

E. F. Baranov

Conturi naționale. Sistem de tabele, avînd forma unor conturi contabile, în care își găsește reflectare procesul producției, repartiției și utilizării finale a produsului social și a venitului național, pe o perioadă de timp oarecare (de obicei, pe un an). Prin „naționale" se subliniază caracterul macroeconomic al informației cuprinse în aceste tabele. Uneori se întrebuințează termenul „conturi sociale".

Circuitul economic este prezentat în **c.n.** ca un ansamblu de operații economice elementare. Fiecare operație este un transfer de mijloace bănești, orientat de la o unitate economică către alta. Informația cu privire la operațiile economice în **c.n.** are forma a_{ij}^{λ}, unde a reprezintă suma operațiilor; λ — forma operației sau obiectul ei; i — unitatea economică care încasează banii; j — unitatea economică plătitoare.

Operațiile se înregistrează în conturi, fie ca venituri și cheltuieli ale unui anumit agent, pentru fiecare categorie de operații, fie ca venituri și cheltuieli ale fiecărui agent pentru o categorie dată de operații:

Contul agentului k

Cheltuieli	Venituri
$(j = k)\sum_{i} a^{\lambda}_{ik}$	$\sum_{j} a^{\lambda}_{kj}(i = k)$

Contul operației l $(\lambda = 1)$

Cheltuieli	Venituri
$\sum_{j} a^{l}_{ij}$	$\sum_{i} a^{l}_{ij}$

Setul de conturi și o anumită nomenclatură a pozițiilor fiecăruia dintre ele oferă, în principiu, posibilitatea de a se descrie, sub forma unui sistem unitar, producția, consumul, acumularea, repartiția și redistribuirea veniturilor, dinamica activelor și pasivelor financiare ale unităților economice. Acest obiectiv se atinge prin clasificarea într-un anumit mod a unităților economice și a categoriilor de operații, iar pentru grupele de clasificare corespunzătoare prin deschidere de conturi.

În prezent, contabilitatea națională este orientarea principală în statistica balanțelor țărilor capitaliste. Deși ideea descrierii circuitului economic sub forma unor fluxuri de valori între grupele de unități economice este foarte veche, această orientare s-a conturat în mod definitiv abia după cel de-al doilea război mondial.

Inițial, în **c.n.** se scotea în evidență legătura dintre volumul total al veniturilor, consum, economii și investiții și resursele statului. Tocmai aceste conexiuni constituie conținutul Sistemului standard simplificat al conturilor naționale O.N.U., elaborat în anul 1952, care a rămas în vigoare pînă în anul 1968 (tab. 1).

În afară de un număr de șase conturi, sistemul standard cuprinde și o serie de tabele auxiliare, în care se defalcă, în diverse sensuri, principalii indicatori care figurează în conturi.

C.n. se întocmesc pe baza acestui sistem în peste o sută de țări. În publicațiile O.N.U. se publică date cu privire la produsul social total în cîteva profiluri: a) după structura cheltuielilor finale; b) pe ramuri producătoare ale produsului; c) după structura veniturilor.

Tab. 1

I. Produsul național	II. Venitul național	III. Formarea națională de capital	IV. Gospodăriile casnice		V. Instituții guvernamentale		VI. Operații externe	
			Operații curente	Operații cu capital	Operații curente	Operații cu capital	Operații curente	Operații cu capital
V	V							
A		A_c		A_p		A_g		
F					F			
C			C_p		C_g			
K		K						
E							E	
$-I$							I	
	R		R					
	F_c				F_c			
	G_t				G_t			
	R_e						R_e	
		K_p		K_p				
		K_g				K_g		
			F_p		F_p			
	S_c	S_c						
			S_p	S_p				
					S_g	S_g		
			T_c T_c		T_cT_c		T_cT_c	
		T_k		T_k		T_kT_k		T_k
		B_c		B_p		B_g		B
							D	D

Ulterior, s-au conturat încă două orientări în dezvoltarea contabilității naționale, și anume cercetarea legăturilor de producție dintre ramuri cu ajutorul tabelelor input-output, precum și descrierea aspectului financiar al circuitului economic sub forma conturilor de fluxuri ale fondurilor și a balanțelor patrimoniului sub aspect material și financiar. Concomitent, pe plan național și internațional, au început investigațiile în direcția creării unui sistem integrat de **c.n.**, care să îmbrățișeze toate cele trei orientări. În anul 1968, la sesiunea a XV-a a Comisiei de Statistică a O.N.U. s-a adoptat un nou proiect al sistemului standard al **c.n.**, care se bazează pe ideea integrării. Sistemul este alcătuit din 34 conturi standard și 26 tabele auxiliare. La baza sistemului stă o matrice bloc (82 × 82), care asigură integrarea balanțelor patrimoniului, a balanței legăturilor dintre ramuri, a conturilor de venituri și a conturilor operațiilor financiare.

Schema simplificată a noului sistem standard al conturilor naționale al O.N.U. este reprezentată în tab. 2.

Tab. 2

		Bilanț de deschidere (pasiv)	Producție	Consum	Acumulare	Lumea externă	Reevaluări	Bilanț de închidere (pasiv)
		1	2	3	4	5	6	7
Bilanț de deschidere (activ)	1				×			
Producție	2			×	×	×		
Consum	3		×		×	×		
Acumulare	4	×		×			×	×
Lumea externă	5		×	×	×			
Reevaluări	6				×			
Bilanț de închidere (activ)	7				×			

C.n. sînt utilizate ca o formă de ordonare a informației macroeconomice, care corespunde concepției calitative cu privire la sistemul corelațiilor celor mai importante din economie. Pe baza **c.n.** se elaborează diverse modele economice parţiale şi generale. Indicatorii **c.n.** exprimă rezultatele soluţionării unor probleme macroeconomice. Sub aspect formal, **c.n.** asigură un sistem de restricţii de balanţă.

O listă aproximativă a problemelor a căror rezolvare este legată de partea corespunzătoare a sistemului integrat de **c.n.** este prezentată în tabelul 3, în care numerotarea şi conţinutul coloanelor şi liniilor sînt aceleaşi ca şi în tab. 2.

Notaţii convenţionale:

V — produsul naţional net după costul factorilor (există evaluări ale produsului social şi ale elementelor sale după costul factorilor şi după preţurile pieţei. Costul factorilor se obţine dacă din valoarea calculată pe baza preţurilor pieţei se scad impozitele indirecte, din care s-a dedus suma subvenţiilor);
A — amortizare (A_c — în cadrul companiilor, A_p — în sectorul particular, A_g — în sectorul de stat);
F — impozite indirecte nete (după scăderea subvenţiilor);
F_p — impozite directe asupra populaţiei;
F_c — impozite directe asupra companiilor;
C — consumul total, care se împarte în:
C_p — cheltuieli pentru consumul persoanelor particulare;
C_g — cheltuieli pentru consumul instituţiilor guvernamentale;
K — cheltuielile totale pentru acumulare, care se împart în:
K_p — finanţarea acumulărilor de către persoanele particulare;
K_g — finanţarea acumulării de către instituţiile de stat;
E — export;
I — import;
R — venitul pe categorii (salarii, profit, dobînzi);
R_e — soldul pe categorii de venituri, obţinute din străinătate;
S — economii (S_c — ale companiilor, S_p — ale persoanelor particulare, S_g — ale instituţiilor de stat);
B — mijloace împrumutate (B_c — ale companiilor, B_p — ale persoanelor particulare, B_g — ale instituţiilor de stat);
G_j — veniturile statului din activitatea productivă;
D — soldul total al naţiunii la operaţiile curente;
T — transferuri (T_c — curente, T_k — transferuri de capital).

B. L. Isaev

Bibl. R. Stone, *Input-Output and National Accounts*, Organisation for European Economic Cooperation, 1960; 2. W. Krelle, *Volkswirtschaftliche Gesamtrechnung*, Dunker & Humblot, 1959; 3. *Statistika narodnogo bogatstva, narodnogo dohoda i naţionalnîie sceta*, „Nauka", 1967.

Tab. 3

	1	2	3	4	5	6	7
1				Studii asupra avuției naționale			
2		Analiza după schema input-output	Analiza cererii de consum: studii asupra cheltuielilor statului	Modele ale acumulării stocurilor și sporului fondurilor fixe; politica de investiții	Analiza cererii la mărfurile și serviciile pentru export		
3		Funcții de producție	Repartiția și redistribuirea veniturilor; politica fiscală	Analiza uzurii fondurilor fixe	Studii asupra veniturilor din investițiile peste graniță		
4	Studii asupra valorii patrimoniului după scăderea obligațiilor		Analiza comportamentului deținătorilor de economii	Politica monetară și de credit	Problemele finanțării și lichidității pe plan internațional	Studii asupra profiturilor și pierderilor după contul capital	Studii asupra valorii patrimoniului după scăderea obligațiilor
5		Analiza cererii la mărfurile și serviciile din import	Politica în domeniul ajutoarelor pe termen scurt către alte țări	Problemele finanțării și lichidității pe plan internațional	Analiza plăților din balanța comercială și cea de plăți		
6				Reevaluările articolelor din contul capital			
7				Studii asupra avuției naționale			

Corelaţie multiplă. Stabileşte *intensitatea legăturii* dintre mărimea aleatoare η şi un grup de mărimi aleatoare $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$.
Coeficientul de corelaţie multiplă

$$R = \sqrt{1 - \frac{D}{D_\xi}}$$

arată intensitatea legăturii (D este determinantul matricei de corelaţie a mărimilor $\eta, \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$; D_ξ reprezintă acelaşi lucru, însă pentru mărimile $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$). Dacă $R = 0$, nu există legătură.

M. V. Filippov, P. T. Smelov

Bibl. 1. G.V. Rozanov, A.A. Frenkel, *Korreliaţionnîi i regressionnîi analiz v ekonomiceskih issledovaniah*, „Ekonomika i matematiceskie metodî", 1967, v. III, fas. 3.

Criteriu de optim. Indicator a cărui valoare extremală (→ *Extremum al funcţiei*) caracterizează eficienţa limită a *organizării** unei stări sau a unei traiectorii de evoluţie a obiectului *comenzii**. **C.o.** este o imagine homomorfă (→ *Homomorfism*) a intereselor subiectului comenzii. În problemele de *programare matematică**, care descriu comportamentul economic, **c.o.** se reprezintă ca *funcţie obiectiv**, iar în problemele de *teoria jocurilor**, ca *funcţie de cîştig*.

În funcţie de diferite baze de clasificare, într-un sistem economico-social se pot distinge următoarele tipuri de **c.o.**: 1. global-local; 2. extern-intern; 3. aprioric-aposterioric; 4. generat-redus; 5. ordinal-cardinal; 6. integral-terminal; 7. natural — de ritm; 8. de maximizare a rezultatului — de minimizare a cheltuielilor.

Criteriul global de optim evaluează eficienţa organizării sistemului de pe poziţiile intereselor emergente ale sistemului (→ *Emergenţă*) coordonate cu interesele imanente ale celulelor sale (→ *Planificare social-economică*). Criteriul local de optim caracterizează eficienţa stării sau a traiectoriei de evoluţie a fiecărui element al sistemului.

Criteriul extern de optim dă o evaluare a eficienţei nivelului respectiv al organizării structurale a sistemului (→ *Structura sistemului social-economic*) din punctul de vedere al nivelului superior al organizării sau al eficienţei unui element pornind de la interesele sistemului în ansamblu. Pentru orice element periferic al sistemului, un asemenea criteriu se formează prin reducerea **c.o.** al verigii de la nivelul superior la obiectivul local corespunzător. Forma acestei reduceri este determinată de *algoritmul de comandă* la a cărui elaborare trebuie să se acorde o mare atenţie specificului obiectului, rapidităţii algoritmului etc. **C.o.** local extern poate fi: evaluarea neliniară a *eficienţei economiei naţionale*, beneficiul calculat în evaluările planului optim al verigii superioare *(→ Evaluări optime)*, *funcţia de penalizare* etc.

Criteriul intern de optim exprimă interesele imanente ale celulei structurii instituţionale a economiei sau a structurii sociale a societăţii *(→ Structura sistemului social-economic)*, în sensul că acestea sînt produsul conştiinţei de sine a colectivului respectiv de oameni, în condiţiile sociale date. Prezenţa unor asemenea interese este proprietatea caracteristică a *sistemelor cu autoorganizare**. Criteriul intern nu poate fi nici prescris celulei pornind de la considerente apriorice, nici dedus din criteriul verigii superioare. El poate fi pus în evidenţă şi precizat numai prin observarea funcţionării reale a sistemului.

C.o. care exprimă interesele emergente ale sistemului social-economic în ansamblu şi care face abstracţie de interesele imanente ale celulelor sale periferice este criteriu intern al centrului sistemului. Drept criteriu extern al centrului serveşte un criteriu care compară şi armonizează interesele emergente cu interesele imanente locale şi pe acestea din urmă între ele, adică interesul global de optim al sistemului social-economic. Singura cale de formare a unor asemenea criterii este generarea lor în procesul iterativ al *planificării social-economice** şi precizarea lor în cursul funcţionării reale a sistemului.

Criteriul intern de optim al unei celule a structurii instituţionale a economiei sau a structurii sociale a societăţii nu coincide cu criteriul extern redus după care centrul evaluează eficienţa acestei celule, dar după obţinerea optimului social, ambele aceste criterii iau valori extreme în aceeaşi stare sau traiectorie a dezvoltării celulei.

Se admite să se considere criteriul intern de optim al centrului sistemului ca o aproximare a criteriului global deoarece, după ce s-a atins optimul social, valorile parametrilor criteriului intern al centrului trebuie să coincidă cu valorile anterior necunoscute ale parametrilor sinonimi ai criteriului global generat. În cele din urmă, mărimile acestor criterii şi traiectorii de dezvoltare a sistemului social-economic se dovedesc a fi egale. Aşadar, caracterul imanent al criteriilor interne de optim se referă numai la forma lor definită calitativ, deoarece, în anumite condiţii, valorile parametrilor care determină măsurile concrete ale criteriilor interne trebuie elaborate şi precizate succesiv cu prilejul armonizării diferitelor interese, în procesul iterativ al planificării social-economice, astfel încît să se reducă la minimum cheltuielile inevitabile de precizare a acestor parametri, prin autoreglarea sistemului social-economic, în procesul funcţionării sale reale. Forma pe care o ia la un moment dat criteriul intern de optim al unei celule economice trebuie privită ca o aproximare a formei reale care se schimbă treptat, dar foarte încet, pe măsura *adaptării** proprietăţilor elementelor sistemului social-economic la proprietățile relațiilor structurale ale acestuia. Orice criteriu intern de optim, ca imagine homomorfă a intereselor, trebuie perfecționat permanent, ținînd seama de această adaptare. Un important instrument al unei asemenea perfecționări, care presupune o corectare simultană a tuturor celorlalte componente ale descrierii sistemului, sînt modelele descriptive, în particular cele imitative ale sistemului social-economic și ale celulelor acestuia. Generarea criteriului global de optim în procesul iterativ este posibilă numai prin descrierea formalizată a economiei cu ajutorul unui sistem de modele, ceea ce îngăduie să se pondereze aposteriori criteriile scalare particulare. O asemenea abordare nu se reduce la optimizarea vectorială (→ *Criterii vectoriale de optim*) și se opune formării criteriilor scalare compuse prin ponderarea cîtorva criterii elementare de acest gen, cu ajutorul unei funcții date apriori, adică prin utilizarea unui criteriu global aprioric. Se pare că, din punctul de vedere al apropierii de imaginea *izomorfă* a intereselor (→ *Izomorfism*), cele mai adecvate sînt criteriile ordinale de optim; pînă acum însă nu s-au obținut rezultate constructive, care să ne permită să sperăm în aplicarea lor practică în conducere. Criteriile cantitative (cardinale) de optim pot fi terminale sau integrale. Dintre primele fac parte criteriile ale căror valori depind numai de starea economiei sau a unor celule economice numai în momentul final al unei perioade date. Criteriile terminale ignoră factorul timp și, în consecință, și toate urmările cumulative ale proceselor de autodezvoltare a sistemului social-economic (→ *Cheltuieli sincrone*). Criteriile integrale însumează efectele stărilor obiectului comenzii în perioada respectivă, cu scontarea componentelor care se referă la perioade diferite de timp, luînd în considerare influența factorului timp asupra schimbării valorii diferitelor bunuri, servicii, resurse și condiții de viață. La rîndul lor, aceste criterii se împart în criterii *naturale* și criterii de *ritm*.

Adeseori, utilizarea acestora din urmă este însoțită de ipoteza că ritmurile de creștere a economiei sînt constante, ceea ce este în contradicție cu dinamica economică observată în realitate. Renunțarea la această ipoteză impune necesitatea de a se sconta ritmurile incrementelor relative pe anii perioadei de plan, astfel ca criteriul să poată surprinde diferențele dintre traiectoriile de creștere economică care duc la aceeași stare la sfîrșitul perioadei respective, dar care diferă între ele prin ritmurile de creștere realizate în diferiți ani. Avînd în vedere că fazele procedurii respective cu aplicație la o mărime adimensională nu sînt clare, ea este cu mult mai complicată decît introducerea scontului în criteriul natural.

Astfel stînd lucrurile, în prezent *formalizarea** eficientă a sistemului social-economic trebuie să se bazeze pe utilizarea criteriilor naturale integrale. Aici putem distinge două grupe de indicatori. Din prima grupă fac parte criteriile care minimizează cheltuielile de timp (durata producției), cheltuielile curente, cele de investiții actualizate, consumul de muncă, consumul de resurse deficitare, valoarea importului etc.; din a doua grupă fac parte criteriile care maximizează *avuția națională*, produsul social total, volumul producției într-un sortiment fix, *produsul final**, *venitul național*, fondul de consum, utilitatea socială a consumului *(→ Funcție de preferință)*, veniturile bănești curente ale populației, veniturile actualizate ale oamenilor muncii (veniturile curente însumate cu cele alocate sub forma beneficiului scontat al întreprinderii, reprezentată prin colectivul respectiv de oameni ai muncii), veniturile reale ale populației, inclusiv valoarea fondurilor sociale de consum, fondul de acumulare, valoarea exportului, soldul balanței comerciale sau de plăți etc.

O proprietate comună a tuturor criteriilor enumerate constă în faptul că utilizarea oricăruia dintre ele presupune definirea exogenă față de modelul respectiv a unor caracteristici ale stării sistemului social-economic în ansamblu și a celulelor sale. Dacă un asemenea model este gîndit ca un model global (→ *Formalizare*), caracterul exogen al caracteristicilor menționate se transformă în aprioricitate și, respectiv, proprietatea arătată a criteriilor, într-un mare defect, deoarece formalizarea în ansamblu necesită un puternic *complement extern*. Dacă însă modelul se utilizează ca element al unui sistem *(→ Planificarea social-economică)*, este necesară o analiză amănunțită a proprietăților particulare ale fiecărui criteriu din punctul de vedere al influenței lor asupra gradului în care criteriul respectiv oferă o imagine izomorfă a intereselor celulei economice corespunzătoare, în cursul etapei studiate a dezvoltării. Trebuie să se țină seama de faptul că libertatea de determinare a formei criteriilor interne ale celulelor sistemului social-economic este foarte mică. Cîmpul intereselor locale pe care acestea le reflectă este considerabil mai îngust decît totalitatea intereselor emergente ale sistemului în ansmablu. De aceea, spre deosebire de acestea din urmă, celulele respective sînt suficient de conștiente de interesele lor. În prezent expresia sintetică a acestor interese s-a cristalizat, pentru întreprinderi și uniuni economice, sub forma veniturilor bănești actualizate ale oamenilor muncii (ținîndu-se seama de valoarea fondurilor sociale de consum localizate în întreprindere), iar pentru regiunile economice — sub forma indicatorului veniturilor reale ale populației, avînd o acoperire materială conformă cu funcția de preferință a acesteia. Alegerea **c.o.** al centrului este deosebit de complicată. Acest criteriu, care dă forma **c.o.** global al sistemului social-economic, trebuie să reflecte cel mai complet interesele emergente ale sistemului a căror satisfacere este esențialmente legată de optimizarea consecințelor pe termen lung, economice și tehnice de producție ale dezvoltării sale în perioada de plan, să asigure posibilitatea unui calcul formal și armonizarea sa cu interesele celulelor care alcătuiesc structura instituțională a societății. În această privință cele mai mari avantaje le prezintă indicatorul fondul de acumulare al economiei naționale, determinat după sursele formării sale și identificat cu efectul suplimentar rezultat din atragerea în producția socială a resurselor naturale și de muncă ale țării. Dacă coeficienții acestui criteriu se stabilesc la nivelul evaluărilor duale *(→ Evaluări optime)* ale resurselor naturale și de muncă din planurile optime ale regiunilor economice (în acest din urmă caz scăzîndu-se volumul veniturilor totale ale oamenilor muncii formate din retribuții și valoarea consumului din fondurile sociale), iar criteriile regionale interne orientează regiunile economice spre maximizarea consumului populației lor în perioada curentă, atunci, dacă procesul iterativ de *planificare social-economică** este organizat într-un mod corespunzător, se creează posibilitatea determinării aposteriorice, formalizate, a unei rate a acumulării (a consumului), în cadrul căreia se realizează o armonizare organică a intereselor locale ale celulelor sistemului social-economic între ele și între acestea și interesele emergente ale sistemului în ansamblu, a eficienței imediate (din perioada respectivă de plan) cu cea îndepărtată (de dincolo de această perioadă) a dezvoltării economiei naționale. Totodată, întrucît unele efecte foarte îndepărtate ale unor măsuri luate în cursul perioadei de plan nu pot fi luate în considerare decît aproximativ, coeficienții criteriului menționat al centrului (și ai criteriului global) trebuie corectați pornind de la ipotezele cu caracter calitativ, referitoare la asemenea criterii *(→ Cheltuieli sincrone)*.

V.I. Danilov-Danilian, M.G. Zavelski

Bibl. 1. *Problemî optimalnogo funkționirovania soțialisticeskoi ekonomiki*, „Nauka"' 1972; 2. *Problemî narodnohozeaistvennogo optimuma*, „Nauka", 1966; 3. V.F. Pugacev, *Optimizația planirovannia*, „Ekonomika", 1968; 4. B.M. Smehov, *Perspektivnoe narodnohozeaistvennoe planirovanie*, „Ekonomika", 1968; 5. A.I. Boiarski, *Matematiko-ekonomiceskie ocerki*, Gosstatizdat, 1962; 6. V.S. Dadaian, *Ekonomiceskie zakonî soțializma i optimalnîe reșenia*, „Mîsl", 1970; 7. A.G. Aganbeghian ș.a., *Sistema modelei narodnohozeaistvennogo planirovania*, „Misl", 1972; 8. A. Pașkov, *Ob ekonomiceskih zakonah soțializma*, „Planovoe hozeaistvo" nr. 1, 1967; 9. V.A. Volkonski, *Modeli optimalnogo planirovania i vzaimosveazi ekonomiceskih pokazatelei*, „Nauka", 1967; 10. N.P. Fedorenko, *O razrabotke sistemî optimalnogo funkționirovania ekonomiki*, „Nauka", 1968.

Criterii vectoriale de optim. Orice problemă de optimizare presupune să fie dată o *funcție obiectiv**, ca indicator cantitativ al calității opțiunilor date. De regulă, se ia drept asemenea indicator un etalon general acceptat pentru măsurătorile fizice sau economice.

De obicei, este posibilă o descriere adecvată pentru un singur etalon, atunci cînd obiectul studiat este relativ omogen, iar legăturile sale cu alte obiecte pot fi neglijate. De regulă, extinderea modelului, prin includerea unor legături esenţiale cu obiecte de altă natură, complică scopurile conducerii şi planificării în aşa măsură încît ele trebuie sintetizate după mai mulţi indicatori de calitate a opţiunilor. Această sinteză se realizează fie pe baza interşanjabilităţii descoperite a indicatorilor, fie pe baza consultării experţilor.

Dacă datele consultării experţilor sau în general ale măsurătorilor psihofizice, precum şi mulţimea de alte motive satisfac unele condiţii, pe baza lor se poate construi o *funcţie de utilitate*, care poate fi considerată drept funcţie obiectiv. În general, rezultatele măsurătorilor dau o ordonare numai parţială a opţiunilor (nu întotdeauna tranzitivă) (→ *Scări*). Ele nu pot fi întotdeauna considerate suficient de obiective.

Identificarea unor indicatori de calitate esenţiali pentru modele şi a etaloanelor corespunzătoare conduce la problema de optimizare vectorială: să se „maximizeze" funcţia vectorială $\mathbf{F}(x) = (f_1(\mathbf{x}), \ldots, f_n(\mathbf{x}))$, după $\mathbf{x} \in M$. Din punct de vedere matematic, această problemă nu are sens, deoarece maximul vectorial nu este definit. Sensul lui este determinat ca urmare a unor analize neformale şi poate fi diferit pentru diferite modele. Optimizarea după un criteriu oarecare $f_i(\mathbf{x})$ se numeşte *suboptimizare*. În literatură, există numeroase concepţii privind optimul vectorial [1], dintre care amintim două: *optimul paretian** şi *echilibrul lui Nash (→ Teoria jocurilor)*.

Optimul paretian al punctului $\mathbf{x}$ în raport cu criteriul vectorial $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ înseamnează că soluţia $\bar{\mathbf{x}}$ nu poate fi îmbunătăţită după nici un criteriu $f_i(\mathbf{x})$ fără ca ea să fie înrăutăţită după oricare altul.

În anumite condiţii căutarea optimului paretian se reduce la o problemă obişnuită de maximizare a unei sume ponderate de criterii parţiale [2]. Şi reciproca este adevărată: opţiunea $\bar{\mathbf{x}}$, care oferă maximul oricărei sume ponderate, este un optim paretian.

Pentru rezolvarea practică a problemelor vectoriale se foloseşte adeseori *metoda concesiilor*. Ea constă în stabilirea unui indicator principal, să zicem $f_1(\mathbf{x})$ şi în fixarea unor abateri admisibile Δ_i de la optimurile după celelalte criterii f_i, $i \neq 1$. În acest caz problema se transformă într-o problemă obişnuită de optimizare $\max f_1(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} \in M$ cu restricţii adiţionale $f_i(\mathbf{x}) \geqslant \max f_i - \Delta_i$.

Dacă introducerea unor restricţii rigide adiţionale nu are sens, în locul lor se introduc *funcţii de penalizare* φ_i depinzînd monoton de Δ_i. Cu ajutorul metodei funcţiilor de penalizare problema iniţială se reduce la

$$\max\ (f_1(\mathbf{x}) + \varphi_2(\mathbf{x}) + \dots + \varphi_n(x)),$$

$$\mathbf{x} \in M.$$

Ambele metode sînt o suboptimizare condiţionată.

O caracteristică a oricărui sistem finalizat este diferenţa dintre scopurile subsistemelor sale. Presupunem că acestea se exprimă prin $f_i(\mathbf{x})$. Dacă în sistem conducerea este centralizată, atunci soluţia optimă pentru sistem în ansamblu va fi un optim paretian oarecare. Dar, în cazul în care conducerea este descentralizată, se poate considera realizabil numai echilibrul după Nash, care, dacă acţiunile partenerilor sînt fixate, oferă un maxim fiecărui subsistem. În general, pentru sistem, echilibrul lui Nash este mai mare decît optimul paretian. În cazul în care f_i nu depinde de soluţiile în subsistemul $j \neq i$, optimul lui Nash al soluţiilor de echilibru şi optimul paretian coincid.

Un scop al sistemului mai general decît un optim oarecare este *supravieţuirea* lui, adică apartenenţa stării sistemului unei mulţimi date de stări posibile, în condiţiile tuturor schimbărilor posibile ale mediului ambiant. Dat fiind că, de obicei, schimbările mediului sînt stochastice apare problema de optimizare a probabilităţii de supravieţuire. O analiză de fond a sistemului permite să se stabilească, cu gradul de adecvare cerut, factorii esenţiali care determină supravieţuirea şi să se construiască pe baza lor problema vectorială de optimizare.

E.I. Vilkas

Bibl. S. Karlin, *Mathematical methods and theory in games, programming and economics*, Addison-Wesley, 1959.

Croirea materialelor. Etapă necesară în majoritatea genurilor de producţie, care implică posibilitatea de a obţine prin mijloace organizatorice o mare economie prin alegerea unui plan de croire, care minimizează deşeurile.

În producţia cu caracter de masă este tipică următoarea „problemă a croirii". Se cere să se aleagă procedeele de croire a unor bucăţi de materiale de acelaşi tip şi intensitatea aplicării acestor procedee cu scopul de a asigura obţinerea unor seturi complete de semifabricate şi de a minimiza consumul de materie primă în medie pe un set de semifabricate.

Fie r_i — numărul de piese i în cadrul unui set; a_{ij} — numărul de semifabricate de tipul i în cadrul procedeului de croire j; x_j — intensitatea utilizării acestui procedeu. Obţinem o *problemă de programare liniară:*

$$\sum_j x_j \to \min!; \quad x_j \geqslant 0; \quad \sum_j a_{ij} x_j = r_i.$$

Cu ocazia rezolvării acestei probleme prin metoda ameliorării succesive a planului, nu este necesar să se intocmească o listă a tuturor procedeelor de croire posibile. Fiind date planul curent și prețurile v_i ale pieselor, putem afla procedeul de croire optimă după suma acestor prețuri. Dacă se croiește un material liniar de lungime L pentru piese de lungime l_j, atunci pentru aflarea sumei prețurilor maxim realizabile $f(L)$ trebuie să se recurgă la mijloacele *programării dinamice*, pornind de la relația recurentă:

$$f(l) = \max_i \{v_i + f(l - l_i)\}, \; l_i \leqslant l \leqslant L.$$

Calculele în legătură cu această relație duc fie la elaborarea unui procedeu de croire care urmează a fi inclus în soluția de bază, fie la stabilirea optimalității planului existent. (Programarea dinamică permite să se caute procedeele care ameliorează planul și în cazul croirii prin tăieturi continue a unor foi dreptunghiulare în semifabricate dreptunghiulare.)

Există numeroase modalități de formulare a problemei croirii, care corespund diferitelor restricții tehnologice. Unele formulări cuprind economia totală la deșeuri și la alte cheltuieli.

În speță, aici se includ problemele de combinare a croirii raționale cu transportul semifabricatelor.

Alegerea a 1—2 dimensiuni ale materialului comandat din scara discretă a standardelor, în scopul diminuării deșeurilor cu ocazia croirii, impune rezolvarea mai multor probleme de tipul descris mai sus; alegerea dimensiunilor din scara continuă duce la o problemă de *programare liniară parametrică*. Adeseori, trebuie utilizat un material de dimensiuni diferite în anumite corelații. De pildă, în tehnica silvică acest fapt este legat de statistica dimensiunilor și a sorturilor de bușteni din zona respectivă de exploatare forestieră. Aceasta duce, de obicei, la o problemă obișnuită de programare liniară. Dacă se au în vedere procedeele statistice, aceleași abordări duc la procedee raționale de utilizare a materialelor de lungimi diferite.

Prețurile planului optim orientează spre o economie reală de materiale în cazul unor modificări constructive ale produselor, spre înlăturarea restricțiilor tehnologice care înrăutățesc croirea, spre utilizarea rațională a partidelor mici de materiale nestandardizate, spre modificări în sortimentul producției, oportune pentru întreprindere.

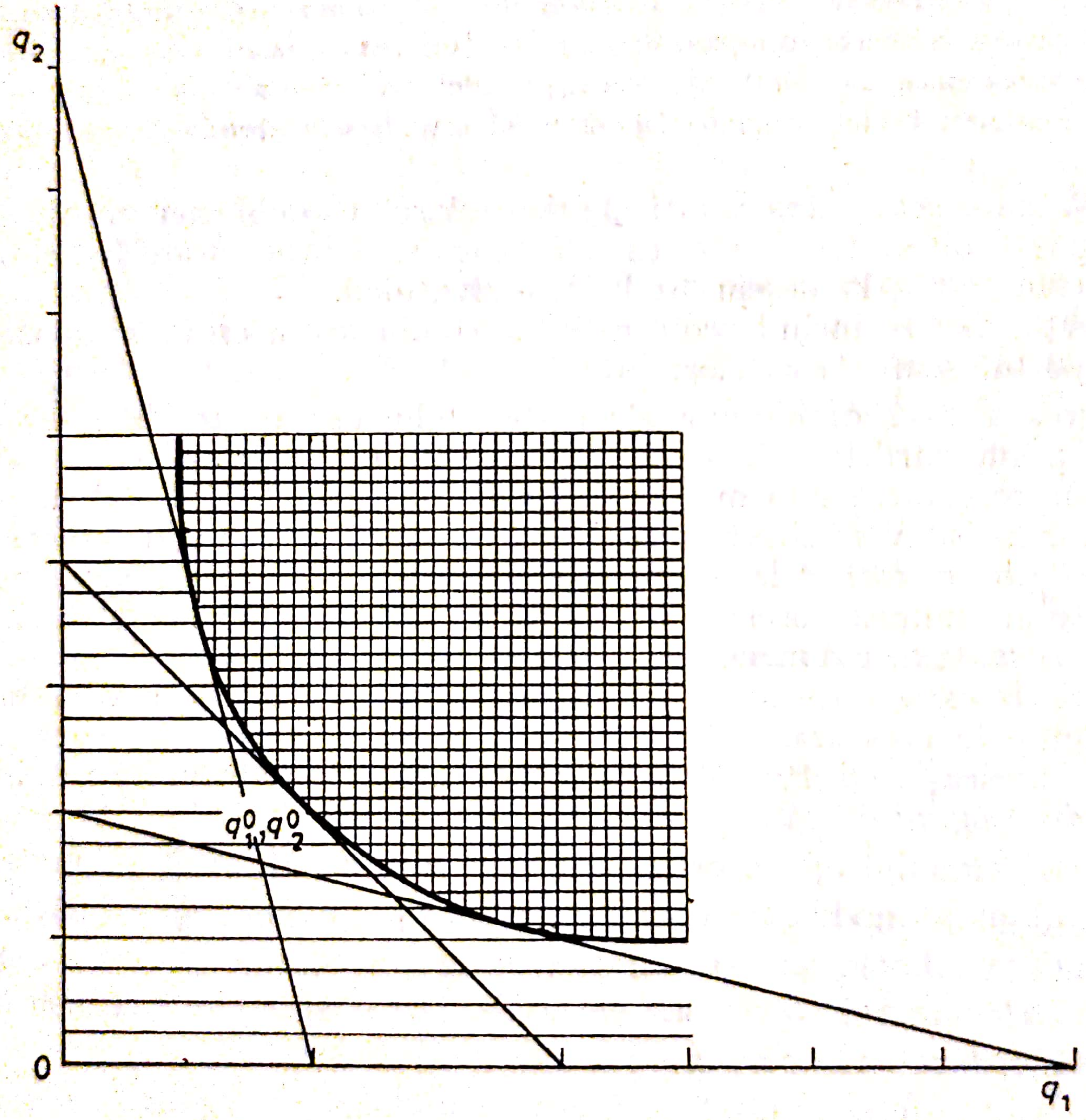
În producția de serie mică și în cea individuală, în legătură cu croirea apar probleme de extremum care fac parte din domeniul *programării discrete*.

V.A. Zalgaller, I.V. Romanovski

Bibl. 1. L.V. Kantorovici, V.A. Zalgaller, *Raționalnîi raskroi promîșlennîh materialov*, „Nauka", 1972.

Curbe şi hipersuprafeţe de indiferenţă în consum. Aparat analitic de cercetare a structurii bugetelor de consum în condiţiile schimbării preţurilor.

Se presupune că consumatorul (familia) examinînd diferite colecţii de mărfuri destinate consumului într-un anumit interval de timp este capabil să indice colecţiile de mărfuri preferate unei colecţii date, precum şi cele mai puţin preferate (→ *Funcţia de preferinţă*). În cazul a două mărfuri (două grupe de mărfuri), această situaţie se reprezintă pe un desen în care pe axele de coordonate se trec cantităţile de mărfuri q_1 şi q_2. Haşura mai deasă reprezintă domeniul colecţiilor de mărfuri



preferabile celei caracterizate prin punctul q_1^0, q_2^0, iar haşura mai rară reprezintă colecţiile mai puţin dorite decît q_1^0, q_2^0. Frontiera dintre aceste două domenii este *curba de indiferenţă* [1]. În cazul a trei mărfuri, vom avea o *suprafaţă de indiferenţă* în spaţiul tridimensional, iar dacă numărul mărfurilor este $n > 3$ vom avea o *hipersuprafaţă de indiferenţă* într-un spaţiu cu n dimensiuni.

Dreptele care intersectează axele de coordonate caracterizează colecţiile de cîte două mărfuri pe care consumatorul şi le poate procura la preţurile date şi cu cheltuiala totală dată. Cu cît „dreptele bugetului" sînt mai îndepărtate de originea coordonatelor, cu atît este mai mare cheltuiala totală a consumatorului la preţurile date. Înclinaţia dreptei bugetului faţă de axele de coordonate caracterizează raporturile dintre preţuri. Consumatorul alege acea combinaţie de două mărfuri, adică acel punct din plan în care dreapta bugetului este tangentă la curba de indiferenţă. Date fiind coordonatele „de punct" $q_i, \ldots, q_n$, hipersuprafaţa de indiferenţă este descrisă în ecuaţia:

$$\Phi(q_1, \ldots, q_n) = \text{const.} \tag{1}$$

Colecţiile de mărfuri situate pe hipersuprafaţa de indiferenţă determină unul şi acelaşi *nivel de consum*. De aceea (1) se mai numeşte ecuaţia nivelului constant de consum. În practică, acest concept se întîlneşte în calculul *indicilor de preţuri (→ Metoda indicilor)* pentru determinarea schimbării cheltuielilor totale z ale consumatorului în perioada curentă la care nivelul de consum al acestuia, indiferent de variaţia preţurilor $x_1, \ldots, x_n$, rămîne constant, adică egal cu cel din perioada de bază. Aceasta înseamnă că preţurile $x_1, \ldots, x_n$ şi cheltuielile totale z ale consumatorului sînt legate între ele dacă nivelul consumului este constant prin următoarea egalitate:

$$\overline{\Phi}(x_1, \ldots, x_n, z) = \text{const.} \tag{2}$$

Egalitatea (2) este ecuaţia aceleiaşi hipersuprafeţe a nivelului constant al consumului ca şi (1), dar în „coordonate tangenţiale" $x_1, \ldots, x_n, z$. Bara de deasupra lui Φ marchează trecerea la noile argumente, cu precizarea că

$$\Phi(q_1, \ldots, q_n) = \overline{\Phi}(x_1, \ldots, x_n, z) = \text{const}$$

şi

$$z = x_1, q_1 + \ldots + x_n q_n. \tag{3}$$

Din ecuaţiile (1), (2), (3) se poate obţine următorul sistem de ecuaţii

$$\frac{\frac{\partial \Phi}{\partial q_1}}{x_1} = \cdots = \frac{\frac{\partial \Phi}{\partial q_n}}{x_n},$$

care, împreună cu ecuaţia (1), permite să se obţină cantităţile de mărfuri consumate ca funcţii ale raporturilor dintre preţuri, nivelul de consum fiind constant.

În asemenea calcule este convenabil să se utilizeze unităţi speciale (indici) ale mărfurilor, şi anume cantităţile de mărfuri care pot fi obţinute în perioada de bază pentru o unitate monetară. Rolul preţului în perioada curentă $x_1, \ldots, x_n$ îl vor juca deci modificările lor relative în comparaţie cu perioada de bază. În perioada de bază toate preţurile sînt fixe şi egale cu unitatea. Dimensiunile consumului de mărfuri din perioada curentă $q_1, \ldots, q_n$ sînt cantităţile de mărfuri în unităţile obişnuite de calcul înmulţite cu obişnuitele preţuri constante ale perioadei de bază. Cheltuielile totale z ale consumatorului în perioada curentă nu depind de unităţile de calcul ale mărfurilor. Dacă notăm cheltuielile totale ale consumatorului în perioada de bază cu K, aşa-numitul *indice adevărat al preţurilor*, I_k, este determinat de raportul

$$I_k = \frac{z_k}{k}, \tag{4}$$

în care z_k reprezintă cheltuielile totale ale consumatorului în perioada curentă care îi asigură acelaşi nivel de consum ca şi cheltuielile K în perioada de bază.

Aşadar, cheltuielile totale K din perioada de bază, preţurile rămînînd constante şi egale cu unităţile, servesc drept caracteristică convenţională a nivelului de consum. Ea este convenţională deoarece se schimbă odată cu schimbarea perioadei de bază.

Indicele preţurilor I_k este funcţie de variaţiile relative ale preţurilor $x_1, \ldots, x_n$:

$$I_k = I_k(x_1, \ldots, x_n). \tag{5}$$

Avînd în vedere egalităţile (4), în care $K = \text{const}$ şi (3), indicele preţurilor (5) trebuie privit prin analogie cu (2), ca ecuaţie a hipersuprafeţei nivelului constant de consum în coordonatele tangenţiale $x_1, \ldots, x_n$ şi z [3]. Într-adevăr, potrivit ecuaţiei (5), preţurile $x_1, \ldots, x_n$ determină indicele de preţuri I_k şi, prin urmare, conform cu (4), cheltuielile totale z.

Dacă valorile $x_1, \dots, x_n$ şi z sînt date, ecuaţia (3) reprezintă un hiperplan tangent la hipersuprafaţa de indiferenţă (1). Dacă luăm formula cea mai simplă a indicelui preţurilor — *media aritmetică* —, toate hipersuprafeţele la valori diferite $x_1, \dots, x_n$ se intersectează într-un singur punct. Dacă luăm însă, de exemplu, *media geometrică* a indicelui I_k, dreptele tangente (pentru $n = 2$) descriu o curbă de indiferenţă similară cu cea din figură.

Cantităţile de mărfuri $q_1, \dots, q_n$, care asigură consumatorului nivelul de consum K, în cazul modificărilor de preţuri se determină pe baza formulei indicelui preţurilor (6), prin următoarea ecuaţie [3]:

$$q_j = \frac{\partial I_k(x_1, \dots, x_n)}{\partial x_j}, \tag{6}$$

$(K = \text{const})$, $j = 1, \dots, n$.

Consideraţii simple ne conduc la următoarea ecuaţie diferenţială a hipersuprafeţei de nivel constant al consumului (1):

$$\frac{\partial \Phi\,(q_1, \dots, q_n)}{\partial q_1}\, q_1 + \dots + \frac{\partial \Phi\,(q_1, \dots, q_n)}{\partial q_n}\, q_n = K \tag{7}$$

$(K = \text{const})$.

Forma omogenă de grad unu a acestei ecuaţii înseamnă că în unităţile de calcul adoptate ale mărfurilor, dacă unitatea monetară se schimbă, cantităţile $q_1, \dots, q_n$ şi K se schimbă de acelaşi număr de ori.

Ecuaţia (7) satisface importanta proprietate a hipersuprafeţei de indiferenţă care rezidă în aceea că, dacă cheltuielile totale ale consumatorului sînt constante $(z = \text{const})$, *utilitatea marginală a banilor* [4] $\frac{\partial \Phi}{\partial z}$, care poate fi determinată pe baza ecuaţiei (2), trebuie să fie de asemenea constantă. O funcţie $F\,(q_1, \dots, q_n)$ care nu satisface condiţia (7) nu poate fi admisă ca funcţie a nivelului de consum. Într-adevăr, dacă $F\,(q_1, \dots, q_n)$ este constantă şi în acelaşi timp este constant şi totalul cheltuielilor, utilitatea marginală a banilor cheltuiţi pentru cumpărarea unor colecţii diferite de mărfuri nu va mai fi constantă şi, prin urmare, diferitele puncte de pe hipersuprafaţa (1) nu vor fi indiferente pentru consum. Forma cea mai simplă de hipersuprafaţă a nivelului constant de consum care satisface condiţia (7) este hipersuprafaţa centrală de ordinul doi. În cazul particular al unor grupe de mărfuri independente între ele (alimente, îmbrăcăminte etc.) ecuaţiei (7) îi corespunde următoarea ecuaţie a nivelului constant al consumului în coordonatele punctelor $q_1, \dots, q_n$:

$$b_1 q_1^{\tau} + \dots + b_n q_n^{\tau} = K^{\tau},$$

în care $b_1 \dots, b_n$ și τ sînt mărimi constante.

În coordonatele tangențiale $x_1, \dots, x_n, z$ ecuația acestei hipersuprafețe este așa-numita formulă putere a indicelui prețurilor

$$J_k = \left(\frac{c_1 x_1^t + \dots + c_n x_n}{c_1, + \dots + c_n} \right)^{1/t} . \tag{8}$$

Mărimile $c_1, \dots, c_n$ reprezintă dimensiunile consumului la grupele de mărfuri indicate, în perioada de bază, iar

$$c_1 + \dots + c_n = K. \tag{9}$$

Reunirea mărfurilor în grupe se realizează în mod corect datorită faptului că se adoptă ca unități de măsură a mărfurilor *indici*, care se exprimă în prețurile constante ale perioadei de bază.

Mărimile $c_1, \dots, c_n$ depind de cheltuielile totale ale consumatorului în perioada de bază K. Pentru a se determina forma adecvată a acestei dependențe se caută mai întîi relațiile:

$$\frac{c_j}{c_n} = A_j G_j^K, \tag{10}$$

în care A_j și G_j sînt constante care se determină cu ajutorul metodei celor mai mici pătrate.

Forma cea mai simplă de dependență a parametrului t în raport cu K este

$$t = \frac{K}{K_{\max}}, \tag{11}$$

$K_{\max}$ fiind valoarea cea mai mică dintre valorile lui K pentru care mărimile $c_1, \dots, c_n$, pe baza ecuațiilor menționate, sînt maxime.

A.A. Konüs

Bibl .1. R.D.G. Allen, *Analiză matematică pentru economiști*, Ed. științifică, 1971; 2. S.S. Biușghens, *Ob odnom klasse ghiperpoverhnostei (po povodu „idealnogo" indeksa Irvinga Fișera)*, Matematiceski sbornik, v. XXXII, fas. 4, 1935; 3. A.A. Konüs, *Rascet ghiperpoverhnostei postroinogo urovnea potreblenia*, în culegerea *Opît primenenia matematiceskih metodov v modelirovanii potreblenia*, „Nauka", 1968; 4. E.E. Sluțki, *K teorii sbalansirovannogo biudjeta potrebitelea*, în culegerea *Narodno hozeaistvennîe modeli; Teoreticeskie voprosî potreblenia*, Izd. A.N. S.S.S.R., 1963.

Cutie neagră. Termen cibernetic care definește un sistem material (obiect, proces, fenomen), despre care *observatorul** nu are nici un fel de informații referitoare la organizarea interioară, structura și comportamentul elementelor acestuia, dar există posibilitatea de a-i influența intrările și a-i înregistra reacțiile prin ieșiri. De aceea, cercetarea **c.n.** se face într-un mod behaviorist: observatorul acționează asupra ei prin intrări și primește informații de la ieșiri, adică permite cutiei să acționeze asupra sa și asupra aparatelor sale de înregistrare; în felul acesta, observatorul și **c.n.** formează un sistem cu *conexiune inversă**. Dat fiind că orice sistem real are un număr nelimitat de proprietăți, numărul de intrări este determinat de modurile în care observatorul poate să acționeze asupra **c.n.**, iar numărul de ieșiri de modurile în care observatorul poate înregistra acțiunile asupra sa. De aceea, atunci cînd începe o experiență cu o **c.n.**, observatorul determină, în primul rînd, mulțimi finite de intrări și de ieșiri cu care va opera, adică determină în mod univoc, *sistemul închis „cutie neagră — observator"*.

Alegerea succesiunii de acțiuni asupra intrărilor **c.n.** poate fi atît pur întîmplătoare, cît și dirijată și depinde de cunoștințele pe care le are observatorul înainte de experiment. Dacă observatorul nu dispune de nici un fel de informație, alegerea lor la întîmplare nu este mai puțin preferabilă decît oricare alta. Dacă însă observatorul are de-a face cu un sistem dintr-o clasă cunoscută, alegerea dirijată se poate dovedi mai economicoasă și mai fertilă. Rezultatul primar al cercetării unei **c.n.** este *protocolul experimentelor* și reprezintă o succesiune cronologică de perechi „stare a intrării — stare a ieșirii", fiecare componentă a perechii putînd fi un vector.

Apoi observatorul analizează protocolul experimentelor cu scopul de a pune în evidență niște regularități în comportamentul **c.n.** De fapt, analiza protocolului este o *transcodare* a acestuia într-o formă în care este mai ușor să se determine *transformarea* valorilor de intrare în valori de ieșire din **c.n.** Punerea în evidență a acestei transformări este scopul cercetării **c.n.** Întreaga informație utilizabilă în acest scop este conținută (potențial) în protocolul experimentelor.

Dacă transformarea nu este *univocă*, adică dependența valorilor ieșirilor de valorile intrărilor nu este *determinată*, se poate schimba (de exemplu, lărgi) numărul de intrări și de ieșiri, cu speranța de a se obține o descriere deterministă a **c.n.**, sau se poate încerca să se determine valorile caracteristicilor statistice necesare pentru elaborarea unui model *probabilistic* al prognozei comportamentului cutiei.

În conducerea economiei, necesitatea de a se recurge la principiul **c.n.** apare ori de cîte ori avem de-a face cu un proces care are loc în sistemul condus sau în mediul în care acesta funcționează, la a cărui descriere nu reuşim să utilizăm informaţia cu privire la structura interioară şi la principiile de formare a acesteia, fie din cauza inaccesibilităţii de principiu a acestei informaţii la nivelul dat al cunoaşterii, fie din cauză că obţinerea ei ar cere cheltuieli excesive. Acest lucru se referă, în primul rînd, la procesele sociale şi ecologice ale căror conexiuni inverse bilaterale cu dezvoltarea producţiei sînt evidente (→ *Planificare social-economică*, *Structura sistemului social-economic*, *Resurse naturale*, *Resurse de muncă*). Studiul structurii interne a unor asemenea procese reprezintă obiectul sociologiei, al psihologiei sociale, al geobioecologiei şi al altor ştiinţe. În cercetările economice, în prezent, aceste procese sînt considerate de obicei drept **c.n.** şi se descriu cu ajutorul unor modele statistice, apelîndu-se la mijloacele pe care le oferă analiza corelaţiei, a regresiei, analiza factorială etc. De exemplu, în modelele de tipul **c.n.** de prognozare a migraţiei interregionale a populaţiei drept intrări pot servi următoarele variabile: producţia pe locuitor, nivelul mediu al retribuţiei, cheltuielile medii pe un locuitor pentru fondurile sociale de consum etc. (precum şi parametri geografici: de exemplu, caracterul continental al climei), iar drept ieşiri pot servi unele variabile sociale: indicatorii repartiţiei populaţiei şi a oamenilor muncii pe regiuni economice, diferenţierea după sex, vîrste, grupe profesionale şi de calificare etc. Trebuie subliniat în mod special faptul că în exemplul de faţă (ca şi în multe alte cazuri de considerare a unor procese sociale şi ecologice în conducerea economiei) posibilităţile de experimentare activă sînt foarte limitate. În calitate de protocol al experimentelor se utilizează seriile dinamice, a căror prelucrare oferă informaţia statistică necesară pentru modele: valori medii, dispersii, coeficienţi de corelaţie etc.

Pe măsura cunoaşterii structurii interne, organizării şi comportamentului elementelor fiecărui sistem concret dispare necesitatea de a se recurge la principiul **c.n.**

V.I. Danilov-Danilian, A.I. Ciuhnov

Bibl. → *Comandă.*

D

Decalaje în timp. D.t., întîrzierea, lagul de întîrziere, lagul de timp sau, pur și simplu *lagul* reprezintă intervalul de timp (θ), care separă efectul (E_t) de stimulentul care l-a precedat ($S_{t-\theta}$). În orice sistem real au loc întîrzieri; în sistemele social-economice ele sînt deosebit de însemnate ca durată și joacă un rol esențial în planificare și în conducere. Pentru un proces economic y_t, care are ca stimulent (argument) variabila x_t, existența întîrzierii înseamnă că influența variabilei x asupra variabilei y nu se manifestă imediat, ci se întinde pe o mulțime de intervale de timp. Formal, acest lucru poate fi exprimat sub forma *modelului lagului:*

$$y_t = \sum_{i=0}^{\infty} w_i x_{t-1} + u_t,$$

unde y_t este valoarea efectului E în momentul t;
x_t — valoarea stimulentului s în momentul t;
w_i, $i = 0, 1, 2, \ldots,$ — coeficienții de întîrziere;
u_t — eroarea aleatoare a ecuației.

Firește că șirul infinit al efectelor este o abstracție. În realitate, suma $\sum w_t, x_{t-1}$ este limitată la o perioadă (orizont de timp) îndeajuns de mare. Șirul de coeficienți w_i se numește *structura* sau *spectrul lagului.*

În modelele economice se iau în considerare lagurile dintre adoptarea deciziei de conducere și realizarea ei, dintre cheltuirea fondurilor de investiții și finalizarea lor (darea în funcțiune), dintre descoperirea științifică și aplicarea ei etc.

O deosebită importanță au întîrzierile de realizare a efectului investițiilor în economia națională. Aici se pot distinge următoarele tipuri principale de laguri:

1. *lagul tehnologic* — intervalul de timp de la începerea proiectării unei unități pînă la punerea ei în funcțiune;
2. *lagul de construcție* — de la începerea lucrărilor de construcție a unui obiect pînă la încheierea lor;
3. *lagul de realizare a efectului* separă investițiile efectuate de asimilarea capacității proiectate și realizarea rentabilității (la unități productive);

4. *lagul complex* — lagul de realizare a efectului unui grup de unități legate între ele.

Lagurile enumerate mai sus se pot întrepătrunde (parțial).

Întîrzierile în realizarea efectului investițiilor duc la o imobilizare îndelungată a resurselor; totodată, oamenii muncii ocupați în construcții, realizîndu-și retribuția, generează cerere de obiecte de consum și servicii, fără a crea deocamdată vreo producție finită oarecare. În cazul unor laguri excesiv de îndelungate pot să apară disproporții în economia națională și se poate încetini progresul tehnic. Reducerea lagurilor constituie unul din cele mai importante mijloace de sporire a eficienței producției sociale, însă lagul minim (admisibil din punct de vedere tehnic) nu poate fi considerat ca cel mai avantajos din punct de vedere economic. Pentru determinarea optimului trebuie să se ia în considerare atît suma pierderilor provocate de întîrzierea realizării efectului $[f(t)]$, cît și suma cheltuielilor necesare pentru reducerea lagurilor $[\varphi(t)]$. Așadar, lagul optim (λ_{opt}) se determină prin minimizarea sumei celor două mărimi menționate:

$$\lambda_{opt} = \min_{t>0} [(f(t) + \varphi(t)].$$

Calculul valorilor λ_{opt} necesită culegerea și analiza datelor statistice cu privire la valorile $f(t)$ și $\varphi(t)$ din trecut și a informației corespunzătoare cu privire la valorile lor probabile în viitor.

Pe baza calculelor tehnice și a datelor statistice sistematizate se stabilesc termenele normative de proiectare, de construcție și asimilare a capacității proiectate pentru unități de diferite tipuri și din diferite ramuri. Dintr-o serie de motive, aceste normative, în multe cazuri, nu sînt respectate. Respectarea și reducerea continuă a lagurilor normative necesită analiza cauzelor care provoacă abaterea de la norme și realizarea unui sistem de măsuri de natură organizatorică, politică și tehnico-economică. Îmbunătățirea considerabilă a informației cu privire la lagurile reale este necesară și pentru concretizarea teoriei lagurilor distribuite, care pînă în momentul de față continuă să aibă un caracter abstract. În cadrul acestei teorii se examinează procesele economice $X(t)$ și $Y(t)$, asociate în așa fel încît valorilor curente ale procesului $Y(t)$ le corespunde suma ponderată a valorilor procesului $X(t)$ pe o perioadă anterioară oarecare $t - \theta$, t.

În studiile economice se admite, de obicei, că toți coeficienții de întîrziere (W_i) sînt pozitivi, iar suma lor (pe o perioadă de timp suficient de mare) este egală cu 1. În această formulare șirul de coeficienți $(W_0, W_1, \dots, W_n)$ poate fi tratat ca o probabilitate a faptului că mărimea aleatoare a lagului (τ) va lua valorile discrete $0, 1, \dots, n$.

În cazul interpretării probabiliste a structurii lagurilor, unii parametri ai legii de repartiţie, cum sînt speranţa matematică, amplitudinea maximă reflectă caracteristici economice importante: durata medie de imobilizare a investiţiilor, perioada de asimilare a investiţiilor din anii respectivi. În teoria lagurilor se utilizează pe scară largă noţiunea de *operator de deplasare în timp* L, definit ca:

$$L^i X(t) \equiv X(t+i), \quad i = 0, 1, \ldots,$$

şi de funcţie generatoare $W(L)$:

$$W(L) \equiv W_0 + W_1 L^1 + W_2 L^2 + \ldots$$

Cu aceste notaţii, modelul lagului are forma:

$$Y(t) = \beta W(L)\ X(t) + u_t.$$

Pe baza datelor statistice privind investiţiile şi categoriile de fonduri fixe în economia naţională a U.R.S.S. în perioada 1950—1965 s-a efectuat calculul parametrilor modelului lagului care a dat un rezultat satisfăcător în cazul unei prognoze pe patru ani următori.

S.M. Vişnev

Bibl. 1. R.G.D. Allen, *Mathematical economics*, St. Martin's Press, 1959; 2. S.M. Vişnev, *Ekonomiceskie parametrî*, „Nauka", 1968; 3. B.V. Sedelev, *Raspredelionnîie laghi v ekonomiceskih proţessah i oţenka ih parametrov*, „Ekonomika i matematiceskie metodî", vol. VIII, fas. 5, 1972; 4. Ph. Dhrymes, *Raspredelionnîie laghi (obzor)*, „Ekonomikai matematiceskie metodî", vol. IX, fas. 2, 1973.

Decizie. Alegerea unei alternative sau a unei submulţimi proprii din mulţimea de alternative *(variante de decizie)* examinate. Această alegere se realizează pe baza unor anumite *criterii de* **d.**, care permit să se estimeze alternativele din punctul de vedere al unuia sau al mai multor scopuri. Acestor criterii le corespund anumite scări cantitative sau de ordonare a estimaţiilor *(→ Scări)*.

D. adoptată pe baza unui criteriu unic se numeşte **d.** *simplă*, criteriul respectiv putînd fi exprimat printr-un sistem compatibil alcătuit dintr-o funcţie obiectiv *(→ Criteriu de optim)* şi un complex de restricţii (criteriile de admisibilitate a **d.**), de pildă, în problemele de *programare liniară**. El poate fi exprimat printr-un anumit profil de preferinţă, care permite să se ordoneze alternativele în sensul „mai bine" — „mai rău".

O **d.** adoptată pe baza mai multor criterii, care nu pot fi reduse la unul singur, se numeşte **d.** *complexă*. Un caz particular al unei asemenea **d.** este optimizarea vectorială *(→ Criterii vectoriale de optim)*.

E.Z. Maiminas

Bibl. 1. C.W. Churchman, R.L. Ackoff, E.L. Arnoff, *Introduction to Operations Research*, John Wiley, 1957; 2. E.Z. Maiminas, *Proțessî planirovania v ekonomike. Informaționnîi aspekt*, „Ekonomika", 1971; 3. E.I. Vilkas, E.Z. Maiminas, *K probleme slojnîh reșenii*, „Kibernetika" nr. 5/1968.

Determinant al matricei pătrate **A**(→ *Matrice*). Număr care se obține din elementele acestei matrice după o anumită regulă (→ formula (2)). Nu există noțiunea de **d.** al matricei dreptunghiulare (nepătrate). **D.** are un *ordin* egal cu ordinul matricei pătrate **A**. Pentru notarea **d.** matricei **A** se utilizează următoarele simboluri:

$$\det\ (\mathbf{A}) \quad \text{sau} \quad \begin{vmatrix} a_{11} \dots a_{1n} \\ \dots\dots\dots \\ a_{n1} \dots a_{nn} \end{vmatrix}.$$

Prin definiție, **d.** de ordinul întîi este egal cu numărul care este singurul element al matricei de ordinul unu. Prin definiție, **d.** de ordinul doi este egal cu:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}\, a_{22} - a_{12}\, a_{21}. \tag{1}$$

D. de ordinul n se definește prin inducție (utilizîndu-se determinantul de ordinul $n - 1$). Prin definiție, **d.** de ordinul n este egal cu:

$$\begin{vmatrix} a_{11}a_{12} \dots a_{1j} \dots a_{1n} \\ a_{21}a_{22} \dots a_{2j} \dots a_{2n} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{n1}a_{n2} \dots a_{nj} \dots a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + \dots + a_{1j}A_{1j} + \dots a_{1n}A_{1n}, \tag{2}$$

în care $A_{1j} = (-1)^{1+j} \det\ (\mathbf{A}(1, j)$, iar $\mathbf{A}(1, j)$ este submatricea pătrată a matricei **A**, obținută din **A** eliminîndu-se prima linie și coloana a j-a (→ Matrice). Numărul $A_{ij} = (-1)^{i+j} \det\ (\mathbf{A}(i, j)$, $i, j = 1, \dots, n$, se numește *complement algebric* al elementului a_{ij} al matricei **A**.
Aplicînd formula (2) în cazul $n = 2$, obținem formula (1). Dacă știm să calculăm **d.** de ordinul doi, pe baza formulei (2) se pot calcula **d.** de ordinul 3 etc. Se poate demonstra că pentru orice i, $i = 1, \dots, n$ este adevărată egalitatea

$$\det\ (\mathbf{A}) = a_{11}A_{11} + \dots + a_{1n}A_{1n} = a_{i1}A_{i1} + \dots + A_{in}A_{in} \tag{3}$$

și că pentru orice $i \neq j$, $i, j, = 1, \dots, n$ este adevărată egalitatea

$$0 = a_{i1}A_{j1} + \dots + a_{in}A_{jn} \tag{4}$$

D. produsului a două matrice pătrate este egal cu produsul **d.** acestor matrice:

$$\det(\mathbf{AB}) = \det(\mathbf{A}) \times \det(\mathbf{B}).$$

D. are și o serie de alte proprietăți, pe baza cărora se dau diferite modalități practice de calculare a **d.** Formulăm cîteva din aceste proprietăți. 1. **D.** matricei pătrate **A** este nul dacă o linie oarecare constă numai din zerouri. 2. Dacă schimbăm între ele două linii ale matricei **A**, **d.** ei își schimbă semnul. De aici rezultă imediat că **d.** unei matrice **A** cu două linii egale este nul. 3. Dacă la elementele unei linii a matricei pătrate adăugăm elementele corespunzătoare ale unei alte linii a matricei, înmulțite cu un număr arbitrar λ, **d.** noii matrice va fi egal cu **d.** celei vechi. 4. **D.** matricelor pătrate **A** și **A′** sînt egali, adică det(**A**) = det(**A′**) (matricea **A′** fiind transpusa matricei **A**, → *Matrice*). De aici urmează că orice enunț cu privire la *linii* este adevărat și cu privire la coloane. În particular, dacă înlocuim în formulele (3) și (4) liniile cu coloanele, obținem:

$$\det(\mathbf{A}) = a_{1i}A_{1i} + \ldots + a_{ni}A_{ni},\ i = 1, \ldots, n, \tag{3′}$$

$$0 = a_{1i}A_{1j} + \ldots + a_{ni}A_{nj},\ i \neq j,\ i, j = 1, \ldots, n. \tag{4′}$$

Nu este permisă confuzia dintre **d.** și matricea pătrată. Aceasta nu este un număr, ci o mulțime de n^2 numere dispuse într-un anumit fel (sub formă de tabel) (→ *Matrice)*.

Toate proprietățile menționate aici se mențin și în cazul în care elementele a_{ij} sînt numere complexe.

I.N. Ceremnîh

Bibl. 1. A.A. Glagolev, T.V. Solnțeva, *Kurs vîsșei matematiki*, „Vîsșaia școla", 1971. 2. A.I. Malțev, *Onovî lineinoi alghebrî*, „Nauka", 1970.

Dezagregare. Aplicație din spațiul variabilelor *modelului agregat* în spațiul variabilelor *modelului inițial (→ Agregare)*, care permite ca soluția precisă sau aproximativă a modelului agregat să se poată compara cu soluția exactă sau aproximativă a modelului inițial. Această aplicație $L \rightarrow X$ (aici $X \ni \mathbf{x}$ reprezintă spațiul variabilelor modelului inițial, iar $L \ni z$ — spațiul variabilelor modelului agregat) este dată de mulțimea de funcții $\mathbf{x} = H(\mathbf{z}, \mathbf{a}, \mathbf{b}, \boldsymbol{\mu})$ unde **z** sînt variabilele din modelul agregat, **b** — parametrii modelului agregat, **a** — parametrii modelului inițial, iar **μ** — parametrii preconizați ai dezagregării. Ca parametri μ este convenabil să se utilizeze anumite funcții $\mu = k(\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(2)}, \ldots)$ de unul sau mai multe elemente $\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(2)}, \ldots,$ ale spațiului X.

Aplicaţia $L \to X$, care defineşte **d**, se alege de regulă în aşa fel încît ea să corespundă, într-un anumit sens, transformării $\mathbf{z} = f(\mathbf{x}, \mathbf{a}, \lambda)$, $\mathbf{b} = g(\mathbf{x}, \mathbf{a}, \lambda)$, care determină *transformarea agregării* $X \times A \to Z \times B$. Dacă se utilizează ca parametri ai agregării λ şi ca parametri ai dezagregării μ valorile unor funcţii alese $\lambda = h(\mathbf{y})$ dintr-un set de valori ale argumentelor comune, atunci se adoptă drept condiţie de compatibilitate a transformărilor, care definesc agregarea, respectiv dezagregarea, satisfacerea egalităţii:

$$H[f(\mathbf{x}, \mathbf{a}, h(y)), \mathbf{a}, \mathbf{k}(\mathbf{y})] = \mathbf{x},$$

pentru orice **a** şi orice **y**. Această condiţie de compatibilitate a transformărilor exprimă cerinţa ca efectuarea succesivă a agregării $X \times A \to Z \times B$ şi a **d.** $Z \to X$ în condiţiile unei alegeri convenabile a valorilor parametrilor λ şi μ să ducă la o aplicaţie identică în spaţiul variabilelor modelului iniţial.

E.A. Erşov

Diagnoza sistemului economic. Complex de cercetări orientate spre identificarea scopurilor funcţionării unei unităţi (întreprindere, ramură sau oricare altă unitate economică) şi a procedeelor de realizare a acestora. **D.s.e.** este unul dintre stadiile cele mai importante ale analizei sistemice destinată perfecţionării (proiectării) sistemului de conducere a unităţii economice respective. **D.s.e.** se efectuează pe baza unui plan organizatoric, de către un grup de specialişti cu înaltă calificare. În componenţa acestui grup trebuie să intre următorii specialişti: ingineri de sisteme, ingineri de organizare a producţiei, economişti analişti, specialişti în informatică şi sociologi. Grupul de diagnoză trebuie să fie administrativ independent de conducerea unităţii cercetate. Formularea scopurilor funcţionării unităţii se realizează în cursul unei cercetări care începe cu convorbiri şi cu intervievarea cadrelor de conducere, căutîndu-se cu acest prilej să se obţină o estimare cantitativă a obiectivelor. După o privire de ansamblu şi după formularea obiectivelor unităţii, se organizează convorbiri cu conducătorii subunităţilor, cu specialişti şi cu executanţi şi se trec în revistă datele referitoare la starea unităţii respective şi a unităţilor economice care intră în relaţii cu aceasta. Pe această bază, trebuie să se identifice problemele de soluţionarea cărora depinde realizarea obiectivelor formulate. În această etapă se disting două grupe de probleme: starea şi dezvoltarea producţiei şi starea şi dezvoltarea conducerii. Pentru fiecare problemă se întocmeşte o fişă a problemei cu următoarele date: denumirea problemei, cine a formulat-o, domeniul în care a apărut şi cauza, fundamentarea necesității rezolvării problemei; rezultatul așteptat al rezolvării, termenul de rezolvare.

Sarcina următoare a diagnozei o constituie analiza problemelor identificate. În cursul analizei se determină relația dintre probleme, cauzele externe și interne ale apariției lor, factorii care împiedică rezolvarea. Se construiește o schemă a relației dintre probleme și un tabel al factorilor care influențează rezolvarea problemelor, cu estimările cantitative ale influenței.

În etapa următoare a diagnozei, se scoate în evidență complexul de mijloace și metode de rezolvare a problemelor de organizare, se elaborează măsurile pentru realizarea obiectivelor. Tabelul de măsuri, grupate pe domenii ale producției și conducerii, conține următoarele informații: denumirea măsurii, felurile de cheltuieli pentru realizarea ei și estimarea cantitativă a lor, rezultatele principale ale introducerii măsurii și estimarea lor, eficiența generală a măsurii.

Informațiile obținute servesc drept fundamentare a raportului și a recomandărilor grupei de diagnoză, care pot avea următoarea structură: sarcini fundamentale ale funcționării unității cercetate; starea producției și problemele dezvoltării ei; concordanța dintre sistemul de conducere și sarcinile de producție; măsurile de perfecționare a producției și a conducerii și prioritățile în realizarea lor; volumul resurselor necesare pentru realizarea măsurilor; oportunitatea creării unui sistem automatizat de conducere; principiile proiectării, elaborării și implementării acestuia.

M.F. Koroteaev

Bibl. 1. I.I. Cerneak, *Analiz i sintez v ekonomike*, „Ekonomika", 1970; 2. J. Young, *Sistemnoe upravlenie organizației*, „Sovietskoe radio", 1972.

Dispersie. Caracteristică a gradului de împrăștiere a unei mărimi aleatoare x, egală numeric cu momentul central de ordinul doi, adică cu speranța matematică a pătratului abaterilor variabilei x de la centrul său de repartiție $Mx = a$. **D.** se notează prin Dx sau σ^2.

Prin definiție,

$$\sigma = \mathbf{D}x = \mathbf{M}(x-a)^2 = \begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{n} (x_i - a)^2 p_i \text{ — pentru mărimi discrete,} \\ \int_{-\infty}^{+\infty} (x - a)(p(x)dx \text{ — pentru mărimi continue.} \end{cases}$$

D., ca măsură a împrăștierii unei mărimi aleatoare, este cea mai bună în comparație cu celelalte caracteristici, în sensul că mărimea ei atinge

valoarea minimă dacă centrul de repartiție se caracterizează prin speranța matematică, adică $\mathbf{M}x = a$.
Dacă se dă eșantionul $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ de volum n, atunci mărimea

$$s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - a)^2$$

se numește *dispersie empirică*. **D.** se calculează după următoarea formulă:

$$\mathbf{D}x = \mathbf{M}x^2 - (\mathbf{M}x)^2.$$

Dacă x este o mărime nealeatoare, atunci $\mathbf{D}x = 0$.
Pentru orice mărime aleatoare, x cu **d.** $\mathbf{D}x$ este adevărată inegalitatea lui Cebîșev

$$p(|x - a| > \varepsilon) < \frac{\mathbf{D}x}{\varepsilon^2},$$

care estimează probabilitatea faptului că abaterea $|x - a|$ va depăși o valoare dată $\varepsilon > 0$.
Pentru mărimile aleatoare independente sînt adevărate următoarele proprietăți ale **d.**:

$$D\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right) = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{D}(x_i);$$

și

$$D\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i\right) = \frac{\sigma^2}{n},$$

dacă $\mathbf{D}x_i = \sigma^2$, $i = 1, 2, \ldots, n$.
Abaterea pătratică (abaterea medie pătratică, abaterea standard sau standardul) se notează prin $\sigma(x)$ și se definește ca $\sigma(x) = \sqrt{\mathbf{D}x} = \sqrt{\mathbf{M}(x - a)^2}$. Dimensiunea mărimii $\sigma(x)$ coincide cu dimensiunea mărimii aleatoare măsurate x. Rădăcina pătrată a **d.** empirice se numește abatere medie pătratică empirică s.

A.I. Zenkin

Bibl. 1. D. Dugué, *Traité de statistique théorique et appliquée*, Mason et C-ie, 1958; 2. N.V. Smirnov, N.V. Dunin-Barkovski, *Kurs teorii veroiatnostei i matematiceskoi statistiki*, „Nauka", 1969.

Divizarea timpului. Formă specială de comunicare a utilizatorilor cu un sistem de calcul cu **d.t.**; el constă în conectarea calculatorului central cu o serie de terminale prin linii de telecomunicație. Fiecare terminal se află la dispoziția unui utilizator (sau a unui colectiv de utilizatori care acționează în mod coordonat). Terminalul dă posibilitatea utilizatorului să inițieze și să întrerupă comunicarea cu sistemul sau să facă schimb de informație cu acesta. Numărul terminalelor poate oscila, în funcție de caracteristicile tehnice ale sistemului, de la unul—două pînă la cîteva sute. Distanța la care sînt situate terminalele față de calculatorul central poate oscila de la cîteva zeci de metri pînă la cîteva mii de kilometri. În prezent terminalele sînt dotate cu dispozitive de intrare cu claviatură, cu indicatoare luminoase, cu ecrane luminoase și alte dispozitive de intrare-ieșire.

Viteza înaltă de funcționare a calculatorului electronic îi permite ca, servindu-i pe utilizatori unul după altul („prin divizarea timpului" între ei), să revină la fiecare dintre ei, în caz de necesitate, cu o asemenea frecvență încît utilizatorul, lucrînd în ritmul propriu omului, nu observă că sistemul este în contact nu numai cu el, dar și cu alți utilizatori. Regimul de **d.t.** al calculatorului electronic se asigură prin *sistemul de operare** și prin alte elemente ale software-ului*. **D.t.** îi oferă utilizatorului accesul operativ la diverse sisteme de utilizare a calculatorului electronic, care intră în componența software-ului. Pentru organizarea dialogului cu sistemul, utilizatorului i se pune la dispoziție un limbaj special. Regimul de **d.t.** se utilizează în institutele de cercetare științifică și de proiectare, în instituțiile de învățămînt, precum și în diferitele *sisteme de conducere om-mașină**.

I.V. Gheronimus

Bibl. *Sistemî s razdeleniem vremeni*, „Mir", 1969.

Document. Informație semantică, fixată în afara memoriei omului sau a calculatorului electronic, prin orice procedeu, în orice limbaj și pe orice purtător, cu scopul de a circula în cadrul unui sistem informațional. Această din urmă condiție impune ca **d.** să fie supus proceselor de înregistrare (convertire), păstrare (transmitere), primire (culegere, regăsire) și citire.

La început, se numeau **d.** numai cele juridice, iar mai tîrziu actele administrative, financiare și istorice. Datorită dezvoltării tehnicii de calcul, a ciberneticii și a informației tehnico-științifice, noțiunea de **d.** s-a extins cuprinzînd producția poligrafică, fotografiile, filmele, înregistrările sonore, operele de artă, precum și noii purtători mecanizați de informație. Drept urmare, în cadrul ciberneticii a început să se dezvolte o secțiune de-sine-stătătoare, *documentaristica*, care studiază şi optimizează sistemele documentare, independent de destinaţia lor, concentrîndu-şi atenţia asupra **d.**

După forma lor, **d.** se împart în **d.** în volum, în suprafaţă şi liniare; acestea din urmă se prezintă sub forma de bandă, cartotecă sau codice, discul cu înregistrare în spirală făcînd parte din categoria benzilor. Utilizarea diferitelor forme este dictată de condiţiile de conservare, de posibilităţile de prelucrare mecanizată şi automatizată.

În cadrul fondului documentar, pentru *volumul fizic* f al unui **d.** revine un anumit *volum de spaţiu liber* l. Împreună, aceste mărimi formează *volumul de păstrare*, g, al **d.** În mod corespunzător, volumul *depozitului de fonduri*, G, este alcătuit din volumul fizic al fondului $F = \sum_{j=1}^{N} f_j$ şi volumul spaţiului liber L_S. Pentru acesta din urmă $L_S = L^{I} + L^{II} + L^{III}$, unde L^{I} reprezintă spaţiul liber în blocurile de **d.**; L^{II} — trecerile spre blocuri şi secţiunile de blocuri; L^{III} — spaţiile auxiliare. În mod corespunzător, $G_S = G^{I} + G^{II} + G^{III}$, unde $G^{II} = L^{II}$ şi $G^{III} = L^{III}$, iar $G^{I} = F + F^{I}$. Avînd în vedere creşterile volumului fondurilor, necesitatea compactizării se referă, în primul rînd, la G^{I}, pe seama lui F, şi G^{II} pe seama unei amplasări mai dense a blocurilor, transferul fiecăruia dintre ele putîndu-se efectua în mod automat. F se reduce în cazul reducerii lui f. Dacă v reprezintă *volumul informaţional* al **d.**, exprimat prin numărul de celule de fixare a informaţiei, atunci *capacitatea* $k = v/f$ se poate realiza, în particular, prin utilizarea microreproducerii şi ultramicroreproducerii. La rîndul său, *capacitatea specifică* este dată de $q = q/v$, unde q este *capacitatea informaţională* a **d.**, cu alte cuvinte cantitatea efectivă de informaţie cuprinsă în el. Acest indicator se poate modifica în funcţie de categoria de cititori cărora le este adresat **d.**, precum şi în funcţie de destinaţia sa pentru utilizări singulare sau repetate. În sfîrşit, q trebuie deosebit de i — *informativitatea* —, care reprezintă cantitatea de informaţie pe care o extrage din **d.** un utilizator dat. Formula informativităţii, după V.M. Wolkenstein, este

$$i = \frac{a\nu d\nu_r}{b + \nu_d} \cdot e^{-c\nu r/\nu d},$$

unde ν_d, ν_r reprezintă domeniul de coincidenţă a *tezaurelor** de **d.** şi a utilizatorului, e este baza logaritmilor naturali, a, b, c fiind nişte constante.

Una din căile de modernizare a **d.** este formalizarea informaţiilor cuprinse în ele. Acest lucru este deosebit de important în condiţiile existenţei unui sistem automat de conducere, cînd se cere nu numai să se reducă timpul pentru întocmirea și lectura fiecărui **d.**, inclusiv procesul de lectură prin sondaj, dar să se și asigure transpunerea informației pe noi purtători, căutarea multilaterală *(→ Căutarea informației)*, prelucrarea și prezentarea datelor centralizate.

Există următoarele trepte de formalizare: *chestionare libere* — incomplete și complete, *chestionare obligatorii* — incomplete și complete, *chestionare matriceale* și **d.** *matriceale* propriu-zise. În mod convențional se disting: α — **d.** neformalizate, β — **d.** semiformalizate, ν — **d.** formalizate.

În cazul chestionării libere, autorul pune el însuși întrebările și tot el răspunde: după procedeul clasificării zecimale locale (CZL), el sistematizează materialul prezentat indexînd subcapitolele, uneori pînă la aliniate, și precizînd volumul informațional al fiecăruia dintre ele. Într-un chestionar obligatoriu (forma standardizată), întrebările le pune autorul formularului, sugerînd uneori și variantele posibile de răspunsuri. Ca urmare, întocmirea **d.** se reduce la sublinierea valorilor alese și la înscrierea cifrelor necesare. În chestionarele matriceale, topografia rubricilor pentru notații este strict determinată, ceea ce ușurează prelucrarea statistică vizuală și asigură posibilitatea centralizării mecanizate. Un **d.** se numește *matriceal* dacă el conține o matrice-cod cu rubrici pentru notații. În legătură cu aceasta trebuie să distingem: matricele care ocupă întreaga suprafață a **d.** și care fixează întreaga informație (ν), aceleași matrice, completate cu o mică zonă cu text pentru notațiile de înregistrare și pentru informația decodificată (ν — α sau ν — β), texte obișnuite cu matrice, care reproduce procedeul de regăsire a **d.** sau niște date selectate (α — ν sau β — ν), și, în sfîrșit, texte obișnuite (α sau β).

Matricea-cod, ca și **d.** în ansamblu, are următorii parametri: ${}_{\nu}f$-suprafață; ${}_{\nu}v$-număr de rubrici; ${}_{\nu}k$-densitatea codurilor înscrise; ${}_{\nu}q$-numărul caracteristicilor codificate (modul de căutare). În cadrul codificării *directe*, utilizată în cazul unor caracteristici paralele (care se întîlnesc destul de frecvent), dar independente una de alta, fiecărei rubrici îi revine o anumită caracteristică. Numărul total de caracteristici (limbajul sistemului) va fi ${}_{\nu}M^{p} = {}_{\nu}v = {}_{\nu}q^{p}$ max, iar capacitatea totală a sistemului va fi ${}_{\nu}Q^{p} = \sum_{j=1}^{N} {}_{\nu}q_{j}^{p} = {}_{\nu}\bar{q} \cdot N$, unde N reprezintă numărul de **d.**

În cadrul codificării *combinate*, utilizată în cazul unor caracteristici *care se exclud reciproc*, atunci cînd dintr-o mulțime dată M de caracteristici **d.** are una singură, aceasta se atribuie unei combinații de rubrici, toate celelalte rămînînd neutilizate, astfel încît ${}_{\nu}q^{c} = 1$, ${}_{\nu}Q^{c} = N$. De obicei însă, pe un **d.** matriceal se codifică atît caracteristici paralele, cît și caracteristici care se exclud reciproc într-un număr diferit de aspecte. În mod corespunzător se modifică mărimile „q și „Q, care depind și de N.

Matricele se realizează pe suport perforat *(cartele perforate, bandă perforată)*, pe suport magnetic *(cartele și benzi magnetice)* sau pe suport fotooptic *(microfișe matriceale* și *microfilme)* (→ *Purtători de informație*). În prezent se utilizează și matricele cu *semne*, care, spre deosebire de matricele obișnuite bazate pe sistemul de codificare binar, permit să se reproducă într-o celulă un semn, o cifră sau o literă.

În felul acesta se poate reduce considerabil volumul matricei, mărindu-se totodată zona destinată textului și revenind parțial la formele tradiționale de **d.** scrise, dar, firește, pe o bază nouă, automatizată.

G.G. Vorobiev

Bibl. 1. G.G. Vorobiev, A.I. Kanțeleris, *K opredeleniu poneatia „dokument"*, „Sovietskie arhivi" nr. 2, 1972; 2. *Dokumentalnîie sistemî v upravlenii*, culegere de articole, „Ekonomika", 1973; 3. G.G. Vorobiev, *Dokument: informaționnîi analiz strukturî i funkții*, „Nauka", 1973.

Dualitate în programarea liniară. Orice problemă de programare liniară poate fi asociată cu o altă problemă de programare liniară, numită *duală* sau *conjugată*. Astfel, unei probleme de programare liniară în *formă canonică* (→ *Programare liniară*) îi corespunde următoarea problemă duală:

Să se afle mulțimea de variabile $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \ldots, v_m)$, care satisfac condițiile:

$$\sum_{i=1}^{m} a_{ij} v_i \geqslant c_j, \quad j = 1, 2, \ldots, n$$

și care minimizează funcția liniară $\sum_{i=1}^{m} b_i v_i$.

În acest caz nu se cere în problema duală nenegativitatea variabilelor. În formă generală, o problemă de programare liniară se formulează astfel:

Să se afle mulțimea de variabile $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, care satisfac condițiile:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leqslant b_i, \quad i = 1, 2, \ldots, m_1 \leqslant m,$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_i,\quad i = m_1 + 1, \dots, m,$$

$$x_j \geqslant 0,\ j = 1, 2, \dots, n_1 \leqslant n$$

și care *maximizează* funcția obiectiv $\sum\limits_{j=1}^{n} c_j x_j$.

În mod analog poate fi formulată problema de minim al funcției obiectiv și în acest caz inegalitățile $\sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \leqslant b_i$ se înlocuiesc prin inegalitățile $\sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \geqslant b_i$. În expunerea care urmează, pentru a evita orice echivoc, vom avea în vedere pretutindeni problema de maximizare a funcției obiectiv (problema de minimizare poate fi lesne redusă la ea). Problema duală a problemei generale de programare liniară (de maxim) se formulează astfel:

Să se afle mulțimea de variabile $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_m)$, care satisfac condițiile:

$$\sum_{i=1}^{m} a_{ij}v_i \geqslant c_j,\qquad j = 1, 2, \dots, n_1,$$

$$\sum_{i=1}^{m} a_{ij}v_i = c_j,\qquad j = n_1 + 1, \dots, n,$$

$$v_i \geqslant 0,\ i = 1, 2, \dots, m_1$$

și care minimizează funcția obiectiv $\sum\limits_{i=1}^{m} b_i v_i$.

Problema *inițială* în raport cu cea duală se numește, de obicei, *primală*. În cazul în care problema inițială este dată în formă generală, se observă imediat simetria problemei primale și duale: *inegalității* din prima problemă îi corespunde o *variabilă nenegativă* în cealaltă, *egalității* într-una din probleme îi corespunde o *variabilă* de la care *nu se cere nenegativitatea*. Problema duală în raport cu duala coincide întotdeauna cu primala (acest fapt se verifică lesne în mod direct).

Întrucît problema de programare liniară, notată în formă generală, poate fi redusă la o problemă în formă canonică, echivalentă cu ea, în expunerea care urmează ne vom referi la problema de programare liniară în formă canonică și la problema duală corespunzătoare acesteia.

Componentele $v_1^*, v_2^*, \dots, v_m^*$ ale soluţiei optime $\mathbf{v}^*$ din problema duală se numesc, de obicei, *evaluări optime (evaluări obiectiv determinate* sau *multiplicatori rezolvanţi)* pentru problema primală corespunzătoare. Evaluările optime în problemele economice au semnificaţia de preţuri interne pentru toate resursele economice, care apar sub forma membrului drept al restricţiilor din problema primală de programare liniară *(→ Evaluări optime)*. Valorile funcţiilor obiectiv din problema primală şi cea duală sînt legate prin inegalitatea:

$$\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \leqslant \sum_{i=1}^{m} b_i v_i,$$

unde $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ reprezintă o soluţie realizabilă oarecare a problemei primale, iar $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_m)$ — o soluţie realizabilă oarecare a problemei duale.

Teorema fundamentală a dualităţii. Dacă există o soluţie realizabilă a problemei primale şi a celei duale, atunci pentru ambele probleme există şi soluţii optime, în care caz

$$\max \sum_{j=1}^{n} c_j x_j = \min \sum_{i=1}^{m} b_i v_i.$$

Dacă însă nici una dintre probleme nu are o soluţie realizabilă, atunci nici una dintre ele nu are o soluţie optimă. Egalitatea

$$\sum_{j=1}^{n} c_j x_j = \sum_{i=1}^{m} b_i v_i$$

este condiţia necesară şi suficientă a optimalităţii soluţiilor realizabile $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ şi $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_m)$ a problemei primale şi respectiv duale.

Din teorema dualităţii decurge următoarea *propoziţie.* Dacă problema de programare liniară nu este degenerată şi $f(\mathbf{x}^*)$ înseamnă maximul formei sale liniare $\sum_{j=1}^{n} c_j x_j$ în cazul restricţiilor date, atunci $\dfrac{\partial f(\mathbf{x}^*)}{\partial b_i} = v_i^*$, $i = 1, 2, \dots, m.$

Aşadar, din punct de vedere matematic, evaluările optime determină influenţa termenilor liberi b_i ai condiţiilor restrictive ale problemei de programare liniară asupra mărimii optime a funcţiei obiectiv. Cu alte cuvinte, calcularea, alături de planul optim $\mathbf{x}^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$, a evaluărilor optime respective $\mathbf{v}^* = (v_1^*, v_2^*, \dots, v_m^*)$ permite să se estimeze importanța relativă a diferitelor resurse ($b_1, b_2, \ldots, b_m$) pentru realizarea obiectivului propus în problemă (maximizarea mărimii $\sum_{j=1}^{n} c_j x_j$).

Modificarea valorii optime a funcției obiectiv în cazul unei mici modificări a unui anumit b_i (cantitățile din resursa economică i) este egală cu $f(\mathbf{x}') - f(\mathbf{x}^*) = v_i(b_i' - b_i)$. Aici b_i' reprezintă noua cantitate din resursa economică i, iar $\mathbf{x}'$ este planul optim corespunzător noilor stocuri de resurse.

Dacă soluția optimă a problemei primale este degenerată, adică dacă conține mai puține decît m componente pozitive, atunci fiecărei resurse îi corespund, în general, două evaluări — derivata din stînga a funcției obiectiv $\sum_{j=1}^{n} c_j x_j$ în punctul extrem $\mathbf{x}^*$ în raport cu resursa corespunzătoare (în cazul reducerii mărimii resursei) $\frac{\partial f(\mathbf{x}^*)}{\partial b_{i-}} = y_{i-}^*$ și derivata din dreapta (în cazul măririi cantității resursei) $\frac{\partial f(\mathbf{x}^*)}{\partial b_{i+}} = y_{i+}^*$. Aceste evaluări se numesc *marginale*.

Din teorema dualității decurge, de asemenea, următoarea *teoremă a echilibrului*, care ne oferă încă un criteriu necesar și suficient al optimalității soluției realizabile a problemei de programare liniară.

Să admitem că $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ și $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \ldots, v_m)$ sînt soluțiile realizabile ale problemei primale, respectiv duale. Atunci aceste soluții sînt optime în problemele corespunzătoare dacă și numai dacă $\sum_{i=1}^{m} a_{ij} v_i = c_j$, atunci și numai atunci cînd $x_j > 0$ ($v_i = 0$ atunci și numai atunci cînd $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j < b_i$).

De obicei, coloanele $\begin{pmatrix} a_{ij} \\ \vdots \\ a_{mj} \end{pmatrix}$, $j = 1, 2, \ldots, n$, ale matricei coeficienților condițiilor restrictive ale problemei de programare liniară se tratează ca niște procedee de producție, iar coeficienții $c_j (j = 1, 2, \ldots, n)$ ai funcției obiectiv, ca beneficiu obținut în cazul utilizării procedeului de producție j cu intensitate egală cu 1. Soluția $\mathbf{v}^* = (v_1^*, v_2^*, \ldots, v_m^*)$ a problemei duale permite să se evalueze *eficiența rezultativă* a procedeului de producţie $\begin{pmatrix} a_{1j} \\ \vdots \\ a_{mj} \end{pmatrix}$, şi anume $r_j = c_j - \sum_{i=1}^{m} a_{ij} v_i^*, j = 1, 2, \ldots, n$. Potrivit restricţiilor problemei duale, eficienţa rezultativă trebuie să fie *nepozitivă* pentru toate procedeele de producţie $\begin{pmatrix} a_{1j} \\ \vdots \\ a_{mj} \end{pmatrix}$, $j = 1, 2, \ldots, n$. În afară de aceasta, din teorema echilibrului reiese că eficienţa rezultativă a procedeelor care intră în planul optim cu intensitate nenulă trebuie să fie riguros egală cu zero. Teorema echilibrului afirmă, de asemenea, că evaluările optime (preţurile interne) ale resurselor economice, utilizate incomplet în planul optim, trebuie să fie egale cu zero.

Evaluările optime ale problemei de programare liniară pot fi utilizate şi pentru *determinarea eficienţei* procedeelor de producţie, care *nu intră* în problema iniţială. Într-adevăr, după mărimea eficienţei rezultative $r_s = c_s - \sum_{i=1}^{m} a_{is} v_i^*$ a procedeului de producţie s $(s > n)$ se poate aprecia dacă utilizarea acestui procedeu va duce la creşterea valorii funcţiei obiectiv. Dacă $r_s \leqslant 0$, atunci planul optim din problema iniţială (acesta se presupune nedegenerat) rămîne optim şi pentru problema extinsă (cu adăugarea procedeului de producţie s). Dacă însă $r_s > 0$, atunci pentru problema extinsă există un plan realizabil cu o valoare mai mare a funcţiei obiectiv, în care se utilizează cu intensitate nenulă procedeul de producţie s *(→ Metoda simplex)*.

Ideile teoriei dualităţi îşi găsesc importante aplicaţii în elaborarea metodelor de rezolvare a problemelor de programare liniară *(→ Metode numerice de programare liniară)*.

T.P. Ivanova

Bibl. 1. D. Gale, *The Theory of Linear Economic Models*, McGraw-Hill, 1960; 2. G.B. Dantzig, *Linear Programming and Extension*, Princeton University Press, 1963; 3. A.L. Lurie, *O matematiceskih metodah reşenia zadaci na optimum pri planirovanii soţialisticeskogo hozeaistva*, „Nauka", 1964; 4. L.V. Kantorovici, *Calculul economic al folosirii optime a resurselor*, Editura ştiinţifică, 1967; 5. D.B. Iudin, E.G. Golstein, *Lineinoe programmirovanie* (Teoria, metodî i prilojenia), „Nauka", 1969.

Dualitate în programarea matematică. Teză centrală a teoriei *programării matematice**, conform căreia orice problemă *de extremum* se asociază cu o problemă duală. Studierea concomitentă a celor două probleme se dovedeşte fructuoasă atît la elaborarea metodelor numerice, cît şi la cercetarea calitativă a problemelor de extremum.

Formularea generală a unei probleme de extremum este următoarea: Se cere să se afle maximul global al funcției $f(\mathbf{x})$ cu respectarea condițiilor $g_i(\mathbf{x}) \geqslant 0$, $i = 1, \ldots, m$, unde funcțiile $f(\mathbf{x})$ și $g_i(\mathbf{x})$ sînt definite în regiunea coordonatelor nenegative pe $\mathbf{x} \geqq 0$ a spațiului euclidian n-dimensional E_n.

Problema extremală este asociată cu *funcția lui Lagrange:*

$$L(\mathbf{x}, \mathbf{v}) = f(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^{m} v \cdot g_i(\mathbf{x}),$$

considerată pe mulțimea $\mathbf{x} \geqq 0$, $\mathbf{v} \geqq 0$, unde $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \ldots, v_m)$.

În acest caz problema primală poate fi prezentată sub forma: să se afle maximul global al funcției $\varphi(\mathbf{x})$, unde $\varphi(\mathbf{x}) = \min_{\mathbf{v} \geqq 0} L(x, v)$ cu condiția $\mathbf{x} \geqq 0$.

Problema duală constă în aflarea minimului global al funcției $\Psi(\mathbf{v})$, unde $\Psi(\mathbf{v}) = \min_{x \geqq 0} L(x, v)$, pe mulțimea $\mathbf{v} \geqq 0$.

Există o serie de teoreme care stabilesc relația dintre extremumurile locale din cele două probleme și punctul șa al funcției Lagrange. Pe baza acestor teoreme se formulează condițiile necesare și suficiente ale extremumului local. În cazul în care problema primală este o problemă de *programare convexă**, relațiile dintre problema primală și cea duală ne oferă posibilitatea să formulăm condițiile necesare și suficiente ale extremumului global.

Problema primală și cea duală sînt legate în modul cel mai simplu în programarea liniară (→ *Programare liniară* și *Dualitate în programarea liniară*).

Este posibilă generalizarea teoriei dualității în spații infinit dimensionale (funcționale). În acest mod se pot obține condițiile de extremum în problemele de *teorie matematică a proceselor optime**, inclusiv principiul maximului.

A.V. Lotov, A.A. Petrov

Bibl. 1. E.G. Golstein, *Vîpukloe programmirovanie*, „Nauka", 1970; 2. A.V. Fiacco, G.P. McCormick, *Nonlinear Programming*, Wiley, 1968; 3. E.G. Golstein, *Teoria dvoistvennosti v matematiceskom programmirovanii i eio prilojenia*, „Nauka", 1971.

E

Echifinalitate. Proprietate a unui *sistem* de a ajunge într-o stare determinată numai de propria sa structură, independent de starea iniţială şi de fluctuaţiile mediului. De regulă, **e.** este proprie *sistemelor deschise**. Sînt posibile diferite formalizări ale conceptului de **e.**: *lanţul Markov absorbant* (pentru o clasă de sisteme închise), unele variante de definire a *stabilităţii** etc. Pentru a stabili dacă un model concret sau un sistem conceptual descris în mod formalizat are proprietatea de **e.** se recurge atît la diverse metode analitice, cît şi la *modelarea prin simulare* (pentru soluţii aproximative).

V. I. Danilov-Danilian

Echilibru economic. Termenul „echilibru" se utilizează în multe domenii ale ştiinţei: în mecanică, termodinamică, biologie etc., pentru a desemna o stare a unui sistem care, în absenţa unor perturbări provenite din exterior, se poate menţine oricît de mult. Starea de **e.e.** se caracterizează prin faptul că nici un agent economic nu este interesat în schimbarea ei cu ajutorul mijloacelor de care dispune.

Primul model matematic al **e.e.** general a fost propus la sfîrşitul secolului al XIX-lea (L. Walras). Demonstraţiile riguroase ale existenţei echilibrului au apărut însă abia la mijlocul secolului nostru. În ultimii douăzeci de ani, teoria echilibrului general a devenit unul din capitolele cele mai importante şi mai pline de semnificaţie ale economiei matematice.

Să examinăm, ca un exemplu, modelul de echilibru al lui Arrow-Debreu [1], [3], [4]. Modelul consideră cîţiva participanţi consumatori (grupuri de consumatori) şi cîteva blocuri productive (firme). Fiecărei firme îi corespunde o mulţime de vectori de cheltuieli şi de producţie admisibili din punct de vedere tehnologic. Se presupune că oricare ar fi vectorul preţurilor fixat, firma alege vectorul admisibil de cheltuieli şi producţie astfel încît să maximizeze profitul calculat pe baza acestor preţuri. Fiecare consumator se caracterizează prin funcţia sa obiectiv (→ *Funcţie obiectiv*), prin vectorul iniţial al mărfurilor şi prin mulţimea de vectori ai consumului care îi sînt accesibili. Pe lîngă aceasta, el poate avea dreptul la o parte din venitul unor firme. Consumatorul se străduieşte să aleagă un vector de consum care-i este accesibil în aşa fel încît să-şi maximizeze funcţia obiectiv în cadrul restricţiei bugetare, potrivit căreia cheltuielile sale, calculate în preţurile date, nu trebuie să-i depăşească venitul. Acesta din urmă se compune din două părţi: din încasarea din vînzări, vectorului iniţial al mărfurilor şi retribuţie, precum şi din partea care îi revine din veniturile blocurilor de producţie. Dacă preţurile sînt oarecare, deciziile participanţilor nu vor fi armonizate: unele mărfuri se vor produce în exces în timp ce cererea pentru altele va depăşi oferta. Dacă sistemul se află în stare de echilibru, acest lucru nu va avea loc. În modelul lui Arrow-Debreu, se numeşte echilibru ansamblul de vectori ai preţurilor, vectori de cheltuieli şi de producţie şi vectori ai consumului, optimi în condiţiile acestor preţuri pentru participanţii respectivi şi avînd proprietatea că cererea totală la fiecare produs nu depăşeşte oferta totală şi poate fi strict mai mică numai pentru produsele care au preţul nul. S-a demonstrat că dacă se adoptă ipoteze suficient de generale, în modelul Arrow-Debreu există un echilibru [3], [4]. Nu se garantează însă unicitatea stării de echilibru.

Potrivit modelului Arrov-Debreu, nici firmele, nici consumatorii (fiecare în parte) nu influenţează preţurile mărfurilor. Datorită acestui fapt autorii unor asemenea modele le consideră modele cu concurenţă perfectă. Este însă posibilă şi o altă interpretare, potrivit căreia preţurile se stabilesc centralizat [2], [4]. În acest caz sîntem în prezenţa unui model al conducerii descentralizate a unei economii planificate. Echilibrul, după Arrow-Debreu, are multe proprietăţi de optim. În particular, în condiţii suficient de generale, acest echilibru este *optim în sensul lui Pareto*. Aceasta înseamnă că orice încercare de a ameliora situaţia oricărui consumator faţă de starea de echilibru, chiar dacă se ignoră restricţiile sale bugetare, conduce în mod inevitabil la înrăutăţirea situaţiei unui alt consumator. Vectorii de echilibru ai consumului şi ai cheltuielilor — producţiei maximizează suma ponderată a funcţiilor obiectiv ale consumatorului cu condiţia respectării balanţei materiale şi a restricţiilor tehnologice. Acest fapt subliniază importanţa metodologică a conceperii echilibrului ca principiu de armonizare a intereselor economice contradictorii. Menţionăm că problema determinării coeficienţilor de ponderare este strîns legată de calculul echilibrului.

Dacă modelul conţine un singur consumator (în această postură poate să apară societatea în ansamblu), componentele naturale ale echilibrului coincid cu soluţia problemei de maximizare a funcţiei obiectiv a acestui consumator în prezenţa totalităţii restricţiilor tehnologice, iar preţurile de echilibru sînt evaluările optime ale produselor (→ *Evaluări optime*).

Teoria echilibrului mai cercetează procesele de reglare a prețurilor, care prevăd majorarea sau reducerea acestora în funcție de semnul diferenței dintre cererea și oferta globală. Pe de o parte, asemenea procese modelează dinamica prețurilor de piață, iar pe de altă parte, ele pot fi considerate ca scheme de dirijare a prețurilor dintr-un centru unic. În sfîrșit, fiind prezentate într-o formă discretă, ele dau algoritmi pentru aflarea stărilor de echilibru. Un asemenea proces se numește *global stabil*, dacă cu trecerea timpului prețurile tind către echilibru, oricare ar fi condițiile inițiale. Dacă această situație are loc numai pentru abateri inițiale mici de la starea de echilibru, se spune că *stabilitatea* este *locală.*

Chiar și stabilitatea locală a proceselor de reglare a prețurilor poate fi fundamentată numai dacă se adoptă ipoteze adiționale destul de puternice. În particular, se cere ca la o mică majorare a prețului unui produs dat diferența dintre cerere și ofertă la toate celelalte produse să nu se reducă *(substituibilitate globală).* Această ipoteză se realizează destul de rar.

În principiu, pentru realizarea echilibrului, în afară de prețuri, se pot utiliza și alți parametri ca parametri de comandă (de exemplu, plafoanele resurselor, sarcinile de plan etc.). Cercetarea acestor procese este încă într-o fază incipientă.

În ultimii ani au apărut numeroase modele ale e.e. Ele se deosebesc între ele prin modul în care se formează venitul consumatorilor, prin compoziția participanților și prin supozițiile privind comportamentul acestora. S-au elaborat modele care prevăd ca unele din blocurile de producție să realizeze controlul asupra prețurilor produselor pe care le fabrică. Se cunosc încercări de a reflecta în modelele de echilibru politica fiscală și de a lua în considerare bunurile colective [4].

Se cuvine subliniat faptul că deși în majoritatea lor modelele investigate sînt statice, în principiu metoda echilibrului nu este în contradicție cu investigarea unor procese care se desfășoară în timp. Modelele de reglare a prețurilor, menționate mai sus, sînt o ilustrare a faptului că în cadrul teoriei echilibrului se investighează și procese neechilibrate. Aparatul modelelor de echilibru se dovedește a fi un instrument util de rezolvare a unor probleme de planificare și de conducere a economiei socialiste [2].

V. M. Polterovici

Bibl. 1. K. Lancaster, *Analiza economică matematică*, Editura științifică, 1973; 2. V. A. Volkonski, *Model optimalnogo planirovania i vzaimosveazi ekonomiceskih pokazatelei*, „Nauka", 1967; 3. H. Nikaido, *Convex Structures and Economic Theory*, Academic Press, 1968; 4. B. G. Mirkin, *Nekotorîe modeli ekonomiceskogo ravnovesia*, în culegerea *Matematiceskie metodî v ekonomike (modelirovanie i reşenie zadaci)*, „Nauka", 1968.

Ecuaţii diferenţiale. Ecuaţii care conţin funcţii necunoscute, derivate de diferite ordine ale acestor funcţii şi variabile independente. Variabilele independente şi funcţiile nu iau decît valori reale. Cu ajutorul ecuaţiilor diferenţiale se descriu numeroase procese. (Ca exemplu extrem de simplu indicăm procesul de creştere a unei sume de bani la care dobînda se calculează în mod continuu.) De aceea, ele sînt mult utilizate în cele mai variate cercetări ştiinţifice. În multe cazuri, cu ajutorul **e.d.** se obţin expresii analitice pentru diferite legi.

Ordinul **e.d.** se numeşte cel mai înalt ordin al unei derivate care intră în ecuaţie. **E.d.** *ordinare* conţin funcţii necunoscute de o singură variabilă independentă, notată de obicei cu t. Acest lucru se explică prin faptul că într-o serie de aplicaţii importante variabila independentă este timpul. **E.d.** *cu derivate parţiale* conţin funcţii necunoscute *de mai multe* variabile independente. O **e.d.** ordinară de ordin n are următoarea formă:

$$F(t, x(t), x'(t), \dots, x^{(n)}(t) = 0, \tag{1}$$

în care $x = x(t)$ este funcţia necunoscută, $x'(t)$ este prima ei derivată,... ..., $x^{(n)}(t)$ este derivata de ordinul n a funcţiei necunoscute $x(t)$, iar F — o funcţie dată de $n + 2$ variabile.

Se numeşte *soluţie (soluţie particulară)* a ecuaţiei (1) orice funcţie care satisface această ecuaţie (adică dacă este înlocuită în ecuaţie, aceasta se transformă într-o identitate) pentru toate valorile lui t într-un anumit interval finit sau infinit. *Graficul* soluţiei în planul variabilelor t, x se numeşte *curbă integrală a ecuaţiei (1)*. În general, orice **e.d.** are o infinitate de soluţii. *Soluţia generală* a ecuaţiei (1) este o familie de funcţii $x = \varphi(t_1, c_1, \dots, c_n)$, care depind de constantele arbitrare $c_1, \dots, c_n$. Alegînd într-o manieră convenabilă valorile acestor constante, se poate obţine orice soluţie particulară a ecuaţiei (1) (eu excepţia aşa-numitelor soluţii singulare). Găsirea soluţiilor **e.d.** (1) se numeşte *integrarea ei*. *În problema cu condiţii iniţiale* (care se mai numeşte şi *problema lui Cauchy)* se cere să se găsească o soluţie particulară $x(t)$ a ecuaţiei (1), care satisface n condiţii iniţiale $x(t_0) = x_0$, $x'(t_0) = x_1, \dots, x^{n-1}(t_0) = x_{n-1}$, în care $t_0, x_0, x_1, \dots, x_{n-1}$ sînt numere date. Pe baza acestor condiţii se găsesc valorile corespunzătoare ale constantelor arbitrare $c_1, \dots, c_n$.

În *problemele la capete* se cere să se găsească o soluţie particulară $x(t)$ a ecuaţiei (1), care să satisfacă n condiţii la capete impuse funcţiei şi derivatelor sale în două puncte t_0 şi t_1. Existenţa (şi unicitatea) soluţiei problemei lui Cauchy sau a problemei la capete primeşte răspuns prin teoremele existenţei şi unicităţii soluţiei. Citām formularea teoremei existenţei şi unicităţii soluţiei problemei lui Cauchy pentru o **e.d.** ordinară de ordinul 1, $x'(t) = f(t), x(t)$, rezolvată în raport cu derivata: fie funcţia

$f(t, x)$ continuă și cu o derivată parțială continuă $f_x(t, x)$ într-un dreptunghi deschis $Q = \{(t, x) \mid a < t < b, c < x < d\}$ din planul variabilelor t, x; atunci pentru orice punct $(t_0, x_0) \in Q$ există o singură soluție particulară a ecuației $x'(t) = f(t, x(t))$ care satisface condiția inițială $x(t_0) = x_0$. Interpretarea geometrică: dacă este îndeplinită condiția teoremei, prin orice punct (t_0, x_0) al dreptunghiului Q trece o singură curbă integrală a ecuației $x'(t) = f(t, x(t))$.

În teoria **e.d.**, întrucît clasa **e.d.** integrabile în cuadraturi este restrînsă, au o mare importanță *metodele numerice*, care permit să se construiască tabele ale valorilor soluției. Atunci cînd se utilizează metodele numerice trebuie să fim convinși de existența și unicitatea soluției ale cărei aproximări le găsim. Teoremele de existență și unicitate a soluției ne dau temeiuri pentru o asemenea convingere. Atît în literatura didactică (→ de exemplu [1]), cît și în cea monografică (→ [2]) se acordă mult spațiu descrierii diferitelor metode numerice de integrare a **e.d.** ordinare (în special metodele lui Euler, Runge-Kutta și ale altora).

În economia matematică găsesc o largă aplicare **e.d.** *liniare*. Ecuația (1) se numește liniară dacă are forma

$$a_0(t)x^{(n)}(t) + a_1(t)x^{n-1}(t) + \ldots + a_{n-1}(t)x'(t) + a_n(t)x(t) = b(t), \tag{2}$$

în care $a_0(t), \ldots, a_n(t)$, $b(t)$ sînt niște funcții date. Dacă $b(t) \equiv 0$, ecuația (2) se numește *omogenă*, iar în caz contrar, *neomogenă*. Soluția generală a ecuației (2) este suma unei soluții particulare oarecare $x(t)$ și a soluției generale $f(t)$ a ecuației omogene corespunzătoare

$$a_0(t)z^{(n)}(t) + a_1(t)z^{(n-1)}(t) + \ldots + a_{n-1}(t)z'(t) + a_n(t)z(t) = 0. \tag{3}$$

Dacă coeficienții $a_0(t), \ldots, a_n(t)$ sînt constanți, atunci ecuația (2) ia forma

$$a_0x^{(n)}(t) + a_1x^{(n-1)}(t) + \ldots + a_{n-1}x'(t) + a_nx(t) = b(t) \tag{4}$$

și se numește ecuație diferențială liniară de ordinul n cu *coeficienți constanți*.

Ecuația omogenă corespunzătoare ecuației (4) are forma:

$$a_0z^{(n)}(t) + a_1z^{(n-1)}(t) + \ldots + a_{n-1}z'(t) + a_nz(t) = 0. \tag{5}$$

Polinomul $\Phi(\lambda) = a_0\lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + \ldots + a_{n-1}\lambda + a_n$ se numește *polinom caracteristic* al ecuației (4) sau (5), iar ecuația $\Phi(\lambda) = 0$ se numește *ecuație caracteristică* a ecuației (4) sau (5). Dacă polinomul $\Phi(\lambda)$ are n rădăcini reale distincte $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$, soluția generală $z(t)$ a ecuației omogene (5) se scrie astfel:

$$z(t) = c_1e^{\lambda_1t} + \ldots + c_ne^{\lambda_nt}, \tag{6}$$

în care $c_1, \ldots, c_n$ sînt constante arbitrare. În cazul în care rădăcinile sînt complexe și multiple, aspectul soluției generale (6) se complică (→ [1]):

$$z(t) = P_1(t)\, e^{\lambda_1 t} + \ldots + P_j(t)\, e^{\lambda_j t} + \ldots + P_m(t) e^{\lambda_m t} \quad (m \leqslant n), \tag{7}$$

în care $P_j(t) = c_{j,0} + c_{j,1}\, t + \ldots + c_{j,\, \alpha_j - 1} t^{\alpha_j - 1} \quad (j = 1, \ldots, m)$; α_j este ordinul de multiplicitate a rădăcinii (reale sau complexe) λ_j; $(\alpha_j \geqslant 1,\ \alpha_1 + \ldots + \alpha_m = n)$, c_{jv} sînt constante arbitrare $(j = 1, \ldots, m;\ v = 0, \ldots, \alpha_j - 1)$.

Dacă în cazul unor coeficienți reali $a_0, a_1, \ldots, a_n$ ecuația caracteristică $\Phi(\lambda) = 0$ are o rădăcină complexă $\lambda_j = \sigma_j + i\tau_j$ → (aici $i^2 = -1$) de multiplicitate $\alpha_j (\alpha_j \geqslant 1)$, atunci ecuația $\Phi(\lambda) = 0$ are neapărat o rădăcină complex conjugată $\overline{\lambda}_k = \lambda_j = \sigma_j - i\tau_j$ de aceeași multiplicitate $\alpha_k = \alpha_j$. În cazul rădăcinii complexe λ_j (și $\lambda_k = \overline{\lambda}_j$) constantele arbitrare $c_{j,0}, \ldots, c_{j\alpha_j - 1}, \quad c_{k,0}, \ldots, c_{k,\, d_k - 1}$ din componentele $P_j(t) e^{\lambda_j t}$ și $P_k(t) e^{\lambda_k t}$ trebuie să fie complexe: $c_{j,\, v} = c'_{j,\, v} + i c''_{j,\, v}$ etc. Dacă punem $c_{k,\, v} = \bar{c}_{j,\, v} = c'_{j,\, v} - i c''_{j,\, v}$ etc. și aplicăm formula lui Euler $e^{i\tau_j t} = \cos \tau_j t + i \sin \tau_j t$ după unele transformări elementare în suma $P_j(t)\, e^{\lambda_j t} + \mathrm{P}_k(\mathrm{t})\, e^{\lambda_k t}$, scăpăm de unitatea imaginară i. Procedînd la fel la toate celelalte perechi $P_r(t)\, \mathrm{e}^{\lambda_r t}$ și $P_s(t)\, \mathrm{e}^{\lambda_s t}$, corespunzătoare celorlalte rădăcini complexe λ_r, obținem pentru soluția generală a ecuației (5) o expresie nouă (7) care nu mai conține unitatea imaginară i. În felul acesta, procedura descrisă permite ca din soluția generală complexă (7) a ecuațiilor (5) cu coeficienții reali să se separe soluția generală reală a ecuației (5).

Soluția particulară $x(t)$ a ecuației neomogene (4) poate fi găsită, de exemplu, prin metoda varierii constantelor arbitrare, prin metoda coeficienților nedeterminați [1] sau cu ajutorul *calculului operațional**.

Un *sistem de ecuații diferențiale ordinare* dă legătura dintre funcțiile necunoscute $x_1(t), \ldots, x_n(t)$, derivatele lor și variabila independentă t. De obicei, se consideră sisteme care conțin un număr de ecuații egal cu numărul de funcții necunoscute. Principalele noțiuni pe care le-am introdus pentru o singură **e.d.** se extind în mod natural și la cazul unui sistem de ecuații. Sistemele de formă foarte generală se pot reduce, de obicei, la un sistem de **e.d.** ordinare de ordinul unu avînd următoarea formă:

$$x'_1(t) = f'(t, x_1(t), \ldots, x_n(t), \ldots, x'_n(t) = f^n(t, x_1(t), \ldots, x_n(t)), \tag{8}$$

care reprezintă o generalizare a ecuaţiei $x'(t) = f(t, x(t))$, examinată mai sus. Cele stabilite pentru această ecuaţie se extind fără dificultăţi asupra sistemului (8). Sistemul *liniar*, în forma (8), se prezintă astfel:

$$\begin{aligned} x_1'(t) &= a_{11}(t)\, x_1(t) + \dots + a_{1n}(t)\, x_n(t) + b_1(t), \\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x_n'(t) &= a_{n1}(t)\, x_1(t) + \dots + a_{nn}(t)\, x_n(t) + b_n(t) \end{aligned} \tag{9}$$

sau, în formă vectorială, $\mathbf{x}'(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}(t)$, în care $\mathbf{x}(t)$ este un vector coloană n-dimensional avînd componentele $x_1(t), \dots, x_n(t)$; $\mathbf{A}(t) = (a_{ij}(t))$ este o matrice de ordinul n şi $\mathbf{b}(t)$ este un vector coloană avînd componentele $b_1(t), \dots, b_n(t)$. Pentru sistemul omogen (9) cu coeficienţi constanţi (adică $b(t) \equiv 0$; $a_{ij}(t) = a_{ij}$, $j = 1, \dots, n$) $\mathbf{z}'(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}\ (t)$ cu matricea $\mathbf{A}$ semipozitivă nedecompozabilă este adevărată următoarea formă analoagă a teoremei limite a lui Frobenius *(→ Matrice pătrată)*. Fie vectorul $\mathbf{z}^0 \geqslant 0$ şi fie $\mathbf{z}(t)$ o soluţie a sistemului $\mathbf{z}'(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t)$, care satisface condiţia iniţială $\mathbf{z}(0) = \mathbf{z}^0$, atunci $\lim\limits_{t\to+\infty} \mathbf{z}(t) / e^{\lambda^* t} = c\mathbf{v}$, în care $c > 0$ este un multiplicator scalar care depinde numai de alegerea vectorului iniţial $\mathbf{z}^0$, λ_* şi $\mathbf{v}^*$ ($|\mathbf{v}^*| = 1$) este numărul lui Perron, respectiv vectorul la dreapta al lui Perron al matricei $\mathbf{A}$. În teoria generală a **e.d.** se consideră şi ecuaţii care conţin funcţii complexe de variabile complexe.

I. N. Ceremnîh

Ecuaţii diferenţiale cu întîrziere sau ecuaţii cu argument întîrziat. Sînt *ecuaţii diferenţiale** în care funcţia necunoscută şi derivatele ei figurează cu valori diferite ale argumentului [1] — [5]. Un exemplu de asemenea ecuaţii este $a_1x'(t) + a_2x'(t-\tau) + a_3x(t) + a_4x(t-\tau) = 0$, în care $a_1, a_2, a_3, a_4, \tau > 0$ sînt constante date; mărimea τ se numeşte *întîrziere*. Să observăm că dacă $a_2 = a_4 = 0$, această ecuaţie se transformă într-o ecuaţie diferenţială ordinară, iar dacă $a_1 = a_2 = 0$, într-o ecuaţie cu diferenţe finite.

E.d.î. descriu *procese cu acţiune întîrziată*, cînd starea procesului în fiecare moment depinde de starea lui în anumite momente anterioare sau chiar de întreaga preistorie a procesului. Asemenea ecuaţii au numeroase aplicaţii în teoria comenzii automate, în studiul problemelor de prognoză pe termen lung în economie, în probleme de înlocuire a utilajului în industrie, în gestiunea stocurilor*, ş.a.

Să considerăm cea mai simplă ecuaţie diferenţială cu întîrziere de ordinul întîi:

$$x'(t) = f(tx(t),\ x(t-\tau)), \quad t \geqslant 0 \tag{1}$$

cu o întîrziere constantă $\tau > 0$. Se numeşte *soluţie* a ecuaţiei (1) orice funcţie $x(t)$ continuă pentru $t \geqslant 0$ şi cu derivată $x'(t)$ continuă pe porţiuni care, substituită în ecuaţie, o transformă într-o identitate în toate punctele de continuitate a derivatei $x'(t)$.

Pentru unicitatea soluţiei, pe lîngă ecuaţia (1) mai trebuie dată *funcţia iniţială* $\varphi(t)$ pentru $-\tau \leqslant 0$, punîndu-se

$$x(t) = \varphi(t), \quad -\tau \leqslant t \leqslant 0. \tag{2}$$

Atunci, pentru a determina $x(t)$ pe segmentul $0 \leqslant t \leqslant \tau$ avem o problemă Cauchy ordinară *(→ Ecuaţii diferenţiale)*: $x'(t) = f(t, x(t), \varphi(t-\tau))$, $0 \leqslant t \leqslant \tau$; $x(0) = \varphi(0)$. Dacă substituim soluţia găsită aici $x(t) \equiv \Psi(t)$ în ecuaţia (1) pe segmentul $\tau \leqslant t \leqslant 2\tau$, obţinem din nou o problemă Cauchy ordinară: $x'(t) = f(t, x(t), \Psi(t-\tau))$, $\tau \leqslant t \leqslant 2\tau$, $x(t) = \Psi(\tau)$ etc. Trecînd de la segmentul $k\tau \leqslant t \leqslant (k+1)\tau$ la segmentul $(k+1)\tau \leqslant t \leqslant (k+2)\tau$ $(k = 0, 1, 2, \ldots)$ putem obţine soluţia problemei (1), (2) pe un segment finit sau infinit $0 \leqslant t \leqslant T$. Acest procedeu de rezolvare a problemei (1), (2) se numeşte *metoda paşilor*. În mod analog, metoda paşilor se utilizează pentru a se obţine soluţia ecuaţiei mai generale

$$\begin{aligned} &x^{(n)}(t) = f(t, x(t), x'(t), \ldots, x^{(n-1)}(t)), \\ &x(t-\tau), x'(t-\tau), \ldots, x^{p}(t-\tau)), \; t \geqslant 0 \end{aligned} \tag{3}$$

în condiţiile iniţiale

$$x^{(i)}(0) = x_{i0} (i = 0, 1, \ldots, n-1), \; x(t) = \varphi(t), \; -\tau \leqslant t < 0$$

în care x_{i0} sînt nişte numere date $(i = 0, 1, \ldots, n-1)$; $\varphi(t)$ este o funcţie dată, care trebuie să fie derivabilă de cel puţin p ori. Dacă $p < n$, atunci ecuaţia (3) se numeşte ecuaţia *de tip întîrziat*; dacă $p = n$, atunci (3) este o ecuaţie de tip neutru; dacă $p > n$, atunci (3) este o ecuaţie *cu devansare*. În mod analog se clasifică **e.d.î.** cu mai multe întîrzieri variabile (→ [3]). Clasificarea de mai sus se justifică prin faptul că soluţiile unor ecuaţii de tip diferit au proprietăţi calitativ diferite. În particular, dacă partea din dreapta a ecuaţiei (3) este suficient de netedă, atunci soluţiile ecuaţiei de tip cu întîrziere devin tot mai netede pe măsură ce creşte t în comparaţie cu funcţia iniţială $\varphi(t)$, soluţiile ecuaţiilor de tip cu devansare pierd, în general, rezerva de netezime, iar soluţiile ecuaţiilor de tip neutru au tendinţa de a menţine neschimbată netezimea iniţială.

Cel mai bine sînt studiate **e.d.î.** *liniare* [1] — [4]:

$$\sum_{p=0}^{n}\sum_{j=0}^{m} a_{pj}(t)\, x^{(p)}(t-\tau_j(t)) = b(t), \tag{4}$$

în care a_{ij}, $\tau_j(t)$, $b(t)$ sînt funcţii date. Dacă $b(t) \equiv 0$, atunci ecuaţia (4) se numeşte *omogenă*, iar în caz contrar, *neomogenă*. Dacă $a_{ij}(t) \equiv a_{ij}$, $\tau_j \equiv \tau_j$, în care a_{ij}, τ_j sînt constante, atunci ecuaţia (4) se numeşte **e.d.î.** *liniară cu coeficienţi constanţi şi cu întîrzieri constante.*

E.d.î. se integrează elementar (în cuadraturi) în cazuri foarte rare. De aceea, metodele aproximative de integrare a unor asemenea ecuaţii au o mare importanţă. Dacă în ecuaţia (3) întîrzierea τ este suficient de mare, atunci în fiecare etapă a metodei paşilor se pot aplica toate metodele cunoscute de integrare numerică a ecuaţiilor diferenţiale ordinare (metoda lui Euler, Runge-Kutta, Adams etc.); specificul aplicării acestor metode la ecuaţiile diferenţiale cu întîrziere este explicat succint în lucrarea [3]. Dacă întîrzierile $\tau>0$ sînt mici, soluţia ecuaţiei (1) este adeseori căutată sub forma dezvoltării după puterile lui τ:

$$x(t) = x_0(t) + \tau x_1(t) + \ldots + \tau^n x_n(t) + \ldots;$$

funcţiile $x_it(i \geqslant 1)$ se obţin sub formă de soluţii ale ecuaţiilor de ordinul unu fără întîrziere [3]. Pentru găsirea soluţiilor particulare ale ecuaţiilor liniare cu întîrzieri constante se poate aplica transformata lui Laplace (→ *Calcul operaţional*). Prezintă un mare interes studiul proceselor cu remanenţă, cînd întîrzierea τ depinde nu numai de timp, ci şi de însăşi funcţia căutată şi chiar de derivatele acesteia. Cercetarea unor probleme economice conduce la aşa-numitele *întîrzieri distribuite*, cînd starea procesului este descrisă de ecuaţii integrodiferenţiale de un tip special. De exemplu, fie $f(t)$ raportul dintre cantitatea de mărfuri rămase nevîndute după timpul t de la procurarea lor şi cantitatea iniţială, iar $\varphi(t)$ viteza de achiziţionare a mărfurilor. Dacă stocul iniţial de mărfuri este egal cu 1, iar funcţia $\varphi(t)$ asigură menţinerea unui stoc constant, atunci $f(t) + \int_0^t f(t-\tau)\,\varphi(\tau)\,d\tau = 1$ (→ [2]). Problemele de conducere optimă a proceselor cu efect tardiv sînt cercetate în lucrarea [5].

F. P. Vasiliev

Bibl. 1. E. Pinny, *Obîknovennîe differenţialno-raznostnîe uravnenia*, Izd. inostr. lit., 1961; 2. R. Bellman, K. Cook, *Difference Equations*, Academic Press, 1963; 3. L.E. Elsgolţ, S. B. Norkin, *Vvedenie v teoriu differenţialnîh uravnenii s otklonaiuscimisea argumentom*, „Nauka", 1971; 4. A. D. Mişkis, *Lineinîe differenţialnîe uravnenie s zapazdîvaiuşcim argumentom*, „Nauka", 1972; 5. R. Gabasov, F. Kirillova, *Kacestvennaia teoria optimalnîh profesov*, „Nauka", 1971.

Ecuaţii cu diferenţe finite. Ecuaţii care determină legătura dintre valorile unor funcţii reale necunoscute pe o mulţime *discretă* cu valorile egal distanţate ale unui argument *scalar.* Se poate spune, fără a diminua generalizarea afirmaţiei, că o mulţime discretă are următoarea formă: ..., —2,—1, 0, 1, 2, ... În cazul *ecuaţiilor cu diferenţe finite parţiale* valorile funcţiilor necunoscute sînt legate pe o mulţime *discretă* de valori ale unui argument *vectorial.* Pentru descrierea multor procese care au loc într-o economie reală, ecuaţiile cu diferenţe finite sînt mai convenabile decît ecuaţiile diferenţiale ordinare. În plus, pentru găsirea unor soluţii aproximative ale ecuaţiilor diferenţiale se utilizează adeseori ecuaţii cu diferenţe finite care le aproximează. Între ecuaţiile cu diferenţe finite şi cele diferenţiale există o analogie directă. Dar aceasta nu este decît o analogie, deoarece multe rezultate din teoria ecuaţiilor cu diferenţe finite diferă totuşi foarte mult de cele din teoria ecuaţiilor diferenţiale. În ultimii ani, datorită progreselor înregistrate de tehnica de calcul, interesul faţă de ecuaţiile cu diferenţe finite a crescut întrucîtva. Literatura didactică şi cea ştiinţifică referitoare la ecuaţiile cu diferenţe finite nu este atît de amplă ca cea privind ecuaţiile diferenţiale. O ecuaţie cu diferenţe finite *de ordin n* are forma:

$$G(k,\ x(k),\ x(k+1), \ldots,\ x(k+n)) = 0, \tag{1}$$

în care $k = 0,\ \pm 1,\ \pm 2, \ldots$ Se numeşte soluţie *(soluţie particulară)* a ecuaţiei (1) o funcţie x astfel ca valorile ei $x(k)$ să satisfacă ecuaţia (1) într-un anumit domeniu de valori ale lui k. *Soluţia generală* a ecuaţiei (1) conţine, în general, n constante arbitrare care trebuie determinate (prin n condiţii suplimentare), pentru a se obţine o soluţie particulară. Ecuaţia (1) se numeşte *liniară*, dacă are forma

$$a_0(k)\, x(k+n) + a_1(k)\, x(k+n-1) + \ldots + a_n(k)\, x(k) = b(k), \tag{2}$$

în care $a_0(k), \ldots, a_n(k)$, $b(k)$ sînt funcţii date de $k = 0, \pm 1, \pm 2\ldots$ Dacă $b(k) \equiv 0$, atunci ecuaţia (2) se numeşte *omogenă*, iar în caz contrar, *neomogenă*. Soluţia generală a ecuaţiei (2) este suma unei soluţii *particulare* oarecare $\widetilde{x}(k)$ cu soluţia generală $z(k)$ a ecuaţiei omogene corespunzătoare

$$a_0(k)\, z(k+n) + a_1(k)\, z(k+n-1) + \ldots + a_n(k)\, z(k) = 0. \tag{3}$$

Dacă coeficienţii $a_0(k), \ldots, \tilde{a}_n$(k) sînt constanţi, atunci ecuaţia (2) se numeşte ecuaţie liniară cu diferenţe finite de ordinul n cu coeficienţi constanţi:

$$a_0 x(k+n) + a_1 x(k+n-1) + \ldots + a_n x(k) = b(k). \tag{4}$$

Ecuația omogenă corespunzătoare ecuației (4) are forma:

$$a_0 z(k+n) + a_1 z\ (k+n-1) + \dots + a_n z(k) = 0. \tag{5}$$

Polinomul $\Phi(\lambda) = a_0\lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + \dots + a_{n-1}\lambda + a_n$ se numește *polinom caracteristic* al ecuației (4) sau (5), iar ecuația $\Phi(\lambda) = 0$, *ecuație caracteristică* a ecuației cu diferențe finite (4) respectiv (5). Dacă polinomul $\Phi\lambda$ are n rădăcini reale distincte $\lambda_1, \dots, \lambda_n$, soluția generală a ecuației omogene (5) are forma

$$z(k) = c_1\lambda_1^k + \dots + c_n\lambda_n^k, \tag{6}$$

în care $c_1, \dots, c_n$ sînt constante arbitrare. În cazul unor rădăcini complexe sau multiple, expresia soluției generale (6) devine mai complicată (→ [1], [3]).

O ecuație cu diferențe finite poate fi reprezentată sub forma unei relații care face legătura între valoarea funcției necunoscute $x(k)$ și diferențele finite

$$\Delta x(k) = x(k+1) - x(k)$$

$$\Delta^2 x(k) = x(k+1) - \Delta x(k), \dots$$

$$(\text{sau } \Delta\ \ x(k) = x(k) - x(k-1), \dots).$$

Un *sistem* de ecuații cu diferențe finite conține mai multe funcții necunoscute. Spre exemplu, să examinăm un sistem de ecuații cu diferențe finite *de ordin unu* cu coeficienți constanți, avînd forma:

$$\begin{aligned} x_1(k+1) &= a_{11}x_1(k) + \dots + a_{1n}x_n(k) + b_1(k), \\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x_n(k+1) &= a_{n1}x_1(k) + \dots + \tilde{a}_{nn}x_n(k) + b_n(k) \end{aligned} \tag{7}$$

sau, sub formă vectorială, $\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{b}(k)$, în care $\mathbf{x}(k)$ și $\mathbf{x}(k+1)$ sînt vectori-coloană n-dimensionali avînd componentele $x_i(k)$, $(i = 1, \dots, n)$, respectiv $x_i(k+1)$ $(i = 1, \dots, n)$, $\mathbf{A} = (\tilde{a}_{ij})$ este o matrice de ordin n, iar $\mathbf{b}(k)$, un vector-coloană cu componentele $b_i(k) (i = 1, \dots, n)$. Dacă $\mathbf{b}(k) = 0$, sistemul (7) se numește *omogen*; în caz contrar, *neomogen*. Pentru un sistem omogen $\mathbf{z}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{z}(k)$, în cazul în care matricea $\mathbf{A}$ este primitivă, *teorema limită a lui Frobenius (→ Matrice pătrată)* poate fi parafrazată în felul următor: Fie vectorul $\mathbf{z}^0 \geqslant 0$ și fie $\mathbf{z}(k)$ o soluție a sistemului $\mathbf{z}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{z}(k)$, satisfăcînd condiția inițială $\mathbf{z}(0) = \mathbf{z}^0$; atunci $\lim\limits_{k\to+\infty} \mathbf{z}(k)/\lambda_*^k = c\mathbf{v}^*(k = 0, 1, 2\dots)$, în care $c > 0$ este un multiplicator scalar depinzînd numai de alegerea vectorului iniţial z^0; λ_*, $v^*(|v^*| = 1)$ reprezintă numărul lui Perron, respectiv vectorul la dreapta al lui Perron al matricei **A**.

I. N. Ceremnih

Bibl. 1. R. G. D. Allen, *Analiză matematică pentru economişti*, Ed. ştiinţifică, 1971; 2. A. O. Ghelfand, *Iscislenie konecinîh raznostei*, Fizmatghiz, 1959; 3. K. Lancaster, *Analiza economică matematică*, Bucureşti, Ed. ştiinţifică, 1973.

Eficienţa economică a sistemului automatizat de conducere. Unul dintre aspectele estimării eficienţei generale a sistemului automatizat de conducere (SAC), calculată ca diferenţă sau ca raport între efectul valoric al introducerii SAC, pe de o parte, şi valoarea sistemului însuşi, precum şi cheltuielile pentru crearea şi exploatarea lui pe o anumită perioadă de timp, pe de altă parte. Indicatorul eficienţei economice a SAC nu poate fi decît foarte aproximativ, dată fiind dificultatea determinării elementelor componente ale efectului obţinut prin introducerea SAC. Dificultatea principală o constituie delimitarea rezultatelor obţinute pe seama măsurilor de perfecţionare a conducerii de cele obţinute pe seama realizării altor măsuri. Orice perfecţionare a proiectării produselor, a tehnologiei de confecţionare a lor, a organizării producţiei este însoţită de modificări şi în metodele de conducere, iar măsurile de perfecţionare a conducerii pot să fie sau nu incluse în componenţa lucrărilor de creare a SAC. Asemenea măsuri cum sînt reglementarea regimului zilei şi a săptămînii de muncă, reglementarea timpului şi a metodelor de ţinere a consfătuirilor, introducerea unor documente raţionale şi unificarea lor, crearea unor sisteme extrem de simple de regăsire a informaţiei pe bază de fişiere, precum şi o serie de alte lucrări practic nu costă nimic; în acelaşi timp efectul lor este greu de estimat întrucît el se manifestă prin înţelegerea mai bună de către lucrători a sarcinilor lor, prin uşurarea muncii lor, prin îmbunătăţirea climatului psihologic în cadrul unităţii respective. Efectul acestui gen de măsuri este inseparabil legat de efectul creării complexului de maşini şi al introducerii prelucrării electronice a datelor, însă el reprezintă o mărime deosebit de substanţială. Astfel, într-unul din documentele Asociaţiei americane a inginerilor din domeniul electrotehnicii se arată că 80% din efectul (exprimat prin sporul de profit) obţinut prin introducerea prelucrării electronice a datelor se obţine pe seama studierii şi reorganizării proceselor de conducere în cadrul firmei care achiziţionează un calculator electronic şi numai 20% nemijlocit prin prelucrarea electronică a datelor la calculator. De aceea există o serie întreagă de metode diferite de determultiplicator scalar depinzînd numai de alegerea vectorului iniţial z^0; λ_*, $v^*(|v^*| = 1)$ reprezintă numărul lui Perron, respectiv vectorul la dreapta al lui Perron al matricei **A**.

I. N. Ceremnîh

Bibl. 1. R. G. D. Allen, *Analiză matematică pentru economişti*, Ed. ştiinţifică, 1971; 2. A. O. Ghelfand, *Iscislenie konecinîh raznostei*, Fizmatghiz, 1959; 3. K. Lancaster, *Analiza economică matematică*, Bucureşti, Ed. ştiinţifică, 1973.

Eficienţa economică a sistemului automatizat de conducere. Unul dintre aspectele estimării eficienţei generale a sistemului automatizat de conducere (SAC), calculată ca diferenţă sau ca raport între efectul valoric al introducerii SAC, pe de o parte, şi valoarea sistemului însuşi, precum şi cheltuielile pentru crearea şi exploatarea lui pe o anumită perioadă de timp, pe de altă parte. Indicatorul eficienţei economice a SAC nu poate fi decît foarte aproximativ, dată fiind dificultatea determinării elementelor componente ale efectului obţinut prin introducerea SAC. Dificultatea principală o constituie delimitarea rezultatelor obţinute pe seama măsurilor de perfecţionare a conducerii de cele obţinute pe seama realizării altor măsuri. Orice perfecţionare a proiectării produselor, a tehnologiei de confecţionare a lor, a organizării producţiei este însoţită de modificări şi în metodele de conducere, iar măsurile de perfecţionare a conducerii pot să fie sau nu incluse în componenţa lucrărilor de creare a SAC. Asemenea măsuri cum sînt reglementarea regimului zilei şi a săptămînii de muncă, reglementarea timpului şi a metodelor de ţinere a consfătuirilor, introducerea unor documente raţionale şi unificarea lor, crearea unor sisteme extrem de simple de regăsire a informaţiei pe bază de fişiere, precum şi o serie de alte lucrări practic nu costă nimic; în acelaşi timp efectul lor este greu de estimat întrucît el se manifestă prin înţelegerea mai bună de către lucrători a sarcinilor lor, prin uşurarea muncii lor, prin îmbunătăţirea climatului psihologic în cadrul unităţii respective. Efectul acestui gen de măsuri este inseparabil legat de efectul creării complexului de maşini şi al introducerii prelucrării electronice a datelor, însă el reprezintă o mărime deosebit de substanţială. Astfel, într-unul din documentele Asociaţiei americane a inginerilor din domeniul electrotehnicii se arată că 80% din efectul (exprimat prin sporul de profit) obţinut prin introducerea prelucrării electronice a datelor se obţine pe seama studierii şi reorganizării proceselor de conducere în cadrul firmei care achiziţionează un calculator electronic şi numai 20% nemijlocit prin prelucrarea electronică a datelor la calculator. De aceea există o serie întreagă de metode diferite de determinare a eficienţei economice a SAC, care pot fi utilizate în funcţie de specificul organului de conducere respectiv şi de organizarea procesului de implementare a sistemului automatizat de conducere în cadrul lui.

I. I. Cerneak

Bibl. 1. *Avtomatirozovannaia sistema upravlenia predpriatiem. Sistema „Frezer"*, Izd. NIImaş, 1969; 2. V. A. Trapeznikov, *Avtomaticeskoe upravlenie i ego ekonomiceskaia effektivnost*, „Nauka i jizn", nr. 11, 12, 1965; 3. *Rasciot ekonomiceskoi effektivnosti vnedrenia EVM*, „Progress", 1968.

Elasticitate. Caracteristică a variaţiei relative a creşterii unei mărimi (funcţii) atunci cînd creşterea factorului (argumentului) care determină această mărime suferă modificări relativ mici. Dacă:

$$y = f(x), \tag{1}$$

atunci coeficientul de **e.** ε al mărimii y în funcţie de x este determinat de formula:

$$\varepsilon = \frac{dy}{y} \Big/ \frac{dx}{x} \tag{2}$$

Coeficientul de **e.** nu depinde de unităţile de măsură în care sînt exprimate variabilele. Dacă reprezentăm grafic curba dată de (1), cu ambele axe de coordonate exprimate logaritmic, coeficientul de **e.** indică panta acestei curbe în punctul respectiv.

Calculul coeficienţilor de **e.** este practicat pe scară largă în cercetările privind cererea de consum. Se deosebesc **e.** unei mărfi în raport cu preţul său şi **e.** faţă de venitul consumatorului. În cazul particular, cînd funcţia (1) este o funcţie putere, $y = bx^{\alpha}$, coeficientul de **e.** ε are aceeaşi valoare α, oricare ar fi valorile lui x. Aici, ε arată cu cît la sută se schimbă consumul mărfii respective dacă preţul (sau venitul) se schimbă cu 1%. S-a constatat că fructele au un coeficient de **e.** ridicat, în timp ce sarea unul scăzut.

Prezintă interes studiul aşa-numitei **e.** încrucişate a cererii pentru o marfă în funcţie de preţul altei mărfi. Astfel, presupunînd consumul ca o funcţie putere de preţuri, coeficientul de **e.** încrucişată ne arată, de exemplu, cu cît la sută se va schimba consumul de portocale dacă preţul merelor se schimbă cu 1%.

Considerabil mai complicată este definiţia **e.** de substituţie (→ *Funcţii de producţie*).

A. A. Konüs

Bibl. 1. V. V. Şvîrkov, *Ekonomiko-matematiceski analiz potrebitelskogo sprosa*, Izd. M.G.U., 1966; 2. V. I. Raiţin, *Matematiceskie metodî i modeli planirovania urovnea jizni*, „Ekonomika", 1970; 3. P. P. Maslov, *Izmerenie potrebitelskogo sprosa*, „Ekonomika", 1971.

Emergență. Existența în *sistem** a unor *proprietăți de integritate* (proprietăți emergente), adică a unor proprietăți ale sistemului care nu sînt proprii elementelor componente. **E.** este una din formele de manifestare a principiului dialectic al trecerii schimbărilor cantitative în schimbări calitative. Atunci cînd se formează un sistem (sinteză) ca un întreg organic (prin atragerea de noi elemente și/sau ca urmare a transformării structurii legăturilor dintre elemente și proprietățile lor) părțile sale suferă schimbări calitative, astfel încît un obiect oarecare, ca element al unui sistem integrat, nu este identic cu un obiect analog luat izolat. În științele naturii, proprietățile emergente (de exemplu, proprietățile compușilor chimici) și procesele sistemogene care duc la apariția lor, de exemplu reacțiile chimice, se descriu sub forma legilor și regularităților.

În *sistemele social-economice*, manifestările proprietăților emergente sînt foarte variate. La nivel micro, efectul marii producții, efectul aglomerării, efectele sociale ale urbanizării accelerate etc. sînt o expresie a acestor proprietăți. La nivel macro, sînt în legătură cu proprietățile emergente fenomene ca: prestigiul social, posibilitatea de a realiza măsuri de mare anvergură în special în domeniul cercetărilor științifice fundamentale, al întăririi capacității de apărare etc. Orice efect de *interconexiune* și de *interacțiune*, care nu este aditiv în raport cu efectele locale, poate fi privit ca o manifestare a **e.**

Este natural ca interesele unui sistem finalizat, legate de accentuarea efectelor emergente pozitive și de slăbire a celor negative, să se numească *interese emergente*. Dacă elementele sistemului, la rîndul lor, sînt sisteme cu autoorganizare, la sinteza conducerii trebuie să se presupună că interesele emergente sînt localizate în *centrul* sistemului (cu alte cuvinte, la organul central, la nivelul superior al structurii conducerii), în timp ce interesele elementelor interne proprii *(imanente)* se localizează în obiectele respective.

Identificarea și evaluarea cantitativă a proprietăților emergente ale economiei constituie unul din obiectivele analizei economice descriptive. Ideile care fac abstracție de caracterul emergent al sistemului economic, adică cele bazate pe ipoteza mecanicistă potrivit căreia toate proprietățile întregului pot fi deduse din proprietățile elementelor, sînt de regulă lipsite de valoare aplicativă, dar pot avea o importanță teoretică în calitate de construcții „ideale" (construcții limită) de tipul gazului ideal, al corpului absolut negru.

V. I. Danilov-Danilian, M. G. Zavelski

Bibl. → bibl. la *Sistem mare.*

Entropie. Măsură cantitativă a gradului de nedeterminare a unui ansamblu ales de caracteristici ale unui obiect de natură oarecare supus investigației. Un exemplu de asemenea obiect poate să-l constituie populația unei localități, dacă se cere să se măsoare cantitativ gradul de nedeterminare al unui indicator (sau al unui ansamblu de indicatori) de tipul numărul populației, compoziția socială etc. În descrierea matematică aceste ansamble de caracteristici apar ca mărimi aleatoare, iar determinarea exactă a **e.** H se referă la mărimea aleatoare ξ, care ia valori posibile x într-o mulțime X.

Dintre definițiile existente ale **e.** unei mărimi aleatoare discrete ξ, următoarele două au o importanță fundamentală:

1. $H^0 = \log M$, în care M este numărul total de valori $x \in X$ ale mărimii ξ. În acest caz baza logaritmilor determină unitatea etalon a **e.**, deoarece schimbarea bazei echivalează cu înmulțirea **e.** H° cu un multiplicator constant. În aplicațiile tehnice se utilizează de obicei logaritmi cu baza 2; datorită acestui fapt **e.** H° a unei mărimi aleatoare, ce poate lua ca valoare orice număr care în scriere binară are cel mult n simboluri, este egală cu n. În cercetările teoretice sînt preferabili logaritmii naturali;
2. $H = -\sum_{x \in X} P(x) \log P(x)$, $P(x)$ fiind probabilitățile valorilor lui x.

Dacă toate valorile lui x sînt echiprobabile: $P(x) = 1/M$, atunci $H = H^\circ$; în general însă $H \leqslant H^\circ$. Între **e.** H și H° există o legătură asimptotică universală din care rezultă importanța fundamentală a definiției probabiliste 2. Dacă $\xi^{(n)} = (\xi_1 \ldots, \xi_n)$ este un șir de realizări independente ale mărimii aleatoare ξ, atunci pentru $n \to \infty$ mărimea $\xi^{(n)}$ va aparține, cu o probabilitate tinzînd către unitate, mulțimii $Z^{(n)} \ni z^{(n)}$ constînd dintr-un număr $M(n)$ de puncte astfel că

$$\frac{1}{n} \log M(n) \to H.$$

Toate valorile esențiale indicate $z^{(n)}$ sînt echiprobabile, în sensul că relația

$$\frac{-\log P(z^{(n)})}{n} \quad \frac{-\log [P(x_1) \ldots P(x_n)]}{n} \to H$$

la limită este aceeași pentru toți $z^{(n)} \in Z^{(n)}$. Ca urmare, definiția a doua, probabilistică, a **e.** H a mărimii aleatoare $\xi^{(n)}$ este asimptotic echivalentă (în sensul coincidenței **e.** specifice H_n/n și H_n/n) cu definiția 1, dacă se neglizează mulțimea $Z^{(n)}$ a valorilor $z^{(n)}$ situate în exteriorul lui $Z^{(n)}$, deoarece $P(Z^{(n)}) \to 0$. Raportul dintre **e.** H° și H descris mai sus determină rolul fundamental al **e.** în termodinamică. Termenul de **e.** a fost introdus pentru prima oară în fizică de R. Clausius, pentru a desemna funcţia numerică S a stării unui sistem termodinamic care, pentru sisteme termic izolate, nu scade în nici un proces, atingînd un maxim în echilibru. Sensul statistic al **e.** fizice a fost pus în evidenţă de L. Boltzmann, care, cu ajutorul formulei $S = k\,H$ (k = constanta lui Boltzmann), a pus-o în legătură cu măsura cantitativă a nedeterminării, examinată mai sus, a stării microscopice a unui sistem fizic. Conceptul de **e.** are cea mai mare valoare pentru obiecte care, datorită complexităţilor deosebite, pot fi descrise numai cu ajutorul unor metode probabiliste. Ca funcţie de repartiţie a probabilităţilor $P(x)$, **e.** H are o serie de proprietăţi matematice importante, dintre care trebuie relevate următoarele:

a) aditivitatea **e.** unei mulţimi de mărimi aleatoare independente:

$$H[P(x_1), \ldots, P(x_n)] = H[P(x_1)] + \ldots + H[P(x_n)];$$

b) convexitatea:

$$H[\lambda P_1(x) + (1 + \lambda)\, P_2(x)] \geqslant \lambda H[\mathrm{P}_1(x)] + (1 - \lambda)\, H[P_2(x)]$$

$(0 \leqslant \lambda \leqslant 1)$.

E. este unul din conceptele fundamentale ale *teoriei informaţiei**.

B. A. Grişanin

Bibl. 1. L. Brilluin, *Nauka i teoria informaţii*, Fizmatghiz, 1960; → şi bibl. la *Informaţie*.

Ergodicitate. Proprietate a unei clase speciale de procese stochastice (numite *ergodice*), care constă în aceea că, pentru orice realizare a procesului stochastic staţionar $\eta(t)$ (→ *Staţionaritate*) (cu excepţia unei mulţimi de probabilitate nulă) şi orice funcţie

$$\xi(t) = f(\eta(t), \eta(t+\tau_1), \ldots, \eta(t+\tau_n)),$$

media în timp a funcţiei

$$<\xi> \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int T\xi(t)dt$$

coincide cu speranţa matematică $\mathrm{M}\xi(t)$.

Dacă alegem drept $f(x_1, \ldots, x_{n+1})$ funcţiile caracteristice (indicatorii) ale unor mulţimi, adică funcţii egale cu unitatea într-un domeniu $(x_1, \ldots, x_{n+1}) \in e$ şi cu zero în exteriorul lui e, şi dacă alegem într-un mod corespunzător $t, \tau_1, \ldots \tau_n, n$ şi e, media $M\,\xi(t)$ determină probabilitatea oricărui eveniment legat de procesul $\eta(t)$. În felul acesta, statistica unui proces ergodic poate fi integral reconstituită dacă i se cunoaște o singură realizare. Un proces staționar este ergodic dacă probabilitatea fiecărei submulțimi invariante (în raport cu deplasarea în timp) este egală cu 0 sau cu 1. **E.** proceselor este importantă în problemele de adaptare *(→ Adaptare)* în care se reconstituie, pe baza unei realizări observate, caracteristicile proceselor, absente din cauza nedeterminării apriorice.

B.A. Grișanin

Bibl. I. A. Rozanov, *Stationarnîe sluceainîie processî*, Fizmatghiz, 1963.

Ergonomie. Disciplină științifică, care studiază problemele interacțiunii și adaptării mașinii la om. Sarcina **e.** constă în depistarea posibilităților reale ale omului și ale mașinii și repartizarea rațională a funcțiilor în cadrul sistemului biomecanic om-mașină. Prin mașină se subînțeleg toate tipurile de unelte de producție și de conducere, inclusiv calculatoarele electronice. **E.** se bazează pe realizările științelor tehnice, psihologiei, fiziologiei, igienei și este strîns legată de sociologie.

În anul 1921, la prima Conferință pentru organizarea științifică a muncii și a producției din Rusia, psihologul sovietic V.N. Measișcev a preconizat să se sistematizeze cunoștințele umane din punctul de vedere al relației lor față de muncă, reunindu-le sub termenul *ergonologie*. Marele psihofiziolog sovietic V.M. Behterev a sprijinit această idee și a făcut propunerea de a se denumi disciplina științifică cu privire la legile muncii *ergonologie*. Mai tîrziu, în anul 1949, un grup de specialiști, reuniți în Anglia pentru studierea problemelor științei privind legile care guvernează procesele de muncă, a propus termenul e., care în prezent este unanim admis.

În condițiile socialismului, **e.** studiază posibilitățile și particularitățile funcționale ale omului în procesele de muncă și stabilește căile de creare pentru el a unor asemenea unelte de muncă, care, făcînd munca productivă și sigură, înlesnesc comoditățile necesare și păstrează capacitatea de muncă și sănătatea omului și creează condiții ce contribuie la perfecționarea însușirilor sale fizice și intelectuale.

Creșterea vertiginoasă a ritmurilor progresului tehnic a modificat în mod radical procesul de muncă ce devenise tradițional și obișnuit. În această situație, centrul activității omului s-a deplasat din zona eforturilor fizice în cea psihologică, a eforturilor intelectuale. Asemenea exigențe noi față de organismul uman sînt ridicate de tehnica nouă, din ce în ce mai complexă; fiind creată pentru extinderea posibilităților organismului omului, la rîndul său ea generează noi exigențe față de memorie, percepție, gîndire, viteza și coordonarea mișcărilor etc. Experiența a arătat că ignorarea solicitărilor psihologice și a posibilităților organismului uman la proiectarea diferitelor utilaje duce la utilizarea incompletă a utilajului respectiv şi la epuizarea prematură a lucrătorilor. Pentru ca uneltele de muncă să dea un randament maxim, fără a prejudicia sănătatea omului, cu ocazia proiectării lor trebuie să se creeze un asemenea mecanism, care să poată fuziona cu organismul omului într-un tot unitar şi totodată să i se subordoneze.

Studierea şi introducerea practică în producţie a **e.** reprezintă în Uniunea Sovietică o parte importantă a programului amplu de măsuri îndreptate spre îmbunătăţirea continuă a condiţiilor de muncă.

Introducerea realizărilor **e.** are o mare importanţă economică; cu ocazia proiectării sistemelor tehnice se evidenţiază cu ajutorul **e.** nu numai posibilităţile omului, dar se rezolvă concomitent şi problemele de organizare şi proiectare a activităţii omului în producţie şi, prin urmare, şi instruirea lui. Sarcina fundamentală a **e.** constă în depistarea posibilităţilor efective ale omului şi ale maşinii şi în repartizarea raţională a funcţiilor în cadrul sistemului *om-maşină*.

În sfera sarcinilor **e.** intră: analiza utilajului în scopul determinării funcţiilor omului şi a gradului de participare a acestuia în procesul de muncă respectiv; sistematizarea datelor antropometrice şi fiziologice şi elaborarea, pe această bază, a recomandărilor pentru proiectarea diferitelor tipuri de locuri de muncă; stabilirea principiilor generale ale combinării raţionale a utilajelor de bază şi a celor auxiliare la locurile de muncă de diferite tipuri; studierea influenţei diferiţilor factori asupra stării funcţionale a omului.

Utilizarea practică a realizărilor acestei noi discipline ştiinţifice se înfăptuieşte , de pildă, în cadrul analizei (expertizei) ergonomice, care capătă o extindere tot mai mare. Scopul expertizei este stabilirea gradului de concordanţă a parametrilor maşinii cu posibilităţile psihofiziologice ale omului. Analiza ergonomică trebuie să se efectueze în toate etapele de elaborare a fiecărui nou produs. Ignorarea acestei analize are drept consecinţă o organizare necorespunzătoare a locurilor de muncă, duce la traumatisme şi îmbolnăviri profesionale, la reducerea productivităţii muncii ş.a.

În Uniunea Sovietică, pentru diferite ramuri ale economiei naţionale, s-au elaborat cerinţe ale **e.** faţă de produse. Cu titlu de exemplu vom examina cerinţele generale ale **e.** faţă de produsele industriei construcţiilor de maşini (elaborate de Filiala din Urali a Institutului unional de cercetări ştiinţifice în domeniul ergonomiei). În cadrul acestora sînt formulate patru direcţii fundamentale ale analizei ergonomice.

1. Repartizarea optimă a funcţiilor între om şi maşină în cadrul sistemului *om-maşină* — cerinţă fundamentală în cazurile de proiectare a unor sisteme automatizate de conducere, care folosesc diverse echi-

pamente electronice de calcul şi alte echipamente pentru prelucrarea informaţiei. Aceasta se obţine prin punerea în concordanţă a funcţiilor încredinţate omului cu aptitudinea de a gîndi independent, cu sensibilitatea sa faţă de excitanţi, cu varietatea acţiunilor de răspuns şi cu adaptabilitatea organismului la modificarea condiţiilor de muncă. Se recomandă să se transfere maşinii operaţiile care necesită: o înaltă precizie şi o mare viteză a calculelor, precum şi stocarea unei mari cantităţi de informaţie; o reacţie rapidă la semnale; depunerea programată şi precisă a unor eforturi considerabile; adoptarea unor decizii cu caracter repetativ.

2. Concordanţa sistemului de comandă şi control cu posibilităţile psihofizice ale omului. În acest scop este necesar să se ţină seama de: particularităţile percepţiei vizuale şi auditive cu ocazia proiectării şi combinării diferitelor indicatoare, emiţătoare şi a altor aparate similare; utilizarea funcţională a luminii cu ocazia proiectării sistemului de control şi comandă; principiile organizării funcţionale şi multe altele.

3. Organizarea constructivă raţională a locului de muncă (amplasarea organelor de comandă ţinînd seama de zonele de accesibilitate optimă şi maximă; amplasarea aparatelor de control şi măsură în cîmpul vizual al operatorului ţinînd seama de divizarea cîmpurilor vizuale în zone funcţionale după eficienţa vizibilităţii în cadrul lor; asigurarea unei poziţii raţionale în procesul de muncă.

4. Crearea unui regim sanitar-igienic optim la locul de muncă, care se realizează printr-un iluminat raţional şi printr-o microclimă favorabilă. În concordanţă cu cerinţele menţionate, s-au elaborat şi se utilizează recomandări ergonomice pe ramuri.

E.G. Iakovenko

Bibl. 1. V.A. Zubcenko, *Ergonomika dlea konstruktora*, „Znanie", 1968; 2. V.M. Munipov, *Ergonomika i hudojestvennoe proiektirovanie*, „Maşinostroenie", 1966.

Estimările experţilor. Estimări cantitative sau ordinale ale proceselor sau fenomenelor, care nu sînt susceptibile de măsurare nemijlocită. **E.e.** joacă un rol esenţial în adoptarea deciziilor de plan (cu ocazia stabilirii rangului obiectivelor, a prognozei alternativelor şi a consecinţelor acestora). **E.e.** se bazează pe opiniile specialiştilor, exprimate în mod individual sau în colectiv, şi se subîmpart în mod corespunzător în două grupe.

Prima grupă de metode asigură îmbunătăţirea succesivă a estimărilor fiecărui expert. În această grupă poate fi încadrată *metoda comparaţiilor succesive* [2]: mai întîi, expertul face nişte estimări preliminare după o scară care i se propune, apoi se pun anumite întrebări, referitoare la diferitele combinaţii de rezultate, care permit să se obţină o informaţie pe baza căreia se poate corecta setul iniţial de estimări.

A doua grupă de metode — *metoda priorităţii, metoda rangului, a comparării parţiale pe perechi, a comparării integrale pe perechi* — este îndreptată în direcţia punerii de acord a poziţiilor specialiştilor în scopul elaborării unei estimări colective a experţilor [3].

Să analizăm, de pildă, *metoda rangului*. Să admitem că avem m obiective şi n experţi. Se presupune că fiecare dintre experţi îşi are propria sa scară cantitativă de prioritate a obiectivelor în diapazonul de la 0 la 10. Este necesar să se afle ponderile medii ale obiectivelor. Estimarea maximă se atribuie obiectivului cu cea mai mare prioritate. Estimările pot fi exprimate atît prin numere întregi, cît şi prin numere fracţionare. Se notează estimarea obiectivului i de către expertul j prin $\rho_{ij} (0 \leqslant \rho_{ij} \leqslant 10)$. Apoi se calculează ponderile relative ale fiecărui obiectiv pentru fiecare expert după formula:

$$V_{ij} = \frac{\rho_{ij}}{\sum_{i=1}^{m} \rho_{ij}}.$$

În sfîrşit se calculează ponderea medie a fiecărui obiectiv V_i în raport cu aprecierile tuturor experţilor:

$$V_i = \sum_{j=1}^{n} V_{ij} \Big/ \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} V_{ij}.$$

Printre metodele îndreptate spre obţinerea unei estimări colective a experţilor o deosebită atenţie merită metoda Delphi [1]. Consultarea experţilor (care nu comunică nemijlocit între ei) se face în mai multe ture, pe baza unui program minuţios elaborat. În prima tură, fiecare expert răspunde la întrebările care i se pun într-un chestionar. Răspunsurile tuturor participanţilor se prelucrează şi în tura următoare li se comunică rezultatele anchetei. Apoi, participanţii sînt rugaţi să-şi revizuiască şi, în cazul în care doresc, să-şi corecteze răspunsurile date anterior. În această tură experţilor li se comunică nu numai rezultatele obţinute, ci şi o succintă sinteză a explicaţiilor, prezentate în susţinerea opiniilor, care se deosebesc mult între ele. De regulă, consultarea după metoda Delphi se limitează la patru ture, iar mediana răspunsurilor definitive se adoptă ca estimarea cea mai apropiată de opinia unică a întregului grup.

T.K. Kravcenko

Bibl. 1. J. Bright, *Technological Forecasting for Industry and Government*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1968; 2. C.W. Churchman, R.L. Ackoff, E.L. Arnoff, *Introduction to Operations, Research*, John Wiley, 1967; 3. R.T. Eckenrode, *Weighting Multiple Criteria*, „Management Science", 12, 3, 1965.

Evaluări optime. Dacă o problemă economică este redusă la examinarea unei probleme de *programare liniară* sau de *programare convexă*, mărimile care reprezintă soluţia problemei duale corespunzătoare se numesc *evaluări obiectiv determinate* sau *evaluări optime*, precum şi *evaluări duale* (în literatura occidentală, preţuri umbră). Această denumire este legată de semnificaţia acestor indicatori pentru analiza economică.

Rezultatele rezolvării unei probleme duale pot fi considerate ca nişte derivate parţiale ale valorii maxime (sau minime) pe care o poate atinge funcţia obiectiv, luate în raport cu termenii liberi ai condiţiilor sau restricţiilor (cu excepţia cazurilor de degenerare). Restricţiile în problemele economice reflectă, de regulă, cerinţele de echilibru al balanţei diferitelor resurse economice. De aceea, în modelele economico-matematice liniare şi convexe derivatele parţiale respective caracterizează raporturile marginale dintre *creşterile* mărimii optime a funcţiei obiectiv şi creşterile fiecăreia dintre resursele economice de care depinde realizarea optimului urmărit. În acest sens, soluţia problemei duale ne oferă evaluarea importanţei fiecărei categorii de resurse economice pentru realizarea obiectivului propus de problema economică respectivă.

Evaluările obiectiv determinate pot fi utilizate pentru verificarea optimalităţii deciziilor adoptate (a planului adoptat). În modelele liniare, toate procedeele de utilizare a resurselor care au intrat în planul optim (decizia optimă) trebuie să fie fără beneficiu şi fără pierderi (în cazul comparării resurselor consumate şi a rezultatelor obţinute cu ajutorul evaluărilor obiectiv determinate), iar cele care n-au intrat în plan, să fie fără beneficiu; cu alte cuvinte, trebuie respectate inegalităţile:

$$c_j - \sum_i a_{ij} v_i \leqq 0, \qquad (1)$$

$$c_j - \sum_i a_{ij} v_i = 0,\ x_j \geqq 0, \qquad (2)$$

unde c_j este coeficientul cu care procedeul j intră în funcţia obiectiv;

v_i — evaluarea resursei i;

a_{ij} — coeficienţii care determină consumul sau obţinerea resursei i prin procedeul j;

x_j — intensitatea aplicării procedeului j în planul optim (aceste proprietăţi ale evaluărilor obiectiv determinate se menţin şi în cazurile de degenerare).

Caracterizînd influenţa creşterilor mici ale resurselor economice asupra mărimii optime a funcţiei obiectiv, evaluările obiectiv determinate reprezintă un mijloc important, de analiză economică a soluţiilor deja obţinute.

Ele permit să se determine orientarea variaţiei valorii optime a funcţiei obiectiv în cazurile de modificare a condiţiilor restrictive iniţiale, iar în cazul unor variaţii nu prea mari a acestora din urmă oferă posibilitatea de a se aprecia şi noua mărime a criteriului de optim (a funcţiei obiectiv). În felul acesta, evaluările obiectiv determinate ne ajută să cercetăm stabilitatea mărimii optime a criteriului (în raport cu modificările condiţiilor iniţiale) şi uşurează soluţionarea corectă a unui şir de probleme economice, de care depind premisele iniţiale ale problemei examinate. Aşa, de pildă, estimările cantităţilor de mărfuri în punctele de expediţie şi de destinaţie, obţinute în cadrul întocmirii planului de aprovizionare care asigură minimizarea cheltuielilor de transport (problema transporturilor), permit să se aprecieze în ce măsură suma totală a cheltuielilor de transport depinde de modificările cantităţilor de mărfuri ce urmează a fi transportate sau a necesităţilor de mărfuri în orice punct al reţelei de transport. De aceea, se înţelege că evaluările obţinute, rezolvînd problema de transport (adeseori ele sînt numite *potenţiale*). uşurează rezolvarea problemelor generate de modificările intervenite în amplasarea producţiei şi a consumului.

Tot atît de esenţială este importanţa evaluărilor obiectiv determinate pentru stabilirea raţionalităţii aplicării diferitelor procedee noi de utilizare a resurselor, necunoscute cu ocazia formulării iniţiale a problemei. În acest scop, pe baza evaluărilor obiectiv determinate se calculează în ce măsură noul procedeu aduce beneficii sau pierderi. Dacă se dovedeşte că el aduce beneficii, aceasta înseamnă că planul alcătuit anterior nu mai este optim şi ca atare utilizarea noului procedeu este raţională. Noţiunea de evaluări obiectiv determinate sau optime poate fi generalizată la clasa modelelor economico-matematice de utilizare optimă a resurselor economice, cu singura condiţie ca valoarea maximă (minimă) a criteriului de optim adoptat în cadrul modelului să reprezinte o funcţie derivabilă în raport cu mărimile ce caracterizează relaţiile de balanţă ale producţiei şi consumului pentru fiecare categorie de resurse. Prin **e.o.** ale resurselor economice se înţeleg în acest caz derivatele parţiale corespunzătoare.

Utilizarea unor asemenea modele ca mijloace de analiză teoretică a dezvoltării optime a economiei socialiste permite să se determine noţiunea de **e.o.** pentru economia naţională în ansamblu, independent de faptul dacă întocmirea planului de perspectivă al economiei naţionale corespunde condiţiilor unor probleme de programare liniară sau convexă.

Noțiunea de evaluări obiectiv determinate pentru economia națională socialistă a fost introdusă de către L. V. Kantorovici pe baza modelelor liniare ale economiei naționale [1].

Ca exemplu de schemă generalizată a dezvoltării optime a economiei naționale poate servi modelul următor ((3), (4)):

Stările unui sistem economic în momentul de timp t ($t=0, 1, ..., T$) sînt descrise prin vectorii nenegativi x_t, în care fiecare componentă $x_{it}(i = 1, 2, ..., N)$ caracterizează existența resursei i în momentul t. Șirul de vectori x_t sau matricea (x_{it}) reprezintă un plan realizabil al economiei naționale, dacă se respectă anumite condiții care reflectă dependența stării economiei în fiecare moment de timp t de starea din momentul anterior $t-1$ și de existența în momentul t a mai multor resurse a căror cantitate poate fi considerată dată: toate resursele din momentul inițial t_0 și resursele naturale, inclusiv resursele umane, din momentele de timp următoare $t_1, t_2, ..., T$. Să admitem că (y_{it}) reprezintă matricea acestor resurse date, avînd coloanele $\mathbf{y}_0, \mathbf{y}_1, ..., \mathbf{y}_T$. Evident că $\mathbf{x}_0 = \mathbf{y}_0$, iar dependența fiecărui vector $\mathbf{x}_t$, care urmează după vectorul precedent $\mathbf{x}_{t-1}$, poate fi exprimată astfel:

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{x}'_t + \mathbf{y}_t, \tag{3}$$

$$\mathbf{x}'_t \in W(\mathbf{x}_{t-1}), \tag{4}$$

unde $\mathbf{x}'_t$ reprezintă resursele existente în momentul t, obținute ca urmare a activității economice anterioare. Întrucît resursele economice pot fi utilizate în moduri diferite, vectorul $\mathbf{x}'_t$ nu este determinat univoc de vectorul $\mathbf{x}_{t-1}$, ci trebuie să reprezinte unul din elementele mulțimii vectorilor W_t ale rezultatelor posibile ale utilizării resurselor $\mathbf{x}_{t-1}$. Mulțimea W_t este o funcție de vectorul $\mathbf{x}_{t-1}$ determinată de starea cunoștințelor tehnice în momentul t.

Planul realizabil (x_{it}) va fi optim dacă setul valorilor $\mathbf{x}'_t$, adică al procedeelor de utilizare a resurselor $\mathbf{x}_{t-1}$, este subordonat condiției de maximizare a funcției obiectiv u, prin care trebuie să înțelegem măsura în care planul corespunde obiectivelor societății (cu privire la funcția obiectiv pentru economia socialistă (→ *Criteriul de optim*). Un plan optim trebuie, deci, să satisfacă cerința:

$$u\,[(x_{it})] = \max. \tag{5}$$

Valoarea maximă a funcției obiectiv o vom nota prin $\bar{u}$. Dacă natura funcțiilor W_t și u este cunoscută, atunci mărimea $\bar{u}$ va fi funcție de matricea resurselor date: $\bar{u}[(y_{it})]$. Admițînd că această funcție este derivabilă se pot determina **e.o.**

$$v_{it}=\frac{\partial \bar{u}}{\partial y_{it}}\,. \tag{6}$$

Modificările unui element y_{it} al matricei resurselor date sînt echivalente, prin consecințele lor, cu o economisire sau cu o depășire a consumului la resursa i în momentul t. Derivatele parțiale $\frac{\partial \bar{u}}{\partial y_{it}}$ pot fi considerate de aceea niște rapoarte marginale între creșterile valorii optime a funcției obiectiv și economisirea sau depășirea consumului la o anumită resursă economică într-un moment dat. Așadar, **e.o.** (v_{it}) caracterizează importanța pentru societate a creșterii cantității diferitelor categorii de resurse economice, ca mijloace de atingere a obiectivelor puse în fața planului economiei naționale. Dacă se consideră ca funcție obiectiv a economiei socialiste satisfacerea maximă a nevoilor societății (în sensul larg al cuvîntului, incluzînd de pildă și cerințele apărării), atunci **e.o.** ale oricărei resurse economice, în orice moment, determină aportul la bunăstarea societății, care este legat de o mică creștere sau descreștere a stocului resursei respective.

Noțiunea de **e.o.** joacă un mare rol în teoria generală a funcționării optime a economiei socialiste. Compararea și alegerea diferitelor variante de măsuri economice și organizarea rațională a activității de-sine-stătătoare a diferitelor compartimente ale economiei socialiste, care asigură o concordanță cît mai mare între interesele fiecărei celule economice și interesele generale ale statului, impune comensurarea corectă a diferitelor categorii de resurse economice. O asemenea comensurare se realizează sub formă bănească pe baza sistemului de prețuri stabilit în mod planificat. Cu cît proporțiile prețurilor sînt mai apropiate de proporțiile **e.o.**, cu atît poate fi determinată cu mai multă exactitate importanța pentru economia națională a economisirii sau depășirii consumului la orice resurse economice, pot fi alese mai corect variantele de soluționare a diferitelor probleme economice, iar calitatea activității fiecărei unități economice poate fi reflectată mai exact de beneficiile sau pierderile respective. Dacă însă corelațiile dintre prețuri se deosebesc substanțial de corelațiile dintre evaluări, alegerea măsurilor, prin compararea în expresie bănească a cheltuielilor și rezultatelor, nu va corespunde sarcinilor optimizării economiei socialiste, iar interesele întreprinderilor cu autogestiune economică vor veni, în unele cazuri, în contradicție cu exigențele economiei naționale. Așadar, noțiunea de **e.o.** reprezintă punctul de pornire pentru analiza teoretică a problemelor așezării preţurilor, pentru determinarea metodelor de alegere a diferitelor variante de măsuri economice şi pentru elaborarea principiilor de organizare a gestiunii economice.

Planul optim şi **e.o.** care decurg din el sînt determinate de întregul ansamblu de condiţii ale producţiei sociale şi ale consumului. Este important de subliniat că un plan optim după criteriul satisfacerii maxime a necesităţilor societăţii este întotdeauna cel mai economicos, adică un plan care corespunde cerinţei minimizării cheltuielilor. Într-adevăr, dacă nivelul de satisfacere a necesităţilor sociale, asigurat de un plan oarecare, ar putea fi realizat cu consumuri mai mici din diferite resurse, atunci resursele economisite ar putea fi utilizate pentru sporirea dimensiunilor producţiei şi pentru o mai bună satisfacere a necesităţilor şi, ca atare, un asemenea plan n-ar fi optim (formularea riguroasă a teoremei respective în [3]). De aici decurge că apropierea preţurilor de proporţiile **e.o.**, contribuind la optimizarea economiei după criteriul satisfacerii maxime a necesităţilor societăţii, constituie în acelaşi timp un mijloc de realizare a legii economisirii maxime a muncii sociale.

E.o. ale diferitelor resurse economice sînt proporţionale cu *consumurile (cheltuielile) diferenţiale* necesare pentru obţinerea lor. Prin consum diferenţial al resursei i_0 în momentul t_0, pentru obţinerea produsului i în momentul t, se înţelege mărimea marginală a cantităţii suplimentare $\Delta_{i_0 t_0}$ din resursa t_0, care revine la o unitate de creştere mică Δ_{it} a resursei i, $\lim\limits_{\Delta_{it} \to 0} \frac{\Delta_{i_0 t_0}}{\Delta_{it}}$, cu condiţia ca celelalte premise ale planului să rămînă neschimbate, iar mărimea optimă a funcţiei obiectiv să fie fixată.

Dacă prin i_0 se subînţeleg resursele de muncă, atunci în modelul în care resursele de muncă sînt agregate (exprimate în unităţi de muncă *simplă*), vom ajunge la noţiunea de cheltuieli de muncă socialmente necesare diferenţiale.

Cele mai importante deosebiri între cheltuielile de muncă diferenţiale şi cheltuielile medii socialmente necesare, în sensul obişnuit al cuvîntului, consistă în următoarele:

1. cheltuiala diferenţială este o cheltuială marginală pentru creşterea unui anumit produs, şi nu o mărime medie determinată pentru întreaga masă de produs fabricat. Întrucît cheltuielile nu sînt proporţionale cu dimensiunile producţiei, mărimile respective se pot deosebi substanţial;
2. în cheltuielile medii socialmente necesare se includ munca vie şi munca materializată în mijloace de producţie, cheltuite nemijlocit pentru produsul respectiv, în timp ce cheltuielile diferenţiale reflectă modificările intervenite în cheltuielile de muncă în întreaga economie naţională, inclusiv cheltuielile *indirecte*. (Termenul îi aparţine lui L.V.

Kantorovici. V.V. Novojilov utilizează termenul de cheltuieli de conexiune inversă.) Prin acestea din urmă se înţelege creşterea cheltuielilor de muncă, legată de faptul că sporirea producţiei oricărui produs micşorează posibilităţile de utilizare a unor anumite mijloace de producţie (reproductibile şi nereproductibile) în alte sectoare ale economiei naţionale, ceea ce duce la utilizarea în aceste sectoare a unei tehnici mai puţin perfecţionate şi a unor resurse naturale mai puţin bune. Aşadar, cheltuielile de muncă socialmente necesare diferenţiale reflectă întregul ansamblu al conexiunilor de producţie şi de muncă din economia naţională.

Întrucît **e.o.** sînt proporţionale cu cheltuielile diferenţiale, corelaţiile lor trebuie să se deosebească de corelaţiile cheltuielilor de muncă socialmente necesare medii. Apropierea preţurilor de corelaţiile **e.o.** constituie un mijloc de minimizare a muncii socialmente necesare. Preţurile proporţionale cu **e.o.** şi implicit cu cheltuielile de muncă diferenţiale vor reflecta într-o măsură mai mare condiţiile care determină mărimea totală a cheltuielilor de muncă socialmente necesare în întreaga economie naţională, comparativ cu preţurile proporţionale cu cheltuielile de muncă medii.

A.L. Lurie

Bibl. → bibl. la *Rata eficienţei investiţiilor.*

Evidenţa şi analiza activităţii economice. Sistemul de evidenţă unitară a economiei naţionale socialiste cuprinde trei tipuri de evidenţă, legate între ele: operativă, contabilă şi statistică.

Evidenţa operativă reprezintă un mijloc de observare a desfăşurării proceselor de producţie şi a activităţii economice, nemijlocit în timpul săvîrşirii operaţiilor economice sau imediat după săvîrşirea lor. Ca exemple de evidenţă operativă în întreprinderi se pot da: evidenţa dispecerului privind producţia fabricată de diferite sectoare, secţii; evidenţa circulaţiei pieselor; evidenţa stocurilor tampon de producţie neterminată etc.

Evidenţa contabilă cuprinde toate operaţiile care reflectă mişcarea resurselor economice şi relaţiile economice ale întreprinderii (de decontare, de credit). Particularităţile acestei evidenţe sînt: a. utilizarea, în afara unităţilor de măsură naturale, a evaluării băneşti, care permite să se obţină date sintetice cu privire la mişcarea resurselor economice; b. fundamentarea cu documente justificative; toate operaţiile economice se înregistrează în documente contabile; c. evidenţa contabilă este continuă şi exhaustivă.

Evidenţa statistică reflectă latura cantitativă a fenomenelor sociale de masă în indisolubilă legătură cu latura lor calitativă. În întreprinderi, cu ajutorul evidenţei statistice, se obţin informaţii cu privire la indicatorii volumului producţiei cu privire la utilizarea timpului de muncă, îndeplinirea normelor de producţie, creşterea productivităţii muncii în diferite perioade de timp, atît pe diferite secţii, cît şi pe întreprinderi în ansamblu. Evidenţa statistică utilizează informaţiile evidenţei operative şi a celei contabile.

Îmbinarea organică a tuturor tipurilor de evidenţă este impusă în momentul de faţă şi de baza tehnică a evidenţei, alcătuită din maşini de calculat analitice şi electronice, oficii, staţii şi centre de calcul. Aceste staţii şi centre prelucrează întreaga informaţie cu privire la economia întreprinderilor şi furnizează informaţiile necesare atît pentru conducerea operativă, cît şi pentru întocmirea dărilor de seamă contabile şi statistice. Sistemul dărilor de seamă cu privire la activitatea de bază se utilizează atît în interiorul întreprinderii, cît şi în afara ei. Dările de seamă se înaintează pe următoarele canale principale: 1. organului tutelar — minister, direcţie de ramură, centrală; 2. organelor Băncii de Stat a U.R.S.S. (Gosbank) şi Băncii Unionale de Finanţare a Investiţiilor a U.R.S.S. (Stroibank) — pentru problemele de investiţii; 3. organelor statisticii de stat; 4. organelor financiare.

Obiectul analizei activităţii economice a întreprinderilor socialiste îl constituie economia acestora, adică relaţiile economice de producţie, considerate în interacţiune cu latura tehnică a producţiei, pe de o parte, şi cu politica economică a organelor de conducere — pe de altă parte. Economia întreprinderilor se studiază pe baza informaţiilor existente în planuri, în evidenţă, în dările de seamă şi în alte surse.

Se disting următoarele tipuri de analiză economică: 1. analiza curentă, operativă; 2. analiza îndeplinirii planului în perioadele de activitate planificate; 3. prognoza activităţii economice de producţie. Îndeplinirea sarcinilor de plan reprezintă criteriul fundamental de apreciere a activităţii de gestiune economică a întreprinderilor şi a compartimentelor sale. De aceea, analiza îndeplinirii planurilor constituie tipul fundamental de analiză economică.

În conformitate cu nivelul tehnicii de calcul utilizate, organizarea evidenţei mecanizate şi a analizei se realizează în oficii de calcul (*OC*), în staţii de calcul (*SC*) şi în centre de calcul (*CC*). Existenţa în momentul de faţă a centrelor de calcul în care se utilizează calculatoare electronice permite crearea sistemelor automatizate de conducere a întreprinderilor (*SACI*), care înglobează întregul complex de calcule tehnico-economice, efectuate în uzine şi fabrici. O secţiune obligatorie în cadrul *SACI* o constituie mecanizarea şi automatizarea evidenţei contabile, statistice şi operative. De regulă, nu există o secţiune pentru analiza economică complexă a activităţii economice şi de producţie în cadrul

SACI, ceea ce constituie un mare neajuns al sistemelor automatizate de conducere care se elaborează în prezent.

Mecanizarea complexă a evidenței cuprinde următoarele probleme principale: 1. mecanizarea evidenței valorilor materiale; 2. Mecanizarea evidenței muncii și a retribuției; 3. mecanizarea evidenței cheltuielilor pentru producție și realizarea producției; 4. mecanizarea evidenței producției finite și a realizării ei; 5. mecanizarea întocmirii dărilor de seamă. O completare obligatorie la evidența mecanizată complexă o constituie analiza mecanizată a activității economice.

În domeniul analizei economice, *SACI* trebuie să asigure:

1. informarea zilnică și periodică cu privire la indicatorii de bază: producția, livrarea și realizarea producției, livrările în cadrul cooperării, costuri, rentabilitate etc.;
2. evaluarea eficienței autogestiunii economice a întreprinderii industriale, a secțiilor, sectoarelor și brigăzilor;
3. reflectarea unor probleme speciale în conformitate cu cerințele serviciilor și compartimentelor funcționale ale administrației uzinei;
4. analiza complexă a activității economice și de producție pe principalele perioade de plan (an, trimestru, lună), care cuprinde toate secțiunile planului tehnic, de producție și financiar. Sistemul de analiză economică complexă pe baza utilizării calculatoarelor electronice are ca principal obiectiv estimarea corectă a activității de autogestiune economică a întreprinderilor și a compartimentelor acestora, descoperirea rezervelor de producție și a căilor de utilizare a acestora.

În momentul de față, căile principale de mecanizare și automatizare a analizei economice complexe sînt: 1. elaborarea unei liste a problemelor analizei economice complexe, a algoritmilor acestor probleme și a programelor la calculatorul electronic; 2. elaborarea și formularea problemelor matematice, care pot fi aplicate cu ocazia studierii economiei întreprinderii și a planificării optime a producției. Prima cale asigură mecanizarea și automatizarea așa-numitelor metode tradiționale de analiză economică. A doua cale își propune ca țel să optimizeze activitatea economică de producție, fiind o problemă fundamentală a analizei economice. Aici se utilizează diverse metode de programare matematică.

În practica analizei economice se utilizează pe scară largă metodele statisticii matematice, ale analizei de regresie și de corelație. Metodele de regresie se utilizează în analiza economică a mijloacelor circulante. Deosebit de frecvent se aplică metodele corelației simple și a corelației multiple la analiza influenței diverșilor factori asupra indicatorilor economici.

În ultima vreme, în analiza economică a activității economice și de producție a întreprinderilor se elaborează procedee care implică utilizarea teoriei jocurilor, a teoriei serviciilor de masă (teoria firelor de așteptare) și a altor capitole ale teoriei probabilităților. Prin utilizarea teoriei jocurilor, de pildă, se elaborează procedeele de organizare a controlului statistic, de alegere a sistemului de experimente științifice și economice. De teoria serviciilor de masă sînt legate metodele de studiere a servirii mașinilor-unelte și agregatelor de către muncitorii de la reparații, asigurarea utilajelor de producție cu materii prime etc. Metode bazate pe teoria serviciilor de masă se utilizează în analiza economiei comerțului, în transportul feroviar, auto și aerian.

A.D. Șeremet

Exactitatea informației. Mărimea Q, legată de probabilitatea apariției erorilor P_e într-un sistem informațional prin relația $Q = 1 - P_e$. Rezultatul *prelucrării datelor** într-un asemenea sistem, diferit de cel corect, este definit ca eroare.

Se pot distinge următoarele tipuri de erori: erori ale omului de știință (inginerului), care formulează și rezolvă problema respectivă; erori ale programatorului; erori ale operatorului; erori în informația de intrare (inițială); erori provocate de deranjamentele sau deteriorările mijloacelor tehnice ale sistemului de prelucrare a datelor; erori ale utilizatorilor sistemului. Nivelul necesar pentru **e.i.** se asigură prin controlul și corelația erorilor depistate. Există două tipuri fundamentale de control al **e.i.** într-un *sistem automatizat de conducere* (*SAC*)*: *controlul structural* (pe elemente) și *controlul prin program*. Controlul structural este legat de introducerea în componența SAC a unor elemente de control suplimentar. Controlul prin program constă în faptul că, la întocmirea procedurilor de prelucrare a datelor, în cuprinsul lor se prevăd operații suplimentare, care au o relație matematică sau logică cu algoritmul de prelucrare a datelor. Compararea rezultatelor acestor operații suplimentare cu rezultatele prelucrării datelor ne oferă posibilitatea de a stabili, cu o probabilitate dată, existența sau absența erorilor. Controlul prin program al **e.i.** joacă un rol decisiv în asigurarea unei funcționări sigure a SAC Se cunosc următoarele metode de control prin program: 1. metode de calcul (calculul repetat, controlul după metoda algoritmului „secționat“, ieșirea la rezultatul de control, obținerea unor totaluri de control, controlul înregistrărilor, metodele de control prin balanță); 2. metode matematice (procedeul substituției, verificarea cu ajutorul unor relații suplimentare, inclusiv a celor de corelație, verificarea valorilor marginale — metoda „furculiței“ (a amplitudinii) —, metoda prognozei statistice); 3. metode de control care utilizează redundanța informației (metoda cifrelor de control suplimentare, compararea diferitelor surse de date, metoda celor două puncte); 4. metode logice (verificări de sens, controlul după abateri, controlul succesiunii stabilite a înregistrărilor, controlul fundamentării aplicării termenilor unui masiv de date stabilit — metoda şabloanelor —, controlul timpului de rezolvare a problemelor la calculatorul electronic şi a periodicităţii rezultatelor furnizate, evaluarea de către experţi a datelor obţinute); 5. metode combinate şi alte metode (controlul după semne, metoda testelor de control, metoda programelor de control). Probabilitatea admisibilă a erorilor nedepistate la rezolvarea diferitelor clase de probleme economice variază de la 10^{-4} (problemele de planificare operativă a producţiei) la 10^{-6} (evidenţa contabilă).

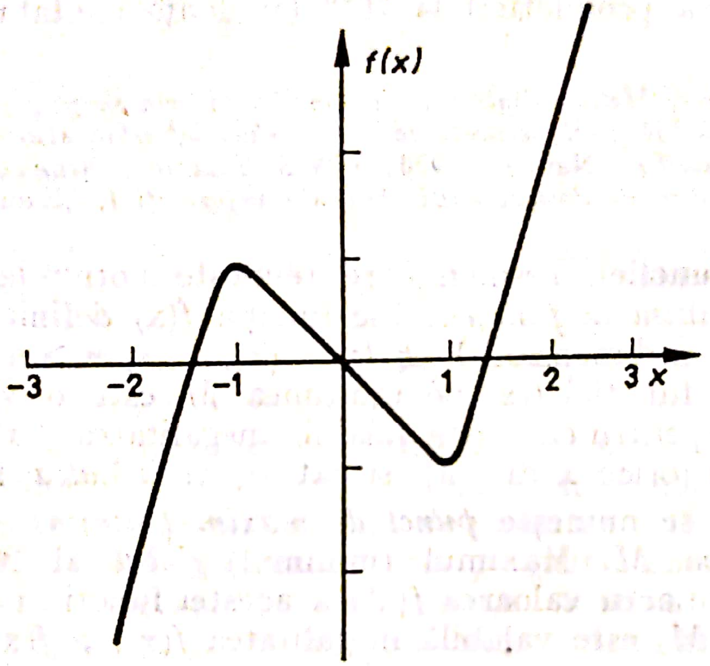
B.S. Kuţîk

Bibl. 1. A.M. Sidorov, *Metodî kontrolea elektronnîh ţifrovîh maşin*, „Sovietskoe radio", 1966; 2. B.S. Kuţîk, *Kontrol vernosti dannîh v ekonomiceskih sistemah*, în culegerea *Ekonomiceskaia semiotika*, „Nauka", 1970; 3. V.S. Sinavina, *Oţenka kacestva funkţionirovania ASU (Issledovanie dostovernosti obrabotki informaţii)*, „Ekonomika", 1973.

Extremum al funcţiei. Termen care reuneşte noţiunile de *maxim al funcţiei* şi de *minim al funcţiei*. Fie funcţia $f(\mathbf{x})$ definită pe mulţimea M din spaţiul n-dimensional $E_n(\mathbf{x} = (x_1, ..., x_n)n \geqslant 1)$. Un maxim (minim) *local* al funcţiei $f(\mathbf{x})$ pe mulţimea M este o valoare $f(\mathbf{x}^\circ)$ a acestei funcţii, pentru care este valabilă inegalitatea $f(\mathbf{x}^0 \geqslant f(x)$ $(f(\mathbf{x}^\circ) \leqslant f(\mathbf{x})]$, pentru orice $\mathbf{x}$ din M situat *în vecinătatea* lui $\mathbf{x}^\circ$ din M. Punctul $\mathbf{x}^0 \in M$ se numeşte *punct de maxim (minim) local* al funcţiei $f(\mathbf{x})$ în mulţimea M. Maximul (minimul) *global* al funcţiei $f(\mathbf{x})$ pe mulţimea M este acea valoarea $f(\mathbf{x}^\circ)$ a acestei funcţii, pentru care, oricare ar fi $\mathbf{x}$ din M, este valabilă inegalitatea $f(\mathbf{x}^\circ) \geqslant f(\mathbf{x})$ $(f(\mathbf{x}^\circ) \leqslant f(\mathbf{x})$. Punctul $\mathbf{x}^\circ \in M$ se numeşte *punct de maxim „minim" global* al funcţiei $f(\mathbf{x})$ pe mulţimea M. Evident că extremumul global este în acelaşi timp şi extremum local, reciproca nefiind însă în general adevărată. Funcţia $f(\mathbf{x})$ poate avea pe mulţimea M extremume locale şi să nu aibă pe ea un extremum global. De exemplu, funcţia $f(x) = x^3 - 3x$ (→ fig.) definită pe mulţimea tuturor numerelor reale, are pe această mulţime extremume locale: $f(-1) = 2$ — un maxim local ($x = -1$ fiind un punct de maxim local); $f(1) = -2$ — un minim local ($x = 1$ fiind un punct de minim local), dar nu are pe această mulţime nici un maxim global şi nici un minim global. Totuşi, pe mulţimea $M = \{x/-3 \leqslant x \leqslant 3\}$, funcţia $f(x) = x^3 - 3x$ are, pe lîngă extremume locale şi un maxim global în punctul $x = 3$ şi un minim în punctul $x = -3$. Se poate întîmpla ca pe mulţimea M funcţia să nu aibă nici extremume locale, nici extremume globale. De exemplu, pe mulţimea (1, 3) funcţia $f(x) = x^3 - 3x$ nu are nici un fel de extremum. Totuşi, continuitatea funcţiei $f(x)$ pe o mulţime M închisă şi mărginită garantează existenţa unui extremum global. Uneori, în literatură, în locul termenilor *local* și *global* se utilizează termenii *relativ* și *absolut*.

În unele probleme este necesar să determinăm extremumul funcției $f(\mathbf{x})$ luînd în considerare nu toate punctele mulțimii M, ci numai acelea care satisfac anumite condiții suplimentare date de un sistem de ecuații

$$g_i(\mathbf{x}) = b_i,\ i = 1, \ldots, m; \quad m < n. \tag{1}$$



Un punct $\mathbf{x}^0 \in M$ se numește punct de maxim (minim) local condiționat al funcției $f(\mathbf{x})$ pe mulțimea M dacă x° satisface sistemul 1 și este valabilă inegalitatea $f(\mathbf{x})^\circ \geqslant f(\mathbf{x})$ ($f(\mathbf{x}^\circ) \leqslant f(\mathbf{x})$ pentru orice $\mathbf{x}$ din M care satisface condițiile 1 și este învecinat cu $\mathbf{x}^\circ$. Atunci $f(\mathbf{x}^\circ)$ se numește *maxim (minim) local condiționat* al funcției $f(\mathbf{x})$ pe mulțimea M relativ la condițiile $g_i\ (\mathbf{x}) = b_i$, $i = 1, \ldots, m$. Se numește maxim (minim) global condiționat al funcției $f(\mathbf{x})$ pe mulțimea M relativ la condițiile (1) valoarea $f(\mathbf{x}^\circ)$ a acestei funcții pentru care $\mathbf{x}^\circ \in M$ și satisface sistemul (1) și pentru orice $\mathbf{x}$ din M care satisface condițiile (1) este valabilă inegalitatea $f(\mathbf{x}^\circ) \geqslant f(\mathbf{x})$ ($f(\mathbf{x}^\circ) \leqslant f(\mathbf{x})$). Atunci $\mathbf{x}^\circ \in M$ se numește punct de *maxim (minim) global condiționat al funcției* $f(\mathbf{x})$ pe mulțimea M relativ la condițiile (1).

Odată cu apariţia *programării matematice**, termenul de extremum condiţionat a început să fie utilizat şi în cazurile în care se examinează problema găsirii unui extremum (local sau global) al funcţiei $f(x)$ în prezenţa unor restricţii date sub formă de inegalităţi

$$g_i(x) \leqslant b_i, \ i = 1, \dots, p. \tag{2}$$

În problemele de programare matematică extremumul (atît local, cît şi global) al funcţiei $f(x)$ poate fi atins pe frontiera mulţimii date de sistemul de inegalităţi (2). În problemele de *programare liniară** extremumul global se atinge întotdeauna pe frontiera mulţimii admisibile.

I.V. Nit

F

Fluxuri financiare. În contabilitatea naţională (→*Conturile naţionale*) **f.f.** sînt operaţiile cu activele financiare, pe care le efectuează unităţile economice în decursul unei anumite perioade de timp. Analiza **f.f.** este legată de orientarea din domeniul contabilităţii naţionale, care este cunoscută sub denumirea de *sistem al fluxurilor de fonduri*. În cadrul acesteia se elaborează balanţa activelor şi pasivelor financiare ale fiecărui sector la începutul anului, modificările elementelor de activ şi de pasiv în decursul anului, adică **f.f.**, şi balanţa la sfîrşitul anului. **F.f.** pot constitui obiectul conturilor naţionale în absenţa balanţei de deschidere şi a celei de închidere. **F.f.** îşi găsesc reflectare în conturile sau tabelele de operaţii financiare şi se clasifică, de regulă, după criteriul lichidităţii (numerar, depozite în conturile curente, obligaţiuni, acţiuni etc.), iar uneori după instituţiile emitente (banca naţională, tezaurul, băncile comerciale ş.a.).

B.L. Isaev

Bibl. Statistika narodnogo bogatstva, narodnogo dohoda i naţionalnîie sceta, „Nauka", 1967.

Fonduri de producţie. Una din cele mai importante părţi ale avuţiei naţionale a unei ţări, totalitatea elementelor materiale utilizate de întreprinderile socialiste în procesul de producţie. Descrierea structurală a **f.p.** depinde de criteriul de clasificare adoptat. Din punctul de vedere al duratei de funcţionare în producţie şi implicit al caracterului transferării valorii asupra produsului finit, **f.p.** se subîmpart în fonduri fixe şi fonduri circulante.

F.p. fixe servesc procesul de producţie în decursul unei perioade îndelungate de timp în care îşi păstrează forma naturală şi, parţial, pe măsura uzurii, participă la formarea valorii produsului obţinut în anul respectiv. În practica evidenţei şi planificării din U.R.S.S., în **f.p.** fixe, pe lîngă mijloacele de muncă utilizate mai mult de un an, se includ, de asemenea, obiectele a căror valoare depăşeşte 50 de ruble pe o unitate, indiferent de durata lor de serviciu (cu excepţia maşinilor şi uneltelor agricole, a animalelor adulte de muncă şi de producţie, a păsărilor adulte şi a familiilor de albine). Sub aspectul componenţei lor materiale, **f.p.** fixe sînt reprezentate de un număr uriaş de mijloace de muncă extrem de variate. În conformitate cu destinaţia lor tehnică şi de producţie şi cu modul de reflectare în evidenţa statistică a întreprinderilor, se disting următoarele categorii mari de **f.p.** fixe (între paranteze se dă ponderea grupei respective în volumul total al fondurilor de producţie fixe din industria U.R.S.S. în anul 1971): *clădiri* (30%), *construcţii speciale* (21%), *dispozitive de transmisie* (9%), *maşini şi utilaje energetice* (8%), *maşini şi utilaje de lucru* (25%), *aparate şi dispozitive de măsură şi reglare şi aparatură de laborator* (1%), *mijloace de transport* (5%), *alte fonduri fixe* (1%).

Fondurile fixe noi date în funcţiune figurează în evidenţele întreprinderii la valoarea lor iniţială completă, caracterizată de nivelul efectiv al preţului obiectului respectiv în momentul construirii sau achiziţionării sale. Întrucît preţurile la diferitele categorii de mijloace de muncă se modifică în timp, fondurile fixe existente ajung să fie exprimate în preţuri din ani diferiţi. O asemenea evaluare neunitară creează anumite dificultăţi pentru analiza şi planificarea activităţii economice a întreprinderii, mai ales pentru calculul indicatorilor de eficienţă şi a reproducţiei fondurilor fixe. Pentru eliminarea acestor neajunsuri, periodic se efectuează reevaluări ale fondurilor fixe (în U.R.S.S. ultima reevaluare s-a efectuat potrivit situaţiei existente la 1 ianuarie 1972), în cursul cărora se determină valoarea de înlocuire completă a fondurilor fixe, care reflectă valoarea reproducţiei lor în condiţiile de la data reevaluării. În evidenţa statistică curentă, fondurile fixe apar la valoarea de bilanţ completă, care se formează prin adăugarea valorii iniţiale complete a fondurilor fixe înregistrate în evidenţa întreprinderii după reevaluarea lor la valoarea de înlocuire completă a fondurilor fixe care au fost supuse reevaluării. Întrucît valoarea completă nu ţine seama de acea parte a valorii care a fost pierdută de fondurile fixe în procesul funcţionării lor în producţie şi a fost transmisă produsului finit, această evaluare nu oferă o imagine fidelă a valorii reale (reziduale) a fondurilor fixe în fiecare moment dat. În legătură cu aceasta, valoarea iniţială şi valoarea de înlocuire se calculează de asemenea după scăderea uzurii.

Reproducţia simplă (înlocuirea) **f.p.** fixe se realizează pe seama *cotelor de amortizare;* reproducţia lărgită — pe seama *investiţiilor* şi parţial pe seama *fondului de amortizare.* Mărimea, structura pe categorii şi nivelul tehnico-economic ale **f.p.** fixe constituie caracteristici importante ale potenţialului de producţie al unei ţări.

Fondurile de producţie circulante au o durată scurtă de funcţionare, iar în cursul acesteia ele îşi modifică forma lor naturală şi îşi transmit integral valoarea produsului finit din anul respectiv. Conţinutul material al fondurilor circulante îl constituie obiectele muncii, care se află în sfera producției. În U.R.S.S., în scopul simplificării evidenței, se includ în categoria fondurilor circulante sculele și inventarul gospodăresc care se uzează rapid și a căror valoare nu depășește 50 de ruble. În componența fondurilor circulante intră (între paranteze se dă ponderea grupei respective volumul total al fondurilor de producție circulante din industria U.R.S.S. în anul 1971): *stocurile de producție* (70%), din care: materii prime, materiale de bază și semifabricate achiziționate (44%), materiale auxiliare (7%), combustibil solid și lichid (2%), ambalaje și materiale pentru ambalaje (3%), piese de schimb pentru reparații (4%), scule, inventar gospodăresc și alte obiecte de mică valoare și uzură rapidă (10%); *producția neterminată și semifabricatele* din producție proprie (24%); altele, inclusiv cheltuielile pentru perioadele viitoare (6%).

Fondurile circulante se formează din două surse: mijloacele proprii ale întreprinderii, atribuite acesteia cu ocazia constituirii, înregistrate în fondul său statutar și completate ulterior din beneficiul întreprinderii, precum și din mijloacele asimilate mijloacelor proprii (*pasivele stabile*) și mijloacele împrumutate (*creditele bancare*). Dimensiunile fondurilor circulante se normează pe unitatea de producție obținută.

I.N. Sadohin

Formalizare. Descriere a unei teorii cu conținut cu ajutorul unor mijloace formale, în primul rînd, în limbajul matematicii și al logicii formale; în formă desăvîrșită — un sistem formal sau calculul logic ca reprezentare a unei teorii cu conținut. **F.** este un puternic mijloc de cunoaștere științifică, care determină posibilitatea utilizării pe scară largă a aparatului logic deductiv și care permite verificarea caracterului *noncontradictoriu* și *completitudinea* propozițiilor inițiale, fundamentale ale teoriei (→ *Metoda axiomatică*) și reglementarea procedurii de deducere a consecințelor.

O **f.** deplină este posibilă numai dacă există o experiență bogată în ceea ce privește utilizarea metodelor matematice și logice în procesul de stabilire a teoriei formalizate. După desăvîrșirea **f.**, dezvoltarea teoriei însești este legată de studiul **f.** ei; înlocuirea unor premise inițiale cu altele este considerată ca o trecere la o teorie nouă (tocmai în acest sens se vorbește de trecerea de la geometria euclidiană la geometria lui Lobacevschi sau la cea a lui Riemann, de la mecanica lui Newton la teoria relativității etc.).

F. completă a unei teorii cu conținut este posibilă numai în cazurile simple. Pentru prima oară, K. Gödel, în 1931, a arătat că un sistem formal suficient de bogat este în mod necesar incomplet, adică conține propoziții al căror adevăr nu poate fi nici demonstrat, nici respins. Analiza caracterului de adevăr al unor asemenea propoziții poate fi efectuată în cadrul unei **f.** conținînd pe cea inițială (deși, la rîndul său, noua **f.** este de asemenea, în mod inevitabil, incompletă). În felul acesta, studiul **f.**, din punctul de vedere al completitudinii ei, indică direcțiile de extindere a teoriei inițiale.

În științele în care experiența utilizării mijloacelor matematice și ale logicii formale nu este suficient de bogată (așa sînt, în particular, economia și sociologia), accentul se pune nu atît pe analiza logică a unor **f.** încheiate, ci mai ales pe alegerea mijloacelor formale care permit să se construiască modele abstracte adecvate obiectului teoriei. Analiza caracterului adecvat se face pe două căi: în primul rînd, pe cale deductivă se obțin diferite consecințe ale premiselor inițiale și se compară cu reprezentările neformalizate privind obiectul; în al doilea rînd, dacă construcția formală admite o realizare numerică (plan, prognoză etc.), cu ajutorul experimentului. În acest din urmă caz caracterul neadecvat al rezultatului experimentului față de datele reale se poate datora erorilor din materialul experimentului (informația inițială sau de control etc.).

Deși la stabilirea **f.** problematica diferă evident de cea interioară, nu sînt rare încercările de a se explica caracterul neadecvat al modelului față de obiect ca urmare a homomorfismului reflectării sale de către subiectul modelării *(→ Model)* și prin incompletitudinea formal logică a limbii în care se face descrierea *(→ Principiul complementului extern)*.

În prezent are loc o dezvoltare intensă a metodelor economico-matematice care trebuie să devină baza construirii unor **f.** profunde ale teoriilor economice. Există de pe acum o serie de **f.** în acest domeniu (în cadrul teoriei jocurilor, al programării matematice, al teoriei probabilităților și al altor discipline matematice); deocamdată însă, ele nu sînt suficient de convingătoare în ceea ce privește premisele inițiale și gradul de elaborare a deductibilității.

V.I. Danilov-Danilian

Bibl. 1. A. Tarski, *Introduction to Logic and to Methodology of the Deductive Sciences*, Oxford University Press, 1941; 2. A. Subbotin, *Formalizația, Filosofskaia ențiklopedia*, v. 5, Izd. „Sovietskaia ențiklopedia", 1970.

Formarea prețurilor. Mecanismul de așezare a prețurilor, ale cărui caracteristici sînt în întregime determinate de natura sistemului social-economic și de condițiile de organizare a conducerii economiei naționale.

Economiștii burghezi au formulat o serie de teorii, care descriu principiile și mecanismul de f.p. pe piața capitalistă în condițiile liberei concurențe (a concurenței „perfecte"), precum și în condițiile monopolizării parțiale sau totale a producției și a realizării producției (A. Smith, D. Ricardo, A. Marshall, L. Walras, E. Chamberlin ș.a.).

O concepție cu adevărat științifică asupra **f.p.** a fost elaborată de știința economică marxist-leninistă și se întemeiază pe teoria marxistă a valorii bazate pe muncă.

Pe baza ei, în știința economică sovietică a fost creată pentru prima dată teoria *formării planificate a prețurilor.* Prețul este considerat ca un parametru de comandă planificat, care reprezintă pentru unitățile economice un punct de reper (un normativ) în evaluarea rezultatelor activității lor de producție. În economia socialistă, prețul planificat constituie instrumentul de bază pentru compararea cheltuielilor și rezultatelor la nivelul unei unități cu gestiune economică. Dacă *stimularea** economică se realizează pe baza acestui principiu, atunci **f.p.** apare ca un element organic esențial al sistemului de conducere, care îmbină centralismul cu autonomia de gestiune economică în sfera adoptării deciziilor economice. Prin intermediul informației privind prețurile în economia socialistă se fundamentează nu decizii economice globale, ci are loc estimarea activității economice curente la nivelul micro. Prețul este o evaluare socială a proceselor microdinamice ale vieții economice.

Concepțiile privind formarea planificată a prețurilor se deosebesc între ele, în general, prin încărcătura informațională, pe care trebuie s-o poarte prețurile, ceea ce, la rîndul său, reflectă deosebirile între punctele de vedere asupra rolului prețurilor în mecanismul conducerii planificate a economiei naționale. Întrucît prețul apare ca unul dintre elementele sistemului de conducere, rolul său nu poate rămîne neschimbat în toate etapele dezvoltării economice. Așa se explică faptul că de-a lungul istoriei economice a statului sovietic, în diverse situații, au fost promovate diverse concepții asupra **f.p.**

În anii '30 a fost formulată și promovată cu consecvență concepția cu privire la existența a două niveluri ale prețurilor. Modelul sistemului de prețuri cu două niveluri se prezintă, în linii generale, sub forma următoare:

$$z_i^1 = [c_i + v_i(1 + \alpha)] \cdot (1 + r_i),$$

$$z_i^2 = z_i^1 + h_i + S_i,$$

unde z_i^1 reprezintă prețul cu ridicata al întreprinderii (prețul nivelului întîi) al produsului i;

z_i^2 — preţul cu ridicata al industriei (preţul nivelului al doilea) al produsului i;
c_i — cheltuielile materiale medii pe ramură (inclusiv amortizarea) pentru producţia produsului i;
v_i — nivelul mediu pe ramură al retribuţiei, care revine la o unitate de produs i;
α — nivelul contribuţiei la fondurile de asigurări sociale;
r_i — nivelul rentabilităţii pe ramură, stabilit de obicei între 3 şi 6% din costul mediu pe ramură;
h_i — cota de impozit pe circulaţia mărfurilor, stabilită fie ca o mărime fixă (în ruble) pe o unitate de produs i, fie în procente la preţul cu amănuntul, fie ca diferenţă $z_i^2 - z_i^1 - S_i$;
S_i — rabatul în favoarea organizaţiilor de desfacere din comerţul cu ridicata.

Într-o serie de cazuri se considera ca preţ de nivelul al doilea (z_i^2) preţul cu amănuntul. În acest caz la S_i se adăuga şi rabatul comercial cu amănuntul.

Sistemul celor două niveluri ale preţurilor a fost orientat în direcţia prelevării centralizate maxime a venitului net al societăţii la bugetul de stat (prin impozitul pe circulaţia mărfurilor şi prin cotele-părţi defalcate din beneficii). Acest sistem corespundea sarcinilor repartizării centralizate a investiţiilor între ramuri în perioada modificării rapide a proporţiilor existente în economia naţională, precum şi în perioada războiului şi în cea de refacere postbelică. Funcţiile de comandă ale preţurilor se reduceau, în condiţiile sistemului de preţuri cu două niveluri, la stimularea reducerii cheltuielilor curente în cadrul resurselor de investiţii şi de materii prime şi materiale, puse la dispoziţie în mod centralizat. Încărcătura informaţională a preţurilor de la nivelul întîi avea un caracter limitat. Aceste preţuri (preţurile cu ridicata ale întreprinderilor) apăreau, în esenţă, ca nişte normative, care caracterizau abaterile costului efectiv de la costul mediu pe ramură.

În condiţiile perfecţionării sistemului de planificare şi de stimulare economică, ale cărui orientări fundamentale au fost formulate la Plenara C.C. al P.C.U.S. din septembrie 1965, practica **f.p.** a trecut la un nou model de aşezare a preţurilor în industrie. Modelul preţului, realizat în cursul revizuirii preţurilor cu ridicata din anul 1967, include costurile, taxa pentru fondurile de producţie, care reprezintă 6% din valoarea lor, mijloacele necesare pentru formarea fondurilor de stimulare economică în toate întreprinderile care funcţionează normal. Nivelul rentabilităţii în preţurile cu ridicata ale întreprinderilor a crescut de 4—5 ori în comparaţie cu modelul anterior al preţurilor. Aceasta a asigurat apropierea celor două niveluri ale preţurilor şi reducerea relativă a rolului impozitului pe circulaţia mărfurilor ca factor de acumulare a venitului net al societăţii.

În procesul dezvoltării teoriei preţului de plan, economiştii sovietici au formulat o serie de concepţii asupra **f.p.** Aceste concepţii se deosebesc între ele, în general, după numărul factorilor luaţi în consideraţie cu ocazia formării nivelului preţului de plan. Cele mai importante dintre aceste concepţii sînt următoarele:

1. stabilirea preţurilor după „valoare“ sau proporţional cu consumul de muncă pentru obţinerea produselor (S.G. Strumilin, I.I. Doroşin ş.a.);
2. stabilirea preţurilor proporţional cu costul mediu pe ramură (D.D. Kondraşev);
3. stabilirea preţurilor pe baza modelelor preţului de producţie sau a cheltuielilor recalculate $C + E_nK$, unde C este costul, E_n — normativul eficienţei investiţiilor, K — volumul investiţiilor pe unitatea de produs (Z.V. Atlas, L.A. Vaag, I.S. Malîşev, V.D. Belkin ş.a.).

Fiecare dintre concepţiile menţionate are o serie de variante. Toate însă pornesc de la faptul că întregul volum al producţiei fabricate va fi realizat fără piedici şi în întregime la preţurile corespunzătoare. De aceea, problema **f.p.** se reduce la o evidenţă cît mai precisă a costurilor la volumul şi nomenclatura de produse planificate, a căror determinare corectă este postulată, adică este introdusă exogen în problemă.

Pe lîngă concepţiile care pun costurile la baza **f.p.**, în ultima vreme a căpătat o largă răspîndire concepţia potrivit căreia eficienţa consumului produselor este un factor esenţial al **f.p.** şi o mărime normativă în vederea estimării importanţei sociale (a necesităţii sociale) a cheltuielilor de muncă individuale. Principiile şi procedeele de construire a unor asemenea preţuri se descriu matematic ca o soluţie a unei probleme duale de *programare matematică**. Această concepţie a căpătat denumirea de concepţie a preţurilor planului optim. Bazele ei au fost elaborate de către L.V. Kantorovici, V.V. Novojilov, A.L. Lurie. Preţurile planului optim se obţin concomitent cu rezolvarea problemei de plan, adică cu aflarea relaţiei optime dintre posibilităţile de producţie şi necesităţile sociale. Ele arată în ce măsură se va modifica nivelul de satisfacere a necesităţilor în condiţiile unei mici modificări a mărimii unei anumite resurse, care a intrat în restricţiile problemei de plan. Eficienţa utilizării unor resurse este determinată de intensitatea necesităţii a cărei satisfacere se urmăreşte şi de volumul resurselor respective. De aceea, preţul optim, considerat în mod static, reflectă nivelul de deficit al unor resurse, iar în dinamică, nivelul admisibil marginal al cheltuielilor pentru reproducţia lor.

N.I. Petrakov

Bibl. 1. V.S. Nemcinov, *Obșcestvennaia stoimosti i planovaia țena*, „Nauka", 1970; 2. L.V. Kantorovici, *Calculul economic al folosirii optime a resurselor*, Ed. științifică, 1967; 3. V.V. Novojilov, *Măsurarea cheltuielilor și rezultatelor în planificarea optimă*, Ed. științifică, 1969; 4. V.D. Belkin, *Țenî edinovo urovnea i ekonomiceskie izmerenia na ih osnove*, Ekonomizdat, 1963; 5. *Tovarno-denejnîie otnoșenia v sisteme planomerno organizovannogo soțialisticeskogo proizvodstva*, Izd. MGU, 1971.

Formarea (fixarea) scopurilor în sistemele economice. Orientare nouă a cercetărilor în știința economică sovietică, care își propune să pună în evidență legile care guvernează formarea scopurilor în societatea socialistă, pe baza acțiunii legilor economice ale socialismului, și elaborarea mecanismelor economice și organizatorice pentru atingerea cu maximă eficiență a acestor scopuri. Această orientare de cercetare se întemeiază pe complexul de concepte ale sistemelor economice și face un larg apel la aparatul analizei sistemice și al modelării economico-matematice.

Misiunea practică a acestei orientări este proiectarea și implementarea unor sisteme de conducere care să contribuie la o formulare clară a scopurilor dezvoltării, capabile să realizeze o analiză sistematică și corectarea acestor scopuri, să le dea o evaluare cantitativă și să realizeze întregul complex de lucrări al stadiului de fixare a scopurilor în cadrul planificării. Se elaborează problemele legăturilor dintre scopurile ramurilor, ale centralelor de producție și ale întreprinderilor și scopurile de dezvoltare a întregii economii naționale și ale creării, pe această bază, a unui complex închegat de indicatori de planificare, evidență și stimulare economică.

I.I. Cerneak

Formă pătratică. Polinom omogen de gradul 2 în raport cu n variabile $x_1, x_2, \ldots, x_n$ (→ *Funcție omogenă*). Ea poate fi întotdeauna reprezentată sub forma $f(\mathbf{x}) = \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}x_i x_j$ astfel ca matricea pătrată $\mathbf{A} = (a_{ij}), i, j = 1, \ldots, n$ să fie simetrică. Matricea pătrată $\mathbf{A}$ se numește *matrice a formei pătratice* $f(\mathbf{x})$. **F.p.** de două variabile x_1 și x_2 se scrie $f(\mathbf{x}) = a_{11}x_1^2 + 2a_{12}x_1x_2 + a_{22}x_2^2$, iar matricea ei

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{12} & a_{22} \end{pmatrix}.$$

Se spune că **f.p.** are o formă diagonală canonică dacă matricea ei este diagonală, adică dacă $f(\mathbf{x}) = a_1x_1^2 + a_2x_2^2 + \ldots + a_nx_n^2$. Dacă $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$

este un vector linie şi $\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$ este un vector coloană, atunci **f.p.** f(**x**) cu matricea **A** poate fi scrisă sub forma $f(\mathbf{x}) = \mathbf{xAx}'(\mathbf{xAx}' = (\mathbf{x}, \mathbf{Ax}') = (\mathbf{xA}, \mathbf{x}'))$.

Se numeşte rang al **f.p.** rangul r al matricei **A**. Dacă $r = n$, **f.p.** se numeşte *nedegenerată*. În caz contrar, $(r \leqslant n)$, ea se numeşte *degenerată*. În forma canonică a **f.p.**, numărul de coeficienţi diferiţi de zero este egal cu rangul ei.

Dacă supunem necunoscutele $x_1, x_2, \ldots, x_n$ unei transformări liniare $x_i = \sum_{k=1}^{n} q_{ik}z_k (i = 1, \ldots, n)$ cu matricea $Q = (q_{ik})$, i, k = 1, ..., n, atunci **f.p.** pe care o obţinem va avea matricea $\mathbf{B} = \mathbf{Q}'\mathbf{AQ}$, în care $\mathbf{Q}'$ este transpusa matricei **Q**. În cazul unei transformări liniare nedegenerate, rangul **f.p.** nu se schimbă. Teorema fundamentală privind **f.p.** spune: orice **f.p.** poate fi redusă la forma canonică printr-o transformare liniară nedegenerată.

Întotdeauna, o **f.p.** $f(\mathbf{x}) = \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}x_i x_j$ cu coeficienţi egali $a_{ij}, i, j, = 1, \ldots, n$ poate fi redusă la forma canonică printr-o transformare ortogonală. În acest caz coeficienţii formei canonice a **f.p.** $f(\mathbf{z}) = \lambda_1 z_1^2 + \lambda_2 z_2^2 + \ldots + \lambda_n z_n^2$ vor fi numerele proprii (luînd în considerare multiplicitatea) ale matricei simetrice **A** a **f.p.** Dacă matricea **A** este pozitiv semidefinită (→ *Matrice pătrată*), atunci coeficienţii formei canonice sînt nenegativi. În cazul în care matricea **A** este *pozitiv definită*, **f.p.** $f(\mathbf{x})$ se numeşte *pozitiv definită* şi pentru $\mathbf{x} \neq 0$ are numai valori pozitive, coeficienţii formei canonice fiind pozitivi.

Transformarea ortogonală, care duce la forma canonică, se numeşte *reducerea la axele principale*. Această denumire se datoreşte faptului că ecuaţia suprafeţei cu centru de gradul doi $\sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}x_i x_j = C$ ($C \neq 0$ este o constantă), printr-o transformare ortogonală a variabilelor, ia forma canonică

$$\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i \frac{z_i^2}{a_i^2} = 1, \ \varepsilon_i = \pm 1, \ i = 1, \ldots, n.$$

Dacă privim $x_1, x_2, \ldots, x_n$ drept coordonatele unui vector într-o bază (ortonormată) din spaţiul euclidian n-dimensional E_n, atunci $z_1, \ldots, z_n$ vor fi coordonate în noua bază (ortogonală) a aceluiaşi spaţiu, „rotirea axelor“ realizîndu-se prin transformarea ortogonală. Noile axe de coordonate sînt axe de simetrie ale suprafeţei de gradul doi şi se numesc *axe principale* ale acestei suprafeţe. În cazul în care suma unei **f.p.**, a unei forme liniare şi a unei constante $\sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}x_i x_j + \sum_{i=1}^{n} a_i x_i + a_{n+1}$ este funcţia obiectiv a unei probleme de extremum cu restricţii liniare, avem o problemă de *programare pătratică**.

S.V. Aleşin

Bibl. A.I. Malţev, *Osnovî lineinoi alghebrî*, „Nauka", 1970.

Funcţia lui Lagrange. Joacă un rol important atît în analiza teoretică a *problemelor de extremum**, cît şi în elaborarea a numeroase metode de rezolvare a acestora.

Fie date funcţia obiectiv f($\mathbf{x}$) şi funcţiile $g_i(\mathbf{x})$ $(i = 1, 2, \ldots, m)$ făcînd parte din restricţii, definite pe mulţimea $M \subseteq E_n$.

1. Pentru problema de extremum cu restricţii sub forma de egalităţi $(g_i(\mathbf{x}) = 0, i = 1, \ldots, m \leq n)$ *funcţia lui Lagrange* $L(\mathbf{x}, \mathbf{v})$ are forma $L(\mathbf{x}, \mathbf{v}) = f(\mathbf{x}) + \sum_{i=1} v_i g_i(\mathbf{x})$. „Ponderile" v_i ale funcţiilor $g_i(\mathbf{x})(i = 1, \ldots$ $\ldots m)$ se numesc *multiplicatorii lui Lagrange*.

Teoremă. Fie $\mathbf{x}^0$ un punct de extremum local al funcţiei $f(\mathbf{x})$ condiţionat de restricţiile $g_i(\mathbf{x}) = 0$ $(i = 1, \ldots, m < n$ aparţinînd mulţimii M împreună cu o vecinătate oarecare ε a sa, funcţiile $f(\mathbf{x})$ şi $g_i(\mathbf{x})$ $(i = 1, \ldots, m)$ derivabile în această vecinătate, în matricea $(m \times n)$

$$\begin{pmatrix} g_{1x_1}(\mathbf{x}^0) \ldots g_{1x_n}(\mathbf{x}^0) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ g_{mx_1}(\mathbf{x}^0) \ldots g_{mx_n}(\mathbf{x}^0) \end{pmatrix}$$

existînd cel puţin un minor nenul de ordin m (adică gradienţii $g'_1(\mathbf{x}^0), \ldots$ $\ldots, g'_m(\mathbf{x}^0)$ sînt liniar independenţi) derivatele parţiale $g_{ix_j}(\mathbf{x})$ care fac parte din acest minor fiind continue în punctul $\mathbf{x}^0$. Atunci gradientul $f'(\mathbf{x}^0)$ este o combinaţie liniară a gradienţilor $g'_1(\mathbf{x}^0), \ldots, g'_m(\mathbf{x}^0)$, adică există o colecţie unică de numere $v_1^0, \ldots, v_m^0$, astfel că

$$f'(\mathbf{x}^0) + v_1^0 g'_1(\mathbf{x}^0) + \ldots + v_m^0 g'_m(\mathbf{x}^0) = 0.$$

Dat fiind că $g_1(\mathbf{x}^0) = 0, \ldots, g_m(\mathbf{x}^0) = 0$, partea finală a teoremei poate fi reformulată astfel: atunci există o singură colecţie de numere $v_1^0, \ldots, v_m^1$, astfel că punctul $(\mathbf{x}^0, \mathbf{v}^0) = (x_1^0, \ldots, x_n^0, v_1^0, \ldots, v_m^0)(\mathbf{x}^0$ este un punct de extremum local condiţionat al funcţiei $f(\mathbf{x})$ restricţiile fiind $g_i(\mathbf{x}) = 0$ $(i = 1, \ldots, m < n))$ satisface sistemul de $n + m$ ecuaţii

$$\frac{\partial L(\mathbf{x}, \mathbf{v})}{\partial x_1} = 0, \ldots, \frac{\partial L(\mathbf{x}, \mathbf{v})}{\partial x_n} = 0, \ \frac{\partial L(\mathbf{x}, \mathbf{v})}{\partial v_1} = 0, \ldots, \frac{\partial L(\mathbf{x}, \mathbf{v})}{\partial v_m} = 0 \qquad (1)$$

cu $n + m$ necunoscute $x_1, \ldots, x_n, v_1, \ldots, v_m$, adică $(\mathbf{x}^0, \mathbf{v}^0)$ este un punct critic al **f.L.** $L(\mathbf{x}, \mathbf{v}) = f(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^{m} v_i g_i(\mathbf{x})$, sau punctul unui posibil extremum local *necondiționat* al **f.L.** Trebuie să precizăm că punctul critic $(\mathbf{x}^0, \mathbf{v}^0)$ al **f.L.** nu trebuie să fie în mod obligatoriu un punct de extremum local *necondiționat* al funcției $L(\mathbf{x}, \mathbf{v})$ chiar și în cazul în care $\mathbf{x}^0$ este un punct de extremum local al funcției $f(x)$ condiționat de restricțiile $g_i(\mathbf{x}) = 0$ $(i = 1, \ldots, m < \mathrm{n})$.

Inegalitatea $L(\mathbf{x}, \mathbf{v}^0) \leq L(\mathbf{x}^0, \mathbf{v}^0)$(în cazul problemei maximizării), banal adevărată pentru **x** satisfăcînd restricțiile $g_i(\mathbf{x}) = 0$ $(i = 1, \ldots, m < n)$ într-o vecinătate oarecare a punctului $\mathbf{x}^0$, poate să nu fie satisfăcută pentru toți **x** dintr-o vecinătate (oricît de mică dar fixă) a punctului $\mathbf{x}^0$, astfel că punctul $(\mathbf{x}^0, \mathbf{v}^0)$ poate să nu fie un punct șa nici măcar în vecinătatea punctului $\mathbf{x}^0$; inegalitatea la dreapta $L(\mathbf{x}^0, \mathbf{v}^0) \leq L(\mathbf{x}^0, \mathbf{v}^0)$ a punctului șa este banal adevărată, deoarece $L(\mathbf{x}^0, \mathbf{v}^0) = L(\mathbf{x}^0, \mathbf{v}^0) = f(\mathbf{x}^0)$.

Teorema de mai sus oferă o metodă de găsire a unui extremum local al funcției $f(\mathbf{x})$ condiționat de restricțiile $g_i(\mathbf{x}) = 0$ $(i = 1, \ldots, m < n)$. Această metodă (propusă de Lagrange la sfîrșitul secolului al XVIII-lea) constă în următoarele:

1) se formează **f.L.**

$$L(\mathbf{x}, \mathbf{v}) = f(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^{m} v_i g_i(\mathbf{x})\,;$$

2) se identifică toate punctele critice ale funcției $L(\mathbf{x}, \mathbf{v})$, adică se rezolvă sistemul de ecuații (1);

3) dintre punctele critice ale funcției $L(\mathbf{x}, \mathbf{v})$, luate fără coordonatele $v_1, \ldots, v_m$, se aleg punctele în care funcția $f(\mathbf{x})$ are extremumuri locale condiționate de restricțiile $g_i(\mathbf{x}) = 0$, $i = 1, \ldots, m < n$. Această alegere se realizează, de exemplu, prin aplicarea condițiilor suficiente ale extremumului local condiționat [1].

Cazul general ($m \leqslant n$, gradienții $g_1'(\mathbf{x}^0), \ldots, g_m'(\mathbf{x}^0)$ liniar dependenți) este examinat în [2].

Metoda lui Lagrange prezintă nu numai un mare interes teoretic, ci poate fi utilizată și pentru rezolvarea unor probleme concrete care conduc la sisteme de forma (1) pentru care există procedee de calcul eficiente. Deocamdată însă nu există metode de calcul universale pentru rezolvarea numerică a unor sisteme de ecuaţii neliniare şi, în particular, a unor sisteme de forma (1). Există şi o serie de alte obstacole în calea aplicării metodei lui Lagrange pentru rezolvarea unor probleme practice (problema examinării tuturor extremumurilor locale condiţionate găsite în scopul identificării extremumului celui mai mare sau celui mai mic, problema existenţei unor extremumuri locale condiţionate şi a absenţei unor extremumuri condiţionate globale. → *Probleme multiextremale*).

2. Pentru problema de extremum (pentru fixarea ideilor vom folosi problema maximizării) cu restricţii sub formă de inegalităţi ($g_i(\mathbf{x}) \geqslant 0$, $i = 1, \dots, m$), **f.L.** are forma:

$$L(\mathbf{x}, \mathbf{v}) = \mathrm{f}(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^{m} v_i g_i(\mathbf{x}),$$

în care multiplicatorii lui Lagrange $v_i \geqslant 0$, $i = 1, \dots, m$.

Metoda lui Lagrange a fost generalizată la o clasă particulară de probleme de extremum cu restricţii sub formă de inegalităţi. Generalizarea a constat în faptul că, în anumite condiţii, problema de extremum poate fi redusă la o problemă de găsire a punctului şa al **f. L.** (→ *Programarea convexă*). În multe cazuri problema găsirii punctului şa se poate rezolva mai uşor decît problema iniţială de extremum.

I.N. Ceremnîh

Bibl. 1. V.A. Ilin, E.G. Pozneak, *Osnovi matematiceskogo analiza*, „Nauka", 1971; 2. J. Hadley, *Nonlinear and Dinamic Programming*, Addison-Wesley, 1964; 3. W.I. Zangwill, *Nonlinear Progamming: A Unified Approach*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1969.

Funcţie obiectiv. În probleme extremale, este funcţia al cărei minim sau maxim urmează să fie găsit. De obicei, valorii extremale a **f.o.** îi corespunde soluţia optimă (a unui plan, a unui comportament). Astfel, în modelul comportamentului raţional al consumatorului aflat în condiţiile unor preţuri fixe $p \in \varepsilon_n$ şi ale venitului s, **f.o.** este funcţia de utilitate $\mathrm{u}(\mathbf{x})(\mathbf{x} \in \varepsilon_n)$ definită pe condiţiile de consum $\mathbf{x} \geqq 0$, $(\mathbf{p}, \mathbf{x}) \leq s$.

Se deosebesc **f.o.** liniare, neliniare, convexe etc. Dacă mulţimea admisiblă a problemei extremale este o mulţime din spaţiul infinit dimensional, în locul termenului **f.o.** se foloseşte cel de funcţională obiectiv. În problemele de comandă optimă, care conţin condiţii de forma

$$\frac{\mathrm{d}x_i}{\mathrm{d}t} = f_i(\mathbf{x}, \mathbf{w}, \mathbf{t})x_i(0) = x_i^0,\ \mathrm{t} \in [0, \mathrm{T}],\ \mathbf{w} \in \mathbf{W},\ i = 1, \dots, n,$$

în care $\mathbf{w} = \mathbf{w}(t)$ este comanda, funcţionala obiectiv se poate da sub forma timpului T de trecere a sistemului din starea $\mathbf{x}^0$ în starea $\mathbf{x}^T (T =$

$= \min)$, sub forma integralei $\int_0^T \varphi(\mathbf{x}, \mathbf{w}, t)\mathrm{d}t$ sau sub forma unei funcţii oarecare a stării finale $\Phi(\mathbf{x}(T))$ etc. În problemele de extremum stochastice se utilizează, de obicei, ca **f.o.** fie speranţa matematică, fie probabilitatea de a obţine un anumit efect. Fără îndoială că forma **f.o.** determină comportamentul optim. În practică însă, fiecare problemă de extremum poate fi înlocuită cu o formă echivalentă avînd o altă **f.o.**, dar cu acelaşi comportament optim. În particular, problema de extremum avînd forma $\mathbf{x} \in \Omega$, $f(\mathbf{x}) = \max$, în care Ω este o submulţime a spaţiului n-dimensional ε_n, $\mathbf{x}$, un vector, iar $f(\mathbf{x})$ — **f.o.**, poate fi redusă la o problemă de extremum cu **f.o.** liniară:

$$\mathbf{x} \in \Omega,\ x_{n+1} \leqslant f(\mathbf{x}),\ z = \mathrm{x}_{n+1} = \max.$$

În mod analog, multe probleme de comandă optimă pot fi transformate într-o formă echivalentă, dacă funcţionala obiectiv a acestora reprezintă o funcţie liniară de starea sistemului în momentul final: $z = (\mathbf{c}, \mathbf{x}, (\tau))$. La unele probleme de extremum, **f.o.** poate să nu fie formulată explicit (de exemplu, poate fi dat numai gradientul ei). Chiar şi asemenea probleme pot avea o soluţie optimă, care se determină printr-un anumit procedeu. Problema construirii **f.o.** în modelele de planificare sau funcţionare optimă are o uriaşă importanţă *(→ Criteriu de optim)*, deoarece planurile optime ale subunităţilor economice se pot găsi prin rezolvarea problemelor de extremum respective.

I.N. Gavrileţ

Funcţie omogenă de gradul ρ ($\rho \in E_1$) pe mulţimea M din spaţiul n-dimensional E_n*(→ Spaţiu n-dimensional)*. Este o funcţie $\mathrm{f}(\mathbf{x})$ definită pe mulţimea M, astfel încît pentru orice punct $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n)$ din M şi pentru orice număr t, pentru care punctul $t\mathbf{x}(tx_1, \ldots tx_n)$ aparţine lui M, are loc egalitatea $f(tx_1, \ldots, tx_n) = t^{\rho} f(x_1, \ldots, x_n)$. Dacă funcţia omogenă $\mathrm{f}(\mathbf{x})$ de gradul ρ este un polinom de variabile $x_1, \ldots, x_n$, ea se numeşte *formă de gradul* ρ în $x_1, \ldots, x_n$. Forma *de gradul unu* $\mathrm{f}(\mathbf{x}) = a_1x_1 + \ldots + a_nx_n$ (sau $f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{n} a_ix_i$) se numeşte *formă liniară*, forma *de gradul doi* $f(\mathbf{x}) =$

$$= a_{11}x_1^2 + a_{12}x_1x_2 + \ldots + a_{nn}x_n^2 \text{ (sau } \mathrm{f}(\mathbf{x}) = \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}x_ix_j)$$

se numeşte *formă pătratică**. Este evident că forma liniară este o *funcţie liniară (→ Funcţii de mai multe variabile)* şi reciproc.

Pentru **f.o.** este valabilă următoarea teoremă a lui Euler: dacă $\mathrm{f}(\mathbf{x})$ este derivabilă *(→ Funcţii de mai multe variabile)* şi este omogenă de grad ρ pe mulţimea M, atunci în fiecare punct $\mathbf{x}$ din mulţimea M este valabilă egalitatea

$$f_{x_1}(\mathbf{x})x_1 + \ldots + f_{x_n}(\mathbf{x})x_n = \rho f(\mathbf{x}). \tag{1}$$

În anumite condiţii suplimentare (de exemplu, dacă M este regiunea coordonatelor nenegative a spaţiului E_n şi dacă $t > 0$) este valabilă teorema reciprocă: dacă $f(\mathbf{x})$ este derivabilă şi satisface în toate punctele $\mathbf{x}$ egalitatea (1), atunci $f(\mathbf{x})$ este o funcţie omogenă de grad ρ (pentru detalii → [2], [3]).

Bibl. 1. V.A. Ilin, E.G. Pozneak, *Osnovî matematiceskogo analiza*, p. I, „Nauka", 1971; 2. R. Courant, *Differential and Integral Calculus*, Interscience, 1937; 3. G.M. Fihtengolţ, *Kurs differenţialnogo i integralnogo iscislenia*, v. I, Izd. GIFML, 1958.

Funcţii convexe. Alături de cele liniare, prezintă un mare interes în teoria *programării matematice**. Funcţia definită pe mulţimea convexă M din spaţiul E_n se numeşte *convexă* pe M, dacă pentru orice puncte $\mathbf{x}^0$ şi $\mathbf{x}^1$, aparţinînd lui M, şi pentru orice număr λ, $0 \leqslant \lambda \leqslant 1$ este adevărată inegalitatea

$$f((1-\lambda)\mathbf{x}^0 + \lambda\mathbf{x}^1) \leqslant (1-\lambda)f(\mathbf{x}^0) + \lambda f(\mathbf{x}^1). \tag{1}$$

De exemplu, funcţiile $\mathrm{f}(\mathbf{x}) = a_1x_1 + \ldots + a_nx_n$ (formă pătratică pozitiv semidefinită) sînt convexe pe întregul spaţiu E_n, funcţia $f(\mathbf{x}) = -\ln x_1$ este convexă pe semispaţiul $x_1 > 0$ al spaţiului E_n. Dacă funcţia $f(\mathbf{x})$ este convexă pe M, atunci ea este convexă pe orice submulţime convexă a mulţimii M. Graficul unei funcţii convexe $f(\mathbf{x})$ este dispus sub (mai precis, nu deasupra) oricărei coarde a sa (→ fig. 1).

Dacă $f(x)$ este convexă pe M, atunci mulţimea $\{\mathbf{x} | x \in M, \mathrm{f}(\mathbf{x}) \leq b\}$ este convexă (dacă nu este vidă). Fie $f(\mathbf{x})$ derivabilă şi convexă pe E_n, fie $f'(\mathbf{x}_0) \neq 0$, atunci planul $(n-1)$ dimensional $\sum_{i=1}^{n} f_{x_i}(\mathbf{x}^0)(x_i - x_i^0) = 0$ în E_n va fi tangent la suprafaţa de nivel $f(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}^0)$ în punctul $\mathbf{x}^\circ$ şi plan de sprijin pentru mulţimea convexă $\{\mathbf{x} | \mathbf{x} \in E_n, f(\mathbf{x}) \leq f(x^0)\}$. Dacă funcţiile $f_i(\mathbf{x})(i = 1, \ldots, k$ sînt convexe pe M şi numerele $\lambda_i \geqslant 0 (i = 1, \ldots$ $\ldots, k)$, atunci funcţia $\sum_{i=1}^{k} \lambda_i f_i(\mathbf{x})$ este convexă pe M. Funcţia $f(\mathbf{x})$, convexă pe M, este continuă în toate punctele interioare (şi relativ interioare) ale mulţimii M. De aici rezultă că o funcţie $f(\mathbf{x})$, convexă pe o mulţime deschisă $\mathbf{M}$, este continuă pe această mulţime. O funcţie $f(\mathbf{x})$, convexă pe o mulțime M care nu este deschisă, poate avea puncte de discontinuitate, iar aceste puncte aparțin neapărat frontierei mulțimii M. Fie $f(\mathbf{x})$ definită pe mulțimea $M \subseteq E_n$, mulțimea $F = \{(\mathbf{x}, y) | y \geq f(\mathbf{x}), \mathbf{x} \in M\}$ în spațiul E_{n+1} se numește *supragraficul funcției* $f(x)$. Pentru ca funcția $f(\mathbf{x})$, definită pe mulțime convexă M, să fie convexă pe M este

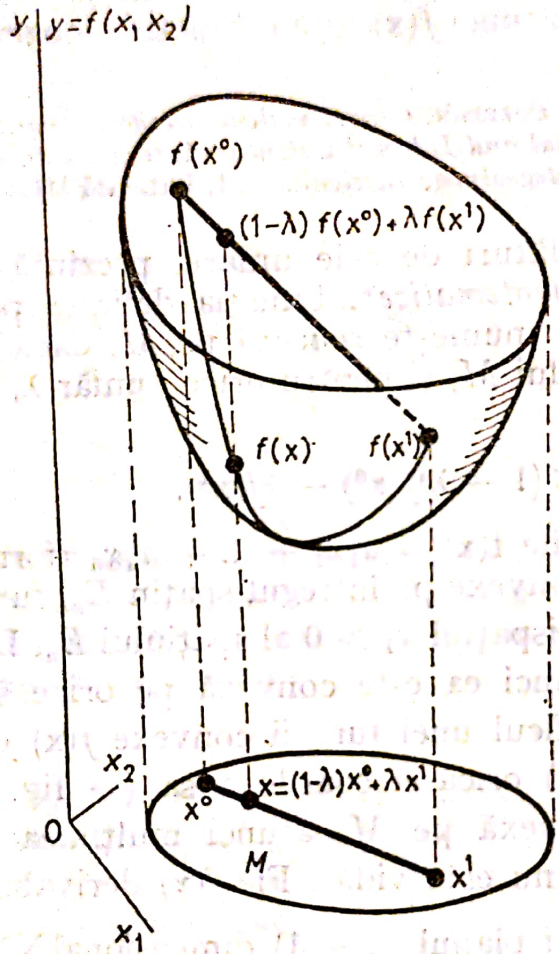


Fig. 1

necesar și suficient ca supragraficul ei să fie o mulțime convexă în E_{n+1} (→ fig. 2).

O funcție convexă poate fi nederivabilă chiar și în puncte interioare ale mulțimii M. Fie că funcția $f(\mathbf{x})$ este derivabilă (→ *Funcții de mai multe variabile*) pe o mulțime convexă deschisă M. Pentru ca această funcție să fie convexă pe M este necesar și suficient ca pentru orice puncte $\mathbf{x}^0$ și $\mathbf{x}$ din M să fie satisfăcută inegalitatea $f(\mathbf{x}) \geq f(\mathbf{x}^0) + \sum_{i=1}^{n} f_{x_i}(\mathbf{x}^0)(x_i - x_i^0)$.

Această inegalitate înseamnă că graficul (implicit și supragraficul) unei funcții convexe derivabile $f(\mathbf{x})$ este situat deasupra (mai precis, nu dedesubtul) oricărui plan tangent la ea

$$Y = f(\mathbf{x}^0) + \sum_{i=1}^{n} f_{x_i}(\mathbf{x}^0)(x_i - x_i^0),$$

adică orice plan tangent la graficul unei funcții convexe $f(\mathbf{x})$ este un plan de sprijin pentru supragraficul F al acestei funcții (→ fig. 3).

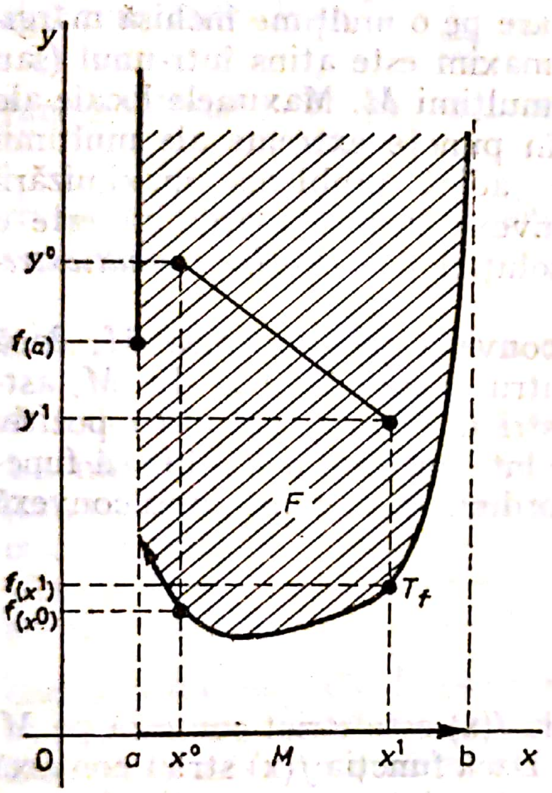


Fig. 2

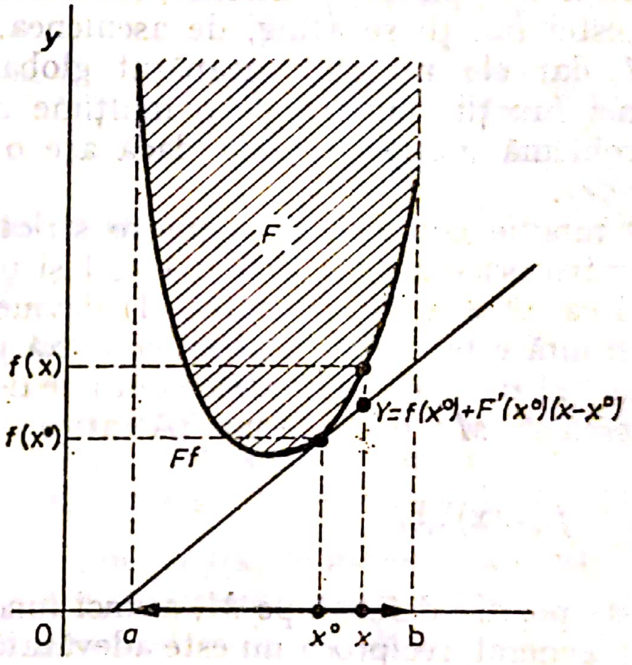


Fig. 3

Fie că funcția f(x) are toate derivatele parțiale de ordinul doi continue pe mulțimea convexă deschisă M. Pentru ca această funcție să fie convexă pe M, este necesar și suficient ca *forma pătratică**

$$\sum_{i,j=1}^{n} f_{x_i x_j}(\mathbf{x})\xi_i \xi_j$$

să fie pozitiv semidefinită pe M, adică pentru orice $\mathbf{x} \in M$ și $\xi = (\xi_1, \ldots, \ldots, \xi_n) \in E_n$ forma pătratică să fie nenegativă. Pentru criteriul semidefinirii pozitive *(→ Matrice pătrată)*.

O funcție $f(\mathbf{x})$ convexă pe M poate să nu aibă un minim local (și, ca atare, nici unul global) (de exemplu, dacă M este o mulțime convexă deschisă, iar $f(\mathbf{x}) = a_1x_1 + \ldots + a_nx_n$, în care $a_1^2 + \ldots + a_n^2 > 0$. Dacă funcţia $f(\mathbf{x})$ este convexă pe $M \subseteq E_n$ şi dacă are un minim local pe M, atunci acest minim este neapărat un minim global. Aşadar, problema minimizării unei funcţii convexe pe o mulţime convexă este uniextremală (dacă are o soluţie) (→ *Probleme multiextremale*). Mulţimea de puncte din M, în care funcţia convexă $f(\mathbf{x})$ are un minim global, este o mulţime convexă. Dacă funcţia $f(\mathbf{x})$ este convexă pe M, derivabilă în punctul $\mathbf{x}^0 \in M$ şi dacă $f'(\mathbf{x}^0) = 0$, atunci $\mathbf{x}^0$ este un punct de minim global al funcţiei $f(\mathbf{x})$ pe M. Dacă funcţia $f(\mathbf{x})$ are pe o mulţime închisă mărginită M un maxim global, atunci acest maxim este atins într-unul (sau mai multe) punct(e) extreme ale acestei mulţimi M. Maximele locale ale acestei funcţii se ating, de asemenea, în puncte extreme ale mulţimii M, dar ele nu sînt neapărat globale, adică problema maximizării unei funcţii convexe pe o mulţime convexă închisă mărginită este o problemă multiextremală (dacă are o soluţie) (→ *Probleme multiextremale*).

O funcţie convexă se numeşte strict convexă pe mulţimea M, dacă pentru orice număr λ, $0 < \lambda < 1$ şi pentru oricare $\mathbf{x}^0$ şi $\mathbf{x}'$ din M, astfel ca $x^0 \neq x^1$, inegalitatea (1) devine strictă. Forma pătratică pozitiv definită este o funcţie strict convexă pe întregul spaţiu E_n. Fie că funcţia $f(\mathbf{x})$ are toate derivatele continue de ordinul doi pe mulţimea convexă deschisă M; dacă forma pătratică:

$$\sum_{i,j=1}^{n} f_{x_i x_j}(\mathbf{x})\xi_i\xi_j$$

este pozitiv definită pe M, atunci funcţia $f(\mathbf{x})$ este strict convexă pe M. În general, reciproca nu este adevărată. Dacă funcţia $f(\mathbf{x})$ strict convexă are un minim local (şi deci şi global), atunci acesta este atins într-un singur punct din M.

Funcţia $f(\mathbf{x})$, definită pe mulţimea convexă M a spaţiului E_n, se numeşte concavă *(strict concavă)* pe M, dacă funcţia $-f(\mathbf{x})$ este convexă (strict convexă) pe M. Faptele descrise mai sus pot fi reformulate cu uşurinţă pentru funcţii concave (strict concave). Uneori, funcţiile convexe (strict convexe) se numesc *convexe (strict convexe) în jos*, iar cele concave (strict concave), *convexe (strict convexe) în sus*.

I.N. Ceremnîh

Bibl. 1. H. Nikaido, *Convex Structures and Economic Theory*, Academic Press, 1968; 2. G. Hadley, *Nonlinear and Dinamic Programming*, Addison-Wesley, 1964; 3. R. Rockafellar, *Convex Analysis*, Princeton University Press, 1969.

Funcţii de mai multe variabile. Fie $f(\mathbf{x})$ o funcţie de mai multe variabile definită pe mulţimea $M \subseteq E_m$ (→ Aplicaţie).

Se numeşte mulţime de nivel τ a funcţiei $f(\mathbf{x})$ o submulţime L_τ a mulţimii M pe care valoarea particulară a funcţiei $f(\mathbf{x})$ este egală cu unul şi acelaşi număr $\tau : \tau = f(\mathbf{x})$. Funcţia $f(\mathbf{x})$ se numeşte liniară (în spaţiul E_n) dacă egalitatea $\mathrm{f}(\alpha_1\mathbf{x}_1 + \alpha_2\mathbf{x}_2) = \alpha_1\mathrm{f}(\mathbf{x}_1) + \alpha_2\mathrm{f}(\mathbf{x}_2)$ este adevărată pentru orice $\mathbf{x}_1$ şi $\mathbf{x}_2$ din E_n şi orice numere reale α_1 şi α_2. Funcţia liniară $f(\mathbf{x})$ are forma $f(\mathbf{x}) = \alpha_1 x_1 + \ldots + \alpha_n x_n \left(\text{sau } \sum_{i=1}^{n} \alpha_i x_i\right)$, în care $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ sînt constante. Funcţiile $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i x_i + \alpha_{n+1}$ (această funcţie este egală cu suma funcţiei liniare $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i x_i$ şi a constantei α_{n+1}), $\sum_{i=1}^{n}\sum_{i=1}^{n} \alpha_{ij} x_{ij} + \sum_{i=1}^{n} \alpha_i x_i + \alpha_{1+n}$ (această funcţie este egală cu suma *formei pătratice* $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \alpha_{ij} x_i x_j$, a funcţiei liniare $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i x_i$ şi a constantei α_{n+1}), $e^{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i x_i + \alpha_{n+1}}$ (exponenţiala) sînt definite pe întregul spaţiu E_n.

Un număr b se numeşte limita funcţiei $f(\mathbf{x})$ pentru $\mathbf{x}$ tinzînd către $\mathbf{x}^0$ (sau *valoarea limită* a funcţiei $f(\mathbf{x})$ pentru $\mathbf{x} = \mathbf{x}^0$) dacă pentru un $\varepsilon > 0$, oricît de mic ar fi acesta, există un număr $\delta = \delta(\mathbf{x}^0, \varepsilon) > 0$, astfel încît $|f(\mathbf{x}) - b| < \varepsilon$ numai dacă $0 < |\mathbf{x} - \mathbf{x}^0| < \delta$. Această limită se notează astfel: $b = \lim\limits_{x \to x^0} f(\mathbf{x})$. Funcţia $f(\mathbf{x})$ se numeşte continuă în punctul $\mathbf{x}^0$ dacă $\lim f(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}^0)$. În caz contrar, funcţia $f(\mathbf{x})$ se numeşte *discontinuă* în punctul $\mathbf{x}^0$, iar $\mathbf{x}^0$ se numeşte *punct de discontinuitate* a funcţiei $f(\mathbf{x})$. Dacă $f(\mathbf{x})$ este continuă în fiecare punct al mulţimii $M \subseteq E_n$ se spune că ea este *continuă pe mulţimea* M.

Suma, diferenţa, produsul şi cîtul a două funcţii continue sînt şi ele funcţii continue, cu condiţia ca divizorul să difere de zero. Dacă $f(\mathbf{x})$ este definită şi continuă pe o mulţime închisă şi mărginită $M \subseteq E_n$, atunci 1) $f(\mathbf{x})$ este mărginită pe M, adică $|f(\mathbf{x})| < k$ pentru toţi $\mathbf{x} \in M$ (constanta $k > 0$ nu depinde de $\mathbf{x}$); 2) $f(\mathbf{x})$ are pe M un maxim global şi un minim global *(teoremele lui Weiestrass)*.

Fie $f(\mathbf{x}) = f(x_1, \ldots, x_i, \ldots, x_n)$ o funcţie de n variabile. Dacă fixăm toate variabilele în afară de x_i, obţinem funcţia $h(x_i)$ de o variabilă. Dacă funcţia $h(x_i)$ are o derivată $h'(x_i)$, atunci această derivată se numeşte *derivata parţială de ordinul întîi a funcţiei* $f(\mathbf{x})$ *în raport cu variabila* x_i şi se notează $\frac{\partial \mathrm{f}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}$, sau $f'x_i(x)$, sau, în sfîrşit, $f_{x_i}(\mathbf{x})$. Dacă funcţia $f(\mathbf{x})$

are derivate parţiale în raport cu toate variabilele $x_1, x_2, \ldots, x_n$, atunci expresia $\mathrm{d}f(\mathbf{x}) = f_{x_1}(\mathbf{x})\mathrm{d}x_1 + \ldots + f_{x_n}(\mathbf{x})\mathrm{d}x_n$ se numeşte *diferenţială totală de ordinul întîi a funcţiei* $f(x)$, iar vectorul n-dimensional $(f_{x_1}(\mathbf{x}), \ldots, f_{x_n}(\mathbf{x}))$, ale cărui componente sînt derivatele parţiale de ordinul întîi, se numeşte *gradient* al funcţiei $f(\mathbf{x})$ şi se notează cu simbolul $f'(\mathbf{x})$ sau $\nabla f(\mathbf{x})$. Aşadar, $\nabla f(\mathbf{x}) = (f_{x_1}(\mathbf{x}), \ldots, f_{x_n}(\mathbf{x}))$. Pentru $n = 1$, gradientul este derivata $f'(x)$ a funcţiei $f(\mathbf{x})$. Dacă în punctul $\mathbf{x}^0$ derivate parţiale de ordinul întîi în raport cu toate variabilele $x_1, x_2, \ldots, x_n$ sînt egale cu zero, adică dacă $f_{x_1}(\mathbf{x}^0) = \ldots f_{x_2}(\mathbf{x}^0) = 0$, atunci $\mathbf{x}^0$ se numeşte *punct critic al funcţiei* $f(\mathbf{x})$. Dacă funcţia $f(\mathbf{x})$ este definită pe mulţimea deschisă M şi are în toate punctele acestei mulţimi derivate parţiale de ordinul întîi (finite) în raport cu toate variabilele $x_1, x_2, \ldots, x_n$, atunci un punct de extremum local al acestei funcţii (→ Extremum al funcţiei) aparţine mulţimii punctelor ei critice.

Funcţia $f(\mathbf{x})$ se numeşte *derivabilă în punctul* $\mathbf{x}^0 = (x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0)$, dacă pentru orice punct $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n)$ învecinat cu $\mathbf{x}^0$, diferenţa $f(\mathbf{x}) - f(\mathbf{x}^0) = f(x_1, \ldots, x_n) - f(x_1^0, \ldots, x_n^0)$ poate fi reprezentată sub forma:

$$f(\mathbf{x}) - f(\mathbf{x}^0) = a_1(x_1 - x_1^0) + \ldots + a_n(x_n - x_n^0) + \alpha_1(x_1 - x_1^0) +$$

$$+ \ldots + \alpha_n(x_n - x_n^0),$$

în care coeficienţii $a_i (i = 1, 2, \ldots, n)$ depind, în general, de $\mathbf{x}^0$ şi nu depind de $\mathbf{x}$, iar $\alpha_i \to 0$, $(i = 1, 2, \ldots, n)$ pentru $x_1 - x_1^0 \to 0, \ldots, x_n - x_n^0 \to 0$ şi $\alpha_i = 0$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$ pentru $x_1 = x_1^0, \ldots, x_n = x_n^0$. Dacă $f(\mathbf{x})$ este derivabilă în punctul $\mathbf{x}^0$, atunci $f(\mathbf{x})$ este continuă în acest punct şi are în acest punct derivate parţiale de ordinul întîi în raport cu toate variabilele $x_1, x_2, \ldots, x_n$ şi $f_{x_i}(\mathbf{x}^0) = a_i (i = 1, \ldots, n)$. Aşadar, dacă funcţia $f(\mathbf{x})$ este derivabilă în punctul $\mathbf{x}^0$, atunci *diferenţiala ei totală de ordinul întîi* $\mathrm{d}f(\mathbf{x}^0) = f_{x_i}(\mathbf{x}^0)(x_1 - x_1^0) + \ldots + f_{x_n}(\mathbf{x}^0)(x_n - x_n^0)$ este partea liniară principală a creşterii funcţiei $\Delta f(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}^0) - f(\mathbf{x}^0)$ în raport cu $x_i - x_i^0$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$. Dacă funcţia $f(\mathbf{x})$ are derivate parţiale de ordinul întîi într-o vecinătate a punctului $\mathbf{x}^0$ şi dacă aceste derivate parţiale sînt continue în punctul $\mathbf{x}^0$, atunci funcţia $f(\mathbf{x})$ este derivabilă în punctul $\mathbf{x}^0$. Din punct de vedere geometric, derivabilitatea funcţiei $f(\mathbf{x})$ în punctul $\mathbf{x}^0$ înseamnă că graficul funcţiei $f(\mathbf{x})$ în punctul $(\mathbf{x}^0, f(\mathbf{x}^0))$ admite planul tangent (n-dimensional) $Y = f(\mathbf{x}^0) + f_{x_1}(\mathbf{x}^0)(x_1 - x_1^0) + \ldots + f_{x_n}(\mathbf{x}^0)(x_n - x_n^0)$. Funcţia $f(\mathbf{x})$, derivabilă în fiecare punct al mulţimii M, se numeşte derivabilă pe această mulţime.

Fie funcţia $f(\mathrm{x})$ definită pe mulţimea $M \subseteq E_n$ şi fie $\mathbf{x}^0 \in M$. Să examinăm o direcţie determinată de vectorul unitar **1** avînd coordonatele $(\cos \alpha_1, \ldots, \cos \alpha_n)$. Să trasăm prin punctul $\mathbf{x}^0$ o axă al cărei sens pozitiv să coincidă cu direcţia vectorului **1**. Să luăm pe semiaxa pozitivă un punct $\mathbf{x}$ şi să considerăm raportul $\mathbf{1}$. Să luăm pe semiaxa pozitivă un punct x şi să considerăm raportul $\frac{f(\mathbf{x})-f(\mathbf{x}^0)}{|\mathbf{x}-\mathbf{x}^0|}$. Dacă acest raport $\frac{\mathrm{f}(\mathbf{x})-\mathrm{f}(\mathbf{x}^0)}{|\mathbf{x}-\mathbf{x}^0|}$ tinde către o limită finită (sau infinită) pentru $\mathbf{x}\to\mathbf{x}^0$, această limită se numeşte derivată (derivată infinită) a funcţiei $f(\mathbf{x})$ în punctul $\mathbf{x}^0$ în direcţia $\mathbf{1}$ şi se notează cu simbolul $\frac{\partial \mathrm{f}(\mathbf{x}^0)}{\partial \mathbf{1}}$. Aşadar, $\frac{\partial f(\mathbf{x}^0)}{\partial \mathbf{1}}=\lim\limits_{|\mathbf{x}\to\mathbf{x}^0\to 0|}\frac{\mathrm{f}(\mathbf{x})-\mathrm{f}(\mathbf{x}^0)}{|\mathbf{x}-\mathbf{x}^0|}$. Dacă $\frac{\partial \mathrm{f}(\mathbf{x}^0)}{\partial t}>0$, atunci funcţia $f(x)$ în direcţia $\mathbf{1}$ creşte şi aceasta cu atît mai repede cu cît derivata este mai mare. Dacă $\frac{\partial \mathrm{f}(\mathbf{x}^0)}{\partial t}<0$, atunci funcţia descreşte în direcţia $\mathbf{1}$. Dacă funcţia $\mathrm{f}(\mathrm{x})$ este derivabilă în punctul $\mathbf{x}^0$, atunci este valabilă egalitatea $\frac{\partial \mathrm{f}(\mathbf{x}^0)}{\partial \mathbf{1}}=f_{x_1}(\mathbf{x}^0)\cos\alpha_1+\ldots+f_{x_1}(\mathbf{x}^0)\cos\alpha_n$, adică $\frac{\partial \mathrm{f}(\mathbf{x}^0)}{\partial \mathbf{1}}=(f'(\mathbf{x}^0)\,\mathbf{1},)$ De aici rezultă că în direcţia gradientului $\mathrm{f}'(\mathbf{x}^0)$ derivata $\frac{\partial \mathrm{f}(\mathbf{x}^0)}{\partial \mathbf{1}}$ ia valoarea cea mai mare egală cu $|f'(\mathbf{x}^0)|$, iar în toate celelalte direcţii această derivată ia valori a căror mărime absolută nu depăşeşte $|f'(\mathbf{x}^0)|$. Cu anumite restricţii fireşti, relative la funcţia $f(\mathbf{x})$, este valabilă următoarea afirmaţie: gradientul $f'(\mathbf{x})$ al funcţiei $f(\mathbf{x})$ în punctul $\mathbf{x}^0$ este ortogonal pe mulţimea de nivel L_{γ} a acestei funcţii, care conţine punctul $\mathbf{x}^0$. Derivatele parţiale şi diferenţialele de ordin superior se definesc inductiv. În speţă, *derivata parţială de ordinul doi* $\frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_i \partial x_j}$ se defineşte ca $\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_j}\right)$, adică ca derivată parţială de ordinul întîi după variabila x_i a derivatei parţiale de ordinul întîi după x_j. În mod analog, *diferenţiala totală de ordinul doi* este diferenţiala totală de ordinul întîi a diferenţialei totale de ordinul întîi $d^2f(\mathbf{x})=d(df(\mathbf{x}))$. Pentru $d^2f(\mathbf{x})$ este valabilă reprezentarea $d^2f(\mathbf{x})=\sum\limits_{i,j=1}^{n} f_{x_i x_j}\,dx_i\,dx_j$. Matricea alcătuită din derivatele parţiale de ordinul doi $f_{x_i x_j}(\mathbf{x})$ ale funcţiei $f(\mathbf{x})$: $(f_{x_i x_j}(\mathbf{x}))$ se notează cu simbolul $f''(\mathbf{x})$.

Punînd $dx_i = x_i - x_i^0 (i = 1, \ldots, n)$ vom avea

$$df(\mathbf{x})=\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial \mathrm{f}(\mathbf{x}^0)}{\partial x_i}(x_i-x_i^0),$$

$$d^2f(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial^2 f(\mathbf{x}^0)}{\partial x_i \,\partial x_j}(x_i - x_i^0)\right)(x_j - x_j^0).$$

Expresia pentru $d^2f(\mathbf{x}^0)$ se poate obţine calculînd pătratul lui $df(\mathbf{x}^0)$ şi înlocuind în rezultat pe $\frac{\partial f}{\partial x_i}\cdot\frac{\partial f}{\partial x_j}$ cu $\frac{\partial^2 f,}{\partial x_i\,\partial x_j}$, iar $\frac{\partial f}{\partial x_i}\cdot\frac{\partial f}{\partial x_j}$ cu $\frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2}$. Pornind de la aceasta, scriem:

$$\partial^2 f(\mathbf{x}^0) = \left(\sum \frac{\partial f(\mathbf{x}^0)}{\partial x_i}\ (x_i - x_i^0)\ \right)^{(2)}.$$

Este de asemenea limpede că această convenţie ne permite, pornind de la forma $d^k f(\mathbf{x}^0) = \left(\sum \frac{\partial f(\mathbf{x}^0)}{\partial x_i}\ (x_i - x_i^0)\right)^{(k)}$, să calculăm $d^{k+1}\ {}^1f(\mathbf{x}^0) =$
$= \left(\sum \frac{\partial f(\mathbf{x}^0)}{\partial x_i}\ (x_i - x_i^0)^{k+1}\right.$.

Fie că funcţia $f(\mathbf{x})$ are în interiorul unei vecinătăţi U a punctului $\mathbf{x}^0 = (x_1^0, \ldots, x_n^0)$ toate derivatele parţiale pînă la ordinul $(m + 1)$ inclusiv. Atunci funcţia $f(\mathbf{x})$ poate fi reprezentată pentru toate valorile $\mathbf{x}$ din interiorul vecinătăţii U, sub forma:

$$f(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}^0) + df(\mathbf{x}^0) + \frac{1}{2!}d^2f(\mathbf{x}^0) + \ldots + \frac{1}{n!}d^m f(\mathbf{x}^0) + R_m(\mathbf{x}),$$

în care

$$d^k f(\mathbf{x}^0) = \left(\sum \frac{\partial f(\mathbf{x}^0)}{\partial x_i}(x_i - x_i^0)\right)^{(k)},\quad k = 1, \ldots, m;$$

$$R_m(\mathbf{x})\ \frac{1}{(m+1)!}\left(\sum \frac{\partial f(\mathbf{x}^*)}{\partial x_i}(x_i - x_i^0)\right)^{m+1},$$

$x^* \in U$ *(formula lui Taylor).*

Un exemplu important de funcţie cu două argumente reale este *funcţia reală de o variabilă complexă*, adică funcţia la care domeniul valorilor aparţine mulţimii numerelor reale, iar domeniul de definiţie, numerelor complexe. Reamintim că se numeşte număr complex o expresie de forma $z = x + yi$, în care x, y sînt numerele reale, iar $i = \sqrt{-1}$. Cu numerele complexe se pot efectua toate operaţiile aritmetice: $(x_1 + y_1 i) \pm$

$\pm (x_2 + y_2 i) = (x_1 \pm x_2) + (y_1 \pm y_2)i$, $(x_1 + iy_1)(x_2 + y_2^i) = (x_1x_2 - - y_1y_2) + (x_1y_2 + x_2y_1)i$ etc.

Se numeşte modul al numărului complex $z = x + yi$ numărul $|z| = = \sqrt{x^2 + y^2}$. În felul acesta, funcţia reală de un argument complex $z = x + yi$ poate fi considerată ca o funcţie reală de două argumente reale x şi y.

E.M. Levici

Bibl. 1. V.A. Ilin, E.G. Pozneak, *Osnovî matematiceskogo analiza*, p. I, „Nauka", 1971; 2. G.L. Fichtengolz, *Osnovî matematiceskogo analiza*, v. I—II, Gostehizdat, 1956.

Funcţii de o variabilă. Fie $M \subseteq E_1$ şi fie o funcţie scalară (numerică) $f(x)$ definită pe mulţimea M. M poate fi un segment $[a, b]$, un interval (a, b), un interval infinit $(a, +\infty)$, $(-\infty, b)$, să coincidă cu mulţimea E_1 a numerelor reale etc. Funcţiile: $ax + b$ (funcţia $ax + b$ este egală cu suma dintre funcţia liniară ax şi constanta b), $ax^2 + bx + c$ *(trinom pătrat)*, e^{ax+b} *(exponenţială)* sînt definite pe mulţimea E_1 a numerelor reale, iar funcţia $\ln x$ este definită pentru $x > 0$.

Funcţia $f(x)$ definită pe mulţimea M se numeşte *crescătoare (strict crescătoare)*, dacă pentru orice pereche de numere x' şi x'' din M, din inegalitatea $x' > x''$, urmează că $f(x') \geqslant f(x'')(f(x') > f(x''))$. Funcţia $f(x)$, definită pe M, se numeşte *descrescătoare (strict descrescătoare)*, dacă din inegalitatea $x' > x''$ $(x', x'' \in M)$ urmează că $f(x') \leqslant f(x'')$ $(f(x') < f((x'')))$. Funcţiile crescătoare şi cele descrescătoare se numesc *monotone*. Funcţia $f(x)$ se numeşte *mărginită* pe mulţimea M dacă există o constantă $k > 0$, astfel încît $|f(x)| < k$ pentru orice $x \in M$ (constanta k nu depinde de x).

Un număr x^* se numeşte *rădăcină* (sau *zero*) a funcţiei $f(x)$ de multiplicitate α, dacă pentru orice $x \in M$ este adevărată reprezentarea $f(x) = = (x - x^*)^\alpha g(x)$, în care funcţia $g(x)$ este definită peste tot pe M şi $g(x^*) \neq 0$. Dacă $\alpha = 1$, rădăcina se numeşte simplă, dacă $\alpha = 2$, dublă şi aşa mai departe.

Un număr b se numeşte *limită a funcţiei* $f(x)$ pentru x tinzînd către x^0 (sau valoarea limită a funcţiei $f(x)$ pentru $x = x^0$), dacă pentru orice număr $\varepsilon > 0$ (oricît de mic) există un număr $\delta = \delta(x^0, \varepsilon) > 0$, astfel încît $|f(x) - b| < \varepsilon$ numai dacă $0 < |x - x^0| < \delta$. Limita se notează astfel: $b = \lim\limits_{x \to x^0} f(x)$. Această definiţie poate fi particularizată, limitîndu-ne la valorile $x > x^0$. În acest caz limita funcţiei $f(x)$, dacă există, se numeşte *limită la dreapta a funcţiei* $f(x)$ şi se notează cu simbolul $\lim\limits_{x \to x^0 - 0} f(x)$.

În mod analog se introduce noțiunea de limită a funcției $f(x)$ la stînga, care se notează cu simbolul $\lim\limits_{x \to x^0 - 0} f(x)$. Diferența $\lim\limits_{x \to x^0 - 0} \times f(x) - \lim\limits_{x \to x^0 - 0} f(x)$ se numește *salt* al funcției $f(x)$ în punctul x^0. Dacă pentru orice număr oricît de mare N se poate indica un $\delta > 0$, astfel încît în momentul în care $0 < |x - x^0| < \delta$ are loc inegalitatea $f(x) \geqslant N$, se spune că funcția $f(x)$, pentru $x \to x^0$ are limita infinită $+\infty$, adică $\lim\limits_{x \to x^0} f(x) = +\infty$. În mod analog se definesc: $\lim\limits_{x \to x^0} f(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x \to x^0 + 0} f(x) = \infty$ etc.

Dacă între funcții s-a stabilit o anumită relație care se menține pentru toate valorile acestor funcții, atunci în multe cazuri în această relație funcțiile pot fi înlocuite cu limitele lor. Această operație se numește *trecere la limită* și, alături de cele patru operațiuni aritmetice, este caracteristică *analizei matematice*. *Metoda limitelor* constă în stabilirea de relații între funcții prin trecerea la limită. Această metodă se subdivide în conformitate cu funcțiile supuse trecerii la limită, constituindu-se astfel capitolele cunoscute sub denumirile: *calcul diferențial, calcul integral, serii*. O funcție care pentru $x \to x^0$ are limita egală cu zero se numește infinit mic pentru $x \to x^0$. Metoda infiniților mici se întemeiază pe studiul infiniților mici; în calculul diferențial se examinează entități care sînt limite ale raportului a doi infiniți mici, iar în calculul integral, entități care sînt limite ale unui număr infinit mare de infiniți mici.

Funcția $f(x)$ se numește continuă în punctul x^0 dacă $\lim f(x) = f(x^0)$. În caz contrar, funcția $f(x)$ se numește *discontinuă* în punctul x^0, iar x^0 se numește *punct de discontinuitate* al fiecărei $f(x)$. Dacă funcția $f(x)$ este continuă în fiecare punct al mulțimii M, ea se numește *continuă pe această mulțime M*.

Suma, diferența, produsul, cîtul a două funcții continue într-un punct (sau pe mulțimea M) sînt, de asemenea, funcții continue în acest punct (sau pe această mulțime) dacă funcția care este divizor este diferită de zero în punctul considerat (sau în fiecare punct al mulțimii M).

Dacă funcția $f(x)$ este continuă pe segmentul $[a, b]$, atunci ea este mărginită pe acest segment superior și inferior. Dacă $f(x)$ este continuă pe segmentul $[a, b]$, atunci ea are pe acest segment un maxim global și un minim global *(teoremele lui Weierstrass)*. Dacă $f(x)$ este continuă pe segmentul $[a, b]$, atunci în intervalul (a, b) ea poate lua orice valoare între $f(a)$ și $f(b)$ *(teorema Bolzano-Cauchy)*.

Dacă $\lim\limits_{x \to x^0 + 0} f(x) = f(x^0)$, atunci funcția $f(x)$ se numește *continuă la dreapta în punctul* x^0. În mod analog se definește *continuitatea funcției $f(x)$ la stînga în punctul* x^0. Adeseori, funcțiile continue la dreapta (sau la stînga) în punctul x^0 se numesc *superior (inferior) semicontinue în punctul* x^0.

Dacă o funcție $f(x)$ este superior (inferior) semicontinuă în fiecare punct al mulțimii M, este superior (inferior) *semicontinuă pe această mulțime.* Dacă funcția $f(x)$ este superior semicontinuă și inferior semicontinuă în punctul x^0, atunci ea este continuă în punctul x^0.

Dacă funcția $f(x)$ este continuă în toate punctele segmentului $[a, b]$ cu excepția unui număr finit de puncte $\overline{x}_1, \overline{x}_2, \ldots, \overline{x}_k$ din $[a, b]$ și dacă există limite (finite)

$$\lim_{x\to a+0} f(x),\ \lim_{x\to b-0} f(x),\ \lim_{x\to \overline{x}_i+0} f(x),\ \lim_{x\to \overline{x}_i-0} f(x)\ (i = 1, 2, \ldots, k),$$

atunci $f(x)$ se numește funcție continuă pe porțiuni pe segmentul $[a, b]$.

Fie dată o funcție $f(x)$. Dacă raportul $\dfrac{f(x) - f(x^0)}{x - x^0} = \dfrac{\Delta f(x_0)}{\Delta x^0}$ pentru $x \to x^0$ (sau $\Delta x^0 \to 0$) tinde către o limită finită (infinită), această limită se numește *derivată (derivată infinită)* a funcției $f(x)$ *în punctul* x^0 și se notează astfel: $\dfrac{df(x^0)}{dx}$ sau $f'(x^0)$. Așadar, $f'(x^0) = \lim\limits_{\Delta x^0\to 0} \dfrac{\Delta f(x^0)}{\Delta x^0}$.

De obicei, prin termenul derivată se înțelege derivata finită. Dacă funcția $f(x)$ are o derivată în fiecare punct al unui interval, se spune că funcția $f(x)$ are o *derivată pe acest interval.* O funcție care are o derivată într-un punct x^0, este continuă în acest punct.

Dacă în punctul x^0 derivata funcției $f(x)$ este egală cu zero, adică $f'(x^0) = 0$, atunci x^0 se numește *punct critic al funcției* $f(x)$. Dacă funcția $f(x)$ este definită pe intervalul (a, b) și are o derivată în acest interval, atunci orice punct de extremum local al funcției $f(x)$ (→ *Extremum al funcției*) aparține mulțimii punctelor critice ale acestei funcții $f(x)$. Sînt valabile următoarele forme: $(\alpha f(x) + \beta g(x))' = \alpha f'(x) + \beta g'(x)$ (proprietatea de liniaritate a derivatei; $(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$;

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)},$$ cu condiția $g(x) \neq 0$.

În cercetările economice, pentru notarea derivatelor se folosește adeseori o terminologie specifică. De exemplu, dacă $f(x)$ este o funcție de producție care exprimă dependența producției unui produs de consumul resursei x, atunci $f'(x)$ se numește *produs marginal;* dacă $g(x)$ este o funcție de cheltuieli, adică funcția $g(x)$ exprimă dependența cheltuielilor totale de volumul producției x, atunci $g'(x)$ reprezintă *cheltuielile marginale.*

Funcția $f(x)$ este numită derivabilă în punctul x^0 (în intervalul (a, b)) dacă funcția $f(x)$ are în acest punct (în acest interval) o derivată. Expresia $dfx^0 = f'x^0\Delta x^0$ se numește *diferențiala de ordinul întîi* a funcției $f(x)$ în punctul x^0. Aici, prin Δx^0 ($\Delta x^0 = dx^0$) se înțelege o creștere arbitrară $\Delta x^0 = x - x^0$. Diferenţiala unei funcţii este adeseori utilizată pentru calculul aproximativ al unor valori particulare ale funcţiei respective:

$$f(x) \approx f(x^0) + df(x^0) = f(x^0) + f'(x^0)(x - x^0)$$

Derivatele şi diferenţialele de ordin superior se definesc inductiv. De exemplu, derivata a doua a funcţiei $f(x)$ $\left(\text{notată cu simbolul } f''(x) = \frac{d^2f(x)}{dx^2}\right)$ este derivata de ordinul întîi a derivatei $f'(x)$, adică $f''(x) = (f'(x))'$; diferenţiala de ordinul doi (diferenţiala a doua) a funcţiei $f(x)$ este diferenţiala de ordinul întîi a diferenţialei de ordinul întîi, adică $d^2f(x) = d(df(x))$. O funcţie care are o derivată continuă se numeşte *netedă*. Funcţiile care au derivata a doua continuă se numesc *dublu netede* etc. Orice funcţie $f(x)$, care are în interiorul unui interval care conţine punctul $x = x^0$ derivate pînă la ordinul $n + 1$ inclusiv, poate fi reprezentată, oricare ar fi valorile lui x în interiorul acestui interval, sub forma

$$f(x) = f(x^0) + (x - x^0)\frac{f'(x^0)}{1!} + \ldots + (x - x^0)^n \frac{f^n(x^0)}{n!} + R_n(x),$$

în care $R_n(x) = (x - x^0)^{n+1} \dfrac{f^{n+1}(x^*)}{n+1}$ şi $x^* \in (x_1 x^0)$ (formula lui Taylor).

Funcţia $F(x)$ a cărei derivată în intervalul (a, b) este egală cu $f(x)$ (adică $F'(x) = f(x)$) se numeşte *primitiva funcţiei $f(x)$ în intervalul* (a, b). Căutarea pentru o funcţie dată $f(x)$ a tuturor primitivelor sale, numită *integrarea ei nedefinită*, constituie una din problemele *calculului integral*. Evident că această problemă este inversa problemei fundamentale a calculului diferenţial, care constă în găsirea derivatei sau a diferenţialei. Fie că $F(x)$ are o derivată egală cu $f(x)$ în intervalul (a, b). Atunci, orice funcţie a cărei derivată în acest interval este egală cu $f(x)$ se reprezintă sub forma $F(x) + C$, în care C este o constantă. În virtutea acestei expresii $F(x) + C$ este totalitatea tuturor primitivelor funcţiei $f(x)$ în intervalul (a, b). Această mulţime se numeşte *integrală nedefinită* şi se notează cu simbolul $\int f(x)\,d(x)$. Aşadar, $\int f(x)dx = F(x) + C$, în care $F(x)$ este una din primitivele funcţiei $f(x)$, iar C este o constantă arbitrară. Dacă partea din dreapta (din stînga) a unei egalităţi conţine o integrală nedefinită, atunci semnul de egalitate înseamnă că părţile din dreapta şi din stînga se pot deosebi între ele printr-o constantă arbitrară.

Integrala nedefinită are proprietatea de liniaritate

$$\int(f(x)\alpha+\beta g(\mathrm{x}))\mathrm{d}x=\alpha\int f(x)\mathrm{d}x+\beta\int g(x)\,\mathrm{d}x$$

(α, β fiind constante).

Fie funcţia $f(x)$ definită pe segmentul $[a, b]$. Vom împărţi acest segment în mod arbitrar în părţi, punînd între a şi b puncte de diviziune: $a = x_1 < x_2 < \ldots < x_n = b$. Vom nota cea mai mare dintre diferenţele $\Delta x_i = x_{i+1} - x_i (i = 1, 2, \ldots, n)$ cu γ. Luăm în fiecare segment $[x_i, x_{i+1}]$ un punct arbitrar $x = \xi_i$ $(x_i \leqslant \xi_i \leqslant x_{i+1})$ şi constituim suma $\sigma = \sum_{i=1}^{n-1} f(\xi_i)\Delta x_i$.

În continuare vom împărţi segmentul $[a, b]$ în părţi astfel ca $\gamma \to 0$ şi considerăm limita $I = \lim\limits_{\gamma\to 0} \delta$. Dacă limita I a sumei σ pentru $\gamma \to 0$, independent de descompunerea iniţială şi de modul de alegere a punctelor ξ_i este finită, atunci I se numeşte *integrală definită a funcţiei* $f(x)$ pe segmentul [a, b] şi se notează cu simbolul $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$, iar funcţia $f(x)$ în acest caz se numeşte *integrabilă (după Riemann) pe segmentul* $[a, b]$. Dacă funcţia $f(x)$ este continuă pe segmentul $[a, b]$, atunci ea este integrabilă pe $[a, b]$. Dacă o funcţie mărginită pe $[a, b]$ are numai un număr finit de puncte de discontinuitate, atunci ea este integrabilă pe $[a, b]$. O funcţie monotonă şi mărginită pe $[a, b]$ este întotdeauna integrabilă pe [a, b].

Integrala definită are proprietatea de liniaritate:

$$\int_a^b (\alpha f(x) + \beta g(x))\mathrm{d}x = \alpha\int_a^b f(x)\mathrm{d}x + \beta\int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x,$$

în care α, β sînt constante. Dacă funcţia $f(x)$ este integrabilă pe [a, b] atunci şi funcţiile $|f(x)|$ şi $\alpha f(x)$ (α fiind o constantă) sînt integrabile pe acest segment. Dacă două funcţii $f(x)$ şi $g(x)$ sînt integrabile pe segmentul $[a, b]$, atunci suma, diferenţa şi produsul lor sînt integrabile pe acest segment. Fie funcţia $f(x)$ definită şi continuă pe segmentul $[a, b]$ şi fie $F(x)$ una din primitivele funcţiei $f(x)$, atunci $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(b) - F(a)$ *(formula lui Newton-Leibniz)*. Formula lui Newton-Leibniz face legătura între integrala definită şi integrala nedefinită. Cu alte cuvinte, această formulă este o „punte" care face legătura dintre integrarea definită (operaţia de însumare a unui număr infinit de mare de infiniţi mici) şi integrarea nedefinită (cu operaţia inversă faţă de diferenţiere).

E.M. Levici

Bibl. 1. V.A. Ilin, E.G. Pozneak, *Osnovî matematiceskogo analiza*, v. I, „Nauka", 1971; 2. G.M. Fichtengoltz, *Osnovî matematiceskogo analiza*, v. I—II, Fizmatghiz, 1956; 3. W.J. Baumol, *Economic Theory and Operations Analysis*, Prentice-Hall, 1961.

Funcţii de preferinţă. Funcţii ordinale de colecţii de mărfuri pe care le alege un consumator (o familie), pentru consum, într-un interval de timp.

Se presupune că pentru consumator există o relaţie de preferinţe P, definită pe perechile de colecţii de n mărfuri sau de valori $\mathbf{q}^0 = (q_1^0, \ldots, q_n^0)$ şi $\mathbf{q}' = (q_2', \ldots, q_n')$ definiţi într-o regiune a spaţiului n-dimensional. Atunci, fie $\mathbf{q}^0$ preferat lui $\mathbf{q}'$, ceea ce se notează $\mathbf{q}^0 P \mathbf{q}'$, fie $\mathbf{q}'$ preferat lui $\mathbf{q}^0$, ceea ce se scrie $\mathbf{q}' P \mathbf{q}^0$, fie că nici una dintre aceste colecţii nu este preferata celeilalte. În ultimul caz se spune că $\mathbf{q}^0$ este indiferent faţă de $\mathbf{q}'$, ceea ce se scrie $\mathbf{q}^0 J \mathbf{q}'$. Pentru relaţia de preferinţă se postulează o serie de proprietăţi, dintre care principala este tranzitivitatea, adică dacă $\mathbf{q}^0 P \mathbf{q}'$ şi $\mathbf{q}' P \mathbf{q}''$, atunci $\mathbf{q}^0 P \mathbf{q}''$. Tranzitivitatea este cerută şi în cazul indiferenţei: dacă colecţiile de mărfuri $\mathbf{q}^0$ şi $\mathbf{q}'$ sînt indiferente pentru consumator şi sînt indiferente şi colecţiile $\mathbf{q}'$ şi $\mathbf{q}''$ $(\mathbf{q}' J \mathbf{q}'')$, atunci trebuie să-i fie indiferente şi colecţiile $\mathbf{q}^0$ şi $\mathbf{q}''$ $(\mathbf{q}^0 J \mathbf{q}'')$.

Se numeşte **f.p.** *funcţia numerică* $\Phi(\mathbf{q})$ $(\mathbf{q} \geqslant 0)$, avînd proprietatea ca $\Phi(\mathbf{q}^0) > \Phi(\mathbf{q}')$ dacă şi numai dacă $\mathbf{q}^0 P \mathbf{q}'$. Aceasta înseamnă că afirmaţiile $\Phi(\mathbf{q}^0) > \Phi(\mathbf{q}')$ şi $\mathbf{q}^0 P \mathbf{q}'$ sînt echivalente. Pentru funcţia $\Phi(\mathbf{q})$, care se numeşte *indicator de utilitate* pentru P, se postulează continuitatea. Dacă $F(\Phi)$ este o funcţie monoton crescătoare, atunci $v(\mathbf{q}) = F(\Phi(\mathbf{q}))$ este de asemenea o **f.p.**

Se presupune că consumatorul îşi maximizează **f.p.**, dacă vectorul preţurilor este $\mathbf{p} = (p_1, \ldots, p_n)$ şi cheltuiala totală z (definit ca $z = (\mathbf{p}, \mathbf{q})$), el optează pentru colecţia $\mathbf{q}^0$.

De aici se găseşte funcţia de cerere pentru relaţia de preferinţă P, avînd în scriere vectorială forma: $\mathbf{q}^0 = \mathbf{f}(\mathbf{p}, z)$.

Dacă observăm comportamentul consumatorului în condiţiile unor combinaţii diferite de preţuri şi cheltuieli totale, cîmpul său de preferinţe se relevează în mod explicit. Se consideră că colecţia $\mathbf{q}^0 = f(\mathbf{p}^0, z^0)$ este *revelat preferată* colecţiei $\mathbf{q}' f(\mathbf{p}', z')$ dacă $(\mathbf{p}^0, \mathbf{q}^0) \geqslant (\mathbf{p}^0, \mathbf{q}')$ dacă $\mathbf{q}^0 \neq \mathbf{q}'$.

Pentru analiza şi prognoza structurii bugetelor consumatorilor, de perspectivă este cercetarea relaţiei de indiferenţă $\mathbf{q}^0 J\, \mathbf{q}'$, la care $\Phi(\mathbf{q}^0) = \Phi(\mathbf{q}')$.

A.A. Konüs

Bibl. S. Karlin, *Mathematical Methods and Theory in Games, Programming and Economics*, Addison–Wesley, 1959.

Funcţii de producţie. Dacă examinăm un complex de producţie oarecare ca pe un *sistem deschis* (intrările fiind reprezentate de *cheltuielile de resurse* umane şi materiale, iar ieşirile — de *producţie*) **f.p.** exprimă un *raport cantitativ stabil între intrări şi ieşiri*. Într-o formă generală, **f.p.** poate fi reprezentată prin egalitatea $F(\mathbf{x}, \mathbf{y}\, \mathbf{A}) = 0$, în care **y** este vectorul producţiei, **x** — vectorul consumului de resurse, iar **A** — matricea parametrilor. Adeseori se utilizează următoarea expresie pentru **f.p.**: $F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0$, în care variabilele x_i cu semnul minus desemnează cheltuielile, iar cele cu semnul plus, producţia.

De obicei, în cercetările economice, **f.p.** are un sens mai restrîns, şi anume sub forma unei singure ecuaţii, toate componentele producţiei fiind reunite (valoric sau în expresie naturală) într-o singură mărime scalară (y), iar numărul de resurse de producţie eterogene (factorii x_i) este redus la un minim care permite calculul parametrilor **f.p.** pe baza informaţiei existente:

$$y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n),\ n < 10.$$

Întrucît conexiunea cantitativă dintre cheltuielile şi rezultatele producţiei are un caracter statistic, **f.p.** reprezintă un *model de regresie*.

Dacă în calitate de variabile independente se folosesc mărimile cheltuielilor (x_i) atunci se obişnuieşte ca **f.p.** să fie numită *funcţie a producţiei*, iar dacă se fixează mărimea producţiei y, atunci funcţia de producţie este o *funcţie de cost*.

F.p. poate să reflecte într-un mod suficient de exact sistemul modelat numai dacă variabilele independente iau valori în anumite intervale de variaţie definite.

Dacă avem de a face cu valori ale variabilei independente din afara unor asemenea intervale, atunci, în general, trebuie să se construiască o **f.p.** specială pentru noile condiţii. Atunci cînd se parametrizează **f.p.**, odată cu calculul valorilor parametrilor se defineşte intervalul de variaţie a variabilelor independente (condiţionat de informaţia existentă), în care este corectă aplicarea modelului.

Se pot construi **f.p.** pentru unităţi de producţie diferite: pentru o secţie, o întreprindere, o ramură şi pentru economia naţională în ansamblu.

De asemenea, şi gradul de agregare a datelor poate fi diferit, de la o nomenclatură detaliată pînă la indicatori cu un grad înalt de generalizare.

Reflectarea adecvată, într-un asemenea model, a raportului real dintre resurse şi producţie se descompune în două probleme legate una de cealaltă: a. specificarea **f.p.**, adică identificarea factorilor esenţiali şi definirea formei funcţiei; b. parametrizarea **f.p.**, adică calculul valorilor numerice ale parametrilor cu ajutorul unor date statistice sistematizate pe baza analizei de corelaţie şi regresie.

F.p. pot fi construite sub aspect static (sincron), pe baza unei mulţimi de indicatori într-un singur moment (interval de timp) determinat, sau sub aspect dinamic (mai precis, diacronic), pe baza unor serii dinamice.

F.p. trebuie să satisfacă unele cerinţe logice, economice şi matematice: 1. toate mărimile care intră în f.p. trebuie să fie măsurabile; 2. producţia este imposibilă fără cheltuieli de resurse; 3. toate resursele cuprinse în f.p. sînt necesare; în absenţa fie şi a uneia dintre ele, producţia este egală cu zero (această condiţie nu se respectă întotdeauna); 4. printre argumentele f.p. trebuie incluşi toţi factorii esenţiali pentru procesul de producţie respectiv (evident, această condiţie nu este univocă); 5. se presupune că resursele sînt într-o măsură sau alta interşanjabile; în cazurile limită ele pot fi complementare, adică pot intra în proporţii strict determinate; 6. dacă mărimea unei resurse este limitată, atunci producţia nu poate creşte la infinit; 7. toate mărimile trebuie să aibă sens economic clar; 8. f.p. trebuie să aibă o justificare statistică corespunzătoare; 9. se presupune că f.p. este continuă şi derivabilă (ceea ce este o ipoteză simplificatoare care nu corespunde întotdeauna realităţii).

De obicei, estimarea parametrilor **f.p.** se efectuează prin metoda celor mai mici pătrate. Pentru a se determina gradul de legătură dintre variabilele independente şi cea dependentă se utilizează dispersia, eroarea medie pătratică a ecuaţiei, coeficientul de determinare multiplă, corelaţia şi variaţia multiplă. Pentru cercetarea măsurii în care volumul producţiei este influenţat de modificarea mărimii diferitelor resurse, se calculează coeficienţi de corelaţie parţială. Dat fiind că datele statistice nu satisfac pe deplin condiţiile metodei celor mai mici pătrate, se recurge la procedee speciale pentru înlăturarea autocorelaţiei variabilelor şi pentru atenuarea multicoliniarităţii argumentelor **f.p.** Aceasta din urmă se datoreşte existenţei dependenţei corelaţionale dintre factori, în timp ce metoda celor mai mici pătrate cere ca ei să fie independenţi. Bazele ştiinţifice ale analizei **f.p.** au fost puse de Karl Marx atunci cînd a cercetat diferitele variante ale raportului dintre capitalul constant şi cel variabil în sfera producţiei. Karl Marx a analizat compoziţia organică (valorică) a capitalului (raportul $c:v$), ca o reflectare a compoziţiei sale tehnice. V.I. Lenin a adîncit această analiză, ţinînd seama şi de factorul progres tehnic şi a cercetat dinamica compoziţiei organice a capitalului.

Datorită lipsei de date statistice la vremea respectivă, exemplele numerice furnizate de K. Marx şi V.I. Lenin, cu toată imensa lor importanţă teoretică, au semnificaţie pur ilustrativă.

Prima încercare încununată de succes de construire a unei **f.p.** ca ecuaţie de regresie pe baza statisticii a fost făcută de Cobb şi Douglas (1929). Forma **f.p.** pe care aceştia au propus-o se aplică pe scară mare pînă în zilele noastre datorită caracterului ei raţional şi simplităţii ei.

F.p. Cobb-Douglas asociază producţia Y cu fondurile de producţie (capitalul K) şi cu cheltuielile de muncă vie, L, prin produsul de puteri:

$$Y = qK^{\alpha}L^{1-\alpha}.$$

Aşadar, **f.p.** Cobb-Douglas este o funcţie de gradul unu în două argumente. Calculul parametrilor pentru industria prelucrătoare a S.U.A., pe baza datelor statistice pe perioada 1899—1922, a dat următoarele rezultate:

$$Y = 1{,}01\ K^{0.27}L^{0.73}.$$

Ulterior, **f.p.** Cobb-Douglas a fost generalizată sub diferite aspecte. În primul rînd, s-a constatat necesitatea ca aceasta să reflecte mai exact efectul dimensiunilor producţiei şi cel al influenţei progresului tehnic, în care scop i s-au adus modificări. Suma exponenţilor nu trebuie neapărat să fie egală cu 1; se introduce un *multiplicator* special al *progresului tehnic* sub forma unei funcţii de timp real t, de obicei sub forma $e^{\nu t}$ (e fiind baza logaritmilor naturali, iar ν o constantă care caracterizează ritmul de dezvoltare). Ca urmare, se obţine o **f.p.** *dinamică* (mai precis *cinematică*) cu următoarea formă:

$$P = qL^{\alpha}K^{\beta}e^{\nu t}.$$

Logaritmînd, obţinem ecuaţia liniară comodă pentru calcule:

$$\lg P = \lg q + \alpha \lg L + \beta \lg K + \nu t.$$

Considerînd variabilele ca funcţii continue de timp t şi derivînd obţinem un raport între ritmurile de creştere a variabilelor

$$\mathrm{p} = \alpha l + \beta \mathrm{k} + \nu,$$

în care

$$p = \frac{1}{P}\cdot\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t}\ ;\ l = \frac{1}{L}\cdot\frac{\partial L}{\partial t}\ ;\ k = \frac{1}{K}\cdot\frac{\partial K}{\partial t}.$$

Parametri α şi β sînt coeficienţi de elasticitate a producţiei în raport cu fiecare dintre componentele cheltuielilor.

Pentru reflectarea mai completă a progresului tehnic, structurii fondurilor, calificării personalului muncitor, consumurilor de materii prime și a altor factori, precum și pentru diferite variante de substituibilitate a resurselor, au fost propuse forme mai complicate ale **f.p.**, dar utilizarea lor practică este îngreuiată de insuficiența informației.

F.p. pe ramuri reflectă specificul ramurii. Astfel, producția vegetală în agricultură se consideră ca o funcție de muncă vie, fonduri, sol, îngrășăminte (de diferite compoziții nesubstituibile reciproc) și apă.

Pentru **f.p.** a economiei naționale a U.R.S.S. s-a propus o listă de variabile independente cuprinzînd folosirea parțial incompletă a resurselor, efectul dimensiunilor producției materializate în resurse și progresul tehnic „autonom", precum și evaluarea pămîntului ca resursă. Pe baza statisticii din anii 1951—1963, s-au dedus următorii parametri ai acestei **f.p.**, în formă logaritmică:

$$\lg Y_t = -0{,}524 + 1{,}11(0{,}541 \lg L_t + 0{,}334 \lg K_t +$$

$$+ 0{,}125 \lg R_t + 0{,}00518),$$

în care Y_t este venitul național produs; K_t — valoarea bunurilor capitale; R_t — evaluarea terenurilor agricole; K_t — numărul de om-ore lucrate.

Interpretarea geometrică a **f.p.** este un prețios instrument de cercetare a acestora.

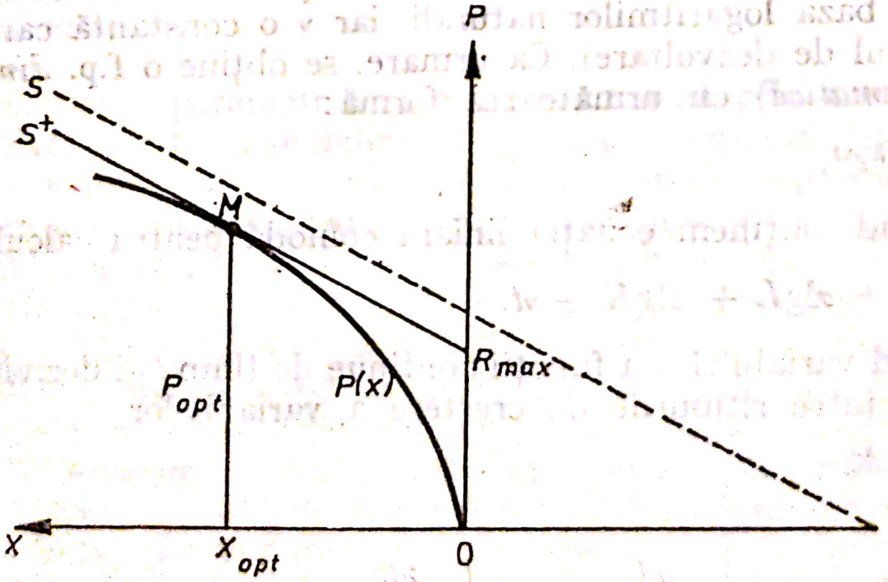


Fig. 1

Dacă avem o variabilă independentă și una dependentă, $P = f(x)$, **f.p.** continuă este reprezentată printr-o curbă în plan avînd coordonatele P și x (→ fig. 1)

Atunci cînd avem două variabile independente, **f.p.** se reprezintă printr-o suprafață în spațiul tridimensional (→fig. 2).

Dacă numărul de variabile este mai mare, **f.p.** este o hipersuprafață *(colina producției)* într-un spațiu multidimensional, dar și în aceste cazuri se menține caracterul intuitiv și o terminologie geometrică comodă (vîrfuri, linii de nivel, tangente etc.).

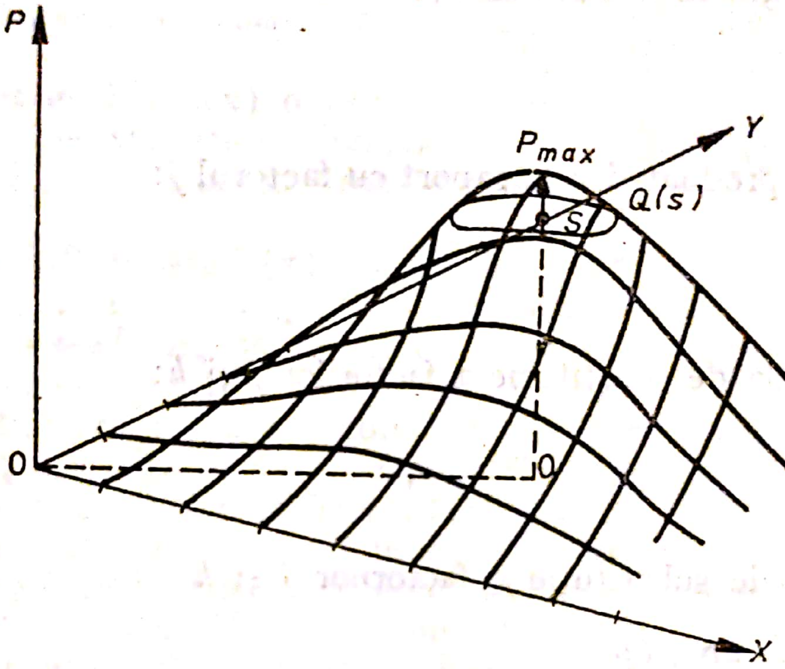


Fig. 2

Un interes deosebit prezintă punctele extremale ale **f.p.** Dacă în fig. 1 raportul constant (liniar) dintre prețurile producției și ale consumului se reprezintă prin dreapta S, atunci punctul de tangență M al curbei $P(x)$ cu dreapta S este punctul optim dacă se adoptă criteriul maximului de beneficii. Pe grafic acest lucru este vizibil în locul în care segmentul OR corespunde beneficiului maxim (ceea ce se demonstrează analitic). Punctului de tangență M îi corespunde valoarea optimă a producției, P_{opt}, și valoarea optimă a cheltuielilor de resurse x_{opt}. Într-un mod analog, în cazul unei funcții cu mai multe variabile, punctele extremale ale **f.p.** pot fi reprezentate ca puncte de tangență ale unei familii de hiperplane cu hipersuprafața **f.p.** Locul geometric al punctelor de pe hipersuprafața **f.p.**, corespunzătoare unui nivel fixat al producției, cu diverse variante de combinare a cheltuielilor, poartă denumirea de *izocuantă* (liniile izocuantelor sînt analoage orizontalelor sau liniilor de nivel din topografie). Teoretic, orice punct de pe izocuantă corespunde nivelului dat al producției numai că, din motive tehnice, este realizabilă numai o parte din numărul total de variante. Găsirea în submulţimea variantelor tehnologic admisibile a punctului (sau a punctelor) de eficienţă economică maximă este o problemă de programare optimă.

În analiza **f.p.** un loc central îl ocupă cercetarea caracteristicilor diferenţiale ale acestora, printre care cele mai importante sînt următoarele:

a. eficienţa marginală a factorului j:

$$\frac{\partial P}{\partial x_j};$$

b. elasticitatea producţiei p în raport cu factorul j:

$$\frac{\partial p}{\partial x_j} \cdot \frac{x_j}{p};$$

c. rata marginală de substituţie a factorilor j şi h:

$$\frac{\partial p}{\partial x_h} \Big/ \frac{\partial p}{\partial x_j};$$

d. elasticitatea de substituţie a factorilor j şi h

$$\frac{d\left\{\frac{x_h}{x_j}\right\}}{d\left\{\frac{\partial p}{\partial x_h} \Big/ \frac{\partial p}{\partial x_j}\right\}} \cdot \frac{\frac{\partial p}{\partial x_h} \Big/ \frac{\partial p}{\partial x_j}}{\frac{x_h}{x_j}}.$$

F.p. se folosesc practic în cercetările economice şi în planificare pentru punerea în evidenţă a dependenţei producţiei de mărimea consumurilor de resurse, pentru determinarea creşterii eficienţei producţiei în condiţiile schimbării dimensiunilor acesteia, pentru prognozarea dezvoltării ramurilor etc. Deosebit de importantă este utilizarea **f.p.** în programarea optimă (liniară şi neliniară) ca funcţie obiectiv sau la construirea restricţiilor.

Elaborarea metodei **f.p.** nu se poate considera încheiată, cercetările în vederea generalizării şi precizării orientîndu-se în special în următoarele direcţii: introducerea *stochasticii*, cu utilizarea teoriei probabilităţilor; luarea în considerare a întîrzierilor producţiei în raport cu momentul efectuării cheltuielilor; reflectarea mai exactă a progresului tehnic şi a calităţii muncii; estimarea resurselor naturale consumate şi a deşeurilor producţiei; elaborarea unor **f.p.** speciale corespunzătoare condiţiilor concrete ale diferitelor ramuri şi întreprinderi; includerea în **f.p.** a importului şi determinarea eficienţei acestuia; luarea în considerare a condiţiilor de realizare a producţiei, de repartiţie a veniturilor etc.; îmbinarea analizei corelative (cantitativă) cu analiza dispersională (calitativă) în scopul luării în considerare, mai complete şi mai concrete, a factorilor cantitativi şi calitativi care influenţează eficienţa producţiei.

S.M. Vişnev

Bibl. 1. N.E. Kobrinski, *Osnovî ekonomiceskoi kibernetiki*, „Ekonomika", 1969; 2. M. Heady, D. Dillon, *Proizvodstvennîie funcţii v selscom hozeaistve*, „Statistika" (1964); 3. S.M. Vişnev, *Ekonomiceskie parametrî*, „Nauka", 1968.

Funcţii vectoriale. Fie $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ o *funcţie vectorială*, definită pe mulţimea $M \subseteq E_n$, $n \geqslant 1$ (→ Aplicaţie). Componentele $f_1(\mathbf{x}), \ldots, f_m(\mathbf{x})$ ale vectorului $\mathbf{f}(\mathbf{x}) \in E_m$ se numesc *funcţii-coordonate* ale funcţiei vectoriale $\mathbf{f}(\mathbf{x})$.

Funcţia vectorială liniară $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ are forma $f_1(\mathbf{x}) = a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n, \ldots$ $\ldots, f_m(\mathbf{x}) = a_{m1}\mathbf{x}_1 + \ldots + a_{mn}x_n$ (→ *Aplicaţie liniară*). Funcţia vectorială $\mathbf{f}(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} \in M \subseteq E_n$ se numeşte continuă în punctul $\mathbf{x}^0 \in M$, dacă pentru orice număr $\varepsilon > 0$ există un număr $\delta = \delta(\varepsilon, \mathbf{x}^0) > 0$, astfel încît din $|\mathbf{x} - \mathbf{x}^0|_n < \delta$ rezultă inegalitatea $|f(\mathbf{x}) - \mathbf{f}(\mathbf{x}^0)|_m < \varepsilon$. Aici $|\mathbf{x} - \mathbf{x}^0|_n$ este distanţa dintre punctele $\mathbf{x}$ şi $\mathbf{x}^0$ în E_n, iar $|\mathbf{f}(\mathbf{x}) - \mathbf{f}(\mathbf{x}^0)|_m$ este distanţa dintre $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ şi $\mathbf{f}(\mathbf{x}^0)$ din E_m. Definiţia de mai sus este echivalentă cu următoarea: funcţia vectorială $\mathbf{f}(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} \in M \subseteq \mathrm{E}_n$ se numeşte continuă în punctul $\mathbf{x}^0 \in M$, dacă pentru orice şir de puncte $\mathbf{x}^1, \mathbf{x}^2, \ldots, \mathbf{x}^k, \ldots$ din M, care converge către $\mathbf{x}^0$ (adică, $x^k \in M$, $k = 1, 2, \ldots$ şi $|\mathbf{x}^k - \mathbf{x}^0|_n \to 0$ pentru $k \to +\infty$) şirul imaginilor $\mathbf{f}(\mathbf{x}^1)$, $\mathbf{f}(\mathbf{x}^2), \ldots, \mathbf{f}(\mathbf{x}^k)$ converge către $\mathbf{f}(\mathbf{x}^0)$ (adică, $|\mathbf{f}(\mathbf{x}^k) - \mathbf{f}(\mathbf{x}^0)|_m \to 0$ pentru $k \to \infty$).

Definiţia continuităţii funcţiei vectoriale conţine ca un caz particular definiţia continuităţii unei funcţii (scalare) de unul sau mai multe argumente. Funcţia vectorială $\mathbf{f}(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} \in M \subseteq E_n$ este continuă în punctul $\mathbf{x}^0$ dacă şi numai dacă sînt continue în punctul $\mathbf{x}^0$ toate funcţiile coordonate $f_1(\mathbf{x}), \ldots, f_m(\mathbf{x})$.

Funcţia vectorială $\mathbf{f}(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} \in M \subseteq E_n$ se numeşte *continuă pe mulţimea m* dacă este continuă în toate punctele acestei mulţimi. Funcţia vectorială $\mathbf{f}(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} \in M \subseteq \mathrm{E}_n$ se numeşte *derivabilă* în punctul $x^0 \in M$ dacă există o matrice $(m \times n)$ (→ *Matrice*) încît

$$\lim_{[\mathbf{x} - \mathbf{x}^0]_n \to 0} \frac{|\mathbf{f}(\mathbf{x}) - \mathbf{f}(\mathbf{x}^0) - \mathbf{A}(\mathbf{x} - \mathbf{x}^0)|_m}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}^0|_n} = 0$$

Matricea **A** se numeşte *derivata totală* a funcţiei vectoriale $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ în punctul $\mathbf{x}^0$ şi se notează prin simbolul $\mathbf{f}'(\mathbf{x}^0)$. Această definiţie conţine ca un caz particular definiţia derivabilităţii funcţiei (scalare) de unul sau mai multe argumente (→ *Funcţie de o variabilă, Funcţie de mai multe* *variabile)*. Funcţia vectorială $\mathbf{f}(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} \in M \subseteq E_n$ se numeşte *derivabilă* pe mulţimea M, dacă ea este derivabilă în toate punctele acestei mulţimi. Funcţia vectorială liniară este derivabilă pe tot spaţiul E_n şi derivata ei totală nu este altceva decît matricea $\mathbf{A}$ a acestei funcţii.

Funcţia vectorială $\mathbf{f}(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} \in M \subseteq E_n$ este derivabilă în punctul $\mathbf{x}^0 \in \overline{M}$ dacă şi numai dacă sînt derivabile în punctul $\mathbf{x}^0$ toate funcţiile coordonate $f_1(\mathbf{x}), \ldots, f_m(\mathbf{x})$. De aici rezultă că funcţia vectorială $f(\mathbf{x})$, derivabilă în punctul $\mathbf{x}^0 \in M$, continuă în $\mathbf{x}^0$, are în $\mathbf{x}^0$ toate derivatele parţiale de ordinul întîi $\frac{\partial f_i\,(\mathbf{x}^0),}{\partial x_j}$, $(i = 1, \ldots, m;\ j = 1, \ldots, n)$ ale tuturor funcţiilor coordonate $f_1(\mathbf{x}), \ldots, f_m(\mathbf{x})$, iar matricea $\mathbf{A}$ este o matrice alcătuită din aceste derivate parţiale, adică $\mathbf{A} = \left(\frac{\partial \mathrm{f}_i(\mathbf{x}^0),}{\partial x_j}\right), i=1,\ldots,m;\ \mathrm{j}=1,\ldots,n.$

Matricea $\mathbf{A} = \mathbf{f}'(\mathbf{x}^0)$ generalizează gradientul pentru cazul funcţiei vectoriale.

Funcţia vectorială $\mathbf{f}(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} \in M \subseteq E_n$ se numeşte crescătoare (descrescătoare), dacă din inegalitatea $\mathrm{x}'' \geqslant x'$ rezultă $\mathbf{f}(\mathbf{x}'') \geqq (\mathbf{f}(\mathbf{x}')\ \mathbf{f}(\mathbf{x}'') \leqq$ $\leqq \mathbf{f}(\mathbf{x}'))$ *(→ Vector)*. Funcţiile vectoriale crescătoare şi descrescătoare se numesc *monotone*.

I.N. Ceremnîh

Bibl. 1. H. Nikaido, *Convex Structures and Economic Theory*, Academic Press, 1968; 2. G.E. Şilov, *Matematiceskii analiz, funkţii neskolkih veşcestvennîh peremennîh*, p. 1, 2, „Nauka", 1972.

G

Gestiunea stocurilor. Teoria **g.s.** studiază metodele de calcul al nivelului producției și al aprovizionării, care asigură, pe calea cea mai rațională, satisfacerea cererii viitoare (nu întotdeauna certe). Analiza modelelor de **g.s.** constă în stabilirea succesiunii procedeelor de aprovizionare și completare a stocurilor, care asigură minimizarea cheltuielilor totale legate de efectuarea aprovizionărilor și de păstrarea produselor, precum și a pierderilor cauzate de cererea nesatisfăcută.

Teoria **g.s.** în stadiul actual se referă în special la sfera producției unor obiecte relativ ieftine cu o viteză de circulație îndeajuns de mare. În asemenea cazuri cererea este relativ lesne de prevăzut.

Una din cele mai importante etape ale planificării funcționării oricărei unități de producție — secție, întreprindere sau uniune de întreprinderi — o reprezintă determinarea unui nivel rațional al stocurilor de materii prime, scule, produse. Un stoc excesiv de mare atrage după sine imobilizarea fondurilor, privează alte întreprinderi de materiile prime sau utilajele necesare, reclamă cheltuieli considerabile pentru depozitarea și întreținerea lor. Pe de altă parte, un stoc insuficient provoacă întreruperi în activitatea de producție, perturbează cooperarea cu alte întreprinderi și face să planeze pericolul aplicării diverselor sancțiuni economice.

Din păcate, este imposibil să se stabilească odată pentru totdeauna o normă rațională a stocurilor. Nivelul rațional al stocurilor depinde de un mare număr de condiții, legate atît de producția ca atare, cît și de o serie de factori exteriori producției. Dintre condițiile interne fac parte, de pildă, intensitatea utilizării stocurilor în funcție de caracterul comenzii executate, de posibilitățile de depozitare și de cheltuielile pentru întreținerea stocurilor în decursul unui anumit interval de timp. Factorii externi care influențează alegerea nivelului stocurilor sînt determinați de oscilațiile cererii la produsele întreprinderii, de posibilitățile furnizorilor, de operativitatea executării comenzilor, de cheltuielile de transport. Unii dintre factorii enumerați mai sus pot fi stabiliți în prealabil, alții sînt aleatori și legitățile lor statistice urmează a fi determinate.

Apreciind după lucrările publicate, utilizarea metodelor ştiinţifice de **g.s.** permite să se descopere resursele interne ascunse ale întreprinderii şi reprezintă o rezervă serioasă de creştere a rentabilităţii activităţii întreprinderii.

Determinarea unui nivel raţional al stocurilor se reduce, de cele mai multe ori, la alegerea momentelor raţionale ale efectuării comenzii şi la stabilirea judicioasă a cantităţilor cu care se completează stocurile (aşa-numitele dimensiuni raţionale din punct de vedere economic ale partidelor sau loturilor).

Aşadar, pentru diverse condiţii de funcţionare a unei întreprinderi industriale sau comerciale, teoria **g.s.** stabileşte cînd anume şi în ce cantitate este avantajos să se achiziţioneze diferite resurse.

Metodele de reglare a stocurilor sînt, de regulă, cu atît mai eficiente cu cît este mai bogată informaţia asupra cererii.

Utilizarea recomandărilor teoriei **g.s.** impune o abordare ştiinţifică a studierii legităţilor cererii. Pe de altă parte, metodele elaborate în cadrul teoriei **g.s.** indică căile de influenţare a modificării cererii într-un sens sau altul. De pildă, alegerea unui anumit raport între preţurile cu ridicata şi preţurile cu amănuntul exercită o influenţă puternică asupra intensităţii completării stocurilor şi, drept urmare, asupra cererii de diferite produse.

Deosebit de vast este domeniul de aplicaţie a teoriei **g.s.** în comerţ, unde stocurile de produse nevandabile constituie un neajuns important. Legăturile directe dintre producţie şi desfacere simplifică substanţial modul de enunţare a problemelor de reglare a stocurilor şi măresc eficienţa soluţionării lor.

Recomandările teoriei **g.s.** constituie un mijloc util, pentru stabilizarea gradului de utilizare a capacităţilor de producţie. Lărgirea sau restrîngerea producţiei, ca urmare a oscilaţiilor cererii sau din alte motive, implică cheltuieli considerabile. Nu întotdeauna este cu putinţă să se pregătească din vreme sau să se obţină cadrele cu calificarea necesară. Probleme şi mai complexe apar în cazul în care este necesar să se restrîngă temporar un anumit sector de producţie. Menţinerea cu orice preţ a cadrelor calificate ar fi scump plătită de către producţie şi societate. Modelele elaborate de teoria **g.s.** permit să se prevadă în procesul planificării etapele de oscilaţie a gradului de utilizare a capacităţilor de producţie a întreprinderii şi să se prevadă din vreme măsuri care să excludă perturbările bruşte ale ritmului de producţie. Asemenea modele oferă de asemenea posibilitatea folosirii metodelor teoriei reglării stocurilor pentru estimarea și alegerea căilor în vederea utilizării ritmice a capacității de producție a unei linii în flux.

Rezolvarea dilemei: ce este mai avantajos — rapid, dar scump sau lent, dar ieftin, se poate reduce, într-o serie de cazuri, la o problemă de g.s. În practica de producție sîntem confruntați adeseori cu problema organizării raționale a repartiției utilajelor. Echipamentele întreprinderii se uzează continuu și necesită reparații și înlocuiri. Înlocuirea poate fi asigurată fie prin achiziționarea unui nou utilaj, fie prin efectuarea de reparații, normale sau urgente, ale utilajului existent. Reparațiile urgente se efectuează cu mult mai repede decît cele normale, însă necesită cheltuieli cu mult mai mari. Cheltuieli și mai mari ocazionează achiziționarea unui nou utilaj. Se cere să se stabilească cum să se asigure, cu cheltuieli minime, o funcționare neîntreruptă a întreprinderii în decursul întregii perioade de îndeplinire a unui program de producție dat. Asemenea probleme se examinează de asemenea în teoria g.s.

Problemele de teorie a g.s. se clasifică de obicei după următoarele caracteristici:

1. *Schemele de intrare și de eliberare a stocurilor.*

Intrarea de produse într-o bază de depozitare poate fi continuă sau discretă. Tot așa, primirea comenzilor (cererea) poate fi continuă sau discretă. În cazul discret, completările stocurilor sau comenzile pot să sosească la intervale de timp regulate sau neregulate.

2. *Informația asupra cererii.* Se examinează cazurile de informație completă asupra cererii (problemele deterministe), cazurile de risc, cînd caracteristicile statistice ale cererii aleatoare se presupun cunoscute, și cazurile de cerere incertă.

3. *Modalitatea de adoptare a deciziei.* Se disting decizii într-o singură etapă și în mai multe etape, adică g.s. statică și dinamică.

4. *Rețelele de circulație a stocurilor.* Un sistem complex de g.s. poate fi alcătuit din mai multe baze de aprovizionare și depozitare care cooperează între ele. Sistemul de baze se numește succesiv, dacă ieșirea dintr-o bază constituie o intrare în altă bază. Succesiunea bazelor are diverse „niveluri". Un sistem de baze, aflate la același nivel, se numește paralel. Fiecare bază poate avea mai multe canale de intrare sau/și de ieșire care se exclud reciproc. Ieșirile din mai multe baze pot intra într-o singură bază. Bazele, canalele și schemele de cooperare a acestora alcătuiesc rețeaua de mișcare a stocurilor.

Uneori, modelele de g.s. se clasifică, de asemenea, după următoarele criterii:

5. *Repartiția cererii.* Se studiază cererea staționară și nestaționară. În primul caz, caracteristicile statistice ale cererii aleatoare sînt stabile în timp, în al doilea caz, se modifică.

6. *Sursa de aprovizionare.* Se cercetează cazurile de aprovizionare cu obiecte de producție proprie și livrările de mărfuri din afară.

7. *Caracterul întîrzierii în timp.* Sînt supuse analizei atît decalajele în timp cu caracter determinist între efectuarea comenzii şi primirea mărfii, cît şi întîrzierile întîmplătoare. Orice combinaţie a caracteristicilor enumerate mai sus defineşte un model de g.s. În ciuda tendinţei de a crea modele generalizate, schemele de g.s. studiate pînă în prezent în literatura de specialitate nu epuizează, se pare, nici măcar o mică parte din problemele care apar în activitatea practică a întreprinderilor. În fiecare situaţie concretă este necesar să se adapteze modelele existente la particularităţile problemei sau, utilizînd principiile generale ale teoriei g.s., să se elaboreze noi modele.

D.B. Iudin

Bibl. 1. J. Buchan, E. Koenigsberg, *Scientific Inventory Management*, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, 1963; 2. F. Hanssmann, *Operations Research in Production and Inventory Control*, John Wiley, 1965.

H

Homeostază (în greacă, *homeo* — asemănător, *stasis* — imobilitate). Concept introdus pentru prima oară de biologul Cannon, pentru a desemna procese fiziologice care întreţin unele stări variabile ale organismului, numite esenţiale (de exemplu, tensiunea arterială, temperatura corpului), la un anumit nivel sau în limite înguste. În prezent, se numeşte **h.** proprietatea sistemului de a menţine, în procesul de interacţiune cu mediul, *valorile variabilelor esenţiale* în limite date. Se numesc esenţiale caracteristicile strîns legate de calitatea esenţială a sistemului şi a căror perturbare duce la distrugerea lui. Este important faptul că la stări diferite ale mediului, valorile esenţiale rămîn stabile, asigurînd *echilibrul* sistemului cu mediul extern. **H.** sau echilibrul caracterizează sistemul ca un întreg şi nu se poate atribui într-un mod univoc unei părţi a acestuia. Într-o serie de cazuri definirea **h.** printr-o invariabilitate rigidă a variabilelor esenţiale, interpretate în mod direct ca variabile de stare a sistemului, se dovedeşte insuficientă pentru descrierea funcţionării sistemelor cibernetice complexe. Astfel, la descrierea sistemelor sociale, politice sau economice, încercarea de a pune în evidenţă variabile esenţiale poate conduce la definirea unor caracteristici care nu au o interpretare clară. În particular, pentru sistemele cu autoorganizare, a căror structură (şi, ca atare, şi mulţime de variabile) se poate schimba odată cu timpul, condiţia unei fixări rigide a limitelor variabilelor esenţiale de stare îşi pierde sensul. Nu este convenabil să se utilizeze fără extensiuni o asemenea terminologie nici în cazul în care sistemul, de exemplu, tinde să-şi maximizeze (şi nu să menţină la un nivel constant) unele variabile. De aceea, unii cercetători opun sistemelor homeostatice pe cele adaptive. Totuşi, nu există cauze temeinice pentru aceasta, în special dacă generalizăm conceptul de **h.**, presupunînd că el nu se reduce numai la stabilirea unor limite rigide pentru unele variabile ale sistemului, ci se manifestă, în principal, prin a da reguli nemodificabile de transformare a perturbaţiilor provenind din mediul exterior în valori ale variabilelor esenţiale (→ şi *Homeostaza economică*).

I.N. Gavrileţ

Bibl. 1. W.R. Ashby, *Design for a Brain*, Chapman & Hall, 2-nd imp., 1954; 2. W.R. Ashby, *Introducere în cibernetică*, Ed. tehnică, 1959; 3. S. Beer, *Cybernetics and Management*, The English Universities Press, 1959; 4. *Issledovania po obşcei teorii sistem*, „Progress", 1969.

Homeostază economică. Funcţionare stabilă şi optimă (echilibrată) a sistemului economic într-un mediu social variabil *(→ Echilibru economic)*. Drept modele de sisteme homeostatice optime pot servi toate aşa-numitele sisteme economice optime al căror comportament este determinat de regula optimizării (a maximizării sau a minimizării) unei funcţii obiectiv în condiţii date. Într-adevăr, în deplină concordanţă cu definirea homeostazei, asemenea sisteme economice funcţionează în mediul lor, astfel încît funcţia obiectiv, la toate restricţiile fixate, nu ia orice valoare, ci pe cea optimă. Cu alte cuvinte, limitele admisibile ale variabilei esenţiale — funcţia obiectiv — sînt date de o regulă de optimizare precis definită, adică există o aplicaţie a parametrilor care caracterizează mediul (parametrii condiţiilor) prin valorile variabilei esenţiale de stare a sistemului. Sinteza sistemului de planificare optimă este o sinteză a unui sistem homeostatic. De aceea, trebuie să se proiecteze un mecanism real, care să transforme toate variaţiile mediului social în stări concrete ale sistemului economic. Astfel, modificărilor demografice ale familiilor consumatoare sau creşterii neprevăzute a progresului ştiinţific şi tehnic trebuie neapărat să le corespundă modificări în repartiţia venitului şi a bunurilor de consum, precum şi în producţie şi acumulare (menţinînd condiţia optimului). Este clar că funcţionarea hemeostatică nu este posibilă fără un sistem corespunzător de conexiuni inverse şi fără o dotare informaţională, precum şi fără dispozitive de prelucrare cu o viteză suficientă.

Un alt exemplu de **h.e.** sînt sistemele economice cu echilibru stabil întreţinut prin procesul de reglare a preţurilor pe piaţă. Aici, ca şi în cazul sistemelor optime, variaţiile mediului extern (de exemplu, ca urmare a modificării gusturilor consumatorilor, a posibilităţilor tehnologice), se compensează prin variaţia diferenţei dintre cerere şi ofertă şi apoi prin schimbarea sistemului de preţuri. Menţinerea echilibrului stabil al economiei de piaţă este însă posibilă numai dacă se realizează o serie de ipoteze care în viaţa reală adeseori nu se îndeplinesc (cerinţa „absenţei coaliţiilor" sau a absenţei stabilirii monopoliste a preţurilor). Sistemului capitalist îi sînt proprii crize, perturbări ale stabilităţii etc. (N. Wiener a numit societatea capitalistă societate antihomeostatică.) Faptul că sistemele economice — atît cele echilibrate cît şi cele optime — sînt sisteme homeostatice, se manifestă şi într-o anumită echivalenţă între echilibru şi optim. Totuşi, această echivalenţă nu poate avea o valoare absolută, deoarece într-o serie de cazuri ea este încălcată, iar stările optime ale economiei pot fi și neechilibrate. Este important să se aibă în vedere faptul că noțiunile de echilibru și de optim sînt cazuri speciale de homeostază și subliniază diferite aspecte ale esenței acesteia Prin realizarea directă a **h.e.** se instaurează mecanismele reale de conducere și autonomie economică.

I.N. Gavrileț

Bibl.→ bibl. la *Homeostază, Comandă.*

Homomorfism. Relație de asemănare între sisteme sub un raport structural sau funcțional oarecare, generalizare a conceptului de *izomorfism** pentru cazul corespondențelor univoce numai într-un singur sens. Definiția exactă a **h.** este analoagă cu definiția izomorfismului. Fie două mulțimi, M cu proprietatea R, definită pentru elementele sale, și N cu proprietatea Q, definită pentru elementele sale. Atunci, între M și N există o relație de **h.** (altfel spus: M este aplicația homomorfă a lui N) în raport cu proprietățile R, Q, dacă, în primul rînd, există o corespondență la care fiecare $x \in M$ trece în $L(x) \subset N$ și pentru fiecare $z \in N$ există $x(z) \in M$, astfel încît $z \in L(x)$ și, în al doilea rînd, „$x \in M$ are proprietatea R“, implică „orice $z \in L(x) \subset N$ are proprietatea Q“ și „$z \in N$ are proprietatea Q“ implică „$x(z) \in M$ are proprietatea R“. Izomorfismul este cazul limită al **h.** atunci cînd pentru fiecare $x \in M$ submulțimea care îi corespunde $L(x) \in N$ conține numai un element care are sau nu are proprietatea Q, după cum x are sau nu are proprietatea R.

În mod analog, se introduce **h.** atunci cînd R și Q sînt relații n-are: dacă $x_1, x_2, \ldots, x_n$ din M se află în relația R, atunci $z_1, z_2, \ldots, z_n$ din N trebuie să fie în relația Q pentru orice $z_i \in L(x_i)$ și, invers, dacă $z_1, z_2, \ldots, z_n$ din N se află în relația Q, atunci $x(z_1), x(z_2), \ldots, x(z_n)$ din M se află în relația R. În sfîrșit, în locul unei proprietăți sau al relației R (respectiv Q) se poate lua în considerare o mulțime de proprietăți și (sau) relații. Să examinăm, cu titlu de exemplu, mulțimea M a numerelor reale și mulțimea N a punctelor din planul cartezian. Pentru elementele M vom lua relația binară „mai mare“, iar pentru elementele N relația binară „la dreapta“ (punctul $z \in N$ este „la dreapta“ punctului $z' \in N$, dacă abscisa lui z este mai mare decît abscisa lui z').

Fiecărui punct N îi punem în corespondență abscisa sa (un număr real, adică un element din M); în felul acesta, numărului $x \subset M$ îi corespunde mulțimea tuturor punctelor din plan, avînd fiecare abscisa egală cu x. Astfel, rezultă că mulţimea numerelor reale cu relaţia *mai mare* este o aplicaţie homomorfă a mulţimii punctelor din planul cartezian cu relaţia *la dreapta* (riguros, aici chiar relaţia *la dreapta* este definită printr-un **h.** special constituit). Exemple neformale de **h.**: un teren şi harta lui; un *program* pentru o maşină electronică de calcul şi *schema* bloc a acesteia; un *sistem material* şi modelul lui (schema abstractă corespunzătoare). Conceptul de **h.** este un concept central în cibernetică*, în *teoria modelelor (→ Model)* şi în *teoria generală a sistemelor**.

V.I. Danilov-Danilian

Bibl. → bibl. la *Izomorfism*.

I

Ierarhie. Unul din tipurile principale de *structură** a *sistemului** deosebit de frecvent întîlnit în sistemele cu *comandă**. Dacă reprezentăm elementele sistemului prin *vîrfurile* unui *graf* planar neorientat *(→ Teoria grafurilor)*, iar legăturile dintre acestea cu *muchii*, atunci structurii i. îi corespunde un caz particular de graf, *arborele*.

Formarea structurii i. unui sistem cu comandă poate fi descrisă, într-o formă generală, după cum urmează: *obiectului comenzii* i se pune în corespondență o anumită mulțime M^0, de exemplu elementele obiectului comenzii (ceea ce nu este deloc același lucru cu mulțimea elementelor sau subsistemelor sistemului cu comandă), variabilele care descriu starea sau funcționarea lui, momentele perioadei de conducere (planificare), punctele traiectoriei sale, variabilele care descriu acțiunea mediului exterior etc. În continuare, această mulțime se împarte în submulțimi M_i^1, $i \in I^0$; aici I^0 este mulțimea indicilor submulțimilor M_i^1, $\bigcup_{i \in I^0} M_i^1 = M^0$, $M_{i_1}^1 \cap M_{i_2}^1 = \varnothing$, cînd $i_1 \neq i_2$. Mulțimii și implicit obiectului comenzii în ansamblu îi corespunde un organ (bloc) *central* de comandă, iar mulțimilor M_i^1, subsisteme (organe, blocuri) de comandă de nivelul întîi.

Într-un mod asemănător se efectuează partiția mulțimilor M_i^1 și formarea unor subsisteme de comandă de nivelul doi etc. La pasul al k-lea, fiecare submulțime M_i^k poate fi descompusă în submulțimi M_i^{k+1}, $i \in I_j^k$, $\bigcup_{i \in I_j^k} \mathrm{M}_i^{k+1} = M_j^k$, $M_{i_1}^{k+1} \cap M_{i_2}^{k+1} = \varnothing$ dacă $i_1 \neq i_2$ și se pot forma organe de conducere de nivelul $k+1$. Rădăcina arborelui corespunde mulțimii M^0, adică organului central de conducere.

Să luăm ca exemplu o întreprindere industrială. Dacă M^0 este numărul locurilor de muncă în producție, definind submulțimile în mod corespunzător, se poate obține o structură *administrativă* obișnuită: întreprindere-secție-subsecție-loc de muncă. Așa-numitele subsisteme *funcționale* de conducere (secțiile de aprovizionare și desfacere, a energeticianului șef, a tehnologului-șef, de personal etc.) se pun în evidență dacă se consideră drept M^0 mulțimea variabilelor care caracterizează funcționarea întreprinderii (producția, consumul de materii prime și de energie, utilizarea forței de muncă, starea parcului de utilaje etc.).

Acest exemplu arată că în practică crearea sistemelor de comandă se poate realiza prin *sinteza* a două sau mai multe **i.** pornind de la moduri diferite de a da M^0. Dar variantele de alegere a M^0 pot fi şi alternative. O foarte mare importanţă are alegerea modului de a reuni elementele mulţimii M^0 în submulţimi M_i^k. O asemenea reuniune se efectuează fie prin metode de expertiză, fie utilizînd evaluarea cantitativă a similitudinii elementelor M^0; într-o submulţime se reunesc elemente similare. Conţinutul noţiunii de similitudine depinde de natura elementelor M^0. De exemplu, dacă elementele din M^0 sînt unităţi economice, drept semne de similitudine se pot utiliza nomenclatura şi volumul producţiei şi al consumului de resurse, poziţia geografică, comunitatea tehnologiei etc. Într-o serie de cazuri, evaluările de similitudine se pot obţine pe baza unor cercetări teoretice; o metodă mai răspîndită este utilizarea metodelor statistice de clasificare, apropiate de algoritmii recunoaşterii formelor. Menţionăm că pentru nivele diferite ale **i.**, similitudinea elementelor şi a reuniunilor lor se defineşte în mod diferit. Acest lucru se poate vedea din exemplul principiului de subîmpărţire *teritorială* şi pe *ramuri:* în unele cazuri aceste principii se utilizează într-un mod oarecum independent, iar în altele alternativ, odată cu trecerea de la un nivel la altul în cadrul **i.** tehnologice şi de producţie, pe departament.

În sisteme cu structură ierarhică, conducerea se bazează pe faptul că fiecare subsistem rezolvă o problemă parţială în condiţii de independenţă relativă. Deciziile de conducere şi în special planurile, elaborate de către toate subsistemele de la un nivel k, subordonate unui subsistem de nivel mai înalt $k-1$, sînt coordonate de acesta din urmă. Avînd în vedere caracterul iterativ al procesului de elaborare a deciziei de conducere, corectarea deciziilor subsistemelor de la nivelul inferior şi coordonarea lor ulterioară „sus“, noua corectare etc. se pot efectua în mod repetat *(→ Programare pe blocuri, Planificare de decompoziţie).*

Fireşte că o structură strict ierarhică nu este mai mult decît o abstracţie şi în forma ei pură nu poate caracteriza decît un sistem abstract. În sistemele biologice, sociale, economice reale sînt inevitabile legăturile dintre elemente, care nu sînt prevăzute de un model de structură de tipul arborelui. Totuşi, şi în acest caz se vorbeşte de o structură ierarhică dacă conexiunile prevăzute de modelul formal al **i.** le domină pe celelalte.

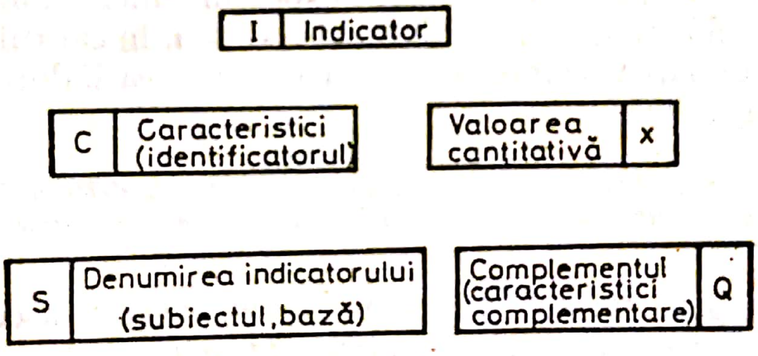
V.I. Danilov-Danilian

Bibl. 1. M. Mesarovici, *Osnovania obşcei teorii sistem*, în culegerea *Obşciaia teoria sistem*, „Mir“, 1966; 2. M. Toda, E.H. Shoeford, *Loghika sistem: vvedenie v formalnuiu teoriu structurî*, „Progress“, 1969.

Indicator. Caracterizare cantitativă a unei proprietăţi a unor obiecte şi procese social-economice, mărime definită calitativ, ca rezultat al unei măsurători sau al unui calcul.

Sînt cunoscute două definiţii ale **i.**: prima — economică —, aplicată în practica evidenţei, statisticii, planificării; a doua — utilizată în teoria şi practica prelucrării automatizate a datelor. Potrivit primei definiţii, **i.** este interpretat ca o mărime variabilă, definită calitativ, care poate fi asociată cu o mulţime de valori cantitative posibile, precum şi cu algoritmii şi calculele referitoare la diferite date iniţiale, de pildă, producţia globală, numărul mediu scriptic al personalului etc.

Potrivit celei de-a doua definiţii, **i.** reprezintă o propoziţie, care conţine caracterizarea cantitativă a unei anumite proprietăţi a obiectului cercetat. O asemenea propoziţie conţine o singură valoare cantitativă, precum şi un set de caracteristici calitative (caracteristicile minime), necesare pentru identificarea lui univocă. De pildă: „volumul producţiei globale al industriei U.R.S.S., în anul 1970, a fost de 373 miliarde ruble". În cadrul prelucrării datelor, valorile caracteristicilor calitative sînt supuse unor operaţii logice, iar valorile cantitative, unor operaţii de calcul. Cercetările efectuate în ultimii ani în legătură cu elaborarea software-ului informaţional al sistemului automatizat de conducere, în speţă a limbajelor informaţionale pentru regăsirea şi prelucrarea integrată a datelor economice, au permis să se elucideze structura **i.** şi legătura reciprocă dintre definiţiile prezentate. Structura unui **i.**, după cea de-a doua definiţie, este prezentată în fig. de mai jos:


I
Indicator
C
Caracteristici (identificatorul)
Valoarea cantitativă
x
S
Denumirea indicatorului (subiectul, bază)
Complementul (caracteristici complementare)
Q

S, denumirea **i.** (numită în diferite lucrări subiect, bază, nucleu al **i.**), exprimă semnificaţia economică fundamentală a **i.** şi corespunde cu ceea ce se înţelege prin **i.** în prima definiţie. De obicei, în denumirea de **i.** intră termeni care desemnează: obiectul măsurat, adică *ce se măsoară* (produse, muncitori, fonduri fixe, mijloace băneşti ş.a.m.d.); starea sau procesul în care se află unitatea economică, adică *ce se face* cu obiectul (stoc, capacitate, producţie, cheltuieli, pierderi); caracterizarea formală a **i.**, cu alte cuvinte, *cum* se calculează (sumă, volum, spor, diferenţă, medie ş.a.m.d.).

Q, complementul (caracteristicile suplimentare) ale **i.**, nu exprimă semnificaţia economică de bază a acestuia, dar precizează valoarea lui cantitativă concretă. Componenţa caracteristicilor complementare este determinată în diverse lucrări în mod diferit însă, de obicei, din această categorie fac parte termenii care desemnează timpul la care se referă **i.** respectiv (un moment sau o perioadă), unităţile de măsură, genul de date după funcţiile de conducere (de plan, efectiv, normativ), precum şi termenii care indică *cine* anume exercită o acţiune asupra obiectului măsurat, *unde* se află acesta, *încotro* se deplasează (denumirile ramurilor, întreprinderilor şi organizaţiilor, ministerelor şi departamentelor, unităţilor teritoriale etc.).

Analiza structurii **i.** are o mare însemnătate pentru clasificarea şi identificarea lor în sistemul automatizat de conducere la organizarea păstrării, regăsirii şi prelucrării integrate a datelor. Fiecare element de structură (caracteristică) al **i.** poate fi privit ca un criteriu de clasificare a mulţimii **i.** De pildă, după criteriul caracteristicii formale, se disting **i.** în expresie absolută şi **i.** relativi. După criteriul procesului, se disting **i.** care caracterizează starea şi mişcarea obiectului măsurat; printre aceştia din urmă pot fi menţionaţi **i.** care caracterizează procesele de producţie, repartiţie, circulaţie, consum etc. După criteriul obiectului, se disting **i.** ai populaţiei şi ai resurselor de muncă, ai resurselor naturale, producţiei, fondurilor fixe, finanţelor etc.

Setul de indicatori reciproc corelaţi, care asigură o caracterizare multilaterală a obiectului reflectat sub aspectul unei anumite probleme (complex de probleme), reprezintă un *sistem de* **i.** în cadrul căruia trebuie să se asigure corelarea reciprocă şi comparabilitatea **i.** după sfera noţiunii şi metodologia de măsurare.

E.G. Iasin

Bibl. 1. M.A. Korolev, *Obrabotka ekonomiceskoi informatii na elektronnîh maşinah*, „Ekonomika", 1965; 2. *Ekonomiceskaia informaţia: metodologhiceskie problemî*, „Statistika", 1973.

Informaţie. În sens primar, termenul de *informaţie* însemna o înştiinţare în general. Odată cu dezvoltarea *ciberneticii** şi a *teoriei generale a sistemelor** acest termen, deşi şi-a păstrat sensul iniţial, în ştiinţele menţionate s-a concretizat şi a început să fie utilizat într-un sens mai precis, pentru a desemna ceea ce ştie sau află *observatorul** cu privire la *sistem** şi la *mediul** în care acesta funcţionează.

De exemplu, cazul particular, cînd sistemul se investighează cu metoda *cutiei negre**, **i.** privind comportamentul acestuia se reprezintă sub forma unui protocol al experienţelor. Într-un caz mai general, cînd pentru observator este mai convenabil să privească sistemul ca pe un ansamblu de subsistem sau ca pe o mulţime de elemente primare, **i.** despre sistem este constituită, în primul rînd, din cunoştinţele cu privire la *organizarea**, *structura** şi *parametrii sistemului** şi, în al doilea rînd, din cele cu privire la starea și comportamentul sistemului în ansamblu și a subsistemelor (elementelor sistemului), în cadrul întregului.

Observatorul obține **i.** privind sistemul printr-un experiment activ sau prin observarea sistemului, iar în cazul sistemelor abstracte, și prin *deducția logică*. Cunoștințele observatorului asupra sistemului, înainte de experiment, se numesc *apriorice*, iar după experiment, *aposteriorice*. În mod corespunzător, pentru observator, nedeterminarea caracteristicilor, proprietăților și comportamentului sistemului este apriorică înainte de experiment și aposteriorică după experiment. Un experiment reușit elucidează legile de comportare a sistemului, adică pune în evidență limitele *varietății**. În principiu, **i.** se referă numai la sisteme cu varietate potențială. În ceea ce privește funcțiile **i.** în sistemele cu comandă, → *Comandă*. **I.** asupra sistemului poate fi adevărată sau falsă. Evident că **i.** adevărată sporește atitudinea realistă față de sistem și reduce nedeterminarea descrierii acestuia, asigurînd astfel o mai bună predictibilitate a comportamentului sistemului și o calitate superioară a conducerii, în timp ce informația falsă conduce, de obicei, la un rezultat opus.

I. privind un sistem poate avea atît un caracter determinist, cît și unul probabilist. **I.** probabilistă ne îngăduie să raționăm asupra caracteristicilor statistice ale sistemului; apelul la abordarea probabilistă devine necesar atunci cînd observatorul se află în fața unui *sistem mare**. Operînd asupra sistemului, realizînd comanda în concordanță cu scopurile sale, observatorul examinează **i.** sub diferite aspecte [3]; dintre acestea se rețin trei, și anume: aspectul *pragmatic*, referitor la scopurile observatorului, aspectul *semantic*, referitor la conținutul semnificativ și la interpretarea corectă a **i.** și aspectul *sintactic* (sau material-energetic, semiotic, tehnologic), referitor la modalitatea și tehnica transmiterii informației. În mod corespunzător se obișnuiește să se vorbească despre **i.** pragmatică, semantică sau sintactică. Observăm că examinarea pragmatică a **i.** este cea mai generală, în special în sistemele economice, deoarece abordarea pragmatică analizează utilitatea **i.** din punctul de vedere al observatorului, în timp ce abordările semantică și sintactică au o importanță relativ subordonată.

Pentru a realiza sisteme optime (raționale) de transmitere și de prelucrare a **i.**, este necesar să se introducă evaluări cantitative noncrontradictorii ale **i.**, cel puțin la cele trei niveluri indicate. Optimizarea sistemului informațional constă în găsirea celui mai bun compromis între cantitatea de **i.** pe care o asigură un sistem și cheltuielile de creare și exploatare a sistemului respectiv (un caz particular este minimizarea cheltuielilor pentru transmiterea **i.**). Deocamdată nu s-a reușit să se creeze o metodă universală de evaluare cantitativă a **i.** pragmatice deși s-au elaborat unele metode de rezolvare a unor probleme particulare (→ de exemplu, [4 ; 5 ; 6]). De obicei, pentru aceasta se compară într-un fel sau altul nedeterminarea aposteriorică cu cea apriorică a problemei şi se confruntă gradul de reuşită apriorică şi aposteriorică (după obţinerea **i.** noi) a scopului. De obicei, o asemenea comparaţie se efectuează în termenii funcţiei obiectiv, iar evaluarea definitivă a utilităţii **i.** se formulează în unităţi absolute sau relative. Evaluările cantitative ale **i.** pragmatice oferă posibilitatea clasificării **i.** după criteriul utilităţii, obţinîndu-se astfel raţionalizarea sistemului informaţional.

De asemenea, s-au elaborat şi metode de evaluare a **i.** semantice (de exemplu [7]), mai mult sau mai puţin adaptate la problemele practice, dar nici în acest caz nu s-a obţinut o metodă universală. Introducerea unor asemenea evaluări prin analiza şi sinteza sistemelor de conducere a unităţilor economice permite, într-o serie de cazuri, să se rezolve în mod eficient problemele de raţionalizare a formelor documentelor şi a conţinutului indicatorilor pentru transmiterea conţinutului semantic, ţinîndu-se seama de restricţiile impuse volumului de documente, cantitatea şi periodicitatea acestora etc.

Succesele cele mai mari în elaborarea evaluărilor cantitative ale **i.** s-au obţinut la nivel sintactic, în primul rînd pentru cazul transmiterii de mesaje pe canalele de comunicaţii. Aceste rezultate s-au obţinut graţie puternicei dezvoltări a teoriei matematice a comunicării, numită uneori *teoria informaţiei* şi care este unul din elementele prime şi fundamentale ale *ciberneticii**.

Teoria matematică a comunicării a apărut ca urmare a studiului transmiterii electrice, iar unele dintre ideile cele mai importante s-au născut în timpul cînd transmiterea electrică abia se năştea. S. Morse şi A. Weil au creat în 1838 codul telegrafic cunoscut astăzi sub denumirea de *alfabetul Morse*. Creatorii codului s-au străduit să mărească la maximum viteza transmiterii textelor telegrafiate. În 1924, G. Nyquist a publicat lucrarea *Unii factori care influenţează viteza transmiterii semnalelor telegrafice*, care a exercitat o mare influenţă asupra dezvoltării teoriei matematice a comunicării. G. Nyquist a arătat că viteza W de transmitere a semnalelor pe canal depinde de numărul mn de simboluri de cod distincte (tensiuni ale curentului), prin relaţia

$$W = k \log n,$$

în care k este o constantă determinată de viteza de transmitere a simbolurilor succesive. El a fost primul care a propus o măsură logaritmică de determinare a vitezei de transmitere a semnalului. În 1928, Hartley a definit informaţia mesajului ca

$$H^0 = m \log n,$$

în care m este numărul de simboluri în mesaj, iar n — numărul de simboluri distincte accesibile pentru utilizare. Din punctul de vedere al teoriei actuale, această formulă poate fi aplicată pentru evaluarea i. numai în cazul în care simbolurile se aleg independente unele de altele şi alegerea oricărui simbol este echiprobabilă.

C. Shannon a dezvoltat într-un mod complet teoria în anii '40 [1]. Problema principală pe care a cercetat-o constă în următoarele:

Fie o sursă de mesaje generînd mesaje de un anumit fel (de exemplu un text — o succesiune de semne dintr-un alfabet anume) şi fie un canal de legătură cu perturbări (zgomote). Cum să se codifice mesajele cu ajutorul semnalelor electrice astfel încît să se asigure transmiterea cea mai rapidă a mesajelor prin canal? Cu ce viteză se poate transmite un mesaj pe un canal anumit fără erori sau cu un nivel dat de eroare? C. Shannon a propus următoarea măsură a cantităţii de informaţie (→ şi *Entropie*):

$$H = -\sum_{i=1}^{n} P_i \log P_i,$$

în care P_i este probabilitatea de a se alege simbolul i din colecţia totală de n simboluri pe care le elaborează sursa de mesaje. Mărimea H (entropia) se măsoară în biţi (de la cuvintele englezeşti *binary digit* — unitate binară). Entropia sursei de mesaje se măsoară în biţi de mesaj pe cuvînt sau pe literă. În cazul în care sursa funcţionează cu o viteză constantă, entropia se măsoară în biţi pe secundă. Entropia sursei este cu atît mai mare cu cît este mai mare numărul de mesaje din care sursa poate să facă o alegere. Ea creşte odată cu nedeterminarea la receptor (cel care primeşte mesajul) a alegerii pe care o va face sursa.

Pentru canalele de comunicaţie s-a introdus o măsură care caracterizează viteza maximă de transmitere a mesajului prin ele: *capacitatea de transmisie a canalului*. Capacitatea de transmisie a unui canal este determinată de către acea sursă ale cărei mesaje posedă entropia maximă, în cazul transmiterii fără erori prin canalul respectiv. Rezultatul principal pentru un canal de comunicaţie fără zgomote (fără perturbări şi distorsiuni la transmitere) este următorul: dacă entropia sursei de mesaje este mai mică decît capacitatea de transmisie a canalului, mesajele sursei pot fi codificate astfel încît ele să poată fi transmise pe canalul respectiv fără ca semnele netransmise să se constituie într-o coadă (fir de aşteptare).

Un rezultat deosebit de interesant, care i-a surprins pe ingineri şi pe matematicieni, a fost obţinut de către Shannon pentru canale cu zgomot. La recepţionarea comunicării transmise printr-un canal cu zgomot, receptorul ştie sigur ce mesaj a primit, dar de regulă nu este convins că a fost transmis tocmai acest mesaj. Capacitatea de transmisie a canalului scade pe măsură ce erorile devin mai probabile. Shannon a arătat că dacă entropia sursei este mai mică decît capacitatea de transmisie a canalului (şi numai în acest caz), există un mod de codificare care asigură o frecvenţă arbitrar de mică a erorilor de transmisie.

Lucrările lui Shannon şi a discipolilor săi au găsit o largă aplicare în practică, la optimizarea canalelor de comunicaţie, în sistemele de prelucrare a datelor, la elaborarea maşinilor electronice de calcul etc. Aspecte importante ale teoriei comunicaţiilor au fost elaborate de A. N. Kolmogorov şi N. Wiener. Ei au rezolvat, independent unul de celălalt, problema *filtrării* şi a *predicţiei* constînd în separarea semnalului util din combinaţia *semnal-zgomot*, în cazul unor caracteristici statistice date ale semnalului, respectiv anticiparea cu un anumit interval de timp a valorii semnalului util. Această problemă este larg utilizată în proiectarea sistemelor dinamice continue, şi în special în sistemele de conducere a proceselor tehnologice.

A.I. Ciuhnov

Bibl. 1. C. Shannon, *Raboti po teorii informaţii i kibernetike*, Izd. inostr. lit., 1963; 2. R.M. Fano, *Peredacea informaţii. Statisticeskaia teoria sviazi*, „Mir", 1965; 3. *Informaţia i modeli struktur upravlenia*, „Nauka", 1973; 4. M. D. Mesarović, *A united theory of learning and information*, „Computer and information sciences", 1968; 5. A. A. Harkevici, *O ţennosti informaţii*, „Problemî kibernetiki" fas. 4, 1961; 6. M. M. Bongard, *Problema uznavania*, „Nauka", 1967; 7. I. A. Sreider, *O kolicestvennîh harakteristikah semanticeskoi informaţii*, „Naucino-tehniceskaia informaţii" nr. 10/1963.

Informaţie economică. Informaţia cu privire la procesele sociale de producţie, repartiţie, schimb şi consum al bunurilor materiale. Reflectarea relaţiilor şi proceselor economice ale producţiei sociale formează conţinutul **i.e.**, spre deosebire de alte tipuri de informaţie, utilizate în sistemul de conducere — de pildă, informaţia tehnică, care reflectă relaţiile dintre elementele materiale ale producţiei, sau informaţia socială, care reflectă relaţiile şi procesele sociale, în afara celor economice.

I.e. trebuie deosebită de noţiunile de date sau cunoştinţe economice cu care de obicei se confundă. Acestea din urmă sînt prezentate într-un anumit limbaj şi pe un anumit suport material, sub forma unor indicatori, texte, tabele, documente, care sînt o reflectare a fenomenelor economice şi care, luate ca atare, nu sînt legate de o anumită problemă, de nevoile unui anumit utilizator.

I.e. reprezintă practic, întotdeauna, cunoştinţe, date, care devin informaţie numai atunci cînd utilizatorii lor rezolvă o anumită problemă şi atunci cînd ele micşorează gradul de nedeterminare ce caracterizează condiţiile problemei. Datele, cunoştinţele sînt în general necesare în măsura în care ele pot fi informaţie.

Clasificarea **i.e.** Prin conţinutul său, **i.e.** poate fi clasificată astfel: a. pe faze şi procese ale reproducţiei: informaţia cu privire la producţie, repartiţie, schimb, consum; b. pe elemente (factori) ale reproducţiei: cu privire la populaţie şi resursele de muncă, resursele materiale, producţie şi servicii, mijloace băneşti etc.; c. după unităţile structurale reflectate: ramuri ale economiei naţionale, regiuni economice, întreprinderi şi organizaţii etc. Clasificarea **i.e.** pe baza criteriilor de mai sus reproduce clasificările proceselor, obiectelor, unităţilor structurale reflectate. După destinaţia sa în procesul de conducere, **i.e.** se împarte în informaţie de conducere (de comandă) şi informaţie de raportare. Destinaţia principală a informaţiei de conducere constă în transmiterea pînă la executanţi a deciziilor ce urmează a fi executate fie sub forma unor sarcini directe, fie sub forma unor stimulente economice sau de altă natură, care influenţează comportamentul unităţilor conduse. În procesul de elaborare a deciziilor finale, în etapele intermediare, informaţia de conducere poate însă avea şi o altă destinaţie, şi anume coordonarea unor organe de acelaşi nivel, sau pentru comunicarea către organele tutelare a acţiunilor şi necesităţilor prevăzute ale unităţilor subordonate din subordinea lor (proiecte de plan). Destinaţia informaţiei de raportare constă în realizarea conexiunii inverse în sistemul de conducere a economiei. În cadrul acestor două mari clase, **i.e.** se clasifică după compartimentul de conducere care o elaborează, şi anume: informaţie de plan, elaborată de compartimentul planificării, informaţie de evidenţă şi statistică, elaborată de compartimentele de evidenţă şi analiză, informaţie normativă, elaborată de compartimentul de normare ş.a.m.d.

I.e. se transmite şi se prelucrează, de regulă, sub forma unor semne fixate pe diverse suporturi materiale. Sistemele de semne utilizate pentru schimbul de date formează limbajele de **i.e.** Baza lor generală o constituie o limbă naturală. Odată cu utilizarea tehnicii de calcul pentru prelucrarea datelor se extind însă proporţiile utilizării diferitelor limbaje artificiale: limbaje de clasificare cu coduri numerice (clasificatoare), limbaje informaţionale de tipul descriptorilor etc. În ultimii ani, studiul informaţiei economice face tot mai mult apel la metodele semioticii (→ *Semiotica economică*).

Măsurarea **i.e.** Metodele bazate pe teoria statistică a informației a lui Wiener-Shannon nu sînt aplicabile la măsurarea **i.e.**, ca urmare a necesității de a lua în considerare o clasă largă de însușiri neexaminate de teoria comunicației: utilitatea, sensul, semnificația, informativitatea și alte aspecte ale comunicărilor economice. Deocamdată, teoria generală a informației nu a elaborat unități îndeajuns de universale de evaluare a comunicărilor; de aceea, în practică, se măsoară numai volumul datelor economice, după numărul de semne numerice și alfabetice, după numărul de indicatori și de documente. O unitate de măsură importantă pentru datele economice cu caracter cantitativ este indicatorul. Prin *indicator* se înțelege o expresie care conține o caracterizare cantitativă a uneia dintre însușirile obiectului reflectat. Indicatorul este cea mai mică unitate semnificativă, capabilă să fie obiectul de-sine-stătător al unei comunicări și al întocmirii unui document. Documentele, adică suporturile materiale ale informației, apte de a fi depozitate și transmise, considerate ca ansambluri de indicatori, se utilizează, de asemenea, pentru evaluarea volumului datelor economice; ele diferă însă foarte mult după numărul indicatorilor și al altor date cuprinse în ele.

Caracterizarea fluxurilor de **i.e.** Într-un sistem de conducere, funcțiile realizate de diferite organe de conducere sînt legate prin fluxuri de informație care se caracterizează prin: direcție, componență, intensitate, regim de timp. După direcția lor se disting fluxuri orizontale de informație, care fac legătură între organe de conducere de la același nivel, și fluxuri verticale (ascendente și descendente), care fac legătură între organe de niveluri diferite.

Cercetările efectuate în ultimii ani au permis să se obțină o imagine generală asupra volumului circulației datelor economice cuprinse în documente într-o serie de ramuri importante ale economiei naționale. Conform datelor acestor cercetări, în cadrul circuitului economic intern al documentelor purtătoare de informație economică, se vehiculează în cadrul unei întreprinderi industriale de la 50 pînă la 2000 de mii de documente și de la 3,5 la 100 milioane de indicatori pe an. Volumul datelor intrate și ieșite (circuitul extern) al unei întreprinderi industriale medii se cifrează la aproximativ 100 de mii de documente și 1000 de mii de indicatori pe an. Ponderea cea mai mare o ocupă documentația de transport și de decontare-plăți (80—90% din numărul documentelor din circuitul extern, însă numai 40—50% din numărul de indicatori). O întreprindere industrială medie prezintă dări de seamă statistice și contabile, care cuprind un volum de 60—80 de mii de indicatori pe an. Volumul total al circuitului intern al datelor economice în industria U.R.S.S. se estimează la 120—170 de miliarde de indicatori pe an. Fluxurile verticale, care leagă întreprinderile de organele de conducere de nivel regional, republican și unional, se caracterizează prin datele din tabelul de la p. următoare.

Analiza circuitului datelor economice în industrie permite să se tragă următoarele concluzii:

1. Partea principală a circuitului se desfășoară în interiorul întreprinderilor și între întreprinderi.

2. Sistemul de conducere se distinge printr-un înalt grad de centralizare: la niveluri intermediare de conducere se realizează o comprimare a fluxurilor de date de numai 1,8—2 ori; o cantitate considerabilă de date circulă din întreprinderi direct la nivelurile superioare de conducere. În canalele statisticii de stat, unde se constată o comprimare normală printr-un sistem ierarhic a fluxurilor verticale de date, coeficientul de comprimare reprezintă 11—13%, adică de trei ori la un nivel.

3. În fluxurile verticale de date economice ocupă o pondere mare datele care trec prin organele de aprovizionare tehnico-materială. Ele reprezintă 68—70% din datele de raportare care se primesc la nivel unional și 60—62% din datele primite de organele de conducere teritoriale. Această situație este determinată de sistemul actual de repartiție centralizată a resurselor materiale, care exercită o influență puternică asupra gradului de centralizare a întregului sistem de conducere.

4. Datele economice transmise se caracterizează printr-o informativitate relativ scăzută. O mărturie în această privință o constituie rezultatele unei cercetări a modului de utilizare a datelor dărilor de seamă primite de unele organe de conducere, care arată că numai între 10 și 30% din datele respective sînt utilizate pentru adoptare de decizii: celelalte fie că se transmit mai departe organelor tutelare, fie că nu se utilizează deloc. În același timp, lipsesc multe informații importante, necesare pentru rezolvarea unor probleme de conducere.

Direcțiile principale de cercetare în domeniul **i.e.** au menirea de a asigura: reflectarea mai completă și mai adecvată a proceselor reproducției sociale; determinarea necesităților reale de informație a sistemelor de conducere; perfecționarea limbajului de conducere economică, necesar pentru aplicarea eficientă a metodelor economico-matematice și a echipamentelor electronice de calcul; elaborarea unui sistem multilateral de unități de măsură a informației economice pentru optimizare, cu cheltuieli minime pentru culegerea, prelucrarea, păstrarea și transmiterea lor.

E.G. Iasin

Bibl. 1. *Issledovanie potokov ekonomiceskoi informații*, „Nauka", 1968; 2. M. A. Korolev, *Obrabotka ekonomiceskoi informații na elektronnîh mașinah*, „Ekonomika", 1965; 3. E. Z. Maiminas, *Proțessî planirovania v ekonomike: informaționnîi aspekt*, „Ekonomika", 1971; 4. E. G. Iasin, *Teoria informații i ekonomiceskie issledovania*, „Statistika", 1970.

Niveluri de conducere	Volumul de date — miliarde de indicatori pe an									
	Total				Din care — canalele sistemului aprovizionării tehnico-materiale				Canalele statisticii de stat	
	de raportare		de conducere		de raportare		de conducere		de raportare	
	intrare	ieşire	ieşire	intrare	intrare	ieşire	ieşire	intrare	intrare	ieşire
Unional	2650 3600	—	950—1200	—	1800—2500	—	800—1000	—	150—200	—
Republican	2350—2600	435—500	270—330	55—70	900—1000	250—300	200—250	50—60	750—800	150—200
Regional (organele teritoriale de conducere)	5000—5700	1450—1600	550—650	200	3000—3500	700—800	550—650	200	2000—2200	750—800
Întreprinderi	—	5400—6200	—	1500—1700	—	3000—3500	—	1000—1200	—	2000—2200

Infrastructură. De la lat. *infra*, care înseamnă sub, jos și *structura* — construcție, edificiu. Termenul **i.** a apărut mai întîi în domeniul construcțiilor, însemnînd *temelie, fundație.* În sens figurat, acest cuvînt a început să desemneze ansamblul de construcții exterioare în raport cu producția sau ramura examinată. De pildă, în aviație, prin **i.** se înțelege ansamblul construcțiilor de la sol — aerodromuri, hangare, ateliere. În transportul feroviar, **i.** este alcătuită din ansamblul construcțiilor din stații și din jurul acestora.

Începînd din anii '50 acest termen a început să fie larg utilizat în literatura economică. Prin **i.** a început să se înțeleagă ansamblul de ramuri și de activități care servesc atît sfera productivă, cît și sfera neproductivă din economie, în scopul creării bazei pentru o activitate normală a principalelor ramuri ale producției materiale și pentru dezvoltarea forțelor de producție ale țării. Cu toate acestea, conținutul concret al noțiunii de **i.** rămîne destul de vag și controversat. Mulți economiști din diferite țări împart **i.** în trei părți: **i.** *materială*, din care fac parte cheltuielile care se transformă în obiecte materiale ca, de pildă, construcția de drumuri, poduri, canale, porturi, energetica, telecomunicațiile, construcțiile de locuințe; **i.** *instituțională*, care include cheltuielile pentru întreținerea sistemului monetar, de credit și financiar, a instituțiilor de cercetări științifice; **i.** *personală*, alcătuită din învățămînt, ocrotirea sănătății, prestările de servicii către populație, serviciile culturale etc. Problema dezvoltării **i.** a început să-i preocupe pe oamenii de știință și pe oamenii politici imediat după primul război mondial, cînd cheltuielile pentru crearea ei au început să crească vertiginos ca urmare a complicării generale a producției și a economiei și implicit a necesității unor investiții uriașe în domeniul științei, în amenajarea teritoriului pentru ca acesta să devină apt pentru o activitate economică nemijlocită, în formarea de cadre de muncitori calificați. Deși fără dezvoltarea **i.** nu poate exista producție, unele particularități ale ramurilor de **i.** — rentabilitatea lor scăzută, investițiile specifice uriașe și durata lungă a termenelor de recuperare a investițiilor — fac ca în țările capitaliste cheltuielile pentru crearea **i.**, în cea mai mare parte a lor, să și le asume statul, lăsînd sectorului întreprinzătorilor particulari sfera producției unde se creează plusvaloarea.

Într-o societate bazată pe proprietatea socială, dezvoltarea și finanțarea **i.** constituie o parte a planului general de stat al economiei naționale și se asigură de către stat. O problemă tehnico-economică importantă o constituie stabilirea unor proporții corespunzătoare între ramurile **i.** și ramurile de bază ale producției materiale, întrucît pot exista situații în care, ca urmare a lipsei de drumuri, să sufere pierderi șantierele de construcții și producția sau în care insuficiența locuințelor și organizarea nesatisfăcătoare a gospodăriei comunale să atragă după sine fluctuația forței de muncă și reducerea productivității muncii. De aceea, o **i.** adecvată constituie, și în țările socialiste, o condiție necesară pentru eficiența investițiilor directe în întreprinderile și ramurile de producție.

|*A.L. Weinstein*|

Infrastructură. Probleme de planificare. Tendințele dezvoltării economice actuale în toate țările sînt de așa natură încît diferențele de cheltuieli pentru **i.**, compensînd acele variații ale cheltuielilor de transport și ale efectului de aglomerare care nu depind de **i.**, devin un factor hotărîtor al modificării eficienței repartizării teritoriale a producției. De aceea, modelele economico-matematice de optimizare, care fac abstracție de formarea și dinamica acestor diferențe, necesită o însemnată *completare exogenă*, care se exprimă prin revizuirea radicală a deciziilor de plan formalizate pe baza estimării neformalizate a condițiilor și consecințelor realizării lor.

În practica planificării economiei socialiste se disting trei tipuri de **i.**: **i.** *tehnică-inginerească*, **i.** *socială și de servicii* și **i.** *instituțională*. **I.** tehnică-inginerească este alcătuită din ansamblul construcțiilor speciale de transporturi, energetice ș.a., care asigură funcționarea normală a întregului complex de activități de producție în cadrul unui anumit teritoriu. **I.** socială și de servicii este alcătuită din ansamblul de obiecte cu destinație culturală, locuințe, de prestări de servicii etc., care asigură activitatea vitală normală a întregii populații de pe teritoriul respectiv. **I.** instituțională reprezintă ansamblul instituțiilor de partid, de stat și de administrație economică generală (inclusiv instituțiile financiare, de aprovizionare-desfacere și altele), al instituțiilor de cercetare științifică, de proiectare etc., care organizează *(→ Organizare)* dezvoltarea culturii, în sens larg, pe teritoriul respectiv.

În condițiile planificării optime a activității economice, pe lîngă repartizarea cea mai eficientă a resurselor între producția de bază și **i.** și determinarea corectă a proporțiilor dezvoltării amintite ale **i.**, o mare importanță prezintă luarea în considerare a **i.** *psihosociale*, a eventualelor ei modificări sub influența realizării planului și a înrîuririi acestor modificări asupra însușirilor celulelor sistemului social-economic și a relațiilor structurale din cadrul acestuia.

I. psihosocială reprezintă ansamblul de deprinderi și înclinații culturale și economice ale populației de pe un anumit teritoriu, consacrate de tradițiile locale și consolidate de modul de viață, care se manifestă prin calitatea, intensitatea și disciplina în muncă, aptitudinea de a interacționa în procesul de producție, receptivitatea la realizările progresului științțific și tehnic și, în ultimă instanță, prin nivelul productivității muncii și dinamica acesteia, caracteristice pentru majoritatea locuitorilor țării. **I.** psihosocială poate fi reglată numai în mod indirect, iar procesul modificării sale se distinge printr-un înalt grad de inerție. Întrucît neconcordanța dintre starea acestei **i.** și nivelul realizărilor științifice și tehnice frînează introducerea acestora în practica economică, în perioada revoluției științifice-tehnice dobîndește o deosebită însemnătate determinarea volumului optim al resurselor care trebuie alocate pentru măsurile în stare să asigure reglarea indirectă, corect orientată, a **i.** psihosociale — cultura, arta, educația, învățămîntul, reclama, orientarea profesională etc. — și urmărirea influenței variației acestor cheltuieli asupra eficienței dezvoltării și repartizării teritoriale a economiei, precum și urmărirea diferențierilor teritoriale ale **i.** psihosociale înseși.

În ultimii ani s-au elaborat procedee formalizate de determinare a proporțiilor optime ale dezvoltării **i.** tehnico-inginerești și a **i.** sociale și de servicii, precum și de urmărire indirectă a influenței modificărilor **i.** psihosociale asupra dezvoltării economice.

M.G. Zavelski

Bibl. 1. M. G. Zavelski, *Problemî optimizații territorialnogo planirovania*, „Ekonomika i matematiceskie metodî", v. VIII, fas. 4, 1972; 2. *Factorî razmeșcenia promîșlennosti*, O.N.U., Seminarul interregional pentru amplasarea teritorială a industriei și dezvoltarea regională, Minsk, 1968; 3. I. Ziulkovski, *Soțiologhiceskie problemî v territorialno ekonomiceskom razvitii stranî*, în culegerea *K voprosu teorii i metodiki issledovanii territorialno-ekonomiceskogo razvitia stranî*, Ed. Academiei Poloneze de Științe, 1967; 4. *Optimalnoe planirovanie kompleksnogo razvitia ekonomiceskogo raiona*, în culegerea *Problemî optimalnogo funkționirovania soțialisticeskoi ekonomiki*, „Nauka", 1972.

Interpolare. La studierea dependenței dintre două mărimi x și y, pe baza rezultatelor experimentale, se întocmește, de obicei, un tabel al valorilor funcției $y_i = f(x_1)$ în punctele $x_0, x_1, \ldots, x_n$ și apare necesitatea determinării valorilor $f(x)$ pentru valorile intermediare ale lui x, care nu sînt cuprinse în tabel. În acest scop, se utilizează o funcție $\varphi(x)$, destul de simplă pentru calcul, care în punctele date x_i capătă valorile $y_i (i = 0, 1, \ldots, n)$, iar ca aproximări ale mărimilor căutate ale lui $f(x)$ se iau valorile funcției $\varphi(x)$. Problema construirii unei asemenea funcții $\varphi(x)$ se numește *problema* **i.**, iar funcția însăși $\varphi(x)$, *funcție de* **i.**

De cele mai multe ori se ia ca funcție de **i.** $\varphi(x)$ polinomul algebric $\varphi(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_n x^n$. Rezultă că pentru orice mulțime de puncte $x_0, x_1, \ldots, x_n (x_i \neq x_j$ în cazul în care $i \neq j)$ și orice funcție $f(x)$ cu valorile $y_i = f(x_i)$ $(i = 0, 1, \ldots, n)$ printre polinoamele algebrice de grad nu mai mare decît n există un singur polinom de **i.** care are forma:

$$L_n(x) = \sum_{i=0}^{n} f(x_i) \frac{(x - x_0) \ldots (x - x_{i-1}) \; (x - x_{i+1}) \ldots (x - x_n)}{(x_i - x_0) \ldots (x_i - x_{i-1}) \, (x_i - x_{i+1}) \ldots (x_i - x_n)}$$

(polinomul lui Lagrange). Există şi alte reprezentări, mai convenabile pentru calcul, ale acestui polinom de **i.** [1]. Prezentăm polinoamele de **i.** de gradul întîi şi gradul doi, utilizate frecvent în practică: $L_1(x) = f(x_0) + (x - x_0)\,\delta_0$(i. *liniară*), $L_2(x) = f(x_0) + (x - x_0)\,\delta_0 + (x - x_0)\cdot(x - x_1)\,\frac{\delta_1 - \delta_0}{x_2 - x_0}$ (i. *pătratică*), unde $\delta_0 = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$, $\delta_1 = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$.

Fie [a, b] mulţimea de puncte $(a \leqslant x \leqslant b)$, segmentul minim care conţine punctele $x_0, x_1, \ldots, x_n$. Dacă funcţia de **i.** $\varphi(x)$ se utilizează pentru aproximarea funcţiei $f(x)$ în punctele x, situate în afara segmentului $[a, b]$, atunci se obişnuieşte să se vorbească despre *extrapolare*; dacă însă $\varphi(x)$ se utilizează în puncte x ale segmentului $[a, b]$, atunci se vorbeşte despre **i.** *în sens restrîns*. După cum arată practica, extrapolarea duce, în general, la erori mai mari decît **i.** în sens restrîns; de aceea extrapolarea trebuie utilizată cu mare precauţie.

Funcţiile de **i.** sînt utilizate şi în cazul în care pentru funcţia $f(x)$ este cunoscută expresia analitică, însă pentru calculul valorilor funcţiei într-un mare număr de puncte această expresie reclamă un volum foarte mare de calcule. În acest caz se calculează, de obicei, folosind expresia analitică, cîteva valori ale funcţiei, $f(x_i)$ $(i = 0, 1, \ldots, n)$ şi pe baza lor se construieşte o funcţie de **i.** simplă $\varphi(x)$, cu ajutorul căreia se calculează valorile aproximative ale funcţiei $f(x)$ în punctele intermediare. Aspectele de calcul ale problemei **i.**, problemele **i.** simultane a unei funcţii şi a derivatelor sale, precum şi ale **i.** funcţiilor de mai multe variabile sînt examinate în detaliu în [1]. Fireşte că nu întotdeauna se urmăreşte coincidenţa strictă a funcţiei de aproximare cu funcţia aproximată în anumite puncte $x_0, x_1, \ldots, x_n$; de aceea, pe lîngă **i.**, pentru reprezentarea aproximativă a funcţiilor, se utilizează *aproximările uniforme şi aproximările medii pătratice* [1]. De pildă, dacă valorile funcţiei aproximate se determină pe bază de experiment şi există erori întîmplătoare, atunci, aşa cum arată practica, aproximările medii pătratice reprezintă cu mult mai bine funcţia reală decît polinomul de **i.**

F. P. Vasiliev

Bibl. 1. I. S. Berezin, N. P. Jidkov, *Metodî vîcislenii*, v. I, „Nauka", 1966.

Introducere-extragere. Grupă de operaţii care servesc pentru legarea unor mărimi, utilizate în cadrul unui program, cu nişte seturi externe de date. Operaţiile de **i.** servesc pentru ataşarea la program a unor date iniţiale, iar operaţiile de **e.** — pentru crearea unor noi seturi de date, care reprezintă rezultatele executării programelor. Seturile externe de date se pot păstra pe memorii externe ale calculatorului electronic (benzi, discuri magnetice, cartele magnetice, tamburi magnetici) sau pe purtători, pregătiți sau utilizați în mediul uman (cartele perforate, benzi perforate, tabulograme cu text imprimat sau cu grafice, ecrane luminoase). În ultimul caz operațiile de **i.-e.** cuprind, de regulă, traducerea informației dintr-o formă convenabilă pentru om într-o formă adaptată pentru păstrarea și prelucrarea în calculatorul electronic și invers *(→ Reprezentare binară a informației)*. Operațiile de **i.-e.** se realizează cu ajutorul unor mecanisme externe care intră în componența calculatorului electronic și a mijloacelor *sistemului de operare**.

I. V. Gheronimus

Bibl. 1. C. Germain, *Programming the IBM/360*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1967

Invariant. O caracteristică cantitativă a unui *sistem**, o proprietate a sa sau a elementelor sale (a unui element din sistem), precum și o relație între elementele sistemului se numesc invarianți ai unei *transformări* a sistemului sau a mediului (astfel exprimat: sînt invariante în raport cu transformarea), dacă ele se mențin neschimbate în această transformare. De exemplu, distanța dintre punctele unui plan este un **i.** al unor transformări ca translația, rotația etc., dar nu este un **i.** în raport cu transformarea prin asemănare. În *cibernetică* și în *teoria generală a sistemelor*, conceptul de **i.** are o mare importanță; astfel *homeostaza** presupune existența unor proprietăți invariante în raport cu schimbările (transformările) mediului; de obicei structura, organizarea și stabilitatea unui sistem sînt puse în legătură cu invarianța unor caracteristici, proprietăți sau relații între elemente în raport cu unele transformări determinate (sau arbitrare). În cazul sistemelor *dinamice*, termenul de **i.** se utilizează adeseori fără a se indica transformarea respectivă, avîndu-se în vedere invarianții în raport cu timpul.

V. I. Danilov-Danilian

Bibl. → bibl. la *Izomorfism*.

Iterație. Etapă a realizării unui algoritm, care se deosebește de celelalte etape (în afară de cea inițială și cea finală) numai prin valorile mărimilor variabile, dar nu și prin componența procedeelor de prelucrare a informației. În acest caz algoritmul poate fi prezentat sub forma schemei:

$$PQ_1Q_2 \ldots Q_sR, \qquad (1)$$

unde P reprezintă operatorul inițial (de pildă, introducerea informației, elaborarea aproximației inițiale etc.), Q_k, $k = 1, 2, \ldots, s$ sînt operatorii identici de executare a diferitelor **i.**, R — operatorul final (elaborarea informației derivate etc.). Firește că utilizarea **i.** și a schemei (1) pentru descrierea algoritmelor are sens numai atunci cînd, în cazul general al utilizării algoritmului, $s > 1$. Uneori se numește **i.** însuși ansamblul de procedee care se repetă cu regularitate în cursul realizării unui algoritm, adică conținutul comun al etapelor corespunzătoare (în acest caz, aplicat la un algoritm concret, termenul **i.** se întrebuințează numai la singular și fără numerotare).

Ca exemplu, vom examina o metodă aproximativă de rezolvare a unei ecuații de balanță *(→ Balanța legăturilor dintre ramuri)*

$$(\mathbf{I} - \mathbf{A})\,\mathbf{x} = \mathbf{y} \tag{2}$$

în raport cu vectorul necunoscut al producției totale $\mathbf{x}$, în condițiile unei producții finale date $\mathbf{y}$. Metoda se bazează pe faptul că dacă matricea consumurilor (cheltuielilor) directe A satisface anumite cerințe (de pildă, este *productivă*), are loc descompunerea

$$(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} = \sum_{i=0}^{\infty} \mathbf{A}^{i}. \tag{3}$$

Soluția $\mathbf{x}^*$ a ecuației (2) poate fi prezentată sub forma:

$$\mathbf{x}^* = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{y} = \sum_{i=0}^{\infty} \mathbf{A}^{i}\mathbf{y} = \sum_{i=0}^{\infty} \mathbf{z}^{(i)}, \tag{4}$$

unde

$$\mathbf{z}^{(k)} = \mathbf{A}^{k}\mathbf{y},\ k = 1, 2, \ldots, \tag{5}$$

astfel încît

$$\mathbf{z}^{(k)} = \mathbf{A}\mathbf{z}^{(k-1)},\ k = 1, 2, \ldots, \tag{6}$$

și, notînd cu

$$\mathbf{x}^{(k)} = \sum_{i=0}^{k} \mathbf{z}^{i},\ k = 1, 2, \ldots, \tag{7}$$

obținem

$$\mathbf{x}^{(k)} = \mathbf{x}^{(k-1)} + \mathbf{z}^{(k)},\ k = 1, 2, \ldots \tag{8}$$

Calculul se încheie în momentul îndeplinirii condițiilor

$$|z_j^{(k)}| \leqslant \varepsilon,\ j = 1, 2, \ldots, n, \tag{9}$$

unde $z_j^{(k)}$ reprezintă componenta j a vectorului $\mathbf{z}^{(k)}$; n — ordinul matricei $\mathbf{A}$; ε — precizia dată a calculelor.

Acum putem arăta semnificația operatorilor din schema (1) cu referire la exemplu dat. Operatorul P atribuie aproximării inițiale $\mathbf{x}^{(0)}$, $\mathbf{z}^{(0)}$ valoarea y (de procedeele de introducere, precum și de extragere din operatorul R nu ne vom ocupa aici). Operatorul Q_k, $k = 1, 2, \ldots$, realizează calculele după formulele (6), (8) și verifică condițiile (9); dacă ele sînt îndeplinite, s capătă valoarea k și se face trecerea la operatorul R; în caz contrar, valoarea k se mărește cu 1 și se execută **i.** următoare. La baza **i.** stau *relațiile de recurență* (în exemplul nostru formulele (6), (8)), care determină noile valori ale fiecărei variabile prin valorile ei anterioare și prin alte variabile din una sau mai multe **i.** anterioare. Sistemul de relații de recurență trebuie să fie *complet*, adică să indice procedeele de calcul ale tuturor mărimilor variabile prin utilizarea numai a valorilor anterioare ale acestora, a datelor problemei și a constantelor. Relațiile de recurență nu reprezintă întotdeauna niște ecuații chiar atît de simple ca (6) și (8) și pot defini formarea nu numai a unor scalari, vectori și matrice, dar și a oricăror obiecte matematice, de pildă mulțimi (astfel, în *metoda simplex**, mărimea variabilă și implicit modificată în fiecare **i.** este baza, adică *mulțimea* vectorilor liniar independenți din spațiul m-dimensional, care determină *soluția* realizabilă a problemei de programare liniară). Reprezentarea iterativă a algoritmului sub forma (1) este deosebit de eficientă în cazul programării la calculatorul electronic, deoarece realizarea diferitelor **i.** se înfăptuiește prin una și aceeași secțiune a *programului**, ceea ce duce la realizarea de economii atît la efortul de programare, cît și la volumul de memorie ocupat de program. Majoritatea covîrșitoare a algoritmilor de calcul îmbracă forma schemei iterative (1). Numărul de **i.** poate fi uneori indicat dinainte (de pildă, în *metoda eliminării* pentru rezolvarea sistemelor de ecuații algebrice liniare, în cazul unei matrice nedegenerate, el este egal cu ordinul sistemului), însă, de regulă, acesta se precizează numai prin realizarea algoritmului, iar apriori se poate estima doar cu aproximație. Pentru metodele exacte, acest număr este determinat de structura problemei concrete, iar pentru cele aproximative, și de eroarea admisibilă a calculelor (în exemplul prezentat — ε din formula (9)). Nu numai algoritmul în ansamblu, dar și diferitele proceduri ale acestuia pot avea un caracter iterativ.

V. I. Danilov-Danilian

Izomorfism. *Relație** de identitate între *sisteme** sub un anumit aspect structural sau funcțional. Conceptul de **i.** a apărut în algebra abstractă (referitor la sisteme algebrice: grupuri, inele, corpuri etc.), apoi a început să fie utilizat în alte discipline matematice; a cunoscut o largă aplicare în logică, în teoria modelelor şi mai tîrziu în *cibernetică şi în teoria generală a sistemelor*. În disciplinele care nu ţin de matematica pură, conceptul de **i.** se aplică unor termeni definiţi substanţial şi nu formal şi îşi pierde rigoarea matematică.

Dată fiind complexitatea definiţiei generale a **i.**, în cele ce urmează această definiţie se dă în trei etape, de la cazul cel mai simplu la cel mai complicat. *Mulţimea* M cu *proprietatea* R definită pentru elementele sale şi *mulţimea* N cu *proprietatea* Q definită pentru elementele sale sînt izomorfe în raport cu R, Q, dacă între aceste mulţimi se poate stabili o *corespondenţă biunivocă*, S, în care elementele x din M şi z din N corespund reciproc dacă şi numai dacă z posedă sau nu posedă proprietatea Q, după cum x posedă sau nu posedă proprietatea R. Analog se formulează definiţia **i.** atunci cînd R şi Q sînt relaţii n-are (cu n locuri): $x_1, x_2, \ldots, x_n$ din M şi $z_1, z_2, \ldots, z_n$ din N corespund reciproc dacă şi numai dacă $x_1, x_2, \ldots, x_n$ se află, respectiv nu se află, în relaţia R, iar $z_1, z_2, \ldots, z_n$ se află, respectiv nu se află, în relaţia Q. În sfîrşit, definiţia **i.** poate fi extinsă şi la cazul în care în locul proprietăţii sau relaţiei R (respectiv Q) se iau în considerare mulţimi de proprietăţi şi/sau relaţii.

Exemple de **i.** sînt foarte numeroase. Mulţimea punctelor unei drepte înzestrată cu relaţia de ordine „x_1 se află la stînga lui x_2" este izomorfă cu mulţimea numerelor reale dotată cu relaţia „mai mic" ($z_1 < z_2$) şi cu aceeaşi mulţime dotată cu relaţia „mai mare" ($z_1 > z_2$).

Mulţimea soluţiilor admisibile ale unei probleme de programare liniară înzestrată cu proprietatea unor elemente de „a fi soluţia de bază" este izomorfă cu mulţimea punctelor mulţimii poliedrice convexe corespunzătoare înzestrată cu proprietatea unor puncte de „a fi vîrf". Relaţia de **i.** este *reflexivă*, *simetrică* şi *tranzitivă* astfel încît putem vorbi de clase de sisteme izomorfe.

Pot servi ca exemple neformale de **i.** pozitivele obţinute de pe un negativ, precum şi pozitivul şi negativul, banda de magnetofon şi discul avînd aceeaşi înregistrare. Două *cutii negre** A şi B cu comportament determinat sînt izomorfe, dacă există o *transformare** univocă a intrărilor lui A în intrările lui B şi a ieşirilor lui A în ieşirile lui B (şi o transformare univocă inversă) astfel încît starea x a intrărilor lui A să fie prototipul stării z a intrărilor lui B dacă şi numai dacă starea corespunzătoare lui x, $A(x)$, a ieşirilor A este prototipul stării $B(z)$ a ieşirilor B (şi, în mod analog, pentru transformările inverse, cînd x şi $A(x)$ sînt imaginile lui z şi $B(z)$.

Generalizarea **i.** este *homomorfismul**.

V. I. Danilov-Danilian

Bibl. 1. N. Bourbaki, *Algèbre*, A.S.E.I. Nr. 1144; 2. W. Ross Ashby, *Introducere în cibernetică*, Editura tehnică, 1972; 3. I. Gastev, *Filosofskaia enţiklopediia*, v. 2, Moskva, 1962.

J

Jocuri de afaceri (jocuri economice). Jocuri care modelează interacţiunea participanţilor la un sistem de conducere a unor unităţi economice date. Elementul constructiv fundamental al **j.a.** îl constituie *oamenii*, care iau decizii în conformitate cu sarcinile stabilite şi cu restricţiile impuse. Interacţiunea participanţilor la joc este condiţionată de *reguli speciale*, ce reflectă acele proprietăţi, relaţii şi principii ale activităţii practice, care sînt cele mai caracteristice pentru complexul economic respectiv. Regulile de joc impun anumite restricţii libertăţii de comportament al participanţilor, organizează interacţiunea lor, o orientează pe făgaşul necesar. A treia componentă a **j.a.** este *informaţia*, pe baza căreia, în limitele regulilor, se adoptă decizii. În joc se introduc *criteriile de activitate* ale participanţilor (unul sau mai multe în funcţie de complexitatea jocului), pe baza cărora se efectuează nemijlocit estimarea eficienţei deciziilor adoptate în diferite situaţii.

J.a. nu modelează direct procesul de producţie, ci reproduc imaginea reflectată a desfăşurării lui în sistemul de conducere a unităţii economice date. **J.a.** se construiesc în diferite scopuri. În funcţie de destinaţia jocului, în complexul de verigi economice modelat se disting diverse momente ale procesului de conducere. Clasa cea mai răspîndită şi cea mai numeroasă de **j.a.** este clasa *jocurilor de instruire*. În funcţie de auditoriu, ele se împart în trei subclase: 1. pentru ilustrarea unor anumite noţiuni, pentru fixarea cunoştinţelor din diferite domenii în cadrul unor cursuri economice în institutele de învăţămînt superior; 2. pentru învăţămîntul programat la diferite cursuri de ridicare a calificării; 3. pentru programele interne de instruire în cadrul unităţilor economice.

Repetabilitatea situaţiilor şi ambianţa creată de practica convenţională, caracteristice pentru **j.a.**, permit să se cerceteze procesul de însuşire a cunoştinţelor. Necesitatea schimbului de informaţii, argumentarea deciziilor adoptate, experienţa adoptării deciziilor în condiţii de incertitudine dau posibilitate să se dobîndească o serie de deprinderi necesare în activitatea practică.

Intervalul restrîns de timp, posibilitatea de a impune anumite reguli de interacţiune permit să se utilizeze **j.a.** ca un reuşit *poligon-laborator pentru cercetările experimentale*. Cu ocazia efectuării experimentelor se verifică influenţa unui şir de parametri independenţi care nu pot fi cercetați pe alte căi (de pildă, influența diferitelor structuri organizatorice asupra rezultatelor activității de producție). **J.a.** permit să se cerceteze latura organizatorică a procesului de elaborare a deciziilor, să se estimeze importanța informației utilizate.

J.a. se elaborează, de asemenea, pentru *selecționarea cadrelor*, întrucît jocul oferă material pentru estimarea aptitudinilor omului, permite să se aprecieze cunoștințele și deprinderile profesionale ale candidaților. În condițiile socialismului, a apărut un domeniu principial nou de utilizare a **j.a.**, și anume: *procedeele de elaborare a deciziilor colective, aplicate în sistemul real de conducere.*

Un sistem special de emițători furnizează participanților la joc informații similare datelor venite din producția reală și din mediul economic real al complexului economic modelat. Rolul unor asemenea emițători poate fi asumat atît de calculatoarele electronice, cît și de colecțiile, special elaborate, de fișe ale unor evenimente aleatoare, precum și de echipe formate din persoane cu pregătire corespunzătoare. Pentru adoptarea deciziilor participanții pot folosi atît modele economico-matematice de analiză a situațiilor economice, cît și forme tradiționale de analiză, sau pot propune și procedee de calcul noi, nemaiutilizate pînă atunci. Un joc elaborat și întru totul pus la punct nu poate fi conceput fără utilizarea calculatorului electronic și, din acest punct de vedere, poate fi considerat ca unul dintre tipurile de modele om-mașină. *(→ Sistem de conducere om-mașină).*

I. M. Sîroejin, S. R. Ghidrovici

Bibl. 1. I. M. Sîroejin, *Ocerki teorii proizvodstvennîh organizații*, „Ekonomika", 1970; 2. S. R. Ghidrovici, *Experimentalnoe planirovanie ogranicennîh sredstv*, în „Primenenie matematiki v ekonomike", nr. 7, 1972; 3. *Analiz konkretnîh situații v upravlenii proizvodstvom*, „Progress", 1971.

Jocuri diferențiale. Orientare nouă în matematică ce își propune studiul strategiilor de comportament al cîtorva obiecte dinamice comandate (evoluția stării cărora este descrisă prin ecuații diferențiale), într-o situație de conflict (cînd scopurile diferitelor obiecte nu coincid). Teoria **j.d.** ține de *teoria generală a jocurilor* și este o continuare și dezvoltare firească a *teoriei matematice a proceselor optime.*

Problema urmăririi unui obiect de către altul poate servi ca exemplu de joc diferențial. Să examinăm, într-un spațiu n-dimensional, obiectul urmăritor comandat

$$\mathbf{x}' = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}), \quad \mathbf{u} \in U \subseteq E_r, \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}^0 \tag{1}$$

și obiectul urmărit comandat

$$\mathbf{y}' = \mathbf{g}(\mathbf{y}, \mathbf{v}), \quad \mathbf{v} \in V\, E_s, \quad \mathbf{y}(t_0) = \mathbf{y}^0. \tag{2}$$

Aceste obiective au scopuri opuse: dacă urmăritorul (1) se străduiește să realizeze întîlnirea obiectelor (adică îndeplinirea egalității $\mathbf{x}(\tau) = y(\tau)$ într-un moment oarecare) și aceasta cît mai repede, obiectul urmărit (2) încearcă să evite această întîlnire sau, cel puțin, s-o amîne cît mai mult. Problema poate fi formulată, de exemplu, în modul următor: cunoscînd legile mișcării și resursele de comandă ale obiectivelor (1), (2) și dispunînd în orice moment de informația privitoare la poziția lor, să se indice modul de comandă care să garanteze întîlnirea obiectelor într-un timp minim.

Un alt exemplu poate fi *jocul diferențial cu mulți jucători și cu timp fix.* Se examinează ecuația diferențială

$$\mathbf{z}' = \mathbf{F}(\mathbf{z}, \mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_k), \quad \mathbf{z}(t_0) = \mathbf{z}^0, \quad t_0 \leqslant t \leqslant t_1, \tag{3}$$

în care $\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_k$ sînt vectori de comandă de dimensiune finită aparținînd diferiților jucători; acești vectori sînt supuși unor restricții de tipul

$$\mathbf{u}_i \in U_i\, E_{r_i}, \quad i = 1, \ldots, k, \quad k \geqslant 2. \tag{4}$$

Alegerea comenzilor $\mathbf{u}_i(t), t_0 \leqslant t \leqslant t_1, i = 1, \ldots, k$, care satisfac condiția (4), permite să se găsească traiectoria $\mathbf{z}(t), t_0 \leqslant t \leqslant t_1$ (→ (3)). Rezultatul jocului pentru fiecare jucător este determinat de funcționala sa J_i, $i = 1, \ldots, k$, „plata“ depinzînd de traiectoria $\mathbf{z}(t)$. Scopul fiecărui jucător, cunoscînd relațiile (3), (4) și starea $\mathbf{z}(t)$ în fiecare moment, este de a-și alege comanda astfel încît să-și minimizeze funcționala. Este posibil ca, în cursul jocului, unii jucători să se coalizeze.

Teoria **j.d.** are o mare importanță teoretică și aplicativă, fiind folosită în multe probleme reale, în principal din domeniul mecanicii și al tehnicii. Punerea problemei în teoria **j.d.** este, prin spiritul său, foarte apropiată și de problemele matematice ale economiei. Aplicarea acestei teorii cere însă elaborarea unor modele economice satisfăcătoare, descrise de relații de tipul (3), (4); ca exemplu se poate da rezolvarea unor probleme de comerț internațional extrem de simple [4].

N. H. Rozov

Bibl. 1. G. Owen, *Teoria jocurilor*, Ed. tehnică, 1972; 2. R. Isaacs, *Differential game*, Wiley, 1965; 3. N.N. Krasovski, *Igrovîe zadaci dvijenii*, „Nauka“, 1970; 4. J. Case, *A problem in international trade*, Proc. I. Internat. Conf. Theory and Different. Games, Amherst, Mass., 1969.

Jocuri matriceale. Cea mai simplă și cea mai bine studiată clasă de jocuri *(→ Teoria jocurilor)*. Într-un **j.m.** participă doi jucători (I și II) cu interese opuse, fiecare dispunînd de un număr finit de strategii. Realizarea jocului și rezultatul lui *(situația)* sînt univoc determinate de *alegerea strategiei* de către fiecare jucător (jucătorii fac această alegere independent unul de altul). Dacă jucătorul I are m strategii, iar jucătorul II n strategii, sînt posibile mn situații, iar funcția de cîștig (funcția de plăți) a fiecărui jucător pe mulțimea de situații este dată de o *matrice* $m \times n$. Dat fiind că matricea jucătorilor I și II se deosebește numai prin semn, pentru formularea completă a unui **j.m.** este suficientă numai una dintre ele. Se obișnuiește să se folosească în acest scop matricea ale cărei elemente coincid cu valorile funcției de cîștig ale jucătorului I. Prin urmare, pentru el sînt preferabile situațiile cărora le corespund elementele mai mari ale matricei. De aceea, jucătorul I se numește *maximizator*. Invers, jucătorul II (*minimizator*) preferă situațiile caracterizate prin elementele mai mici, dat fiind că valorile funcției de cîștig ale acestui jucător sînt egale cu elementele matricei luate cu semn opus. Această matrice se numește *matrice de cîștig* sau *matrice de plăți*.

Astfel, dacă $\mathbf{A} = (a_{ij})$ este o matrice cu cîștig de ordinul $m \times n$, atunci, dacă jucătorul I alege strategia $i (i = 1, 2, \ldots, m)$, iar jucătorul II, strategia $j (j = 1, 2, \ldots, n)$, cîștigul jucătorului I este egal cu a_{ij}, iar cel al jucătorului II este egal cu $-a_{ij}$. Teoria **j.m.** pornește de la supoziția că jucătorul I se străduiește să-și asigure un *cîștig garantat cît mai mare*, iar jucătorul II, o *pierdere garantată cît mai mică* (dat fiind că funcția de cîștig a jucătorului II este dată de matricea $-\mathbf{A}$). În acest caz jucătorul I își evaluează strategia i prin mărimea $\min\limits_{j} a_{ij}$ (cîștigul pentru rezultatul cel mai puțin favorabil în cazul utilizării strategiei i) și poate garanta cîștigul $\max\limits_{i} \min\limits_{j} a_{ij}$, alegînd cea mai bună dintre strategiile posibile. Jucătorul II își evaluează strategia j prin mărimea $\max\limits_{i} a_{ij}$ și poate garanta $\min\limits_{j} \max\limits_{i} a_{ij}$. Oricare ar fi matricea $\mathbf{A}$,

$$\max_{i} \min_{j} a_{ij} \leqslant \min_{j} \max_{i} a_{ij}. \tag{1}$$

Egalitatea în (1) se realizează dacă și numai dacă matricea $\mathbf{A}$ are un *element șa*, adică un element $a_{i_0 j_0}$ care este cel mai mic în linia sa și cel mai mare pe coloana sa:

$$a_{ij_0} \leqslant a_{i_0 j_0} \leqslant a_{i_0 j} \tag{2}$$

pentru toți $i = 1, 2, \ldots, m$; $j = 1, 2, \ldots, n$. În acest caz

$$\max_{i} \min_{j} a_{ij} = \min_{j} \max_{i} a_{ij} = a_{i_0 i_0}, \tag{3}$$

strategia i_0 se numește *maximin*, iar j_0 *minimax*, iar situația (i_0, j_0) este o situație de echilibru; în această situație nici unuia dintre jucători nu-i convine să-şi schimbe strategia, dacă adversarul nu-şi schimbă opţiunea.

Dacă matricea nu are un element şa, ca de exemplu matricea $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, atunci (1) este o inegalitate strictă, iar situaţia determinată de strategiile de maximin şi de minimax nu este o situaţie de echilibru. În acest caz asemenea strategii nu pot fi recomandate drept optime şi este necesară generalizarea conceptelor fundamentale.
Strategiile despre care a fost vorba mai sus se numesc strategii *pure*; spre deosebire de acestea, se numesc strategii *mixte* ale jucătorului I vectorii (linie) m-dimensionali $\mathbf{x} = (x_1 + x_2, \ldots, x_m)$ cu $x_i \geqslant 0 (i = 1, 2, \ldots, m)$ şi $x_1 + x_2 + , \ldots, + x_m = 1$,
iar pentru jucătorul II, vectorii (coloane) n-dimensionali $\mathbf{y}$.
Totodată

$$\mathbf{y}' = (y_1, y_2, \ldots, y_n),\ y_j \geqslant 0,\ j = 1, 2, \ldots, n;\ y_1,\ y_2 + \ldots + y_n = 1.$$

De obicei, utilizarea unei strategii mixte se interpretează ca aplicare a unui mecanism aleator pentru alegerea unei strategii pure; pentru jucătorul I un asemenea mecanism trebuie să aibă m stări, starea i avînd probabilitatea x_i. Strategiile mixte date de versori corespund univoc cu strategiile pure. Dacă împotriva strategiilor pure ale jucătorului II se utilizează un asemenea mecanism aleator, este natural ca produsul $\mathbf{xA}$ al strategiei $\mathbf{x}$ a jucătorului I cu matricea de cîştig $\mathbf{A}$ să se interpreteze ca o mulţime de speranţe matematice de cîştig. În mod similar se poate interpreta $\mathbf{Ay}$. Atunci $\mathbf{xAy}$ arată speranţa matematică a cîştigului jucătorului I (respectiv a pierderii jucătorului II), în cazul în care se alege perechea de strategii mixte $\mathbf{x}, \mathbf{y}$.
Evaluarea strategiilor mixte şi alegerea celor optime pentru fiecare jucător se efectuează la fel ca şi în cazul strategiilor pure. Strategia mixtă, maximin $\mathbf{x}^*$ pentru jucătorul I, se determină prin $\max\limits_{x} \min\limits_{y} \mathbf{xAy}$, iar strategia minimax $\mathbf{y}^*$ a jucătorului II, prin $\min\limits_{y} \max\limits_{x} \mathbf{xAy}$. Teorema minimax (John von Neumann, 1928) afirmă că pentru orice matrice $\mathbf{A}$ există strategiile x^* şi y^* astfel că

$$\max_{x} \min_{y} \mathbf{xAy} = \min_{y} \max_{x} \mathbf{xAy} = \mathbf{x}^*\mathbf{Ay}^*. \tag{4}$$

Astfel, dacă se utilizează strategii mixte, relaţia (4) este satisfăcută în toate cazurile, în timp ce relaţia analoagă (3) pentru strategiile pure este satisfăcută numai dacă matricea de cîştig are un element şa. Mărimea $v = \mathbf{x}^*\mathbf{Ay}^*$, egală cu cel mai mare cîştig garantat al jucătorului I (respectiv cea mai mică pierdere a jucătorului II), se numeşte valoarea jocului (prețul jocului) și poate fi interpretată ca acea plată a jucătorului I către jucătorul II, efectuată înainte de realizarea jocului, care ar avea drept urmare egalarea șanselor celor doi jucători. Există diferite metode de rezolvare a jocurilor matriceale, aparținînd lui John von Neumann, J. Brown, L. Shapley, R. Snow ș.a. Se demonstrează cu ușurință că problemele de determinare a strategiilor mixte optime ale jucătorilor I și II pot fi reduse la două probleme duale de programare liniară, și anume:

Problema jucătorului I: să se găsească vectorul $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_m)$ și numărul v_{I} satisfăcînd condițiile

$$x_i \geqslant 0, \quad i = 1, 2, \ldots, m; \tag{5}$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_i = 1; \tag{6}$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_i a_{ij} - v_{\mathrm{I}} \geqslant 0, \quad j = 1, 2, \ldots, n; \tag{7}$$

$$v_{\mathrm{I}} \to \max. \tag{8}$$

Problema jucătorului II: să se găsească vectorul $\mathbf{y}' = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$ și numărul v_{II}, satisfăcînd condițiile:

$$y_j \geqslant 0, \quad j = 1, 2, \ldots, n; \tag{9}$$

$$\sum_{j=1}^{n} y_j = 1; \tag{10}$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} y_j - v_{\mathrm{II}} \leqslant 0, \quad i = 1, 2, \ldots, m; \tag{11}$$

$$v_{\mathrm{II}} = \min. \tag{12}$$

Condițiile (5), (6) cer ca vectorul căutat $\mathbf{x}$ să fie strategia mixtă a jucătorului I. Condițiile (7) cer ca, împotriva tuturor strategiilor pure (și, prin urmare, și a celor mixte) ale jucătorului II, strategia mixtă $\mathbf{x}$ a jucătorului I să dea un cîștig de cel puțin v_{I}, care trebuie maximizată. Analog se interpretează condițiile (9)—(11). Fiecare problemă (5)—(8) și (9)—(12) are soluții admisibile (de exemplu $x_i = \dfrac{1}{m}$, $i = 1, 2, \ldots, m$; $v_{\mathrm{I}} = \min\limits_{i,j} a_{ij}$).

Prin urmare, potrivit teoremei dualității, ambele probleme sînt rezolvabile, iar valorile optime ale celor două funcții obiectiv coincid: max $v_{\text{I}} = \min v_{\text{II}} = v$. De aici rezultă în mod simplu teorema minimax, adică relația (4).

Este valabilă și reciproca: orice problemă de programare liniară, mai precis o pereche de probleme duale, poate fi redusă la un **j.m.**, adică se poate indica o matrice de cîștig, astfel ca soluția jocului respectiv să corespundă perechii date de probleme duale de programare liniară. Mai precis, fie perechea de probleme tip duale de programare liniară:

$$\begin{array}{ll} 1.\quad z \geqq 0, & \qquad 2.\quad \mathbf{w} \geqq 0, \\ \quad\ \mathbf{Dz} \leqq \mathbf{b}, & \qquad\quad\ \mathbf{wD} \leqq \mathbf{c}, \\ \quad\ \mathbf{cz} \to \max; & \qquad\quad\ \mathbf{wb} \to \min. \end{array} \tag{13}$$

Această pereche are soluții optime dacă și numai dacă jocul avînd matricea de cîștig de dimensiunile $(n+m+1) \times (n+m+1)$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & -\mathbf{D}' & \mathbf{c}' \\ \mathbf{D} & 0 & -\mathbf{b} \\ -\mathbf{c} & \mathbf{b} & 0 \end{pmatrix} \tag{14}$$

are o strategie optimă a cărei ultimă componentă este pozitivă. (Menționăm că jocurile cu matrice strîmb simetrice — cum este matricea **A** din (14) — se numesc *jocuri simetrice;* în aceste jocuri posibilitățile jucătorilor sînt perfect echivalente, astfel încît este suficient să ne limităm la căutarea strategiei optime a unuia dintre ei; drept urmare, valoarea unui joc simetric este egală cu zero.) Dacă $\mathbf{x} = (\mathbf{z}, \mathbf{w}, \mathbf{h})$ este strategia optimă (aici $\mathbf{z}$ este un vector n-dimensional, $\mathbf{w}$—un vector m-dimensional, iar $\mathbf{h}$—un scalar), atunci pentru $h > 0$ soluțiile optime $\mathbf{z}^*$, $\mathbf{w}^*$ ale problemelor 1 și 2 există și se determină în felul următor:

$$\mathbf{z}^* = \frac{z}{h}, \quad w^* = \frac{w}{h}. \tag{15}$$

În principiu, echivalența dintre **j.m.** și programarea liniară permite să se aplice în programarea liniară orice metodă de rezolvare a **j.m.** și reciproc.

Generalizări imediate ale **j.m.** sînt două: pe de o parte *jocurile bimatriceale,* în care interesele celor doi jucători nu sînt opuse, fapt pentru care funcția de plăți a fiecăruia dintre ei (menținîndu-se numărul finit al strategiilor pure) este reprezentată printr-o matrice separată, iar fixarea a două asemenea matrice (cu aceleași dimensiuni) determină perfect un joc bimatriceal; pe de altă parte, trecerea de la simplexurile (5)—(6) sau (9)—(10) la mulțimi poliedrice convexe arbitrare, menținîndu-se opoziția de interese dintre cei doi jucători, ne conduce la *jocurile poliedrice.*

Deși constituie cea mai simplă clasă de modele oferită de teoria jocurilor, j.m. au o extremă importanță pentru teorie, deoarece pe rezultatele obținute prin cercetarea lor se bazează studiul altor multe clase de jocuri. J.m. au o importanță aplicativă atît ca foarte important instrument de construire a unor structuri bazate pe teoria jocurilor, cît și datorită legăturii lor cu programarea liniară. Este interesant să relevăm că problema (5) — (8) are și un sens economic direct: la această problemă se reduce *optimizarea planului de producție într-un sortiment dat.* Fie m regimuri de lucru ale unui utilaj cu fond de timp util $T(T > 0)$ pentru producerea a n produse; într-o oră de lucru în regimul $i(i = 1,2, ..., m)$ se produce q_{ij} din produsul $j(j= 1, 2, ..., n)$. Se cere să se maximizeze producția în sortimentul dat, prima colecție de sortimente conținînd Q_j din produsul $j(Q_j > 0)$. Notînd cu R numărul căutat de mulțimi de sortimente și cu $x_i(i = 1, 2, ..., m)$ consumul de timp pentru lucrul în regimul i, ajungem la problema găsirii vectorului $\mathbf{x} = (x_1, x_2, ..., x_m)$ și a numărului R satisfăcînd condițiile:

$$x_i \geqslant 0, \quad i = 1, 2, ..., m; \tag{16}$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_i = T; \tag{17}$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_i q_{ij} - Q_j R \geqslant 0, \quad j = 1, 2, ..., n; \tag{18}$$

$$R \to \max. \tag{19}$$

Prin transformări simple, problema (16) — (19) se reduce la problema (5) — (8) și poate fi cercetată ca un j.m. Unele variante ale problemei de minimizare a timpului de realizare a unui program de producție dat și alte probleme importante ale planificării optime se reduc la problemele (5) — (8) și (9) — (12).

V.I. Danilov-Danilian

Bibl. 1. J. von Neumann, O. Morgenstern, *Teory of Games and Economic Behavior*, Princeton Univ. Press, 1947; 2. *Matricinîe igri*, Fizmatghiz, 1961; 3. R.D. Luce, H. Raiffa, *Games and Decision*, Wiley, 1957; 4. G. Owen, *Teoria jocurilor*, Editura tehnică, 1974.

L

Limbaj algoritmic. Limbaj formal, construit pentru descrierea proceselor de calcul (mai exact a proceselor de transformare a informației). Spre deosebire de limbajele naturale, **l.a.** se caracterizează prin univocitate și precizie. De regulă, **l.a.** sînt de scriere. Textul care reprezintă descrierea unui proces de calcul într-un **l.a.** se numește *algoritm*, iar în unele cazuri, *program**. Ansamblul tuturor simbolurilor utilizate într-un **l.a.** dat se numește *alfabetul* său, iar sistemul de reguli cu ajutorul cărora se construiesc „propoziții“, adică algoritme (programe), se numește *sintaxă*.

Descrierea structurii (sintaxei) unui **l.a.** comportă anumite dificultăți, ea putînd fi realizată numai cu ajutorul unui alt limbaj, iar în procesul descrierii pot să apară neclarități din cauza delimitării insuficient de nete între limbajul în care se face descrierea (a așa-numitului *metalimbaj*) și limbajul obiect descris. În unele cazuri se folosește ca metalimbaj una dintre limbile naturale (engleză, franceză, rusă etc.), ceea ce poate genera dificultăți suplimentare cauzate de neunivocitatea și imprecizia lor. În prezent, există cîteva metalimbaje formale, care au căpătat o largă circulație. Ca exemplu poate servi sistemul așa-numitelor *formule Backus*. Cu ajutorul lor se pot descrie unele **l.a.**, ale căror propoziții au forma de rînduri, alcătuite din simboluri. Esența acestor formule constă în următoarele: denumirile elementelor limbajului descris (metasimbolurile) se formulează în limbajul natural, însă pentru a fi scoase în evidență ele sînt puse în paranteze ascuțite, de exemplu ⟨ și ⟩. Fiecare element al limbajului obiect este definit cu ajutorul unei anumite formule, în care partea stîngă este separată de partea dreaptă cu ajutorul simbolului „::=“, care se citește „prin definiție“. În partea dreaptă se află zero, una sau mai multe expresii, separate prin simbolurile „|“ (se citește „sau“). Fiecare expresie este un șir alcătuit din simboluri ale limbajului și (sau) metasimboluri. Metasimbolul ⟨vid⟩ poate fi definit prin formula

⟨vid⟩::= ;

(la dreapta zero expresii),

metasimbolul ⟨cifră⟩ poate fi definit prin formula

cifră :: = |0|1|2|3|4|5|6|7|8|9;

metasimbolul ⟨număr întreg fără semn⟩ poate fi definit prin formula ⟨număr întreg fără semn⟩ : : =

= ⟨cifră⟩|⟨număr întreg fără semn⟩⟨cifră⟩.

Potrivit primei expresii din partea dreaptă a ultimei formule, cifra este un număr întreg fără semn, iar în virtutea expresiei a doua a aceleiași formule, textul care se obține prin adăugarea la dreapta a unei cifre la numărul întreg fără semn este de asemenea un număr întreg fără semn[1].

„Semnificația" propozițiilor din **l.a.**, adică *semantica* lui, poate fi dată prin unul din următoarele patru procedee: a) prin explicații într-un limbaj natural; b) printr-o instrucțiune dată mașinii, care la fiecare text al **l.a.** reacționează într-un mod absolut determinat efectuînd anumite operații concrete; c) prin stabilirea unui algoritm al executării textelor, exprimate în **l.a.** respectiv; d) prin stabilirea algoritmului de traducere a textelor **l.a.** într-un alt limbaj pentru care semantica a fost deja determinată. Stabilirea semanticii **l.a.** cu ajutorul unui limbaj natural comportă mari dificultăți și duce la rezultate satisfăcătoare numai în cazurile cele mai simple.

Stabilirea semanticii cu ajutorul mașinii poate fi realizată fie sub forma unei mașini fizice (de pildă, a unui calculator electronic), fie sub forma unei mașini abstracte, suficient de precis descrise, cu ajutorul unui **l.a.** deja cunoscut.

În ultimă analiză, punctul de pornire pentru constituirea semanticii unor **l.a.** oricît de complexe îl constituie explicațiile cu ajutorul unui limbaj natural și mașinile realizate fizic, care transformă informația. În momentul de față există un mare număr de **l.a.** diferite, care intră, alături de limbile naturale, în tezaurul fondului lingvistic al omenirii. **L.a.** sînt necesare ca mijloc de descriere a proceselor de transformare a informației și, în particular, a proceselor de conducere. Unele limbaje sînt convenabile pentru descrierea proceselor de conducere în cadrul elaborării sistemelor de automatizare a lor. Printre acestea se află limbajul *schemelor logice*, care nu numai că permite descrierea celor mai variate procese cu caracter discret, dar este convenabil și pentru transformări neechivalente ale algoritmelor. O serie de limbaje sînt utilizate în programare, de pildă ALGOL-60, FORTRAN, PL-1 și altele (→ *Limbaj*

---

[1] O asemenea definiție se numește *definiție recursivă*. (*N.T.*)

de programare). Unele **l.a.**, care au căpătat denumirea de *limbaje de mașină (de calculator)*, se utilizează pentru stabilirea programelor de lucru ale așa-numitelor mașini cu comandă prin program (de pildă, a calculatoarelor electronice).

În majoritatea **l.a.** cunoscute, „propozițiile" au forma de expresii, alcătuite din simboluri. Pentru descrierea multor tipuri de procese de transformare a informației o asemenea structură a **l.a.** poate fi însă cu totul neconvenabilă. De aceea, în cazul general, „propozițiile" **l.a.** pot avea o structură mai complexă. De pildă, ele se pot prezenta sub formă de tabele, de așa-numiți „arbori", coloane de expresii etc.

Bibl. 1. N.A. Krinițki, *Ravnosilnîie preobrazovania algoritmov i programmirovanie*, „Sovietskoe radio", 1970; 2. R. Ladley, *Programmirovanie i ispolzovanie țifrovîh vîcislitelnîh mașin*, „Mir", 1968; 3. N.A. Krinițki, *Iazîk algoritmiceskii* în Enciclopedia *Avtomatizația proizvodstva i promîșlennaia elektronika*, v. IV, „Sovietskaia ențiklopedia", 1965.

Limbaj de gestiune a sarcinilor. Limbaj pentru formularea sarcinilor care pornesc de la utilizatori către sistemul de operare*. Fiecare *sistem de operare** își precizează, în general, propriul **l.g.s.** Sarcina conține informația necesară sistemului de operare pentru organizarea executării programului, și anume:

— identificarea (indicarea univocă) a programului, care urmează să fie executat;

— identificarea seturilor externe de date care se utilizează ca date inițiale, cu ocazia executării programului;

— identificarea seturilor de date care apar în procesul executării programului ca rezultate și indicarea modului cum trebuie să se procedeze cu aceste noi seturi de date (să fie despachetate, perforate, păstrate într-una dintre arhive în memoria externă în vederea utilizării ulterioare);

— informația auxiliară, care permite sistemului de operare să planifice modul de executare a sarcinilor (prioritatea sarcinii, resursele tehnice necesare pentru executarea sarcinii etc.).

Unele **l.g.s.** permit să se formuleze sarcinile pentru executarea nu a unui singur program, ci a unui șir oarecare de programe, care rezolvă o problemă comună. Prin mijloacele sale de expresie, **l.g.s.** se încadrează în clasa de limbaje de mașină și *limbaje orientate* pe mașină*.

I.V. Gheronimus

Bibl. 1. C. Germain, *Programming the IBM/360*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1967. 2. *I.B.M. System/360—System Summary*, 1967 Edition.

Limbaj de gestiune economică. Limbaj cu ajutorul căruia se realizează schimbul de informaţie în procesul de conducere economică. În general, un limbaj este un ansamblu determinat de semne şi reguli de combinare a lor, utilizate pentru *comunicare*. Pentru realizarea unui limbaj sub formă de enunţuri şi texte este necesară existenţa unui mediu fizic pentru formarea semnelor, precum şi a unor dispozitive capabile să genereze, să diferenţieze şi să identifice semnele şi care să dispună de memorie pentru stocarea semnelor, regulilor lor de combinare şi de un mecanism de alegere a acestor reguli în funcţie de semnificaţiile concrete ale semnelor din combinaţia aleasă.

Din punct de vedere sistemic, limbajul este o schemă care realizează funcţia de schimb a informaţiei necesare pentru soluţionarea unui anumit complex de probleme. În acest sens, limbajele se pot compara după posibilităţile de transmitere a volumului necesar de informaţie, printre care, după exhaustivitate (capacitatea de a reflecta întregul complex de evenimente posibile), după informativitate (capacitatea de a transmite cu un număr minim de simboluri seturile necesare de comunicări), precum şi după unele caracteristici cantitative cum sînt numărul de semne de diferite niveluri şi numărul de combinaţii (construcţii) posibile cu ajutorul lor.

Limbajul în care se exprimă informaţia economică reprezintă un conglomerat complex de subsisteme de semne: limbaje grafice specifice documentelor, lexic terminologic, elemente ale limbajului simbolic al matematicii, cuvinte din limbajul comun, clasificatoare şi nomenclatoare locale şi globale. Identificarea şi studierea acestor subsisteme de semne, fiecare în parte şi în interacţiunea lor, reprezintă o sarcină actuală a *semioticii economice**. Una dintre particularităţile cele mai importante ale **l.g.e.** este existenţa unor niveluri specifice de semne: indicatori şi documente de gestiune. În afară de aceasta, limbajul economic se caracterizează prin următoarele trăsături specifice: saturarea cu terminologie de specialitate; un set restrîns de construcţii gramaticale; relativa independenţă gramaticală a cuvintelor şi a combinaţiilor de cuvinte în textul unui document; predominarea construcţiilor substantivale nominative; posibilitatea raportării majorităţii denumirilor la nişte liste tematice (nomenclaturi); un grad ridicat de dependenţă faţă de context şi de situaţia extralingvistică a formei de expresie a indicatorilor şi a componentelor sale (se au în vedere abrevierile şi omiterea în context a unor caracteristici).

În conformitate cu concepţia semioticii economice, fiecare **l.g.e.** este considerat ca un organism unitar, ale cărui nivele sînt legate şi condiţionate reciproc şi în care elementele fiecărui nivel inferior servesc pentru formarea elementelor nivelului superior. O asemenea abordare permite să se lege problema separării și analizei **l.g.e.** de procesul general de analiză și proiectare a sistemului automatizat de conducere, să i se asigure consecvența și precizia. **L.g.e.**, cu ajutorul vocabularului său, a sistemului de indicatori și a documentelor, impune sistemului o osatură riguroasă, impunînd fixarea numai a acelor evenimente și caracteristici ale obiectelor care pot fi redate prin semnele sistemului (informație determinată). Așadar, **l.g.e.** este nu numai un mijloc de formare a comunicărilor, dar și un mod de organizare a informației privind sistemul. **L.g.e.**, cu sfera sa de noțiuni determinată și cu ansamblul de construcții gramaticale, reprezintă un ansamblu sistematizat de informații asupra sistemului pe care îl reflectă și în acest sens el este un *model* discret general al acestui sistem. Trebuie să deosebim **l.g.e.**, conceput ca un sistem de reguli și semne, de realizările sale concrete: diverse comunicări și texte de legătură, formate cu ajutorul lor. Dacă considerăm **l.g.e.** ca un model general al sistemului, atunci diferitele comunicări în **l.g.e.** vor fi de fapt modele (descrieri) concrete ale diferitelor componente și situații din sistem. Faptul că informația cu privire la sistem în **l.g.e.** se fixează pe mai mult de un nivel de semne, diferențiat, dar coerent, lărgește în mare măsură posibilitățile **l.g.e.** ca instrument de modelare.

La formularea problemelor de conducere la calculatorul electronic se manifestă în mod pregnant necesitatea reprezentării tuturor datelor inițiale sub forma unor „condiții de rezolvare a problemelor". În urma îndeplinirii acestei cerințe, întreaga informație necesară pentru rezolvarea unui anumit complex de probleme se dovedește reprezentată în mod unitar sub forma unei liste de denumiri a unor mărimi împreună cu valorile lor. În această listă pot fi atît indicatori și informații normative, cît și mărimi constante și alte date care sînt unitare ca denumire și valoare. Toate aceste tipuri de date au ca element comun proprietatea că prin conținutul lor ele reprezintă niște comunicări elementare, iar prin construcție sînt combinații de subiect și predicat. Descompunerea acestor unități în elementele componente le anihilează calitatea de comunicări. Avînd în vedere că au aceeași formă și același aspect semantic, toate datele enumerate se reunesc sub termenul general de *enunț*.

Unitatea centrală printre enunțurile **l.g.e.** este *indicatorul*. Pe baza **l.g.e.** a sistemelor economice se elaborează *limbajele informaționale și tezaurele sistemelor automatizate de conducere*.

Separarea și ordonarea **l.g.e.** și transformarea lui se efectuează, de obicei, în procesul întregii activități de cercetare, analiză și sinteză a sistemului de conducere cu ocazia elaborării sistemului automatizat de conducere, însă pot fi realizate și în mod de-sine-stătător.

V.M. Jerebin

Bibl. 1. V.M. Jerebin, *Iazîk ekonomiceskoi sistemî i oțenka informații*, „Ekonomika i matematiceskie metodî", 1968, v. V, fas. 5; 2. I.I. Cerneak, *Analiz i sintez sistemî v ekonomike*, „Ekonomika", 1971.

Limbaj de programare. *Sistem de semne* utilizat pentru formularea și înscrierea proceselor de rezolvare a problemelor la calculatorul electronic. După utilizarea lor, **l.p.** se împart în limbaje utilizate la programarea manuală și limbaje utilizate la programarea automatizată. După esența lor, **l.p.** se pot împărți în următoarele trei grupe:

1. *Limbaje algoritmice**. Din această grupă de **l.p.** fac parte limbajele-mașină, limbajele orientate pe probleme, limbajele orientate pe mașină și limbajele universale. Termenul *universale* se folosește aici nu în sensul posibilității de descriere în aceste limbaje a programării problemelor, ci în sensul relației lor cu anumite clase de calculatoare electronice.

Limbajele-mașină (codurile unor calculatoare electronice concrete) se utilizează ca **l.p.** în programarea manuală, îndeosebi în primul stadiu al procesului de elaborare a software-ului calculatorului electronic. În limbajele-mașină se alcătuiesc programele pentru calculatoarele electronice (fiecărui calculator electronic îi corespunde un anumit limbaj-mașină întru totul determinat — sistemul său de comenzi). Din categoriile limbajelor-mașină fac parte, de asemenea, limbajele *sistemelor de operare** a calculatoarelor electronice moderne, adică limbajele percepute de complexele alcătuite dintr-un calculator electronic și programul-dispecer elaborat pentru acesta.

Celelalte **l.p.** menționate se utilizează în programarea automatizată. Pentru fiecare dintre aceste limbaje se elaborează un program special numit translator* (compilator), care asigură traducerea din acest limbaj a algoritmilor în limbajul-mașină corespunzător. Se numesc limbaje *orientate pe probleme* limbajele de programare destinate unor clase restrînse de probleme (de pildă, de programare liniară, de statistică etc.). **L.p.** orientate pe mașină conțin mijloace de expresie care permit ca la scrierea algoritmului să se indice cu ajutorul căror mijloace tehnice trebuie să se execute diferitele sale părți și cum anume trebuie să fie utilizată în acest caz memoria calculatorului electronic. Din categoria **l.p.** pe mașină orientate fac parte atît *autocodurile**, apropiate prin posibilitățile lor de limbajele-mașină, cît și unele limbaje, care se apropie de **l.p.** universale (de pildă, limbajul ALMO). **L.p.** universale pot fi utilizate pentru formularea algoritmilor de rezolvare a unor clase extrem de largi de probleme și nu țin seama de particularitățile calculatorului electronic (aceste particularități se iau în considerație la crearea translatoarelor). Dintre **l.p.** universale fac parte limbajele ALGOL-60, FORTRAN, COBOL, PL-1 și altele.

2. *Limbajele formale nealgoritmice.* Din această grupă fac parte limbajele care permit descrierea metodei de rezolvare a problemei fără indicarea precisă a succesiunii operațiilor care trebuie să se execute. Un exemplu în această privință este *limbajul schemelor formulate parametric,* în care procesul de prelucrare a informației se formulează sub forma unui ansamblu de perechi de operații și în care prima operație reprezintă o condiție, iar a doua o acțiune de prelucrare a informației. La rezolvarea unei probleme trebuie să se efectueze acele acțiuni cărora le corespund condițiile îndeplinite. Atîta timp cît o anumită condiție nu va fi îndeplinită, acțiunea legată de ea nu se poate efectua. Asemenea **l.p.** pot fi utilizate atît la programarea manuală, cît și la programarea automatizată.

3. *Sistemele de semne incomplet formalizate.* Aceste limbaje se utilizează, de obicei, la programarea manuală sau în etapa preliminară, executată manual, a programării automatizate. Ca exemple se pot da *schema-bloc** a programelor și denumirile convenționale utilizate de către programator. Denumirile convenționale se utilizau în programarea manuală pe vremea cînd metodele mai perfecționate de programare nu fuseseră încă descoperite. Esența aplicării lor consta în faptul că la elaborarea programului se făcea în paralel înscrierea operațiilor, care urmau să fie executate cu ocazia rezolvării problemei și înscrierea instrucțiunilor (adică a programului) în limbajul mașinii. Aceste denumiri nu posedă un suficient grad de determinare și, de regulă, sînt înțelese în mod diferit de către diferiți oameni, chiar autorul putînd să uite, cu timpul, sensul pe care l-a atribuit. De aceea, în sistemele moderne de programare, acest limbaj nu se utilizează.

N.A. Krinițki

Limbaj informațional al sistemului automatizat de conducere. Ansamblu de reguli de înregistrare a comunicărilor, care permit ca pe baza unor proceduri formale să se utilizeze sensul lor. Elaborarea unui limbaj informațional de gestiune economică urmărește următoarele scopuri fundamentale: realizarea la calculator a unui mare număr de operații logice legate de prelucrarea sensului comunicărilor; simplificarea comunicării cu calculatorul prin apropierea limbajului de programare de limbajul natural; unificarea limbajului sistemului de gestiune economică pentru realizarea principiului de integrare a prelucrării informației;

realizarea unei coordonări a funcționării subsistemelor și mecanismelor sistemului complex de conducere, prin stabilirea unei baze semantice unitare în cadrul limbajului lor de comunicare reciprocă; simplificarea documentației de gestiune prin păstrarea în memoria calculatorului a tuturor indicatorilor intermediari.

Limbajele informaționale se modifică treptat împreună cu dezvoltarea sistemelor informaționale. În etapa inițială, ele sînt niște limbaje cu funcții simple de asigurare a introducerii informației sub formă de text în calculatorul electronic, de păstrare și extragere a ei. Apoi se creează *limbaje de căutare a informației*, care asigură căutarea, selectarea și actualizarea eficientă a informației păstrate în memorie.

Pe măsura dezvoltării continue a sistemelor informaționale încep să se utilizeze *limbajele informaționale de serviciu*, care permit, pe lîngă funcțiile amintite, realizarea unor operații simple de grupare, sortare, agregare, dezagregare a indicatorilor pentru asigurarea formării de răspunsuri la niște cereri standard; aceste limbaje se utilizează, de obicei, în combinație cu limbajele operaționale de formulare a cererilor față de sistem. Limbajele informaționale ale *sistemelor automatizate de prelucrare a datelor* se utilizează pentru înregistrarea informației în masivele specializate ale sistemelor informaționale, orientate spre rezolvarea unor anumite complexe de probleme în regim automatizat. În sfîrșit, *limbajele logice informaționale* ale SAC, care permit să se execute în mod automat unele operații de tipul deducțiilor logice legate de adoptarea automată a unor decizii simple.

În problemele planificării de perspectivă și ale planificării curente, este rațional să se utilizeze sistemele și limbajele de căutare a informației și sistemele informaționale de serviciu, precum și limbajele corespunzătoare acestora, care permit să se obțină datele necesare fundamentării multilaterale a deciziilor de plan. În problemele de conducere operativă și de planificare calendaristică, într-o anumită măsură analoage problemelor de reglare tehnică și de conducere a proceselor, este indicat să se utilizeze limbajele logice informaționale, care asigură posibilitatea unor transformări elastice ale informației în vederea adoptării unor decizii operative.

Din punct de vedere teoretic, elaborarea limbajului informațional al sistemelor de conducere se întemeiază pe conceptul de limbaj de gestiune economică; de regulă, acest limbaj este orientat spre unitatea fundamentală a informației economice, *indicatorul*. Pentru înscrierea indicatorilor se utilizează, de obicei, *limbaje informaționale simple cu sintaxă pozițională*. Se disting limbaje informaționale fără gramatică, cu gramatică simplă și limbaje cu gramatică dezvoltată. Un limbaj informațional fără gramatică poate fi echivalent cu un tezaur (→ *Tezaur*).

Pentru codificarea indicatorilor de tip cu precădere estimativ, care au o structură relativ simplă a notării, precum şi în cazurile în care este imposibilă introducerea unor reguli rigide de notare a indicatorilor de către personalul de conducere, se poate preconiza un *limbaj informaţional de tip pseudofaţetă cu gramatică simplă*. În esenţă, un limbaj informaţional cu gramatică simplă se construieşte în următorul fel: pe baza analizei unui număr reprezentativ de propoziţii utilizate în procesul de funcţionare al unui anumit sistem de conducere se elaborează o construcţie universală a propoziţiei, care constă dintr-un set de poziţii (faţete). Elementele cu frecvenţă mică ale construcţiei se omit. Se întocmeşte o listă completă a cuvintelor care determină structura lexicală a construcţiei. Glosarul obţinut se subîmparte în liste, fiecare dintre acestea servind drept vocabular pentru diferitele poziţii ale construcţiei. Poziţia unui cuvînt în cadrul construcţiei indică rolul logico-semantic al cuvîntului în propoziţie (sintaxa logică poziţională). Numărul de ordine al fiecărei liste de cuvinte coincide cu numărul de ordine al faţetei corespunzătoare. Esenţa metodei de codificare preconizate constă în atribuirea, pentru fiecare dintre cuvintele propoziţiei introduse în calculatorul electronic, a numărului de ordine al faţetei care-i determină rolul său logico-semantic. Astfel, semnificaţia întregii propoziţii va fi reprezentată prin perechi de numere de ordine ale poziţiei şi ale cuvîntului în listele corespunzătoare ale glosarului:

m_1n_3; m_2n_1; m_3n_2; m_4n_{10}; m_5n_5,

unde m este numărul de ordine al poziţiei, iar n — numărul de ordine al cuvîntului în lista z (numărul z este egal cu numărul m).

Un limbaj informaţional de tipul al treilea este limbajul cu gramatică dezvoltată, care permite să se codifice indicatori de toate tipurile, inclusiv indicatori de înregistrare şi analitici, cu o înaltă precizie a reflectării raporturilor de sens între cuvinte. Ideea construirii unui limbaj informaţional de acest tip rezidă în următoarele: în urma analizei tuturor sau a majorităţii covîrşitoare a indicatorilor (se ia înregistrarea lor completă), cuprinşi în documentaţia referitoare la unitatea respectivă, se întocmeşte dicţionarul cuvintelor de bază şi o schemă gramaticală comună pentru toţi indicatorii.

Trebuie remarcat că dimensiunile dicţionarului cuvintelor de bază, din care se alcătuiesc indicatorii de funcţionare a unei unităţi, este, de obicei, de aproximativ zece ori mai mic decît numărul indicatorilor înşişi. Acest lucru este valabil pentru întreprinderile mari cu un număr de indicatori care se cifrează la cîteva mii. Astfel, pentru una din uzinele constructoare de maşini la care s-a efectuat o cercetare în acest sens şi care are un număr de indicatori de circa 10 mii, în dicţionarul cuvintelor de bază au intrat ceva mai mult de o mie de cuvinte. Prin urmare, păstrarea unor asemenea dicționare în memoria calculatorului electronic nu constituie o problemă.

Anchetele asupra documentației dintr-o serie de întreprinderi au arătat că schema gramaticală generalizată a unui indicator într-o formă sintetică se prezintă astfel: ASK, ACK, ABK, unde A reprezintă atributul, S — subiectul, C — complementul, B — complementul circumstanțial, K — atributul postpozițional, care caracterizează substantivul precedent. O asemenea schemă generală este, firește, insuficientă pentru reflectarea exactă a relațiilor semantice dintre cuvintele unui indicator. De aceea, se efectuează detalierea schemei ținînd seama de funcțiile gramaticale, care se întîlnesc în cadrul indicatorilor, corespunzătoare diferitelor subfuncții ale părților de propoziție și categoriile de cuvinte care îndeplinesc aceste subfuncții. Întrucît la întocmirea șablonului se ține seama nu numai de funcțiile gramaticale, ci și de semnificația diferitelor categorii de cuvinte, schema detaliată obținută se numește șablon gramatical-semantic al înregistrării indicatorului.

Deoarece pe baza șablonului se codifică nu numai sensul diferitelor cuvinte, ci și funcțiile gramaticale îndeplinite de ele, care determină relațiile semantice de context dintre cuvinte, se poate vorbi despre fixarea sensului indicatorilor în ansamblu. Codul unui indicator, obținut în urma utilizării dicționarului cuvintelor de bază și a șablonului gramatical, are următoarea formă:

$m_1 n_{252}$; $m_2 n_{13}$; $m_{14} n_{385}$; $m_5 n_2$,

unde m este numărul de ordine al fațetei (poziției) în șablon, iar n — numărul de ordine al cuvîntului în dicționar.

Codificarea într-un limbaj de acest tip se poate realiza de către un operator manual, precum și în mod automat cu ajutorul unui model de generare a indicatorului și a algoritmului de codificare.

Cu ocazia extragerii indicatorilor pe imprimantă se redau rădăcinile cuvintelor indicatorilor, descrise după șablon. Pentru obținerea formelor necesare de cuvinte (atribuirea terminațiilor) poate fi utilizat un algoritm de sinteză morfologică (asemenea algoritmi au fost elaborați de către specialiștii în traducere automată), însă este mai indicat să se încredințeze scrierea terminațiilor cuvintelor unui operator, adică să se efectueze o postredactare.

V.M. Jerebin

Limbaje orientate pe mașină. *Limbaje de programare* care țin seama de sistemul de comenzi și de particularitățile constructive ale calculatoarelor electronice utilizate. Din categoria **l.o.m.** fac parte, în primul rînd, autocodurile de tipul 1:1 și translatoarele cuprinse în toate sistemele de software al mașinilor de calcul moderne. De obicei, un asemenea **l.o.m.** se elaborează pornindu-se de la sistemul de comenzi și de la particularitățile echipamentului de calcul electronic concret și, în acest sens, el este specializat. Spre deosebire de limbajele specializate, **l.o.m.** universale se bazează pe proprietățile comune ale unei clase determinate de mașini sau chiar ale unei întregi generații. Ca exemplu de **l.o.m.** universal poate servi limbajul ALMO, care a fost elaborat ca mijloc pentru asigurarea compatibilității între diferite calculatoare electronice la nivelul programelor. ALMO reprezintă o încercare de a concepe o mașină electronică de calcul abstractă, numită mașină ALMO, care să fie eliberată de particularitățile diferitelor mașini calculatoare concrete. Autorii limbajului ALMO s-au străduit să creeze un limbaj care să permită ca traducerea din acest limbaj într-un cod al unui calculator electronic concret să fie cît mai simplă și să se obțină programe de o calitate cît mai bună. Compatibilitatea între diferitele calculatoare electronice pe baza limbajului ALMO poate fi obținută în modul următor: programele pentru diverse domenii de aplicație și îndeosebi *translatoarele* din limbaje universale de programare se scriu în ALMO; apoi, după crearea translatorului, care traduce din ALMO în codul unui calculator electronic concret, cu ajutorul lui se întocmesc în mod automat programe analoage pentru calculatorul electronic respectiv. Este adevărat că programele obținute ca urmare a traducerii din ALMO vor fi de o calitate ceva mai scăzută decît programele create nemijlocit pentru calculatorul electronic respectiv ținînd seama de particularitățile sale. Compatibilitatea pe baza limbajului ALMO este unul din procedeele posibile de realizare a compatibilității la nivelul programelor între calculatoarele electronice de diverse construcții (→ de asemenea, *Autocod* și bibl. respectivă).

V.I. Sobelman

Limite de încredere. Extremitățile segmentului format de două funcții aleatoare ale selecției $\theta'(x_1, x_2, ..., x_n) < \theta''(x_1, x_2, ..., x_n)$, astfel încît segmentul (θ', θ'') acoperă valoarea parametrului estimat θ cu o probabilitate **P** nu mai mică de cea dată:

$$\mathbf{P}\{\theta'(x_1, x_2, ..., x_n) < \theta < \theta''(x_1, x_2, ..., x_n)\} = 1 - \alpha.$$

Segmentul astfel delimitat (θ', θ'') se numește *interval de încredere*, iar $(1-\alpha)$ se numește *probabilitate de încredere*. Luînd ca exemplu o selecție normală, vom examina următoarele probleme fundamentale ale calculului intervalelor de încredere: estimarea speranței matematice a în cazul unei dispersii cunoscute σ^2 a mărimii aleatoare; estimarea dispersiei σ^2 în cazul unei valori cunoscute a lui a; estimarea necunoscutelor a și σ^2.

Aici a și σ^2 sînt parametrii legii de repartiție normală a mărimii aleatoare x, adică

$$P\left(\frac{x}{a\sigma}\right) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}.$$

1. *Rezolvarea primei probleme.* Ca necunoscută a luăm $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$.

Admițînd că $\theta' = \bar{x} - t_q \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, $\theta'' = \bar{x} + t_q \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, aflăm că parametrul necunoscut $\theta = a$ este acoperit de intervalul de încredere (θ', θ''), care corespunde probabilității de încredere $1 - \alpha = 1 - \frac{q}{100}$ [1], adică

$$\bar{x} - t_q \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < a < \bar{x} + t_q \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

De aici, pentru estimarea căutată, avem inegalitatea

$|\bar{x} - a| < t_q \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, unde parametrul t_q este determinat cu probabilitatea de încredere dacă $1 - \alpha$ cu ajutorul expresiei $\mathbf{P}\ (|x-a| < t_q \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1 - \alpha$ și $\alpha = \frac{q}{100}$, care reprezintă abaterea.

Mărimea t_q se calculează cu ajutorul tabelelor pentru integrala probabilităților. Poziția intervalului de încredere (θ', θ'') și lungimea lui sînt mărimi aleatoare, a căror repartiție depinde de selecția valorilor observate $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$.

2. *Rezolvarea problemei a doua.* În cazul al doilea, în care speranța matematică a este cunoscută, limitele intervalului de încredere (θ', θ''), care să acopere mărimea necunoscută σ sau σ^2 cu o probabilitate nu mai mică decît

$$\mathbf{P}(t_1, t_2) = \frac{2^{-\frac{n-2}{2}}}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \int_{t_1}^{t_2} \tau^{n-1} e^{-\frac{\tau^2}{2}}\, d\tau,$$

se consideră egale cu

$$\theta' = \frac{s\sqrt{n}}{t_1} \text{ și } \theta'' = \frac{s\sqrt{n}}{t_2},$$

unde

$$s = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}_i^2) \text{ și } \bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \,.$$

În cazul în care n este suficient de mare ($n > 30$), calculul estimării necunoscutei σ^2 se reduce la utilizarea tabelei integralei de probabilitate pentru calculul unui anumit parametru ε_0 legat de probabilitatea de încredere prin egalitatea:

$$\Phi\left(\frac{\varepsilon_0}{\sqrt{2n}}\right) = 1 - \alpha.$$

În acest caz $\theta' = \dfrac{s^2}{1 + \dfrac{\varepsilon_0}{n}}$, $\theta'' = \dfrac{s^2}{1 - \dfrac{\varepsilon_0}{n}}$ și pentru necunoscuta σ^2 avem

$$\frac{s^2}{1 + \dfrac{\varepsilon_0}{n}} \leqslant \sigma^2 \leqslant \frac{s^2}{1 - \dfrac{\varepsilon_0}{n}},$$

unde $s^2 = \dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$ reprezintă *dispersia empirică*.

3. *Rezolvarea problemei a treia.* Necunoscutele sînt a și σ. Dacă a și σ le estimăm prin media $\bar{x}$ și prin media pătratică s, atunci punînd

$$\theta_1' = \bar{x} + u_1\sqrt{n}\, s,\ \theta_1'' = \bar{x} + u_2\sqrt{n}\, s,\ \theta_2' = \frac{\sqrt{n}\, s}{t_1},\ \theta_2'' = \frac{\sqrt{n}\, s}{t_2},$$

le alegem ca limite de încredere pentru estimarea mărimilor a, respectiv σ.

Se demonstrează [1] că intervalul de încredere $(\bar{x} + u_1\sqrt{ns},\ \bar{x} + u_2\sqrt{ns})$ acoperă parametrul necunoscut a cu o probabilitate nu mai mică decît

$$\mathbf{P}(u_1, u_2) = \frac{\sqrt{n}\,\Gamma\left(\dfrac{n}{2}\right)}{\Gamma\left(\dfrac{n-1}{2}\right)}\int_{u_1}^{u_2}(1 + n\eta^2)^{-\frac{n}{2}}\, d\eta,$$

iar intervalul $\left(\frac{\sqrt{n}\,s}{t_1}, \frac{\sqrt{n}\,s}{t_2}\right)$ acoperă parametrul σ cu o probabilitate nu mai mică decît

$$\mathbf{P}(t_1, t_2) = \frac{2^{-\frac{n-3}{2}}}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)} \int_{t_1}^{t_2} \eta^{n-2} e^{-\frac{\eta^2}{2}} \, d\eta.$$

A.I. Zenkin

Bibl. 1. B.V. Gnedenko, *Kurs teorii veroiatnostei*, Fizmatghiz, 1961; 2. N.V. Smirnov, I.V. Dunin-Barkovski, *Kurs teorii veroiatnostei matematiceskoi statistiki*, „Nauka", 1969; 3. A.A. Sveșnikov, *Osnovî teorii oșibok*, Izd. LGU 1972.

Logică matematică. Capitol al matematicii ce reunește teoria algoritmilor, teoria mulțimilor, teoria modelelor și teoria demonstrațiilor. *Teoria algoritmilor* studiază modelele matematice ale operațiilor mecanice pe care le execută matematicienii atunci cînd rezolvă probleme de masă de același tip și proprietățile mulțimilor obținute prin proceduri mecanice și prelungite potențial infinit (→ *Teoria algoritmilor*). *Teoria mulțimilor* studiază conceptele de mulțime și de infinit (fundamentale în matematică) și legile de operare cu mulțimile.

Teoria modelelor a apărut prin aplicarea metodelor **l.m.** la algebră, transformîndu-se într-o disciplină de-sine-stătătoare, care studiază modelele matematice ale teoriilor științifice, punînd în evidență legile comune tuturor teoriilor ce se exprimă printr-un limbaj formalizat dat. Unul din întemeietorii teoriei modelelor a fost savantul sovietic A. I. Malțev, căruia îi aparțin rezultatele fundamentale în acest domeniu. *Teoria demonstrației*, care reprezintă partea principală a **l.m.**, studiază modelele matematice ale procesului gîndirii, structura gîndirii, ale raționamentelor utilizate în matematică.

Orice proces de gîndire, printre care și cel utilizat în matematică, este legat de următoarele patru obiecte:

1. Un limbaj $\widetilde{L}$, în care se exprimă premisele inițiale (datele) ale gîndirii, diferitele momente ale gîndirii și, în sfîrșit, rezultatele obținute prin raționament. De obicei, $\widetilde{L}$ este limba unui popor, îmbogățită cu termeni și concepte caracteristice teoriei obiectelor studiate.
2. O clasă $\widetilde{K}$ a obiectelor studiate $\widetilde{N}$.
3. Un concept de adevăr al enunțului α în limbajul $\widetilde{L}$ privind obiectul studiat $\widetilde{N}$ din $\widetilde{K}$.

4. Un proces de elaborare a enunțurilor folosite în raționament, constînd în trecerea de la unele enunțuri, numite premise, la un enunț nou, numit *consecință a premiselor inițiale.*

De aceea, modelul matematic al procesului gîndirii constă din următoarele modele:

limbajul formalizat L, care este modelul matematic al limbajului $\tilde{L}$;
modelul matematic N al obiectului studiat $\tilde{N}$;
definiția exactă a conceptului de adevăr al enunțului din limbajul L în modelul N, al obiectului studiat $\tilde{N}$;
calculul logic, adică modelul matematic al trecerii de la premise la consecințe, efectuată după anumite reguli de deducție în procesul gîndirii, al raționamentelor.

Diversele moduri de alegere a entităților enumerate conduc la diferitele capitole ale l.m. În fiecare capitol se disting două secțiuni: *sintaxa și semantica.*

Sintaxa studiază procesul de transformare formală a enunțurilor limbajului L, care are loc în cursul demonstrării teoremelor.

Principalele concepte ale sintaxei sînt următoarele:

a) *mulțimea A a enunțurilor limbajului L*, denumite *axiomele logice ale calculului.* La rîndul său, această mulțime este modelul matematic al mulțimii $\tilde{A}$ a enunțurilor limbajului $\tilde{L}$ adevărate cu privire la toate obiectele $\tilde{N}$ pentru care ele sînt definite. Ele sînt adevărate datorită structurilor lor și nu exprimă proprietăți speciale ale obiectelor $\tilde{N}$;

b) *sistemele de operații* care asociază unor succesiuni de enunțuri (premise) un enunț denumit *consecința directă a premiselor.*

Aceste operații se numesc *reguli de deducție* (de inferență) și se scriu sub forma:

$$\tilde{R} : \frac{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n,}{\alpha},$$

în care $\alpha_1, \ldots \alpha_n$ sînt premise, iar α este consecința;

c) *deductibilitatea.* Enunțul α este *deductibil* (inferabil) *din mulțimea de enunțuri B*, dacă α se poate obține din mulțimea $A \cup B$ cu ajutorul unui număr finit de aplicații ale regulilor de inferență. Enunțul α se numește *demonstrabil*, dacă este deductibil din mulțimea *axiomelor logice A.*

În sintaxă se studiază subalgebre ale algebrei parțiale $A = < V, R_1, \ldots, R_k >$, în care V este mulțimea enunțurilor limbajului L, iar $R_1, \ldots R_k$ sînt operații parțiale definite pe V, care corespund regulilor de deducție $\tilde{R}_1, \ldots, \tilde{R}_k$. Subalgebra [A] a algebrei A, generată de sistemul axiomelor logice A, este mulțimea tuturor *formulelor demonstrabile.* O mulțime de enunţuri B se numeşte *necontradictorie* (consistentă) dacă subalgebra $[A \cup B]$, generată de mulţimea $A \cup B$ (sau mulţimea enunţurilor deductibile din B) nu coincide cu V, adică $V - [A \cup B] \neq 0$.

Mulţimea B se numeşte mulţimea de *axiome extralogice* ale algebrei $[A \cup B]$.

Semantica. Noţiunea fundamentală a semanticii este *noţiunea de adevăr*. În limbajul L se defineşte mulţimea $L(S)$ a formulelor numite *enunţuri* şi se dă mulţimea $C, C \supset \{0, 1\}$, numită *mulţimea valorilor de adevăr*. Fiecărei perechi $< N, \alpha >$, în care $N \in K$ (K fiind clasa de modele N), $\alpha \in L(S)$ i se pune în corespondenţă, într-un anumit mod, un element din C, numit *valoarea de adevăr a enunţului* α în modelul N. Vom nota acest element cu $i\,(N, \alpha)$. Enunţul α este adevărat în N, dacă $i\,(N, \alpha) = 1$ şi fals dacă $i\,(N, \alpha) = 0$.

Fiecărui model N îi corespunde o mulţime $Th\,(N) = \{\alpha/_i\,(N, \alpha) = 1,$
$\alpha \in L(S)\}$ de enunţuri adevărate în N. Ea se numeşte *teoria modelului* N.
Clasei de modele îi corespunde mulţimea $Th\,(K_1) = \bigcap\limits_{N \in K} Th(N)$ a enunţurilor, adevărate în toate modelele K_1, denumită *teoria clasei* K_1. La rîndul său, orice enunţ α din $L(S)$ determină clasa de modele $K(\alpha) =$
$= \bigcap \{N/_i\,(\mathrm{N}, \alpha) = 1,\ N \in K\}$, în care α este adevărat. O mulţime Σ
de enunţuri, determină clasa $K(\Sigma) \bigcap\limits_{\alpha \in \Sigma} K(\alpha)$ a tuturor modelelor în care este adevărat fiecare enunţ din Σ.

Mulţimea Σ se numeşte *consistentă* dacă $K\,(\Sigma) \neq 0$.

Clasele de modele definite în limbajul L se numesc *axiomatizabile* în L.

O clasă de modele axiomatizabile într-un limbaj poate să nu fie axiomatizabilă într-un alt limbaj. Semantica studiază posibilităţile de exprimare ale limbajelor formalizate şi structura claselor de modele axiomatizabile.

Să enumerăm principalele orientări ale **l.m.**

1. *Logica clasică* este ramura cea mai dezvoltată, care şi-a găsit aplicaţii în toate domeniile matematicii şi în cibernetică.

Ea studiază următoarele modele:

1. Modelul limbii — limbajul L'_{ww} de ordinul întîi. Simbolismul limbajului constă din sistemul σ al simbolurilor pentru relaţii şi operaţii; semnele $\wedge$, $\vee$, $\rceil$, $\rightarrow$, $\forall$, $\exists$, care desemnează conectivele logice „şi“, „sau“, „non“, „dacă ..., atunci ...“, „pentru orice x...“, „există un x astfel că ...“, sistemul de semne, denumite *constante obiectuale* şi *variabile obiectuale*, precum şi paranteze şi virgule. Oricărui simbol de relaţie sau de operaţie i se asociază un număr natural denumit *numărul de locuri* al acestui simbol[1]. Dintre simboluri face parte şi unul special

---

[1] Se spune că simbolul cu n locuri este n-adic, de exemplu $E(x, y)$ este diadic, el avînd două locuri (x, y). (N.T.)

pentru relația de egalitate, $=$. Conceptele de termen și formulă se definesc prin inducție. Variabilele obiectuale sînt termeni. Dacă f este simbolul unei operații cu n locuri și dacă $t_1, \ldots, t_n$ sînt termeni, atunci și $f(t_1, \ldots, t_n)$ este un termen.

Formulele elementare sînt expresii de forma $P(t_1, \ldots, t_n)$, în care P este un simbol de relație cu n locuri, iar $t_1, \ldots, t_n$ sînt termeni. Formulele compuse se obțin din cele elementare printr-un număr finit de conectări cu ajutorul cuantorilor și al conectivelor logice. Simbolurile variabilelor obiectuale care se întîlnesc într-o formulă se împart în *variabile libere* și *variabile legate*. De exemplu, în formula $\forall x \exists y\, (f(x, y) = r \vee f(x, y) = u)$ sînt libere u și r, iar x și y sînt legate prin cuantori. Formulele fără variabile libere se numesc *enunțuri*.

2. *Modelele matematice* N ale obiectelor $\tilde{N}$ sînt sisteme algebrice cu signatura σ. Printr-un *sistem algebric* N al simbolismului σ se înțelege o mulțime nevidă împreună cu mulțimile de relații și operații date pe această mulțime, corespunzătoare simbolurilor din simbolismul σ, numărul de locuri al operațiilor și al relațiilor fiind egal cu numărul de locuri al simbolului respectiv. De exemplu, mulțimea numerelor naturale cu operațiile $+$, — este un sistem algebric. Clasa K a tuturor algebrelor sistemelor este un *model* al clasei $\widetilde{K}$.

3. *Definiția adevărului*. Orice formulă cu variabilele libere $x_1, \ldots, x_n$ definește pe orice N din K o relație cu n locuri. De exemplu, formula $\forall x \forall y \forall x_1 \times \forall y_1\ (x \cdot x_1 = u \wedge x \cdot y_1 = v \rightarrow x = 1)$ definește pe numerele naturale relația „u și v sînt reciproc prime". Pentru formulele elementare relația respectivă este definită de însuși sistemul N. Pentru formulele compuse, relația respectivă este definită prin interpretarea cuantorilor și a conectivelor logice ($\Phi_1 \wedge \Phi_2$). Se interpretează ca „Φ_1 și Φ_2", $\Phi_1 \cup \Phi_2$ ca „Φ_1 sau Φ_2", $\neg \Phi_1$ — „nu este adevărat că Φ", $\forall x \Phi_1$ — „pentru orice x este adevărat Φ_1", $\exists x\, \Phi_1$ — „există un x pentru care este adevărat Φ_1. Potrivit acestei definiții, orice enunț în orice sistem algebric este fie adevărat, fie fals.

4. *Calculul logic*. Mulțimea A a axiomelor logice se obține din următoarele cinci scheme, prin înlocuirea literelor A, B, C cu formule din limbajul L_σ

$$A \rightarrow (B \rightarrow A); \tag{1}$$

$$(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)); \tag{2}$$

$$(\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow ((\neg B \rightarrow A) \rightarrow B); \tag{3}$$

$$\forall x A(x) \rightarrow A(t), \text{ în care } t \text{ este un termen}; \tag{4}$$

$\forall x\ (A \rightarrow B(x) \rightarrow (A \rightarrow \forall\ xB(x)$, dacă A nu conține o intrare liberă a lui x. (5)

Regulile de inferență:
(i) regula *modus ponens:* din A și $A \rightarrow B$ rezultă B;
(ii) regula generalizării: din $A(x)$ rezultă $\forall x\, A(x)$.

Sintaxa. Sistemul Σ de enunțuri este necontradictoriu dacă și numai dacă din Σ nu se poate deduce o formulă de forma $A \vee \neg A$.

Mulțimea Σ se numește *sintactic completă* dacă pentru orice enunț are loc: din Σ se poate deduce α sau din Σ se deduce $\neg\alpha$.

Orice mulțime necontradictorie Σ poate fi extinsă pînă la o mulțime completă. O importanță primordială are *teorema lui Gödel* despre incompletitudinea aritmeticii, afirmînd incompatibilitatea dintre condiția completitudinii și condiția necontradicției pentru o clasă foarte largă de calcule. Potrivit acestei teoreme, chiar și aritmetica numerelor naturale, parte relativ elementară a matematicii, nu poate fi cuprinsă integral de o singură teorie deductivă.

Semantica. Mulțimea $Th\ (K)$ de enunțuri ale limbajului L, adevărate în orice model N din K, se numește *teoria elementară* a lui K. O importanță fundamentală are teorema lui A. I. Malțev, afirmînd că un sistem Σ este consistent dacă și numai dacă orice parte finită a sa este consistentă. Aproape toate rezultatele semanticei sînt consecințe ale acestei teoreme. Ele stabilesc legătura dintre proprietățile sintactice și cele semantice ale mulțimii de enunțuri. De exemplu, un sistem Σ este necontradictoriu dacă și numai dacă el este consistent; un enunț α este inferabil din Σ dacă și numai dacă α este adevărat în toate modelele sistemului Σ etc. Un enunț α se numește *identic adevărat*, dacă el este adevărat în toate sistemele algebrice și *logic adevărat (demonstrabil)* dacă este inferabil din sistemul de axiome (1) — (5). Un enunț este identic adevărat dacă și numai dacă el este demonstrabil. Importanța limbajului $L^1_{\omega\omega}$ se explică prin faptul că majoritatea obiectelor studiate în matematică sînt axiomatizabile în limbajul $L^1_{\omega\omega}$. De exemplu, teoria mulțimilor, aritmetica numerelor naturale (fără axioma inducției complete), corpul numerelor reale, corpul numerelor complexe, grupurile, inelele, cîmpurile, laticele, *algebrele booleene** ș.a. Dacă clasa K nu este definită în $L^1_{\omega\omega}$, o parte considerabilă a teoriei clasei K se descrie în limbajul $L^1_{\omega\omega}$ și această parte o numim *teoria elementară a clasei* K. Așadar, logica clasică a limbajului de ordinul întîi cuprinde (modelează) o mare parte a raționamentelor utilizate în matematică.

II. *Logica intuiționistă* se obține din logica clasică dacă respectăm principiile constructivismului (renunțarea la condiția că orice enunț este fie adevărat, fie fals, renunțarea la infinitul actual și admiterea numai a mulţimilor potenţial infinite, condiţia constructivităţii tuturor operaţiunilor utilizate în matematică (conceptul de constructivitate este înţeles în mod diferit de diferite şcoli). Principiile constructivismului se reflectă în cel mai înalt grad în definirea adevărului unui enunţ. III. *Logica constructivă* a fost creată de matematicianul sovietic A.A. Markov (admiterea principiului infinitului potenţial). Aici limbajul este acelaşi ca şi în logica clasică, dar se îmbogăţeşte potenţial cu variabile şi semne pentru cuantori. Modelele sînt constructive, iar adevărul se defineşte şi el în mod constructiv.

IV. *Logica de ordinul doi.*

1. Limbajul $L^2_{\omega\omega}$ se obţine din $L^1_{\omega\omega}$ prin adăugarea unor variabile pentru predicate şi admiterea cuantificării lor.
2. Modelele $N = < A, \sigma, F_1, F_2, \ldots >$ se obţin din sistemele algebrice $N^* = <A, \sigma>$ de simbolism σ prin îmbogăţire cu mulţimile F_n pentru toate relaţiile n-adice definite pe A.
3. Conceptul de adevăr al enunţurilor se defineşte prin inducţie după lungimea formulelor.
4. Calculul se obţine din calculul logicii clasice prin adăugarea de reguli noi pentru variabilele predicative.

Limbajul $L^2_{\omega\omega}$ este foarte bogat. În acest limbaj aritmetica numerelor naturale se poate descrie printr-o singură formulă.

V. *Logica limbajelor cu formule de lungime infinită* modelează raţionamentele în care se admite intersecţia şi reuniunea unui număr infinit de mulţimi. De aceea, în acest limbaj se admit formule de lungime infinită conţinînd conjuncţia (disjuncţia) unui număr infinit de formule avînd puterea $\leq \alpha$ şi se admite cuantificarea variabilelor din mulţimea de variabile de puterea $\leq \alpha$.

VI. *Logica polivalentă.* Dacă în logicile de mai sus înlocuim mulţimea $C = \{0, 1\}$ cu o altă mulţime $\{0, 1\} \subset C_1$ şi definim conectivele logice şi cuantorii (înţeleşi ca operaţii cu infinit de mulţi termeni) ai limbajului L, obţinem logici polivalente. Cea mai fertilă s-a dovedit a fi logica pentru care C_1 este un spaţiu Hausdorf compact sau C_1 este o algebră booleană completă. Logici cu C_1 finit sau C_1 numărabil se aplică în cibernetică.

Notă istorică. Graţie lucrărilor lui N. I. Lobacevski şi J. Bolyai privind fundamentele geometriei şi datorită lucrărilor lui G. Boole (1847), P. S. Poreţki (1884), E. Schröder (1890—1905), G. Frege (1884), G. Peano (1894) ş.a., lucrări care au precedat elaborarea **l.m.**, a devenit posibilă dezvoltarea metodei de formalizare a demonstraţiilor (a se vedea contribuţiile lui D. Hilbert în acest sens).

În perioada iniţială a dezvoltării sale, **l.m.** era privită ca o *algebră a logicii*, ca o aplicare a metodei algebrice în logică. Abia Peano şi Frege şi-au dat seama de importanţa **l.m.** pentru matematică şi au început s-o aplice la problemele fundamentelor aritmeticii şi ale teoriei mulţimilor. Foarte fertilă a fost aplicarea l.m. în algebră, iniţiată de A. I. Malţev, ceea ce l-a condus la crearea teoriei modelelor; aceasta a cunoscut o puternică dezvoltare în ultimele decenii.

În prezent, l.m. este un puternic instrument de cercetare în problema fundamentelor matematicii. Metodele ei se aplică pe scară largă şi în alte domenii ale matematicii şi în cibernetică. La elaborarea l.m. şi-au adus contribuţia şi matematicienii sovietici I. I. Jegalkin, V. I. Glivenko, A. N. Kolmogorov, P. S. Novikov, A. I. Malţev, A. A. Markov, a căror activitate organizatorică a condus la crearea şcolilor de l.m. din Moscova, Novosibirsk şi Leningrad, în care se elaborează atît probleme fundamentale de l.m., cît şi aplicaţiile ei în alte domenii ale ştiinţei.

A. D. Taimanov

M

Magistrală. Traiectorie de *creștere economică*, pe care proporțiile indicatorilor economici (de exemplu proporțiile dintre ramuri) sînt neschimbate, iar indicatorii ca atare cresc într-un ritm constant, maxim posibil. **M.** este o abstracție științifică convenabilă pentru studiul și prognozarea legilor *dinamicii economice*. Studiul proprietăților de magistrală ale traiectoriilor se realizează prin diferite metode. În modelele *dinamicii economice*, în particular în modelele creșterii economice optime, se demonstrează *teoremele magistralei* stabilind apropierea traiectoriilor *optime* de magistrale. O altă cale constă în studiul proporțiilor reale între ramuri ale economiei naționale și în compararea acestora cu **m.**

Ipoteza de bază a existenței **m.** în modelele de dinamică este invarianța în timp a mulțimii de posibilități tehnologice. Datorită progresului tehnic și modificării în timp a preferințelor sociale față de diferite bunuri, atunci cînd este descrisă în mod amănunțit, starea reală a economiei diferă întotdeauna considerabil de cea de **m.** Proporțiile și ritmul de creștere magistral determină direcția rațională a modificării structurii pe ramuri și ritmul de creștere maxim realizabil. După cum se arată într-o serie de lucrări, dacă gradul de agregare este ridicat, proporțiile economice reale sînt apropiate de cele de **m.**

În cazul general, în modelele dinamicii economice, teoremele de **m.** nu se verifică nici în cazul în care posibilitățile tehnologice nu se schimbă. Pentru ca ele să fie valabile trebuie introduse diferite ipoteze suplimentare privind proprietățile modelului.

Exemple de teoreme de **m.** sînt date în *Modele ale dinamicii economice* * și *Model al unei economii în expansiune**. S-au demonstrat teoreme de **m.** și pentru unele modele cu timp continuu și cu perioadă de plan infinită, pentru modele cu o dinamică dată a creșterii resurselor de muncă, funcția obiectiv fiind utilitatea totală. În literatura economico-matematică, pe lîngă teoremele de tipul amintit, se consideră drept teoreme de **m.** și afirmațiile privind apropierea traiectoriilor optime de frontiera von Neumann, mulțimea de procese tehnologice care asigură raportul maxim posibil între valoarea producției și valoarea cheltuielilor, ambele fiind măsurate în prețuri von Neumann constante.

În modelele economiei în expansiune, în care valoarea funcției obiectiv este determinată de starea economiei la sfîrșitul perioadei de plan T,

m. nu depinde de forma funcției obiectiv pentru o clasă suficient de largă de asemenea funcții. Atunci cînd, în asemenea modele, se vorbește de apropierea traiectoriilor optime de **m.** se are în vedere următoarele: Pentru un $\varepsilon > 0$ arbitrar se găsește un M natural depinzînd de ε și de starea inițială și comun pentru toți T, pentru toate funcțiile obiectiv dintr-o anumită clasă și pentru toate traiectoriile optime, astfel încît numărul intervalelor de timp în care distanța dintre vectorii proporțiilor optime și cei ai **m.** este mai mare decît ε nu depășește M. Această formă a teoremei se numește *slabă*. În teoremele *tari* ale **m.** se afirmă că asemenea intervale excepționale se pot întîlni numai la începutul și la sfîrșitul perioadei de plan.

S.M. Movșovici

Masiv de informație. Structură informațională, alcătuită din una sau mai multe înregistrări în așa fel încît înregistrările descriu obiecte, iar masivul o clasă de obiecte. Mai multe masive alcătuiesc un sistem sau o mulțime de masive. Un set de date bine stabilit care caracterizează un anumit obiect sau proces constituie o înregistrare. Ca exemple de înregistrări pot servi bonurile de vînzare, ordinele de executare a unor lucrări, bonurile pentru obținerea de materiale, chestionarele sau fișele personale, dările de seamă statistice etc.

Ca elemente ale masivului pot de asemenea să apară *simboluri* (litere), *instrucțiuni*, *programe*, *documente* etc. În acest caz masivul este o mulțime de elemente situate unul după altul.

În practica prelucrării informației economice, masivele de-sine-stătătoare se formează după criteriul obiectului, criteriul algoritmic, criteriul semantic și alte criterii. Într-o întreprindere industrială, informația cu caracter normativ și tehnic-operativ reprezintă peste 80% din volumul masivelor.

B.S. Kuțik

Bibl. 1. V.M. Glușkov, V.P. Gladun, L.S. Lozinski, S.B. Pogrebinski, *Obrabotka informaționnîh massivov v avtomatizirovannîh sistemah upravlenia*, „Naukova dumka“, 1970; 2. A.I. Kitov, *Programmirovanie informaționno-logiceskih zadaci*, „Sovietskoe radio“ 1967.

Matrice. Tabel dreptunghiular de numere reale

a_{ij}, $i = 1, \ldots, m$, $j = 1, \ldots, n$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11}a_{12} \ldots a_{1n} \\ a_{21}a_{22} \ldots a_{2n} \\ \cdots\cdots\cdots \\ a_{m1}a_{m2} \ldots a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Un asemenea tabel se mai numește m. *de dimensiuni* $m \times n$ sau m. $m \times n$. Vectorul n-dimensional (→ *Vector*) $\mathbf{a}_i = (a_{i1}, \ldots, a_{in})$ se numește *linia* a i-a a m. **A**, iar vectorul m-dimensional

$$\mathbf{a}^j = \begin{pmatrix} a_{1j} \\ a_{mj} \end{pmatrix}$$

se numește coloana a j-a a acesteia. Numărul a_{ij} se numește *element* al m. **A**; indicele i arată numărul liniei, iar indicele j numărul coloanei la intersecția cărora este situat elementul a_{ij}. Se utilizează o notație prescurtată: $\mathbf{A} = (a_{ij})$ (sau $\mathbf{A} = \| a_{ij} \|$). Dacă $m = n$, m. se numește *pătrată*, iar numărul n se numește ordinul ei.

Cităm cîteva exemple simple

Necesarul zilnic de televizoare și aparate de radio din trei magazine de mărfuri industriale se poate scrie sub forma următoarei m. de dimensiuni 2 × 3:

	… M_1 …	M_2 …	M_3 …
T	30	10	20
R	100	40	50

Lista oficială de cîștiguri la unele jocuri este o m. cu m linii și 3 coloane. Elementele primei coloane arată numerele seriilor, elementele celei de a doua coloane, numerele biletelor, iar elementele celei de a treia coloane, cîștigurile în expresie bănească. Dacă **A** este o m. de coeficienți tehnologici, atunci elementul a_{ij} al m. arată cantitatea din produsul i necesară pentru a produce o unitate din produsul j.

O m. $(m \times n)$ avînd toate elementele egale cu zero se numește m. *nulă* și se notează cu simbolul **O**.

M. $(1 \times n)$ este un vector linie n-dimensional, iar m $(m \times 1)$ este un vector coloană m-dimensional.

M. (1×1) este numărul a_{11}. Un vector linie n-dimensional poate fi interpretat ca o m. $(1 \times n)$, iar un vector coloană m-dimensional ca o m. $(m \times 1)$.

Ștergînd (înlăturînd) k linii și l coloane din matricea **A** obținem o matrice $(m-k) \times (n-l)$ care se numește *submatrice* a m. **A**.

Submatricea obținută din **A** prin eliminarea liniei a i—a și a coloanei a j—a se notează cu simbolul $\mathbf{A}(i, j)$.

1. Două matrice **A** și **B** se numesc *egale*, dacă au dimensiuni egale și dacă elementele lor corespunzătoare sînt egale. Egalitatea dintre m. **A** și **B** se notează astfel: $\mathbf{A} = \mathbf{B}$. Nu este permisă permutarea elementelor m. **A**, deoarece, în general, după permutare se poate obține o m. nouă.

Se numește *produs* al **m.** $\mathbf{A} = (a_{ij})$ cu numărul α acea **m.** în care fiecare element este egal cu elementul corespunzător al **m. A** înmulțit cu numărul α, adică $\alpha\mathbf{A} = \alpha(a_{ij}) = (\alpha\, a_{ij})$.
M. pot fi adunate, dacă au dimensiuni egale. Se numește *sumă* a **m. A** și **B**, **m.** C, în care fiecare element c_{ij} este egal cu suma elementelor corespunzătoare a_{ij} și b_{ij} din **m.** respective: $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$. Se observă cu ușurință că 1) $\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A}$; 2) $(\mathbf{A} + \mathbf{B}) + \mathbf{C} = \mathbf{A} + (\mathbf{B} + \mathbf{C})$; 3) $\alpha(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = \alpha\mathbf{A} + \alpha\mathbf{B}$; 4) $(\alpha + \beta)\ \mathbf{A} = \alpha\mathbf{A} + \beta\mathbf{A}$; 5) $(\alpha\beta)\ \mathbf{A} = \alpha(\beta\mathbf{A})$. Aici **A, B, C** sînt **m.** cu dimensiunile $m \times n$, iar α și β sînt numere. Fiind date **m. A** de dimensiunile $(m \times n)$ și **m. B.** de dimensiunile $(n \times p)$, se numește produs **AB**, **m. C** cu dimensiunile $m \times p$ ale căror elemente se calculează după formula

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik}\ b_{kj}$$

$i = 1, \ldots, m;\ j = 1, \ldots, p$.
Dacă numărul de coloane al **m. A** nu este egal cu numărul liniilor **m. B**, produsul **AB** nu poate fi definit. Se poate verifica cu ușurință că 1) $(\mathbf{A}\,\mathbf{B})\mathbf{C} = \mathbf{A}(\mathbf{BC})$; 2) $(\mathbf{A}+\mathbf{B})\mathbf{C} = \mathbf{AC} + \mathbf{BC}$; 3) $\mathbf{A}(\mathbf{B}+\mathbf{C}) = \mathbf{AB} + \mathbf{AC}$; 4) $\alpha(\mathbf{AB}) = (\alpha\mathbf{A})\mathbf{B} = \mathbf{A}(\alpha\mathbf{B})$. Aici **A, B, C** sînt **m.** de dimensiuni corespunzătoare, iar α un număr.
Produsul a două **m.** pătrate de ordin n este o **m.** pătrată de ordin n. Dacă **A** și **B** sînt **m.** pătrate, atunci, în general, $\mathbf{AB} \neq \mathbf{BA}$.
Produsul dintre o **m. A** de dimensiunea $(m \times n)$ și un vector-coloană n-dimensional **x** este un vector coloană m-dimensional, iar produsul dintre un vector-linie m-dimensional **y** și o **m. A** de dimensiuni $(m \times n)$ este un vector-linie n-dimensional. Este evident că $\mathbf{Ax} = x_1\mathbf{a}^1 + \ldots + x_n\mathbf{a}^n$, $\mathbf{yA} = y_1\mathbf{a}_1 + \ldots + y_n\mathbf{a}_n$, adică **Ax** este o combinație liniară (→ *Spațiu n-dimensional*) de coloane ale **m. A**, iar **yA** este o combinație liniară de linii ale **m. A**.
2. **M.** obținută din **m. A** prin înlocuirea liniilor cu coloanele se notează cu simbolul **A′** și se numește *transpusa* lui **A**. Dacă **x** este un vector-linie, atunci, evident, **x′** este un vector-coloană și invers.
Cu ușurință se verifică proprietățile: 1) $(\mathbf{A}')^1 = \mathbf{A}$; 2) $(\alpha\mathbf{A}) = \alpha\mathbf{A}'$; 3) $(\mathbf{A} + \mathbf{B})' = \mathbf{A}' + \mathbf{B}'$; 4) $(\mathbf{AB})' = \mathbf{B}'\mathbf{A}'$; 5) $(\mathbf{Ax})' = \mathbf{x}'\mathbf{A}'$.
3. Fie **A** o **m.** de dimensiunile $m \times n$. *Determinantul** unei submatrice pătrate a **m. A** se numește *minor* al **m. A**. Ordinul cel mai înalt al minorilor diferiți de zero ai **m. A** se numește rangul matricei **A** și se notează $\rho(\mathbf{A})$. Dacă $\mathbf{A} = 0$, atunci $\rho(\mathbf{A}) = 0$; în caz contrar, $\rho(\mathbf{A}) \geqslant 1$. $\rho(\mathbf{A})$ este egal cu numărul maxim de linii (sau coloane) liniar independente ale **m.A.**, astfel că $\rho(\mathbf{A}) \leqslant m, n$. Evident, $\rho(\mathbf{A}) = \rho(\mathbf{A}')$. Dacă produsul

dintre două **m.** este definit, rangul produsului este cel mult egal cu rangul oricăruia dintre factori (adică $\rho(\mathbf{AB}) \leqslant \min\{\rho(\mathbf{A}), \rho(\mathbf{B})\}$). Rangul sumei a două **m.** este cel mult egal cu suma rangurilor termenilor (adică $\rho(\mathbf{A} + \mathbf{B}) \leqslant \rho(\mathbf{A}) + \rho(\mathbf{B})$).

4. În cercetările matematice ale proceselor economice au aplicații importante **m.-bloc*** și **m.** *cu elemente nenegative*. **M.A** $= (a_{ij})$, $i = 1, \ldots, m, j = 1, \ldots, n)$ se numește *nenegativă*, dacă toate elementele ei $a_{ij} \geqslant 0$, $i = 1, \ldots, m$, $j = 1, \ldots, n$ sînt nenegative (notația: $\mathbf{A} \geqslant \mathbf{0}$). **M.** A se numește *semipozitivă* dacă $\mathbf{A} \geqq \mathbf{0}$ și cel puțin un element $a_{ij} > 0$ (se notează: $\mathbf{A} \geqslant \mathbf{0}$) și *pozitivă* dacă toate elementele sale sînt pozitive (se notează: $\mathbf{A} > \mathbf{0}$). Dacă **m. A** și **B** au dimensiuni egale, atunci se scrie $\mathbf{A} \geqq \mathbf{B}$, $\mathbf{A} \geqslant \mathbf{B}$, $\mathbf{A} > \mathbf{B}$, după cum diferența $\mathbf{A} - \mathbf{B}$ este nenegativă, semipozitivă sau pozitivă.

Mulțimea tuturor **m.** de dimensiuni $m \times n$ este parțial ordonată prin relația $\geqq$. Aici situația este aceeași ca și în cazul mulțimii tuturor vectorilor n-dimensionali (→ *Vector*).

5. Toate definițiile și faptele menționate aici (firește, cu excepția exemplelor și a **m.** nenegative) rămîn valabile pentru **m.** și vectori ale căror elemente sînt numere complexe.

I.N. Ceremnîh

Bibl. 1. A.A. Glagolev, T.V. Solnțeva, *Kurs vîsșei matematiki*, „Vîsșaia școla", 1971; 2. R.E. Bellman, *Introduction to Matrix Analysis*, McGraw-Hill, 1960; 3. A.I. Malțev, *Osnovî lineinoi alghebrî*, „Nauka", 1970; 4. F.R. Gantmaher, *Teoria matriț*, „Nauka", 1967; 5. M. Markus, H. Mink, *Obzor po teorii matriț i matricinîh neravenstv*, „Nauka", 1972.

Matrice-bloc. Tabel dreptunghiular ale cărui elemente sînt matrice, elementele fiecărei linii au același număr de linii, iar elementele fiecărei coloane, același număr de coloane. Dacă descompunem o matrice numerică în blocuri dreptunghiulare cu ajutorul unor linii orizontale și verticale, vom obține reprezentarea ei sub forma unei **m.-b.** De pildă, o matrice 4 × 4 poate fi reprezentată sub forma:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11}a_{12}a_{13}a_{14} \\ a_{21}a_{22}a_{23}a_{24} \\ a_{31}a_{32}a_{33}a_{34} \\ a_{41}a_{42}a_{43}a_{44} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{A}_{11}\bar{A}_{12} \\ \bar{A}_{21}\bar{A}_{22} \end{pmatrix},$$

unde

$$\bar{A}_{11} = \begin{pmatrix} a_{11}a_{12} \\ a_{21}a_{22} \end{pmatrix}, \quad \bar{A}_{12} = \begin{pmatrix} a_{13}a_{14} \\ a_{23}a_{24} \end{pmatrix},$$

$$\bar{A}_{21} = \begin{pmatrix} a_{31}a_{32} \\ a_{41}a_{42} \end{pmatrix}, \quad \bar{A}_{22} = \begin{pmatrix} a_{33}a_{34} \\ a_{43}a_{44} \end{pmatrix}.$$

În același timp, se poate considera că

$$\bar{A}_{11} = \begin{pmatrix} a_{11}a_{12}a_{13} \\ a_{21}a_{22}a_{23} \\ a_{31}a_{32}a_{33} \end{pmatrix}, \quad \bar{A}_{12} = \begin{pmatrix} a_{14} \\ a_{24} \\ a_{34} \end{pmatrix},$$

$$\bar{A}_{21} = (a_{41}a_{42}a_{43}), \quad \bar{A}_{22} = (a_{44}).$$

Orice **m.-b.** este o reprezentare a unei matrice obișnuite univoc determinate.

Dacă $\mathbf{A} = (\overline{\mathbf{A}}_{ij})$, $\mathbf{B} = (\overline{\mathbf{B}}_{ij})$ sînt două **m.-b.**, ale căror elemente cu același nume au aceleași dimensiuni, atunci suma lor se determină după regula următoare:

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = (\overline{\mathbf{A}}_{ij} + \overline{\mathbf{B}}_{ij}).$$

Dacă numărul de coloane din **m.-b.** **A** coincide cu numărul de linii ale matricei **B** și acest lucru este adevărat pentru fiecare pereche de elemente $\mathbf{A}_{ik}$ și $\overline{\mathbf{B}}_{kj}$ (oricare ar fi i, k și j), atunci este definit produsul

$$\mathbf{AB} = \left(\sum_{k} \overline{\mathbf{A}}_{ik}\overline{\mathbf{B}}_{kj}\right),$$

unde elementele $\overline{\mathbf{A}}_{ik}$ și $\overline{\mathbf{B}}_{kj}$ se înmulțesc ca niște matrice.

În cazul adunării (înmulțirii) reprezentărilor sub formă de blocuri a două matrice obținem o reprezentare sub formă de bloc a sumei (produsului) lor.

O matrice obișnuită se numește *cvasitriunghiulară* dacă ea poate fi reprezentată sub forma unei **m.-b.** pătrate, în care toate elementele situate sub diagonala principală sînt egale cu zero. Dacă însă toate elementele din afara diagonalei sînt egale cu zero, atunci această matrice se numește *cvasidiagonală*. În literatura de specialitate, în locul acestor termeni se utilizează, de asemenea, noțiunile de **m.-b.** *triunghiulară* și **m.-b.** *diagonală*. Determinantul unei **m.-b.** triunghiulare cu blocuri diagonale pătrate este egal cu produsul determinanților acestor blocuri. Rezolvarea sistemelor de ecuații liniare și a problemelor de programare liniară este substanțial ușurată dacă matricea corespunzătoare este cvasitriunghiulară (și cu atît mai mult dacă ea este cvasidiagonală). De aceea apare problema aducerii matricelor la forma bloc triunghiulară prin diferite transformări admisibile [3]. În speță, pentru matricea

balanței legăturilor dintre ramuri, o asemenea transformare se consideră în mod firesc renumerotarea simultană a liniilor și a coloanelor.
M.-b. se numesc uneori și *celulare* [1].

V.M. Polterovici

Bibl. 1. R. Bellman, *Introduction to Matrix Analysis*, McGraw-Hill, 1960; 2. F.R. Gantmaher, *Teoria matriț*, „Nauka", 1967; 3. V.A. Volkonski, *Model optimalnogo planirovania i vzaimosveazi ekonomiceskih pokazatelei*, „Nauka", 1967.

Matrice pătrată. O matrice se numește *pătrată* dacă numărul liniilor este egal cu numărul coloanelor (→ *Matrice*). Dacă nu se face o mențiune specială, se presupune că elementele matricelor examinate aici sînt numere reale.

1. Mulțimea ordonată de elemente $a_{11}, a_{22}, \ldots, a_{nn}$ ale **m.p.** $\mathbf{A}$ de ordinul n se numește *diagonală principală* a acestei matrice. Suma $a_{11} + \ldots + a_{nn}$ a elementelor de pe diagonala principală se notează cu simbolul $\mathrm{tr}(\mathbf{A})$ și se numește *urma* matricei $\mathbf{A}$. Așadar, $\mathrm{tr}(\mathbf{A}) = a_{11} + \ldots + a_{nn}$. Evident că $\mathrm{tr}(\alpha\mathbf{A} + \beta\mathbf{B}) = \alpha\mathrm{tr}(\mathbf{A}) + \beta\mathrm{tr}(\mathbf{B})$, în care α și β sînt numere oarecare, iar $\mathbf{A}$ și $\mathbf{B}$ sînt matrice de ordin n. O matrice pătrată $\mathbf{A} = (a_{ij})$, $i, j = 1, \ldots, n$ se numește *diagonală*, dacă $a_{ij} = 0$, $i \neq j$, $i, j = 1, \ldots, n$, adică dacă toate elementele care nu se află pe diagonala principală sînt nule; *superior triunghiulară* (sau, pur și simplu, *triunghiulară*), dacă $a_{ij} = 0$, $i > j$, $i, j = 1, \ldots, n$ adică dacă toate elementele dispuse sub diagonala principală sînt nule; *inferior triunghiulară*, dacă $a_{ij} = 0$, $i < j$, $i, j = 1, \ldots, n$; *simetrică*, dacă $a_{ij} = a_{ij}$, $i, j = 1, \ldots, n$.
Matricea *diagonală* se numește *matrice unitate* dacă $a_{11} = \ldots = a_{nn} = 1$. Matricea unitate se notează cu simbolul I (sau E).

2. O **m.p.** $\mathbf{A}$ se numește *degenerată (singulară)*, dacă *determinantul** ei este egal cu zero și *nedegenerată (nesingulară)*, dacă determinantul ei este nenul. De exemplu, matricea unitate este nedegenerată, iar matricea pătrată nulă este degenerată. Evident că rangul (→ *Matrice*) unei matrice degenerate de ordin n este strict mai mic decît n, iar rangul unei matrice nedegenerate de ordin n este n. De aceea, toate liniile (toate coloanele) matricei nedegenerate de ordinul n pot fi luate drept *bază a spațiului* E_n (→ *Spațiu n-dimensional*). Dacă $\mathbf{B}$ este o matrice $(m \times n)$, iar $\mathbf{T}$ și $\mathbf{S}$ sînt matrice nedegenerate de ordinul m, respectiv n, atunci $\rho(\mathbf{TB} = \rho(\mathbf{BS}) = \rho(\mathbf{TBS}) = \rho(\mathbf{B})$, adică dacă înmulțim matricea $\mathbf{B}$ de ordinul $m \times n$ la stînga (sau la dreapta) cu o matrice nedegenerată, rangul matricei $\mathbf{B}$ nu se schimbă.

3. Fie $\mathbf{A}$ o **m.p.** de ordinul n, matricea

$$\begin{pmatrix} A_{11}A_{21}\dots A_{n1}\\ A_{12}A_{22}\dots A_{n2}\\ \cdots\cdots\cdots\\ A_{1n}A_{2n}\dots A_{nn}\end{pmatrix},$$

în care A_{ij} este complementul algebric al elementului a_{ij} al matricei $\mathbf{A}$(→ *Determinant*), se notează cu simbolul $\mathbf{A}^a$ (sau adj($\mathbf{A}$)) și se numește *asociată* la $\mathbf{A}$. Avem $\mathbf{A}^a\mathbf{A} = \mathbf{A}\mathbf{A}^a = \det(\mathbf{A})\cdot\mathbf{I}$(→ egalitățile (3), (4) și (3′), (4′) din art. *Determinant*).

4. Orice matrice nedegenerată $\mathbf{A}$ de ordin n are o singură *matrice inversă* $\mathbf{A}^{-1}$ de același ordin, astfel că $\mathbf{A}^{-1}\mathbf{A} = \mathbf{A}\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{I}$. Sînt valabile egalitățile $(\mathbf{A}^{-1})^{-1} = \mathbf{A}$, $(\mathbf{A}')^{-1} = (\mathbf{A}^{-1})$. Dacă $\mathbf{A}$ și $\mathbf{B}$ sînt matrice nedegenerate de același ordin, atunci și matricea $\mathbf{AB}$ este nedegenerată și $(\mathbf{AB})^{-1} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}^{-1}$. În forma explicită, matricea inversă are următoarea înfățișare:

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})}\mathbf{A}^a. \tag{1}$$

Dacă n este mare, calculul elementelor matricei $\mathbf{A}^{-1}$ după formula (1) este extrem de dificil. De aceea, metodele eficiente de calcul al matricei inverse au o mare importanță practică. Matricea $\mathbf{A}^{-1}$ se poate construi rezolvînd un număr de n sisteme de ecuații liniare $\mathbf{A}\mathbf{x}^j = e^j$, în care $\mathbf{x}^j$ este coloana a j-a a matricei $\mathbf{A}^{-1}$, iar $\mathbf{e}^j$ este un vector coloană n-dimensional, la care componenta a j-a este egală cu unitatea, celelalte fiind nule. Sistemele $\mathbf{A}\mathbf{x}^j = \mathbf{e}^j$, $j = 1, \dots, n$ pot fi rezolvate, de exemplu, prin metoda eliminărilor succesive *(metoda lui Gauss, → Sisteme de ecuații liniare)*. Pentru ordine mari, matricele inverse se calculează cu ajutorul acestei metode.

5. Dacă $\mathbf{A}$ este o **m.p.**, $\mathbf{A}^2$ este produsul $\mathbf{AA}$, adică $\mathbf{A}^2 = \mathbf{AA}$. În general, pentru orice k natural (adică $k = 1, 2, \dots$) $\mathbf{A}^k = \mathbf{A} :.: \mathbf{A}$. Matricea $\mathbf{A}^k$ se numește *puterea* a k-a a matricei $\mathbf{A}$. Pentru orice p și q numere naturale sînt valabile egalitățile $\mathbf{A}^{p+q} = \mathbf{A}^p\mathbf{A}^q$, $(\mathbf{A}^p)^q = \mathbf{A}^{pq}$. Dacă p este un număr natural, atunci $\mathbf{A}^{-p}$ desemnează matricea $(\mathbf{A}^{-1})^p$, adică $\mathbf{A}^{-p} = (\mathbf{A}^{-1})^p$. Puterea nulă a **m.p.** $\mathbf{A}$ este matricea unitate, adică $\mathbf{A}^0 = 1$. Dacă $\mathbf{A}$ este o matrice nedegenerată, atunci pentru orice p și q numere întregi (pozitive, negative și nule) sînt valabile egalitățile $\mathbf{A}^{p+q} = \mathbf{A}^p\mathbf{A}^q$, $(\mathbf{A}^p)^q = \mathbf{A}^{pq}$. 6. Dacă $\mathbf{A}$ este o **m.p.** de ordin n, matricea $\lambda\mathbf{I} - \mathbf{A}$, în care λ este variabilă independentă, se numește *matrice caracteristică* pentru $\mathbf{A}$. Determinantul $\det(\lambda\mathbf{I} - \mathbf{A})$ al matricei caracteristice este un poli-

nom de variabilă λ. El se numește *polinom caracteristic al matricei* **A**. Gradul polinomului caracteristic det $(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A})$ al matricei **A** este egal cu ordinul matricei **A**, adică n, ceea ce se poate verifica calculînd det $(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A})$. Ecuația det $(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}) = 0$ se numește *ecuație caracteristică a matricei* **A**.

7. Pentru o analiză suficient de completă a unor noțiuni importante, cum este numărul propriu și vectorul propriu, nu putem evita numerele complexe.

Fie **A** o **m.p.** de ordinul n. Numărul λ_0 (care poate fi complex) se numește *număr propriu* al matricei **A**, dacă există un vector nenul $\mathbf{v}^0$ astfel că $\mathbf{A}\mathbf{v}^0 = \lambda_0 \mathbf{v}^0$. Orice vector nenul care satisface această egalitate se numește *vector propriu la dreapta* al matricei **A**, corespunzător numărului propriu λ_0. Numărul λ_0 se mai numește *valoare proprie* sau *rădăcină caracteristică* a matricei **A**. Se numește *vector propriu la stînga* al matricei **A** corespunzător numărului propriu λ_0 vectorul nenul $\mathbf{w}^0$ astfel că $\mathbf{w}^0 \mathbf{A} = \lambda_0 \mathbf{w}^0$. Evident că $\mathbf{A}'\mathbf{w}^{0\prime} = \lambda_0 \mathbf{w}^{0\prime}$. În cele ce urmează, dacă nu se va specifica altfel, vom înțelege prin vector propriu vectorul propriu la dreapta. Un număr propriu al matricei **A** este o rădăcină a polinomului caracteristic det $(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A})$ al acestei matrice și, reciproc, o rădăcină a polinomului caracteristic este un număr propriu al matricei **A**. Întrucît polinomul $\det(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A})$ are cel mult n rădăcini distincte, matricea **A** are cel mult n numere proprii distincte. Mulțimea tuturor numerelor proprii ale matricei **A** se numește *spectrul ei*. Dacă o matrice are un număr propriu egal cu zero, ea este degenerată și, reciproc, o matrice degenerată admite pe zero ca număr propriu. Se numește multiplicitate algebrică (sau, simplu, *multiplicitate*) a numărului propriu λ_0 al matricei **A**, multiplicitatea numărului λ_0 ca rădăcină a polinomului caracteristic $\det(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A})$. Să scriem toate numerele proprii ale matricei **A** de ordinul n într-un șir $\lambda_1(\mathbf{A}), \ldots, \lambda_n(\mathbf{A})$, fiecare număr propriu repetîndu-se de un număr de ori egal cu multiplicitatea lui. Atunci: 1) numerele proprii $\lambda_i(\alpha \mathbf{A} + \beta \mathbf{I})$ $(i = 1, \ldots, n)$ ale matricei $\alpha \mathbf{A} + \beta \mathbf{I}$ (α și β fiind numere) sînt egale cu $\lambda_i(\alpha \mathbf{A} + \beta \mathbf{I}) = \alpha \lambda_i(\mathbf{A}) + \beta$ $(i = 1, \ldots, n)$; 2) numerele proprii $\lambda_i(\mathbf{A}^k)$ $(i = 1, \ldots, n)$ ale matricei $\mathbf{A}^k$ $(k = 1, 2, \ldots)$ sînt egale cu $\lambda_i^k(A)$ $(i = 1, \ldots, n)$; 3) numerele proprii $\lambda_i(\mathbf{A}^p)$ $(i = 1, \ldots, n)$ ale matricei $\mathbf{A}^p$ (p fiind un număr întreg nenul) sînt egale cu $\lambda_i^p(\mathbf{A})$ $(i = 1, \ldots, n)$, dacă **A** este o matrice nedegenerată.

Dacă matricea **A** cu elemente reale a_{ij} $(i, j = 1, \ldots, n)$ are un număr propriu complex ζ_0, atunci **A** are și un număr propriu $\overline{\zeta}_0$ complex conjugat cu numărul ζ_0. Perechii de numere proprii complexe conjugate ζ_0 și $\overline{\zeta}_0$ îi corespunde o pereche de vectori proprii complecși conjugați $\mathbf{u}^0$ și $\overline{\mathbf{u}}^0$ (→ *Vector*) ai matricei $\mathbf{A}: \mathbf{A}\mathbf{u}^0 = \zeta_0 \mathbf{u}^0$, $\mathbf{A}\overline{\mathbf{u}}^0 = \overline{\zeta}_0 \overline{\mathbf{u}}^0$ (înmulțirea unei matrice reale cu un vector coloană complex se efectuează după regula obișnuită de înmulțire a unei matrice cu un vector coloană, → *Matrice*). Vectorii proprii, corespunzători diferitelor numere proprii ale matricei **A**, sînt liniar independenți (dacă printre vectorii proprii și vectorii complecși, atunci toate combinațiile liniare posibile ale acestor vectori cu coeficienți complecși trebuie făcute egale cu zero; în caz de independență liniară toți acești coeficienți trebuie să fie nuli, → *Spațiu n-dimensional*). Se numește *multiplicitate geometrică* a unui număr propriu al matricei **A** numărul maxim de vectori proprii liniar independenți ai matricei **A**, corespunzători acestui număr propriu. Multiplicitatea geometrică este întotdeauna egală sau mai mică decît multiplicitatea algebrică. Dacă multiplicitatea algebrică este egală cu unitatea, atunci și multiplicitatea geometrică este egală cu unitatea.

8. Să examinăm un caz particular important al **m.p.**, și anume clasa matricelor semipozitive (→ *Matrice*), frecvent utilizate în analiza matematică a modelelor economice.

M.p. A se numește *decompozabilă*, dacă prin permutări ale liniilor și prin *aceleași* permutări ale coloanelor ea poate fi adusă la forma

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix}\mathbf{A}_1 & \mathbf{0}\\ \\ \mathbf{A}_2 & \mathbf{A}_3\end{pmatrix}$$

în care $\mathbf{A}_1$ și $\mathbf{A}_3$ sînt submatrice pătrate (nu neapărat de același ordin) ale matricei **A**. În caz contrar, **m.p. A** se numește *nedecompozabilă*. De exemplu, o **m.p.** $\mathbf{A} > 0$ este nedecompozabilă, iar matricea **I** este decompozabilă. Prin permutarea liniilor și prin permutări identice ale coloanelor, matricea nedecompozabilă $\mathbf{A} \geqq \mathbf{0}$ poate fi adusă la forma:

$$\begin{pmatrix}\mathbf{0} & \mathbf{A}_1 & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{A} & \mathbf{A}_2 & \dots & \mathbf{0}\\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots\\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{A}_{k-1}\\ \mathbf{A}_k & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0}\end{pmatrix}$$

în care zerourile de pe diagonala principală reprezintă submatrice pătrate nule care pot fi de ordine diferite. Dacă $k = 1$, matricea nedecompozabilă $\mathbf{A} \geqslant 0$ se numește *primitivă*, iar dacă $k > 1$, atunci ea se numește *ciclică* (sau *imprimitivă*), numărul natural $k \geqq 1$ fiind indice de ciclicitate (sau indice de imprimitivitate) al matricei **A**. Dacă $\mathbf{A} \geqslant \mathbf{0}$ este nedecompozabilă, atunci și $\mathbf{A}' \geqslant 0$ este nedecompozabilă. Dacă $\mathbf{A} \geqslant 0$ este nedecompozabilă, iar $\mathbf{B} > 0$, atunci $\mathbf{AB} > 0$.

m.p. $A > 0$ are un număr propriu pozitiv λ_* a cărui multiplicitate este egală cu unitatea și al cărui modul este strict mai mare decît modulele celorlalte numere proprii ale matricei **A**. Vectorul propriu (atît cel la dreapta, $\mathbf{v}^*$, cît și cel la stînga, $\mathbf{w}^*$) corespunzător numărului λ_* poate fi ales pozitiv *(teorema lui Perron)*.

O matrice nedecompozabilă $\mathbf{A} \geqslant 0$ are un număr propriu pozitiv λ_* a cărui multiplicitate este egală cu unitatea și al cărui modul nu este mai mic decît modulele celorlalte numere proprii ale matricei **A**. Vectorul propriu (atît cel la stînga, $\mathbf{v}^*$, cît și cel la dreapta, $\mathbf{w}^*$) corespunzător numărului λ_* poate fi ales pozitiv (→ *Vector*). Dacă matricea **A** are k numere proprii $\lambda_1 = \lambda_*, \lambda_2, \ldots, \lambda_k$ egale în modul cu λ_*, atunci toate aceste numere sînt distincte între ele și sînt rădăcini ale ecuației cu doi membri $\lambda^k - \lambda_*^k = 0$. Numărul k este indicele de ciclicitate al matricei **A** *(teorema lui Frobenius)*. Teorema lui Frobenius o generalizează pe cea a lui Perron.

Orice **m.p.** $\mathbf{A} \geqq 0$ (nu neapărat nedecompozabilă) are un număr propriu nenegativ λ_*, care, în modul, nu este mai mic decît celelalte numere proprii ale matricei **A**. Vectorul propriu (atît cel la dreapta, $\mathbf{v}^*$, cît și cel la stînga, $\mathbf{w}^*$), corespunzător numărului λ_* poate fi ales semipozitiv (→ *Vector*).

Numărul propriu λ_* se numește maximal sau număr Perron al matricei $\mathbf{A} \geqq 0$, iar vectorii proprii $\mathbf{v}^*$ și $\mathbf{w}^*$, vectori Perron ai matricei $\mathbf{A} \geqq 0$.

Fie **m.p.** $\mathbf{A} \geqslant 0$; atunci pentru orice $\lambda \geqslant \lambda$, $(\lambda\mathbf{I} - \mathbf{A})^a \geqq 0$. Pentru ca matricea $\mathbf{A} \geqq 0$ să fie decompozabilă, este necesar și suficient ca matricea $(\lambda_*\mathbf{I} - \mathbf{A})^a$ să aibă un element nul pe diagonala principală.

Fie matricea $\mathbf{A} \geqslant 0$ de ordin n primitivă și fie vectorul $\mathbf{z}^0 \geqslant 0$ $(\mathbf{z}^0 \in E_n)$; atunci există un număr $c > 0$, depinzînd numai de $\mathbf{z}^0$, astfel încît $\lim\limits_{k \to +\infty} \mathbf{A}^k\mathbf{z}^0/\lambda_*^k = c\mathbf{v}^*$ $(k = 0, 1, \ldots)$, în care $\lambda_* > 0$ și $v^* > 0$ $(|\mathbf{v}^*| = 1)$ este numărul Perron, respectiv vectorul la dreapta Perron al matricei **A** *(teorema limită a lui Frobenius)*.

O **m.p.** $\mathbf{P} \geqslant 0$ se numește *stochastică*, dacă suma elementelor fiecărei linii a matricei **P** este egală cu unitatea. Matricea stochastică este un caz particular de **m.p.** nenegativă. O **m.p.** $\mathbf{P} \geqslant 0$ este stochastică atunci și numai atunci cînd vectorul $(1, \ldots, 1)$ este propriu, corespunzînd numărului propriu 1. În modul, toate numerele proprii ale matricei stochastice **P** sînt mai mici sau egale cu unu.

M.p. $\mathbf{A} \geqq 0$ se numește productivă dacă există un vector $\mathbf{x} \geqq 0$, astfel ca $\mathbf{x} > \mathbf{x}\mathbf{A}$. Din această inegalitate rezultă imediat că $\mathbf{x} > 0$. Dacă matricea **A** este productivă, atunci matricea $\mathbf{I} - \mathbf{A}$ este nedegenerată. Pentru ca matricea $\mathbf{A} \geqq 0$ să fie productivă este necesar și suficient ca $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \geqq 0$. Dacă matricea **A** este productivă, atunci $\lim\limits_{k \to +\infty} \mathbf{A}^k 0$ $(k = 0, 1, 2, \ldots)$.

9. O **m.p.** $\mathbf{A}$ cu elemente reale se numește *ortogonală*, dacă $\mathbf{A}' = \mathbf{A}^{-1}$. Matricele ortogonale au următoarele proprietăți: 1) matricea inversă a unei matrice ortogonale este ortogonală; 2) dacă $\mathbf{A}$ este ortogonală, $\mathbf{I} = \mathbf{A}'\mathbf{A} = \mathbf{A}\mathbf{A}'$ (ceea ce rezultă imediat din definiția $\mathbf{A}' = \mathbf{A}^{-1}$), de unde rezultă că pătratele scalare ale tuturor liniilor (coloanelor) sînt egale cu unitatea, iar produsele scalare ale liniilor distincte două cîte două (ale coloanelor distincte două cîte două) sînt egale cu zero, adică liniile (coloanele) distincte două cîte două sînt ortogonale, lungimile lor sînt egale cu unitatea și de aceea toate liniile (toate coloanele) unei matrice ortogonale pot fi luate drept *bază ortonormată* în E_n; 3) lungimea (norma euclidiană) a vectorului $\mathbf{Ax}$, unde $\mathbf{A}$ este ortogonală, este egală cu lungimea vectorului $\mathbf{x}$, adică $|\mathbf{Ax}| = |\mathbf{x}|$; 4) produsul a două matrice ortogonale este o matrice ortogonală; 5) determinantul unei matrice ortogonale este egal cu ± 1; 6) toate numerele proprii ale unei matrice ortogonale sînt în modul egale cu unu.

Pentru examinarea unor aspecte importante în aplicații, cum este condiția generală de triunghiulare și diagonalizare a matricelor, nu se poate ocoli utilizarea numerelor complexe.

O **m.p.** $\mathbf{U}$ se numește *unitară*, dacă $\mathbf{UU}' = 1$, în care $\mathbf{U}'$ este o matrice ale cărei elemente sînt numerele u_{ij}, complex conjugate cu elementele u_{ji} ale matricei $\mathbf{U}'$. Dacă toate elementele matricei $\mathbf{U}$ sînt reale, atunci, evident, că $\mathbf{U}$ este o matrice ortogonală.

10. O **m.p.** $\mathbf{B}$ se numește *asemenea* matricei pătrate $\mathbf{A}$, dacă există o matrice nedegenerată $\mathbf{T}$ astfel că $\mathbf{B} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{AT}$. Evident că din asemănarea lui $\mathbf{B}$ cu $\mathbf{A}$ rezultă asemănarea lui $\mathbf{A}$ cu $\mathbf{B}$, deoarece $\mathbf{A} = \mathbf{S}^{-1}\mathbf{BS}$, în care $\mathbf{S} = \mathbf{T}^{-1}$. Orice matrice pătrată este asemenea sieși, iar două matrice asemenea unei a treia sînt asemenea una cu alta.
Cîteva proprietăți ale matricelor asemenea:
1) $\mathrm{tr}(\mathbf{T}^{-1}\mathbf{AT}) = \mathrm{tr}(\mathbf{A})$; 2) $\det(\mathbf{T}^{-1}\mathbf{AT}) = \det(\mathbf{A})$; 3) $\rho(\mathbf{T}^{-1}\mathbf{AT}) = \rho(\mathbf{A})$; 4) spectrele matricelor asemenea coincid, adică dacă $\lambda_1(\mathbf{A}), \ldots, \lambda_n(\mathbf{A})$ sînt numere proprii ale matricei $\mathbf{A}$ de ordin n, unde fiecare număr propriu este scris de un număr de ori egal cu multiplicitatea lui, atunci $\lambda_i(\mathbf{T}^{-1}\mathbf{AT}) = \lambda_i(\mathbf{A})$, $i = 1, \ldots, n$. Pentru orice **m.p.** $\mathbf{A}$ există o asemenea matrice unitară $\mathbf{U}$, încît matricea $\mathbf{U}^{-1}\mathbf{AU} = \Delta$ este o matrice triunghiulară:

$$\Delta = \begin{pmatrix} \lambda_1 & b_{12} & \ldots & b_{1n} \\ 0 & \lambda_2 & \ldots & b_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & \lambda_n \end{pmatrix}, \tag{2}$$

în care $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$ sînt numerele proprii ale matricei $\mathbf{A}$ repetate conform cu multiplicitățile lor. Așadar, orice matrice pătrată $\mathbf{A}$ este asemenea matricei triunghiulare (2). Dat fiind că $\operatorname{tr}(\Delta) = \lambda_1 + \ldots + \lambda_n$ și $\operatorname{tr}(\Delta) = \operatorname{tr}(\mathbf{A})$, obținem imediat că $\operatorname{tr}(\mathbf{A}) = \lambda_1 + \ldots + \lambda_n$.

O matrice pătrată $\mathbf{A}$ este asemenea matricei diagonale $\Lambda = \mathbf{V}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{V}$ (elementele diagonalei principale ale matricei Λ sînt numerele proprii ale matricei $\mathbf{A}$ repetate conform cu multiplicitățile lor)

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & \ldots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ldots & \lambda_n \end{pmatrix} \tag{3}$$

atunci și numai atunci cînd matricea $\mathbf{A}$ are exact n vectori proprii liniar independenți $v^1, \ldots, v^n$, ceea ce, la rîndul său, echivalează cu faptul că multiplicitățile algebrice ale tuturor numerelor proprii ale matricei $\mathbf{A}$ sînt egale cu multiplicitățile geometrice ale acestor numere. Din $\Lambda = \mathbf{V}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{V}$ rezultă că $\mathbf{A}\mathbf{V} = \Lambda\mathbf{V}$, adică coloanele matricei $\mathbf{V}$ sînt compuse din vectorii $\mathbf{v}^1, \ldots, \mathbf{v}^n$.

11. Toate numerele proprii ale unei matrice simetrice sînt numere reale, iar pentru orice matrice simetrică $\mathbf{A}$ există o matrice diagonală (3). Dacă în forma pătratică $f = \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}x_i x_j$ avînd matricea $\mathbf{A}$ punem $\mathbf{x} = \mathbf{T}\mathbf{z}$, obținem forma canonică $f = \lambda_1 z_1^2 + \ldots + \lambda_n z_n^2$ a formei pătratice (→ *Formă pătratică*).

O matrice simetrică $\mathbf{A} = (a_{ij})$, $i, j = 1, \ldots, n$ se numește *pozitiv (negativ) definită*, dacă forma pătratică care îi corespunde $f(\mathbf{x}) = \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}\, x_i\, x_j$ este pozitiv (negativ) definită, adică $f(\mathbf{x}) > 0$ $(f(x) < 0)$ pentru orice $\mathbf{x} \in E_n$, $\mathbf{x} \neq 0$. Pentru ca matricea simetrică $\mathbf{A}$ (forma pătratică corespunzătoare $f(\mathbf{x})$) să fie pozitiv (negativ) definită, este necesar și suficient ca toate numerele sale proprii să fie pozitive (negative). O altă condiție necesară și suficientă pentru ca matricea simetrică $\mathbf{A}$ să fie pozitiv (negativ) definită este satisfacerea inegalităților $\det(\mathbf{A}_k) > 0((-1) \det(\mathbf{A}_k) > 0)$, $k = 1, 2, \ldots, n$, în care $A_k = (a_{ij})$, $i, j = 1, \ldots, k$ (minorii $\det(\mathbf{A}_k)$, $k = 1, \ldots, n$ se numesc *minori principali* ai matricei $\mathbf{A}$, care măresc succesiv ordinul matricei.

Matricea simetrică $\mathbf{A}'(a_{ij})$, $i, j = 1, \ldots, n$ se numește pozitiv (negativ) semidefinită, dacă forma pătratică $f(\mathbf{x}) = \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}x_i x_j$ este pozitiv (negativ) semidefinită, adică $f(\mathbf{x}) > 0(f(\mathbf{x}) < 0$ pentru orice $\mathbf{x} \in E_n$, $\mathbf{x} \neq E_n$.

Pentru ca matricea simetrică **A** (forma pătratică corespunzătoare $f(\mathbf{x})$ să fie pozitiv (negativ) semidefinită, este necesar și suficient ca toate numerele sale proprii să fie nenegative (nepozitive). Altă condiție necesară și suficientă pentru ca matricea simetrică **A** să fie pozitiv (negativ) semidefinită este satisfacerea inegalităților det $(\mathbf{A}_k > 0((-1)^k$ det $\mathbf{A}_k > 0))(k = 1, \ldots, n)$, în care det $(\mathbf{A}_k)$ sînt minorii principali de ordinul k, adică determinanții tuturor submatricelor de ordinul k simetrice față de diagonala principală a matricei **A**). În această din urmă afirmație nu mai este suficient ca minorii principali det$(\mathbf{A}_n)$, $k = 1, \ldots, n$, care măresc succesiv ordinul matricei, să fie nenegativi.

12) Numărul $|\mathbf{A}| = \left(\sum_{i,j=1}^{n} |a_{ij}|^2\right)^{\frac{1}{2}}$ se numește *norma* $|\mathbf{A}|$ a **m.p.** **A.**

Proprietățile normei: 1) $|\mathbf{A}| > 0$, dacă $\mathbf{A} \neq 0$ și $|\mathbf{A}| = 0$, dacă $\mathbf{A} = 0$; 2) $|\mathbf{A} + \mathbf{B}| \leqslant \mathbf{A} + |\mathbf{B}|$; 3) $|\alpha \mathbf{A}| = |\alpha|\,|\mathbf{A}|$; 4) $|\mathbf{AB}| \leqslant |\mathbf{A}|\,|\mathbf{B}|$; 5) $|\mathbf{Ax}| \leqslant |\mathbf{A}|\,|\mathbf{x}|$, $|\mathbf{Ax}|$ și $|\mathbf{x}|$ fiind normele euclidiene ale vectorilor $\mathbf{Ax}$ și $\mathbf{x}$ (→ *Vector*).

Se mai utilizează și alte definiții ale normei **m.p.** și dreptunghiulare:

$$|\mathbf{A}| = \sum_{i,j=1}^{n} |a_{ij}|, \quad |\mathbf{A}| = \max_{1 \leqslant i \leqslant m} \sum_{i=1}^{n} |a_{ij}|, \quad |\mathbf{A}| = \max_{1 \leqslant j \leqslant n} \sum_{i=1}^{m} a_{ij}.$$

I.N. Ceremnih

Bibl. 1. R.E. Bellmann, *Introduction to Matrix Analysis*, McGraw-Hill, 1960; 2. A.L. Malțev, *Osnovî lineinoi alghebrî*, „Nauka“, 1970; 3. K. Lancaster, *Analiza economică matematică*, Ed. științifică, 1973; 4. R. Gantmaher, *Teoria matrițt*, „Nauka“, 1967; 5. M. Markus, H. Mink, *Obzor po teorii matriț i matricinîh neravenstv*, „Nauka“, 1972.

Mediană. Valoarea termenului mediu al unei *serii de variație**. În cazul unui număr par de termeni ai seriei de variație se consideră **m.** semisuma celor doi termeni aflați la mijlocul seriei. **M.** posedă proprietatea că ea coincide cu media „de sumă“ M, calculată după formula:

$$M = f^{-1} \frac{(f(x_1) + \ldots + f(x_n))}{n},$$

unde $f(x)$ este funcția monotonă, care transformă distribuția dată într-una normală, iar f^{-1} este inversa funcției f. În teoria erorilor de măsurare se demonstrează, pornindu-se de la premisele independenței măsurătorilor și a probabilității egale a erorilor pozitive și negative, că **m.** este mărimea cea mai probabilă a caracteristicii măsurate. În cazul distribuțiilor care se deosebesc de cele normale, aceste proprietăți ale **m.** o fac să fie o caracteristică sintetică a colectivităților statistice, preferabilă mediei aritmetice.

A.A. Konüs

Mediu (ambianță, mediu extern). Unul din conceptele fundamentale ale *teoriei generale a sistemelor**, ale ciberneticii și ale abordării sistemice, larg folosit în economie, ecologie, psihologie, biologie etc. Identificarea oricărui *sistem** material se bazează pe separarea obiectelor pe care *observatorul** le include în sistemul respectiv de restul lumii materiale care constituie **m.** Dacă, potrivit scopurilor urmărite prin cercetare, observatorul consideră că este suficient să se analizeze sistemul complet izolat, astfel încît modelele lui (sistemele abstracte sau conceptuale, corespunzătoare sistemului material respectiv) pot fi elaborate ca modele închise, atunci conceptul de **m.** nu va juca un rol operațional în cercetarea sa. Asemenea cazuri nu sînt rare, dar, de regulă, în științele sociale și în cele biologice presupunerea că sistemul este perfect izolat nu îngăduie să se construiască un sistem conceptual adecvat celui material, din punctul de vedere al observatorului (al scopului pe care acesta și-l propune). În particular, investigarea comportamentului sistemului presupune aproape întotdeauna analiza interacțiunii sale cu **m.** Dar, din acest punct de vedere, nu are nici un sens să se analizeze toate obiectele neincluse în sistem. Mulțimea lor trebuie redusă la limite determinate și ele de exigențele scopului urmărit de observator. De aici rezultă formularea propusă de A.D. Hall și R.E. Feigin [2]: pentru un sistem dat, prin **m.** se înțelege ansamblul tuturor obiectelor, variația proprietăților cărora influențează sistemul, precum și al obiectelor ale căror proprietăți variază în raport cu comportamentul sistemului.

Orice precizare sau concretizare a definiției date *sistemului* atrage după sine precizarea corespunzătoare a definiției **m.** Astfel, dacă considerăm drept sistem o *mașină cu intrare* (după W.R. Ashby), starea **m.** (acțiunea acestuia asupra sistemului) este dată de *parametrii sistemului**. În multe cazuri, în conducere are o importanță deosebită *prognoza* stărilor **m.**; pentru a o realiza, subiectul conducerii (care construiește sistemul de conducere) consideră în fond **m.** drept sistem care interacționează cu sistemul de conducere (de comandă). Construirea sistemului conceptual care reflectă **m.** sistemului de conducere este o problemă auxiliară, iar sistemul „mediu" este în întregime indus de sistemul inițial în ceea ce privește compoziția, destinația, mijloacele de descriere. Caracterul interacțiunii dintre sistem și **m.** poate fi diferit. Dacă influența sistemului asupra **m.** este neglijabilă (practic, variabilele sistemului nu influențează valorile parametrilor sistemului prin intermediul **m.**), se spune că **m.** domină asupra sistemului. În cazul în care interacțiunea cu **m.** este activă, caracteristicile sistemului sînt parametrii **m.** Supersistemul „sistem-mediu" este întotdeauna închis.

În procesul investigației, frontiera dintre sistem și **m.** se poate deforma considerabil. De exemplu, în primul stadiu de cercetare, observatorul poate presupune că **m.** domină asupra sistemului; apoi el descoperă o corelație între un parametru al sistemului și variabilele sale, iar mai tîrziu pune în evidență o legătură funcțională între variabilele sistemului și unele variabile ale **m.**, care determină în mod univoc acest parametru. În acest caz observatorul va extinde, foarte probabil, sistemul, incluzînd parametrul respectiv al sistemului printre variabilele sale. Frontiera dintre sistem și **m.** se deplasează.

Să ne oprim asupra cazului în care un sistem finalizat cu autoorganizare (de exemplu, un sistem din care face parte observatorul) interacționează cu un **m.** „complex". În această situație, pe primul plan se situează posibilitățile limitate ale sistemului de organizare a canalelor de legătură cu **m.**, de prelucrare a informației culese și de formare a acțiunilor asupra **m.** În acest caz problema principală este structurizarea canalelor de legătură pentru ca ele să controleze cele mai esențiale variabile ale **m.** De obicei, asemenea probleme nu se rezolvă aprioric, printr-o singură operație, ci iterativ, în procesul de interacțiune a sistemului cu **m.** Acest lucru este deosebit de important în cazul **m.** nestaționar, a cărui comportament variază în timp.

Procesele de dezvoltare economică, fiind procese de bază ale proceselor sociale, se desfășoară pe fondul acestora din urmă în condițiile unei permanente influențe reciproce. De aceea, atunci cînd se alcătuiesc modele economice, alături de **m.** natural și de cel extern este motivat să se discute și de **m.** social sau să se considere sistemul economic drept subsistem al sistemului mai larg care este societatea. În cazul micromodelării normative, în **m.** se include și ambianța economică, celulele economice cu care celula respectivă interacționează în cadrul structurii conducerii economice (→ *Planificare social-economică*).

Una din cele mai importante probleme de fond ale micromodelării descriptive o constituie punerea în evidență, în mod eficient, a **m.** sistemului în cadrul structurii instituționale a economiei și a structurii sociale (→ *Structura sistemului social-economic*).

V.I. Danilov-Danilian, A.I. Ciuhnov

Bibl. 1. *Obșceaia teoria sistem*, „Mir", 1966; 2. *Issledovania po obșcei teorii sistem*, „Progress", 1969.

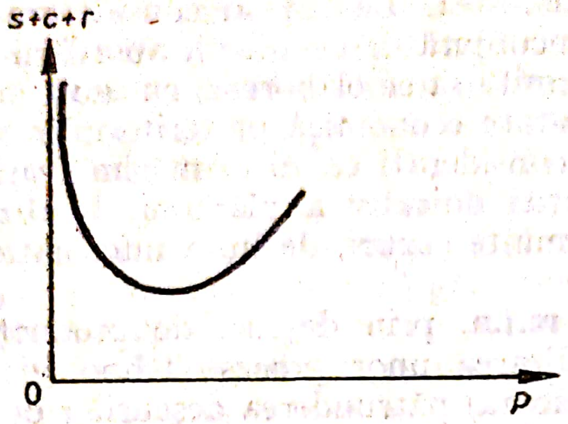
Mediu înconjurător natural. Totalitatea condițiilor fizico-geografice de pe un anumit teritoriu, care exercită o influență nemijlocită asupra nivelului de trai al populației și asupra indicatorilor economici de funcționare a ramurilor economiei pe teritoriul respectiv. În funcție de posibilitățile tehnico-științifice și economice de modificare orientată spre un anumit scop, factorii **m.î.n.** se subîmpart, cu o anumită doză de convenționalism, în factori dirijabili și factori nedirijabili. Din categoria factorilor dirijabili fac parte: poluarea spaţiului aerian, a resurselor de apă şi a solului, eroziunea solurilor, împădurirea teritoriului, varietatea de specii a regnului animal şi vegetal, regimul de umiditate, pericolul torenţilor, pericolul alunecărilor de teren. Factorii nedirijabili sînt: tipul solurilor, relieful teritoriului, regimul vînturilor, regimul de temperatură, seismicitatea. Luarea în considerare a factorilor nedirijabili ai mediului înconjurător cu ocazia abordării problemelor de planificare optimă, permite să se elaboreze, cu mult mai realist, variantele admisibile de dezvoltare economică pe teritoriul respectiv; factorii dirijabili trebuie însă consideraţi ca nişte mărimi variabile care participă la formularea funcţiei obiectiv a planului. Realizarea acestei cerinţe este îngreuiată, în multe cazuri, de lipsa informaţiei tehnico-economice şi sociale necesare.

Controlul poluării **m.î.n.** prin deşeuri de producţie şi menajere se realizează prin utilizarea unor procese tehnologice fără deşeuri care exclud (sau minimizează) pătrunderea deşeurilor de producţie în mediul înconjurător, construirea unor instalaţii de purificare şi de distrugere (neutralizare) a deşeurilor, amplasarea întreprinderilor poluante ţinînd seama de caracteristicile hidrometeorologice ale regiunii şi crearea unor zone de protecţie cu plantaţii verzi. Orientarea cea mai eficientă în domeniul ocrotirii **m.î.n.** împotriva poluării este utilizarea integrală şi complexă a tuturor fluxurilor de combustibil şi materii prime în procesul de producţie, în condiţiile căreia eliminările de substanţe şi de energie în spaţiul aerian şi în bazinele de apă deschise sînt reduse la minim.

Pe lîngă prejudiciul social, poluarea **m.î.n.** aduce prejudicii economiei naţionale printr-o coroziune accelerată a fondurilor fixe, prin reducerea productivităţii agriculturii, silviculturii şi pisciculturii, prin creşterea pierderilor de timp de muncă şi a ajutoarelor de asigurări sociale ca urmare a morbidităţii sporite a populaţiei în zona poluată ş.a.m.d.

Dependenţa dintre poluarea mediului înconjurător şi indicatorii economici de funcţionare a întreprinderilor în zona poluată este înfăţişată în fig., unde s reprezintă cheltuielile pentru obţinerea producţiei de către întreprinderile poluante; c — cheltuielile pentru distrugerea substanţelor poluante (purificarea) de către întreprinderile poluante; r — prejudiciul economic, provocat prin poluare, întreprinderilor din zona respectivă; p — eliminarea de substanţe poluante în mediul înconjurător. Dependenţa înfăţişată în fig. pe lîngă diversitatea variantelor tehnologice de diminuare a eliminărilor de substanţe nocive, permite să se reprezinte problema controlului poluării mediului înconjurător sub forma următoarei probleme de programare matematică:

Fie T — mulţimea tehnologiilor; a^t — vectorul m-dimensional al obţinerii produselor i în cazul utilizării tehnologiei t $(t \in T;\ i = \overline{1,\ m})$;



z — vectorul m-dimensional al prețurilor produselor i; p^t — vectorul n-dimensional al eliminărilor de substanțe poluante j în mediul înconjurător în cazul utilizării tehnologiei $t(j = \overline{1, n})$; s_t — cheltuielile de producție în cazul utilizării tehnologiei t (fără cheltuielile pentru anihilarea poluării); $\bar{p}^t$ — mărimea poluării anihilate de tipul j în cazul utilizării tehnologiei t; $c_t = c_t\ (\bar{p}^t_j)$ — dependența cheltuielilor pentru anihilarea poluării j de mărimea poluării anihilate în cazul utilizării tehnologiei t; $r_j = r_j(p^t_j - \bar{p}^t_j)$ — dependența prejudiciului economic provocat de poluarea j de mărimea poluării neanihilate j în cazul tehnologiei t; A — mulțimea restricțiilor pentru fabricarea produselor i; P — mulțimea restricțiilor asupra mărimii poluărilor neanihilate j (din considerente sociale). Vom numi mulțime a tehnologiilor optime acea mulțime T^* $(T^* \in T)$, care satisface condiția (1):

$$\left\{\sum_{t=1}^{T^z} a^t z - \sum_{t=1}^{T^z}\left[s_t + \sum_{j=1}^{n} c_t(\bar{p}^t_j) + \sum_{j=1}^{n} r_j(p^t_j - \bar{p}^t_j)\right]\right\} \to max \tag{1}$$

în cazul îndeplinirii restricțiilor A și P.

Condiția (1) înseamnă maximizarea beneficiului de pe urma fabricării produselor după scăderea prejudiciului economic provocat de poluanții care ajung în mediul înconjurător. Pe lîngă criteriul (1), în problemele de control optim al poluării mediului înconjurător poate fi utilizat și criteriul de minim al cheltuielilor pentru producția unui ansamblu fixat de produse în condițiile respectării unui nivel limită, stabilit exogen, de poluare a mediului. Sînt posibile și alte probleme de control optim al poluării mediului înconjurător, prezentate în [1], [2].

K.G. Gofman

Bibl. 1. N.P. Fedorenko, K.G. Gofman, *Problemî optimizații planirovania i upravlenia okrujaiușcei sredoi*, „Voprosî ekonomiki" nr. 10, 1972; 2. *Ekonomiceskie problemî optimizații prirodopolzovania*, „Nauka", 1973.

Metodă axiomatică. Metodă de elaborare a unui model matematic al teoriilor din domeniul științelor naturii. Orice teorie $\widetilde{T}$ din domeniul științelor naturii este legată de un sistem σ de termeni și concepte caracteristice primare, care nu pot fi exprimate prin alte concepte.

Apare un limbaj special $\widetilde{L}$ de signatură σ (→ *Logică matematică*) cu care se exprimă toate legile teoriei și toate proprietățile obiectelor studiate. Conținutul teoriei înseși coincide cu mulțimea $\widetilde{T}$ a tuturor enunțurilor acestui limbaj care sînt adevărate pentru toate obiectele studiate. Teoria unei clase de obiecte este inepuizabilă, iar mulțimea T este întotdeauna potențial infinită; mulțimea T poate fi cuprinsă numai cu ajutorul analizei logice a structurii sale. Uneori se poate desprinde o parte B finită sau recursiv enumerabilă a mulțimii T, astfel încît din B rezultă logic orice enunț din T. În acest caz B se numește sistemul axiomelor extralogice ale teoriei T, iar teoria T se numește constituită deductiv sau *deductivă*. **M.a.** se utilizează pentru construirea teoriilor deductive și constă în următoarele:

1. Se întocmește o listă de concepte și relații fundamentale, inițiale, care nu pot fi exprimate cu ajutorul altor concepte și care joacă un rol important în teoria T. De exemplu, în geometrie sînt concepte fundamentale: punctul, dreapta, planul; punctul x se află pe dreapta L, dreapta L se află în planul P etc. Sistemul σ se numește *signatură*.
2. Se creează limbajul formalizat L de signatură σ (→ *Logică matematică*).
3. Se stabilește mulțimea B a enunțurilor limbajului L, numite *axiome* extralogice ale teoriei T.

Teoria ca atare se identifică cu mulțimea tuturor enunțurilor limbajului L, deductibile logic din sistemul B.

De exemplu, în geometrie B este sistemul de axiome ale lui Hilbert. Sistemul B trebuie să satisfacă condițiile de noncontradicție, completitudine și de independență.

1. *Caracterul necontradictoriu.* Sistemul B de enunțuri se numește necontradictoriu dacă din B nu se poate deduce în mod logic un enunț de forma $\alpha \wedge \neg\alpha$. Această condiție ne garantează că obținînd consecințele logice ale sistemului B nu vom obține contradicții, demonstrînd un enunț α și negația acestuia, $\neg\alpha$. Dacă limbajul L este de nivelul întîi, atunci caracterul necontradictoriu al sistemului coincide cu existența unui model (obiect) în care sînt adevărate toate axiomele din B și, drept urmare, și consecințele lor logice. Aceasta înseamnă că sistemul B exprimă trăsăturile fundamentale ale unui obiect, adică nu este lipsit de obiect. Prin aceasta se explică importanța caracterului necontradictoriu al lui B. De obicei, caracterul necontradictoriu al unui sistem

de axiome se demonstrează prin construirea unui model N, în care sînt adevărate toate axiomele din B. De exemplu, caracterul necontradictoriu al axiomelor geometriei lui Lobacevski a fost demonstrat prin construirea unui model (Beltrami şi Klein).

2. *Completitudinea.* Acest concept are două sensuri: *sintactic* şi *semantic*. Un sistem de axiome B se numeşte *sintactic complet* dacă pentru orice enunţ α din limbajul L unul dintre enunţurile α şi $\neg\alpha$ este deductibil din B. Aceasta înseamnă că sistemul B defineşte teoria unui obiect. Dacă limbajul L este de nivelul întîi, atunci sistemul B, complet din punct de vedere sintactic, determină clasa K de modele indiscernabile cu mijloacele limbajului L. Pentru a distinge modelul N de modelul M din clasa K trebuie să introducem un nou concept τ, care nu poate fi exprimat în L şi numai cu ajutorul lui τ se poate scrie un enunţ adevărat în N şi în logica modelului M. Dacă se studiază o teorie concretă T (un fragment din fizică, din economia matematică sau din chimie), sistemul B trebuie ales astfel încît din B să se deducă în mod logic orice enunţ din mulţimea v a tuturor enunţurilor adevărate în toate obiectele studiate. Un sistem B se numeşte *semantic complet* dacă din el se poate deduce orice enunţ α din V.

3. *Independenţa.* Un sistem B se numeşte independent dacă nici un enunţ α din B nu este deductibil din celelalte axiome $B\setminus\{\alpha\}$. Această condiţie nu are un caracter atît de principial ca cele anterioare; ea prezintă mai curînd o valoare *didactică*.

O teorie T se numeşte *axiomatizabilă* dacă există un sistem B de axiome finit sau recursiv enumerabil, din care se deduce în mod logic orice enunţ din T.

Exemple. Fie T_1 teoria elementară a corpului K al numerelor complexe, adică mulţimea tuturor enunţurilor limbajului de nivelul întîi, adevărate în corpul K; T_2 — teoria elementară a numerelor naturale cu operaţiile de adunare şi de înmulţire; T_3 — teoria elementară a grupurilor libere cu doi generatori. Se ştie că T_1 este axiomatizabilă, T_2 neaxiomatizabilă; pînă acum nu se ştie dacă T_3 este axiomatizabilă sau nu. Aceste teorii joacă în matematică un rol proeminent. De unde se vede că în matematică şi teoriile neaxiomatizabile joacă un rol important, iar construirea de teorii deductive nu este unicul mod de construire a modelelor matematice ale teoriilor din ştiinţele naturii.

În timpul nostru, m.a., care a apărut în Grecia antică ca metodă de construire a teoriei deductive, a ajuns şi mijlocul principal de definire a claselor de obiecte studiate. Dacă s-a ales o signatură σ, un limbaj L, un sistem de axiome B, al cărui caracter necontradictoriu este demonstrat, prin aceasta s-a determinat clasa modelelor în care sînt adevărate toate axiomele din B. De aceea, m.a. este foarte des folosită pentru a se determina clasa obiectelor studiate. De exemplu, clasa tuturor mulţimilor care se întîlnesc în matematică este determinată prin sistemul de axiome Zermelo-Fränkel; axiomele geometriei definesc clasele de obiecte denumite puncte, drepte, plan; sistemul de axiome al lui Kolmogorov defineşte conceptul de probabilitate şi de spaţiu probabilistic; sistemul de axiome al teoriei grupurilor defineşte clasa grupurilor etc. **M.a.** este necesară la construirea modelului matematic al unei teorii din domeniul ştiinţelor naturii cu scopul aplicării maşinilor electronice de calcul.

A.D. Taimanov

Bibl. 1. B.S.E., *Aksiomaticeskii metod*, ed. a III-a, v. I, *Sovietskaia enţiklopedia*, 1973.

Metoda balanţelor. Metodă principală de planificare a dezvoltării economiei socialiste, ce serveşte pentru corelarea volumului şi structurii necesităţilor sociale cu resursele materiale, de muncă şi financiare şi asigură coordonarea tuturor secţiunilor şi indicatorilor de plan. **M.b.**, ca instrument principal de fundamentare a planului, a căpătat pentru prima dată o largă aplicare în planul GOELRO, elaborat sub conducerea nemijlocită a lui V.I. Lenin.

M.b. este utilizată în cadrul planului economiei naţionale, înainte de toate pentru determinarea principalelor proporţii ale reproducţiei şi ale structurii pe ramuri şi teritoriale a producţiei sociale. Sistemul proporţiilor de dezvoltare a economiei socialiste cuprinde proporţiile la nivelul economiei naţionale, între ramuri, în interiorul ramurilor şi cele teritoriale.

La nivelul economiei naţionale, se stabilesc următoarele proporţii: între produsul social total şi venitul naţional; între producţia mijloacelor de producţie şi producţia obiectelor de consum; între ponderea acumulării şi ponderea consumului în venitul naţional; între numărul persoanelor ocupate în producţia materială şi numărul persoanelor ocupate în sfera neproductivă; între munca vie şi mijloacele de muncă; între industrie şi agricultură; între ramurile extractive şi cele prelucrătoare şi alte proporţii.

Proporţiile dintre ramuri apar ca o concretizare a proporţiilor economiei naţionale, făcînd legătură între acestea din urmă şi structura pe ramuri a economiei, precum şi ritmurile de creştere ale diferitelor ramuri ale industriei, construcţiilor, agriculturii şi transporturilor.

Proporţiile din interiorul ramurilor caracterizează corelaţiile dintre producţia diferitelor tipuri de produse, făcînd legătura între proporţiile dintre ramuri şi aspectul tehnico-economic al reproducţiei.

Planificarea ritmurilor creşterii economice şi a principalelor proporţii ale economiei naţionale se face pe baza *balanţei de plan a economiei* *naționale,* care este folosită ca instrument de planificare în diferitele stadii ale elaborării planului economiei naționale. În stadiul preliminar, balanța economiei naționale este utilizată pentru determinarea indicatorilor și proporțiilor de sinteză, macroeconomice, pe baza cărora se elaborează apoi detaliat principalele secțiuni ale planului în profil de ramură și teritorial. În stadiul final, ea apare ca o metodă de sintetizare a proiectelor de detaliu, ca un instrument care dă indicatorilor agregați un conținut de ramură concret. Balanța economiei naționale reprezintă în prezent un sistem de tabele în formă de balanță și de indicatori economici care reflectă diferitele aspecte ale reproducției lărgite.

Balanța producției, consumului și acumulării produsului social total caracterizează aspectul material al producției sociale: proveniența pe ramuri a produsului social total, dinamica și utilizarea acestuia pentru înlocuire, consum, acumulare și export.

Balanța produsului social se concretizează în balanța legăturilor dintre ramuri a producției și consumului produsului social, care servește ca verigă de legătură între planificarea economiei naționale în ansamblu și planificarea pe ramuri, între balanța economiei naționale și sistemul balanțelor materiale.

Balanța producției, repartiției, redistribuirii și utilizării venitului național reflectă procesul de formare a veniturilor primare, redistribuirea acestora, formarea veniturilor finale în vederea utilizării pentru nevoile consumului și acumulării. Balanța venitului național servește pentru caracterizarea din punct de vedere valoric a reproducției și, prin aceasta, asigură corelarea indicatorilor financiari cu indicatorii structurii materiale a producției.

Balanța veniturilor și cheltuielilor bănești ale populației reflectă sursele de formare a veniturilor bănești ale populației și utilizarea lor pe principalele destinații. Este utilizată la determinarea dimensiunilor cererii populației, pentru planificarea volumului circulației mărfurilor cu amănuntul și corelarea fondului de cumpărare al populației cu fondurile de mărfuri ale pieței. Balanța veniturilor și cheltuielilor bănești este utilizată, de asemenea, pentru planificarea prețurilor cu amănuntul, a tarifelor pentru servicii, a veniturilor reale ale populației, pentru reglarea cantității de bani aflați în circulație.

Balanța centralizată a resurselor de muncă caracterizează resursele de muncă existente, structura și repartiția lor pe ramuri și pe categorii de ocupare. Ea se completează cu o serie de balanțe speciale, balanțe teritoriale ale resurselor de muncă, balanța forței de muncă din cooperativele agricole de producție, balanța cadrelor de muncitori calificați, balanța specialiștilor ș.a.m.d.

Balanţa fondurilor fixe înfăţişează stocul iniţial, intrarea în funcţiune şi ieşirea din funcţiune a fondurilor fixe productive şi neproductive, precum şi procesele de amortizare şi uzură a acestora. De balanţa fondurilor fixe este strîns legată balanţa investiţiilor, care caracterizează direcţiile principale ale utilizării investiţiilor: pentru sporul net al fondurilor şi pentru sporul construcţiilor neterminate, pentru înlocuirea fondurilor scoase din funcţiune.

Elaborarea balanţei de plan a economiei naţionale se bazează pe un sistem de indicatori macroeconomici ai reproducţiei socialiste.

Dintre aceşti indicatori fac parte: produsul social total, produsul final, venitul naţional, consumul, acumularea şi investiţiile, fondurile fixe şi circulante productive şi neproductive, resursele de muncă, înzestrarea cu fonduri şi productivitatea muncii, consumul de fonduri şi consumul de materiale pe unitatea de produs, formele de venituri primare.

Planificarea proporţiilor din cadrul ramurilor se face cu ajutorul balanţelor materiale, care servesc pentru corelarea în cadrul planului a producţiei şi consumului unor categorii concrete de produse.

Se disting trei categorii de balanţe materiale: balanţele obiectelor muncii (materii prime, combustibil, materiale etc.); balanţe ale uneltelor de muncă (maşini, utilaje, aparate etc.); balanţe ale obiectelor de consum (produse alimentare, îmbrăcăminte, încălţăminte etc.).

La baza balanţelor materiale stau normele de consum de resurse materiale, care se subîmpart în norme de consum de resurse materiale pentru producţie; norme de consum de materiale pentru reparaţii şi exploatare; norme ale stocurilor de producţie; norme de consum de materiale în construcţii. Dintre balanţele materiale fac parte şi balanţele capacităţilor de producţie. Balanţele de plan ale capacităţilor de producţie arată capacităţile de producţie existente la începutul perioadei de plan, precum şi capacităţile ce vor fi necesare pentru creşterea prevăzută a volumului producţiei. Pe baza lor se calculează necesarul suplimentar de capacităţi de producţie pe seama investiţiilor prin extinderea şi reconstrucţia întreprinderilor existente şi prin construirea unor întreprinderi noi. Profilul teritorial şi cel pe ramuri al planului se corelează între ele prin elaborarea unor balanţe teritoriale (regionale).

O dezvoltare a **m.b.** în planificare o constituie planificarea optimă, care oferă posibilitatea de a se asigura o dezvoltare proporţională şi echilibrată a economiei cu cheltuieli sociale totale minime.

L.I. Berri

Bibl. 1. V.I., Lenin *Opere complete*, ed. V, v. 1, 4, 36; 2. *Planirovanie narodnogo hozeaistva*, „Ekonomika", 1973; 3. S.M. Vişniov, *Ekonomiceskie parametrî*, „Nauka", 1968; 4. B.F. Novicikov, *Materialnîie balansî*, „Ekonomika", 1972.

Metoda indicilor. Metodă de comparare a indicatorilor economici (sau de altă natură), din două perioade de timp diferite sau din două regiuni (țări) diferite. Se compară, în mărimi relative, volumul producției, productivitatea muncii, nivelurile prețurilor etc.

Datele de pornire pentru calculul indicilor le constituie *indicii individuali (parțiali)*, care sînt niște rapoarte între mărimi comparate nemijlocit între ele, ca de pildă mărimea producției diferitelor mărfuri în perioada *de bază* și în perioada *curentă*. Pentru caracterizarea dinamicii acestor indicatori în raport cu o anumită perioadă de bază se calculează indicii în perioade succesive, fie prin **m.i.** *cu bază fixă*, adică nemijlocit față de perioada de bază aleasă, fie prin **m.i.** *în lanț*, calculînd indicii în fiecare perioadă curentă în raport cu perioada precedentă și înmulțind apoi acești indici. Pentru indicii individuali amîndouă aceste metode dau același rezultat.

Specificul **m.i.** apare cu ocazia calculării rapoartelor dintre indicatorii sintetici, care reunesc indici individuali omogeni [1], [2], de pildă: indicele *de grup* al producției industriei ușoare sau indicele *general* al volumului circulației mărfurilor cu amănuntul. Una dintre proprietățile acestui fel de indice sintetic constă în faptul că el reprezintă o anumită medie a indicilor individuali, indicele sintetic fiind mai mic decît cel mai mare dintre indicii individuali și mai mare decît cel mai mic dintre ei. Ca medie orientativă poate servi, de pildă, media aritmetică a indicilor individuali, neapărat ponderată, deoarece mărimile relative luate în sine nu reflectă importanța (ponderea) indicatorilor din care este format indicele general. De problema ponderării este legată construirea indicelui general nu din indicii individuali, ci prin reunirea prealabilă a datelor corespunzătoare perioadei de bază și perioadei curente. Deoarece nu este posibil să se însumeze direct — de pildă, cantitățile de mărfuri, vîndute în comerțul cu amănuntul —, cantitățile se înmulțesc cu prețurile, neapărat aceleași în amîndouă perioadele de timp, produsele se însumează și rapoartele dintre aceste două sume se consideră ca indice general, în exemplul nostru indicele volumului fizic (real) al circulației mărfurilor cu amănuntul. Indicele agregat, calculat în acest mod se consideră forma fundamentală a oricărui indice economic.

Dacă notăm cantitățile vîndute din diferite mărfuri în perioada de bază cu $q_1^0, \ldots, q_n^0$ (n fiind numărul mărfurilor), iar în perioada curentă cu $q_1^1, \ldots, q_n^1$, iar prețurile mărfurilor în perioada de bază cu $x_n^0, \ldots, x_n^0$, atunci indicele agregat al volumului comerțului ($I_{ag.c.}$) va fi determinat cu ajutorul formulei:

$$I_{ag.c.} = \frac{q_1^1 x_1^0 + \ldots + q_n^1 x_n^0}{q_1^0 x_1^0 + \ldots + q_n^0 x_n^0}. \qquad (1)$$

Este uşor să se transforme această formulă într-o medie aritmetică ponderată:

$$I_{ar.c.} = \frac{\frac{q_1^1}{q_1^0} q_1^0 x_1^0 + \dots + \frac{q_n^1}{q_n^0} q_n^0 x_n^0}{q_1^0 x_1^0 + \dots + q_n^0 x_n^0}. \qquad (2)$$

Indicii individuali ai vînzării diferitelor mărfuri sînt aici $\frac{q_1^1}{q_1^0}, \dots, \frac{q_n^1}{q_n^0}$, iar drept ponderi s-au luat mărfurile vîndute, în expresie valorică, în perioada de bază $q_1^0 x_1^0 + \dots + q_n^0 x_n^0$. În seria dinamică cu schimbarea perioadelor curente, ponderile indicelui (1) sau (2) nu se schimbă şi de aceea produsul indicilor în lanţ coincide aici cu indicele cu bază fixă. La calculul indicelui nivelului preţurilor se pune adeseori problema obţinerii unui indice al preţurilor, care, înmulţit cu indicele volumului fizic, să dea indicele circulaţiei mărfurilor în expresie valorică. Un asemenea indice agregat al preţurilor ($I_{ag.p.}$) se calculează după următoarea formulă ($x_1^1, \dots, x_n^1$ fiind preţurile perioadei curente):

$$I_{ag.p.} = \frac{x_1^1 q_1^1 + \dots + x_n^1 q_n^1}{x_1^0 q_1^1 + \dots + x_n^0 q_n^1}. \qquad (3)$$

În formula (3), numită *formula lui Paasche*, preţurile din perioada de bază şi din perioada curentă se înmulţesc cu cantităţile din perioada curentă. Ea se transformă cu uşurinţă într-o medie armonică. Ponderile acestui indice al preţurilor se schimbă odată cu schimbarea perioadei, iar produsele indicilor în lanţ, calculate după formula (3), nu coincid cu indicele calculat în ultima perioadă raportat la perioada de bază iniţială.

Aceasta permite să se depisteze eroarea sistematică a indicilor agregaţi, care apare în cazurile în care între preţuri şi cantităţi există o corelaţie negativă (de pildă, odată cu reducerea preţurilor la legume şi zarzavaturi din mai pînă în septembrie volumul vînzării lor creşte). În asemenea cazuri formula indicelui (3) are tendinţa de a arăta, ca urmare a ponderării, o medie a variaţiilor preţurilor tot mai apropiată de limita inferioară. De aceea, dacă relaţiile dintre

$$\frac{x_1^1}{x_1^0}, \dots, \frac{x_n^1}{x_n^0} \text{ şi } \frac{q_1^1}{q_1^0}, \dots, \frac{q_n^1}{q_n^0}$$

variază în sens invers, în cazul revenirii acestor relaţii la poziţia iniţială, produsul indicilor în lanţ, construiţi după formula (3), va fi întotdeauna mai mic decît indicele cu bază fixă respectiv [3].

În mod corespunzător, produsul indicilor agregați în lanț, raportat de fiecare dată la cantitățile din perioada imediat precedentă, în condițiile în care prețurile și cantitățile variază invers, la revenirea acestor relații în poziția inițială a raportului dintre preț și cantitate, va fi întotdeauna mai mare decît indicele agregat, construit în ultima perioadă curentă prin raportarea la cantitățile din perioada de bază (formula lui Laspeyres). Pe lîngă formula agregată, pentru calculul indicelui general al prețurilor se utilizează media geometrică ponderată, care prezintă neajunsul că se anulează dacă unul dintre indicii individuali este egal cu zero. Pentru compararea nivelului prețurilor din două țări, notate cu 0 și 1, se calculează uneori indicele general după formula „ideală“ ($I_{f.p.}$) a lui Irving Fisher [4]:

$$I_{f.p.} = \frac{\Sigma\, q_i^1 x_i^1}{\Sigma\, q_i^1 x_i^0} \cdot \frac{\Sigma\, q_i^0 x_i^1}{\Sigma\, q_i^0 x_i^0},$$

care reprezintă o medie a indicilor Paasche și Laspeyres.

A.A. Konüs

Bibl. 1. I. Fisher, *The Making of Index Numbers*, Houghton Mifflin, 1922; 2. L.S. Kazineț, *Teoria indeksov*, Gosstatizdat, 1963; 3. A.A. Konüs, *Nekotorîe voprosî metodologhii indeksov sebestoimosti*, — „Referatî dokladov po statistike“, Gosplanizdat, 1949; 4. V.S. Nemcinov, *Izbrannîe proizvedenia*, v. 2, „Nauka“, 1967.

Metoda Monte Carlo. Metodă numerică de rezolvare a problemelor matematice prin modelarea mărimilor aleatoare. În privința conținutului, metoda se întemeiază pe ideea formării unui proces aleator artificial, avînd toate caracteristicile necesare ale sistemului studiat și care se realizează cu ajutorul calculatorului electronic. **M.M.C.** poate fi aplicată în toate situațiile în care problemele admit o descriere teoretico-probabilistă, deși problemele ca atare pot avea un conținut strict determinist.

Părțile componente ale metodei sînt: elaborarea modelelor probabiliste ale proceselor reale studiate; modelarea mărimilor aleatoare cu o lege de repartiție dată; rezolvarea problemei de teorie statistică a estimației.

Valoarea practică a **m.M.C.** constă în faptul că ea înlocuiește experimentările în condiții naturale prin rezultatele unor calcule care operează cu mărimi aleatoare. În virtutea acestui fapt, caracteristicile necesare ale procesului studiat pot fi determinate fără să se recurgă la ecuațiile care descriu modificarea procesului respectiv.

M.M.C. se mai numește și *metoda experimentelor statistice*. Sarcina fundamentală a metodei este determinarea, pe baza rezultatelor unor experimente repetate, a probabilităţilor unor evenimente şi a valorilor medii ale unor mărimi aleatoare.

Schema generală a metodei se bazează pe teorema limită centrală, potrivit căreia orice mărime necunoscută m poate fi considerată drept speranţa matematică a unei mărimi aleatoare ξ, adică $M\,\xi = m$, cu dispersia $\mathbf{D}\,\xi = b^2$.

În virtutea acestei teoreme, avem relaţia:

$$\mathbf{P} = \left\{ \left| \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \xi j - m \right| < \frac{3b}{\sqrt{N}} \right\} \approx 0{,}997,$$

unde ξ_j, $j = 1, 2, \ldots, N$ sînt valorile mărimii aleatoare ξ, pe care le ia aceasta în fiecare din cele N încercări. Această relaţie determină numărul necunoscut m şi în acelaşi timp oferă estimarea erorii. Din ea rezultă că odată cu mărirea numărului de experimente (realizări) se măreşte precizia soluţiei.

Prin urmare, algoritmul de calcul al **m.M.C.** conţine programul pentru realizarea unui experiment aleator, care ia aspectul unei trageri la sorţi. Pentru aceasta se pot utiliza: aruncarea unei monede sau a unui zar, extragerea unui jeton dintr-o urnă, tabele de numere întîmplătoare, calculul unor numere întîmplătoare la calculatorul electronic etc. În practică însă, se utilizează un mecanism standard de tragere la sorţi a unor mărimi aleatoare, repartizate uniform de la 0 pînă la 1. Fie $A_1, A_2, \ldots, A_n$ — evenimentele observate cu repartiţia $p_1, p_2, \ldots, p_n$ şi care formează o grupă completă. Pentru organizarea unei trageri la sorţi, în scopul stabilirii posibilităţii de apariţie a unuia dintre evenimentele observate, segmentul (0, 1) se împarte în n porţiuni de lungime $p_1, p_2, \ldots, p_n$. După aceea, pentru obţinerea numărului întîmplător ξ se utilizează un mecanism standard. Apariţia unui eveniment dintre cele observate se asociază condiţiei ca numărul ξ să nimerească în porţiunea corespunzătoare din segmentul (0, 1).

Dacă evenimentul este o valoare a unei mărimi aleatoare discrete, dată de repartiţia $p_1, p_2, \ldots, p_n$, determinarea acestei valori prin **m.M.C.** se reduce la cazul pe care tocmai l-am examinat, adică la utilizarea mecanismului standard de obţinere a numărului aleator şi la determinarea locului său în cadrul celor n porţiuni în care este împărţit segmentul (0, 1) prin numerele $p_1, p_2, \ldots, p_n$.

Mecanismul standard pentru obţinerea numerelor aleatoare poate fi realizat prin trei procedee cunoscute: tabela de numere întîmplătoare, generatorul de numere întîmplătoare, metoda numerelor pseudoîntîmplătoare.

În momentul de față, calculele după **m.M.C.** se efectuează, în general, prin utilizarea numerelor pseudoîntîmplătoare.

Un neajuns esențial, care limitează utilizarea practică a **m.M.C.**, este numărul mare de experimente necesare pentru obținerea caracteristicilor procesului studiat, cu o precizie dată.

Dacă Δ este precizia cu care se cere să se obțină $\bar{x}$ — valoarea medie a mărimii aleatoare ξ, atunci pentru aceasta se va cere un număr de realizări, determinat de formula $N = \frac{4\,\mathbf{D}\xi}{\Delta^2}$, unde **D** este dispersia.

De pildă, în ocazul în care $\mathbf{D}\xi = 0{,}10$, iar $\Delta = 0{,}001$, $N = 400000$ realizări.

Extinderea ideilor **m.M.C** la cazul unor sisteme complexe și-a găsit expresia în metoda modelării statistice [2].

A.I. Zenkin

Bibl. I.M. Sobol, *Metod Monte-Carlo*, „Nauka", 1972; 2. N.P. Buslenko, *Modelirovanie slojnîh sistem*, „Nauka", 1968; 3. E.S. Ventzel, *Vvedenie v issledovanie operații*, „Sovietskoe radio", 1964.

Metoda PATTERN. Metodă de planificare a lucrărilor de cercetare științifică (LCS) și a lucrărilor de proiectare experimentale (LPE). **PATTERN** reprezintă inițialele de la *Planning Assistance through Technical Evaluation of Relevance Numbers* (Asistența în domeniul planificării prin utilizarea tehnicii de atribuire a coeficienților de pertinență). Metoda a apărut în anii 1961—1964 ca urmare a strădaniilor firmei Honeywell de a îmbunătăți planificarea propriilor sale cercetări și studii. Cu participarea Ministerului Apărării al S.U.A. și al Administrației Naționale pentru Cercetarea Spațiului Cosmic (NASA), metoda a fost extinsă la problemele de cercetare științifică și de proiectări experimentale la nivel național. La baza metodei stau principiile euristice (utilizarea pe scară largă a evaluărilor făcute de experți), fapt determinat de marele grad de incertitudine a problemelor examinate. Elementul principal în cadrul metodei este soluționarea în etape a problemei și stabilirea caracteristicilor cantitative ale coeficienților de pertinență (de importanță relativă) a elementelor planului, precum și analiza rezultatelor finale la calculatorul electronic.

Vom prezenta esența metodei **PATTERN** luînd ca exemplu utilizarea ei pentru planificarea LCS și LPE ale Ministerului Apărării din S.U.A. Prima etapă a lucrărilor a fost întocmirea *scenariului* — a prognozei imaginii politice a lumii în viitorii 10—20 de ani. Pentru întocmirea scenariului (pe vremea aceea, pentru perioada 1968—1978) s-a recurs la specialiști cu cea mai înaltă calificare în domeniul politicii externe și interne a S.U.A., al economiei și politicii țărilor capitaliste și socialiste, al strategiei militare. Scenariul cuprindea o enumerare a conflictelor potențiale, estimarea căilor posibile de rezolvare a lor, estimarea forțelor armate ale S.U.A., a alianțelor militare, a potențialului lor economic și militar, în prezent și în perspectivă. Concluzia scenariului a constituit o formulare a obiectivului național fundamental și a problemelor de stat fundamentale, utilizate în continuare drept criterii.

Etapa a doua a fost construirea *arborelui obiectivelor*, care reprezintă o ierarhizare a subobiectivelor pînă la detalierea nivelului cerut. Metoda PATTERN utilizată de Ministerul Apărării al S.U.A. are 8 niveluri, iar cea utilizată de NASA — 9 niveluri. Arborele obiectivelor poate fi împărțit în mod convențional în trei părți, întrucît nivelurile superioare reprezintă obiectivele politice ale statului, cele medii — problemele, sarcinile și obiectivele științifice, cele inferioare — sistemele și subsistemele, construcțiile și problemele tehnice, a căror soluționare trebuie să asigure realizarea obiectivelor finale ale programului național. Formarea arborelui obiectivelor constituie un moment de cea mai mare răspundere în elaborarea planurilor. Omiterea din el a unor lucrări de la orice nivel înseamnă, de fapt, substituirea unor obiective și lucrări formulate anterior la nivelurile superioare și de aceea tocmai aici stă posibilitatea perturbării viziunii sistemice și a manifestărilor de voluntarism în planificare.

Etapa a treia o constituie *stabilirea coeficienților de pertinență* pentru toate elementele arborelui obiectivelor. În acest scop, se creează grupe de experți alcătuite din 10—12 persoane. În formă generală, importanța diferitelor măsuri, sarcini și probleme este prezentă în scenariu. Exprimarea lor cantitativă prin estimarea colectivă a experților reprezintă o exprimare relativă a necesității efectuării unei anumite măsuri din punctul de vedere al criteriului formulat. Pentru obținerea unui proces convergent se stabilesc trei ture de scrutin. Se introduc două condiții logice de normalizare pentru realizarea omogenității rezultatului: pentru un nivel dat al arborelui obiectivelor și pentru un criteriu dat, suma coeficienților să fie egală cu unitatea. Componența echipei de experți și caracterul criteriului se schimbă pe măsură ce nivelul este mai scăzut. Dacă la nivelurile superioare ale arborelui obiectivelor serveau drept criterii „poziția de forță", „prestigiul țării" și securitatea, la nivelurile mijlocii serveau drept criterii cheltuielile de exploatare, posibilitatea dotării științifice la termenele stabilite etc.

Un rol important în cadrul metodei PATTERN îl joacă determinarea gradului de elaborare a ideii științifice respective și stabilirea termenelor probabile de înfăptuire a ei. După stabilirea estimărilor optimiste și pesimiste, estimarea probabilă se determină în așa fel încît să compenseze prudența care se observă la majoritatea oamenilor cu ocazia fixării termenelor definitive de realizare a unor obiective. După aceea, experţii construiesc graficele pentru resursele necesare, pe etape de realizare a lucrărilor şi stabilesc coeficientul de stare a lucrării ca raport între cheltuielile necesare pentru încheierea lucrării şi suma totală a cheltuielilor pentru lucrarea respectivă.

În continuare se determină coeficienţii de utilitate reciprocă. Utilitatea reciprocă reprezintă estimarea potenţialului ştiinţific-tehnic de rezolvare a problemei tehnice respective pe seama cunoştinţelor acumulate la rezolvarea unor probleme similare. Nevoile şi obiectivele se modifică cu trecerea timpului, toţi coeficienţii trebuind să fie funcţii de timp. În multe cazuri însă aceste funcţii nu pot fi determinate exact. Soluţia adoptată constă în revizuirea anuală a întregului arbore al obiectivelor, prin introducerea în cadrul lui a unor noi elemente şi a coeficienţilor corespunzători, urmată de recalcularea ulterioară a întregului plan.

În anii din urmă s-au efectuat numeroase lucrări în legătură cu metodele de formalizare a arborelui obiectivelor ca model al planului şi formulele de calcul utilizate pentru analiza lui cu ajutorul calculatorului electronic, întrucît numărul total al coeficienţilor pentru planurile naţionale se ridică la cîteva sute de mii. Secţionarea porţiunilor corespunzătoare ale arborelui naţional al obiectivelor dă posibilitatea să se utilizeze metoda pentru planificarea lucrărilor de cercetare ştiinţifică şi de proiectări experimentale la nivelul unui departament, al unei firme, al unui institut şi al unui mare laborator. Metoda PATTERN poate să asigure o asemenea planificare ca un sistem unitar de măsuri politice, economice, militare, ştiinţifice şi altele şi corectarea lor în funcţie de: modificările situaţiei internaţionale, importanţa diferitelor sarcini, darea în exploatare a unor noi sisteme, ridicarea nivelului tehnic şi tehnologic al industriei. Un merit al metodei constă în utilizarea experienţei colective a tuturor participanţilor cointeresaţi în realizarea planului, ceea ce permite să se evite estimările „voluntariste" şi erorile pe care le comportă acestea. Scenariul garantează o anumită unitate de interpretare a politicii interne şi externe a statului, permite să se scoată în evidenţă problemele ştiinţifice de importanţă naţională. Laturile negative ale utilizării metodei PATTERN trebuie legate, în primul rînd, de mărginirea de clasă a autorilor scenariului, precum şi a experţilor. În cadrul metodei lipsesc elemente logice, care să permită depistarea omisiunilor şi erorilor din cadrul arborelui obiectivelor. Ele se compensează numai în decursul revizuirii sistematice a întregului model al planului.

M.M. Lopuhin

Bibl. 1. E. Jantsch, *Prognoza tehnologică*, Ed. ştiinţifică, 1972; 2. M.M. Lopuhin, *PATTERN-metod planirovania i prognozirovania nauciníh rabot*, „Sovietskoe radio", 1971.

Metoda penalizărilor. Una dintre metodele de rezolvare a problemelor de programare matematică, în special neliniare. **M.p.** reprezintă o abordare extrem de generală a problemei aflării punctelor de extremum ale funcției în prezența unor restricții (condiții). Această abordare constă în următoarele: să presupunem că se cere să se maximizeze funcția

$$f(\mathbf{x}) = f(x_1, x_2, \ldots, x_n) \tag{1}$$

cu restricțiile sub forma inegalităților:

$$g_i(\mathbf{x}) \geqslant 0, \; i = 1, 2, \ldots, m. \tag{2}$$

Restricțiile frecvent întîlnite de forma $x_i \geqslant 0, i = 1, 2, \ldots, n$ le încadrăm printre restricțiile de tipul (2). În locul problemei (1)—(2) vom rezolva o serie de probleme legate de ea în așa fel încît în fiecare din ele se cere să se afle maximul unei anumite funcții auxiliare fără restricții, adică un maxim necondiționat. Se pot alege funcții auxiliare speciale astfel încît maximurile necondiționate aflate să ducă la maximul problemei (1) — (2).

Dacă problema inițială a avut maximuri locale, adică a fost o *problemă multiextremală*, atunci vor fi aflate maximurile locale necondiționate ale funcțiilor auxiliare, care vor duce la maximurile locale ale problemei (1)—(2).

Metodele de aflare a maximului necondiționat al funcțiilor de mai multe variabile sînt cunoscute demult și sînt bine studiate. Una dintre cele dintîi asemenea metode a fost preconizată încă de Cauchy la începutul secolului al XIX-lea — *metoda coborîrii celei mai rapide* (pentru metoda de maxim ar trebui spus *metoda urcării celei mai rapide*). Sînt cunoscute metodele de maximizare necondiționată ale lui Newton, Fletcher-River, metoda metricei variabile etc. Aceste metode utilizează derivatele parțiale întîi și a doua ale funcției maximizate. Deși aici există unele dificultăți, problema maximizării necondiționate se dovedește adeseori cu mult mai ușoară decît problema de maxim în condițiile existenței unor restricții.

Funcțiile auxiliare amintite mai sus se numesc *funcții de penalizare.* Termenul „penalizare" este legat de faptul că, într-un anumit sens, noi aplicăm o „penalizare" punctului **x**, atunci cînd acesta se deplasează într-o direcție nedorită, reducînd considerabil valoarea funcției obiectiv $f(\mathbf{x})$ în acest punct. Vom arăta cum se construiește funcția de penalizare.

Să examinăm funcția $U(\mathbf{x}, r) = f(\mathbf{x}) + s(r)\, I(\mathbf{x})$, unde $f(\mathbf{x})$ este funcția obiectiv a problemei (1)—(2); $s(r)$ este o funcție cu parametru numeric r, strict crescătoare și care tinde către zero odată cu r; $I(\mathbf{x})$ este funcție de $\mathbf{x}$, continuă în interiorul mulțimii date de restricțiile (2) și nelimitat descrescătoare atunci cînd $\mathbf{x}$ tinde (din interior) spre frontiera mulțimii admisibile (2). Funcțiile de penalizare de forma $U(\mathbf{x}, r)$ se aplică în metodele punctului interior. Adaosul cu caracter de penalizare $s(r)\ I(\mathbf{x})$ la funcția obiectiv $f(\mathbf{x})$ formează un fel de barieră care împiedică ieșirea din mulțimea admisibilă în procesul maximizării necondiționate. Vom forma un șir de valori ale parametrului numeric $\{r^k\}_{k=1}^{\infty}$ în așa fel încît $r^k \rightarrow 0$ în cazul în care $k \rightarrow \infty$. Pentru fiecare valoare r^k vom afla un punct $\mathbf{x}^k$ de maxim necondiționat (eventual, local) al funcției $U(\mathbf{x}, r^k)$ și, ca urmare, obținem șirul $\{\mathbf{x}^k\}_{k=1}^{\infty}$. Dacă vom avea mai multe puncte $\mathbf{x}^k$ vom obține mai multe șiruri. În condițiile unor ipoteze extrem de generale, dintre care cea mai importantă va fi continuitatea funcțiilor $f(\mathbf{x})$ și $g_i(\mathbf{x})$, $(i = 1, 2, \ldots, m)$, se va putea demonstra în mod riguros că pentru $r^k \rightarrow 0$, șirul $\{\mathbf{x}^k\}_{k=1}^{\infty}$ va converge către punctul corespunzător maximului local al problemei (1)—(2). Dacă nu există maximuri locale, se obține un șir $\{\mathbf{x}^k\}_{k=1}^{\infty}$, care converge către soluția problemei (1)—(2).

Practic sînt bine studiate și se utilizează frecvent două funcții de penalizare concrete ale metodei punctului interior: **m.p.** logaritmică $s(r) = r$, $I(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{m} \ln g_i(\mathbf{x})$ și funcția de penalizare inversă $s(r) = r^2$, $I(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{m} 1/g_i(\mathbf{x})$.

Există o altă grupă de **m.p.**: metodele punctului exterior, în care deplasarea către maximul problemei (1)—(2) se produce din afara mulțimii admisibile (2).

Să examinăm funcția $T(\mathbf{x}, t) = f(\mathbf{x}) + p(t)\ 0(\mathbf{x})$, unde $p(t)$ este o funcție crescătoare a parametrului numeric t și $p(t) \rightarrow \infty$ în cazul în care $t \rightarrow \infty$; $0(\mathbf{x})$ este o funcție continuă, egală cu zero, dacă $\mathbf{x}$ aparține mulțimii (2) și $0(\mathbf{x}) < 0$, în caz contrar. Aici, adaosul cu caracter de penalizare $p(t)\ 0(\mathbf{x})$ la funcția obiectiv $f(\mathbf{x})$ trebuie să împiedice ca punctul $\mathbf{x}$ să rătăcească prea departe de mulțimea admisibilă. Convergența șirurilor de puncte ale maximului local necondiționat către punctul de maxim local al funcției $f(\mathbf{x})$, în cazul prezenței restricțiilor (2) în metoda punctului exterior, se demonstrează în mod riguros în condițiile unor ipoteze analoage celor menționate mai sus pentru metoda punctului interior.

Este bine studiată funcţia pătratică de penalizare: $p(t) = t$, $0(\mathbf{x}) = -\sum_{i=1}^{m} [(g_i(\mathbf{x}) - |g_i(\mathbf{x})|)/2]^2$, care aparține metodelor punctului exterior.

Metodele punctului exterior prezintă avantajul că pot fi aplicate la problemele cu restricţii sub forma unor egalităţi atunci cînd mulțimea admisibilă nu are puncte interioare. În acest caz fiecare egalitate se notează sub forma a două inegalităţi şi se utilizează, de pildă, funcția pătratică de penalizare.

Pe de altă parte, metodele punctului interior sînt de obicei mai simplu de realizat şi oferă o convergență mai rapidă.

Există **m.p.** combinate, interioare-exterioare, în care pentru o grupă de restricţii se utilizează funcţia de penalizare interioară, iar pentru cealaltă grupă — funcţia de penalizare exterioară. Un efect bun sub aspectul calculelor îl asigură introducerea unor coeficienți de ponderare, astfel că pentru diverse restricţii parametrii r şi t capătă o valoare diferită.

Metodele funcţiilor de penalizare se perfecţionează în momentul de faţă, iar studierea şi verificarea lor numerică continuă.

B.I. Aleinikov

Bibl. 1. A.V. Fiacco, G.P. McCormick, *Nonlinear Programming: Sequential Unconstrained Minimization Techniques*, John Wiley, 1968.

Metoda simplex. Metodă de rezolvare a problemelor de *programare liniară** care permite să se obţină soluţia optimă într-un număr finit de *paşi* (iteraţii). La fiecare pas se determină o nouă soluţie de bază realizabilă, căreia îi corespunde o valoare a funcţiei obiectiv mai mare decît valoarea acestei funcţii în soluţia de bază realizabilă precedentă. Descrierea **m.s.** utilizează forma canonică a problemei de programare liniară (care este echivalentă cu celelalte formulări ale problemei de programare liniară):

— să se afle

$$\max\ (c_1x_1 + \dots + c_jx_j + \dots + c_nx_n)$$

în condiţiile

$$x_j \geqslant 0,\ j = 1, \dots, n, \tag{1}$$

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + \dots + a_{1j}x_j + \dots + a_{1n}x_n = b_1, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mj}x_j + \dots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \tag{2}$$

Sistemul (2) poate fi transcris în felul următor:

$$x_1\mathbf{a}^1 + \dots + x_j\mathbf{a}^j + \dots + x_n\mathbf{a}^n = \mathbf{b}, \tag{3}$$

unde $\mathbf{a}^j$ este coloana a j — a a matricei **A**, iar **b** — coloana termenilor liberi. Coloanele $\mathbf{a}^j$, $j = 1, \dots, n$ ale matricei **A** pot fi interpretate ca *procedee* de producție (tehnologice). Alegerea planului $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ înseamnă indicarea *intensităților* x_j de utilizare a diferitelor procedee de producție $\mathbf{a}^j$. Coeficientul c_j poate fi interpretat ca un venit în cazul utilizării procedeului $\mathbf{a}^j$ cu intensitatea unitară, astfel încît funcția obiectiv $c_1x_1 + \dots + c_nx_n$ se interpretează ca venit total, dacă s-a ales planul $x_1, \dots, x_n$.

Să presupunem că există deja o *soluție admisibilă (un plan admisibil)* $x = (x_1, \dots, x_n)$, astfel încît vectorii $\mathbf{a}^j$, care intră în descompunerea (3) cu coeficienții *pozitivi* x_j, formează baza spațiului E_m (→ *Spațiu n-dimensional*). Această soluție se numește *soluție de bază admisibilă (plan de reper)*. Se poate considera că baza constă din primii m vectori $a^1, \dots, a^m$, întrucît acest lucru se poate obține întotdeauna prin renumerotarea coloanelor matricei **A**. Întrucît fiecare vector al spațiului m-dimensional E_m poate fi descompus după această bază, vom afla descompunerea tuturor coloanelor matricei **A** și a vectorului **b** al restricțiilor. Coeficienții acestor descompuneri sînt reuniți în așa-numitul *tabel simplex:*

	$\mathbf{a}^1$	$\mathbf{a}^2$	...	$\mathbf{a}^m$	$\mathbf{a}^{m+1}$	...	$\mathbf{a}^n$	$\mathbf{b}$
$\mathbf{a}^1$	1	0	...	0	x_{1m+1}	...	x_{1n}	x_1
$\mathbf{a}^2$	0	1	...	0	x_{2m+2}	...	x_{2n}	x_2
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\mathbf{a}^m$	0	0	...	1	x_{mm+1}	...	x_{mn}	x_m

În particular, pentru vectorii independenți ai bazei $\mathbf{a}^1, \dots, \mathbf{a}^m$ sînt înscrise descompunerile lor evidente de tipul

$$\mathbf{a}^1 = 1 \cdot \mathbf{a}^1 + 0 \cdot \mathbf{a}^2 + \dots + 0 \cdot \mathbf{a}^m.$$

iar pentru vectorii nebazici $\mathbf{a}^{m+1}, \ldots, \mathbf{a}^n$ avem:

$$\mathbf{a}^{m+1} = x_{1m+1}\mathbf{a}^1 + \ldots + x_{mm+1}a^m,$$

. . . .

$$\mathbf{a}^n = x_{1n}\mathbf{a}^1 + \ldots + x_{mn}\mathbf{a}^m,$$

unde $x_{1m+1}, \ldots, x_{mn}$ sînt coeficienții de descompunere. Existența descompunerii $\mathbf{b} = x_1\mathbf{a}^1 + x_2\mathbf{a}^2 + \ldots + x_m\mathbf{a}^m$ pentru vectorul $\mathbf{b} = (b_1, b_2, \ldots, b_m)$ cu x_k nenegativi decurge din ipoteza că planul $\mathbf{x}$ este realizabil. Procedura metodei simplex constă din două etape: 1) verificarea soluției de bază admisibile în privința optimalității; 2) includerea coloanelor „rentabile" și eliminarea din bază a coloanelor „nerentabile". Efectuarea etapei a doua transformă soluția de bază admisibilă inițială într-o altă soluție de bază admisibilă „mai bună".

Mai întîi vom face o scurtă descriere *intuitivă* a metodei. Faptul că soluția admisibilă $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n)$ este o soluție de bază înseamnă că orice procedeu $\mathbf{a}^s$, neutilizat în acest plan, poate fi exprimat prin procedeele utilizate. Să admitem că procedeul $\mathbf{a}^s$ n-a fost inclus în plan (adică, $x_s = 0$); în acest caz el poate fi „sintetizat" din procedeele de bază (bazice), adică $\mathbf{a}^s = \sum_{i=1}^{m} x_{is}\mathbf{a}^i$. Venitul z_s pentru acest procedeu „sintetic" este determinat de egalitatea $z_s = \sum_{i=1}^{m} c_i x_{is}$. Dacă procedeul „sintetic" este „mai ieftin" decît procedeul $\mathbf{a}^s$, adică dacă $z_s < c_s$, atunci este rațional să se înlocuiască acest procedeu prin procedeul $\mathbf{a}^s$ introducîndu-l pe acesta din urmă în bază. Să admitem că procedeul $\mathbf{a}^s$ se introduce în bază cu intensitatea θ. Pentru ca să nu fie încălcate relațiile de echilibru (2) este necesar să se modifice intensitățile cu care se aplică celelalte procedee. Din descompunerea de mai sus pentru $\mathbf{a}^s$ este limpede că intensitatea x_i cu care se aplică procedeul $\mathbf{a}^i$ trebuie micșorată cu mărimea θx_{is}. Deoarece intensitățile nu pot fi negative, este necesar să se asigure îndeplinirea inegalității:

$$x_i - \theta x_{is} \geqslant 0, \quad i = 1, 2, \ldots, m.$$

De aici rezultă că $\theta \leqslant \frac{x_i}{x_{is}}$. Este limpede că cel mai mare θ realizabil este $\theta = \min \frac{x_i}{x_{is}}$. Să admitem că acest minim se atinge în cazul în care $i = 1$, adică $\theta = \frac{x_l}{x_{ls}}$. Admițînd o asemenea intensitate pentru procedeul introdus $\mathbf{a}^s$, va rezulta că $x_l - \frac{x_l}{x_{ls}} x_{ls} = 0$, adică procedeul $\mathbf{a}^l$ se aplică de data aceasta cu intensitate zero și ca atare se scoate din bază. În felul acesta s-a elaborat un nou plan, mai bun.

Să trecem acum la o descriere mai formală a metodei.

Pentru fiecare procedeu nebazic se pot compara două numere

$$c_k \text{ și } z_k = \sum_{i=1}^{m} c_i x_{ik}$$

(pentru fiecare procedeu bazic aceste două numere sînt egale). Este limpede că planul $\mathbf{x}$ este optim atunci și numai atunci cînd $c_k \leqslant z_k$ pentru toți k ce corespund procedeelor nebazice $\mathbf{a}^k$. Într-adevăr, dacă pentru un k oarecare este îndeplinită inegalitatea $z_k < c_k$, atunci planul $\mathbf{x}$ este neoptim, iar procedeul $\mathbf{a}^k$ este rațional să fie introdus în noua bază. Dacă sînt mai mulți asemenea k, este firesc să se introducă unul dintre ei, de pildă, acela pentru care $c_k - z_k$ este maxim. Să admitem că el corespunde cu $k = s$.

Pentru ca noul plan realizabil să fie un plan *de reper* este necesar să se excludă unul dintre procedeele utilizate, deoarece în spațiul m-dimensional $E_m(m+1)$, vectorii sînt întotdeauna liniar dependenți și nu formează o bază. Vom calcula mărimea $\theta = \min \frac{x_i}{x_{is}}$, unde indicele i corespunde componentelor pozitive ale planului $\mathbf{x}$. În virtutea ipotezei de mai sus, $\theta = \frac{x_l}{x_{ls}}$. Deci trebuie exclus din bază tocmai procedeul $\mathbf{a}^l$, și noului plan îi va corespunde baza $\mathbf{a}^1, \mathbf{a}^2, \ldots,$ a $\mathbf{a}^{l+1}, \ldots, \mathbf{a}^m, \mathbf{a}^s$.

Acum vom arăta cum se trece de la planul de reper $\mathbf{x}$ la un plan de reper realizabil mai bun $\mathbf{x}'$. Descompunînd vectorul restricțiilor după noua bază, avem:

$$\mathbf{b} = x_1'\mathbf{a}^1 + x_2'\mathbf{a}^2 + \ldots + x_{l-1}\mathbf{a}^{l-1} + x_{l+1}'\mathbf{a}^{l+1} + \ldots + x_m'\mathbf{a}^m + x_s'\mathbf{a}^s.$$

Pe de altă parte, utilizînd descompunerile existente anterior ale vectorilor $\mathbf{b}$ și $\mathbf{a}^l$, același vector $\mathbf{b}$ poate fi reprezentat sub forma următoare:

$$\mathbf{b} = \left(x_1 - \frac{x_l}{x_{ls}} x_{1s}\right)\mathbf{a}^1 + \ldots + \left(x_{l-1} - \frac{x_l}{x_{ls}} x_{l-1,s}\right)\mathbf{a}^{l-1} +$$

$$+ \left(x_{l+1} - \frac{x_l}{x_{ls}} x_{l+1,s}\right)\mathbf{a}^{l+1} + \ldots + \left(x_m - \frac{x_l}{x_{ls}} x_{ms}\right)\mathbf{a}^m + \frac{x_l}{x_{ls}}\mathbf{a}^s.$$

(→ *Spațiu n-dimensional*). De aici rezultă că noul plan **x**' = $(x'_1, \ldots, x'_n)$ poate fi calculat pe baza formulelor:

$$x'_i = x_i = \frac{x_l}{x_{ls}} x_{is}, \; i = 1, 2, \ldots \, l-1, \; l+1, \ldots, m; \; x'_s = \frac{x_l}{x_{ls}}.$$

Este important să remarcăm că x'_i sînt nenegativi. Acest fapt rezultă limpede din alegerea lui θ. Prin formule analoage se poate transforma întregul tabel simplex.

Prin aflarea unui nou plan și a unui tabel transformat se încheie o *iterație* a **m.s.** În continuare, etapele de verificare și ameliorare se repetă. S-a demonstrat că dacă soluția optimă a unei probleme există, atunci ea va fi aflată printr-un număr finit de iterații.

Această afirmație își pierde valabilitatea dacă este vorba de o problemă *degenerată* (așa se numesc problemele în care, în descompunerea vectorilor **b** după o anumită bază $\mathbf{a}^1, \ldots, \mathbf{a}^m$, cel puțin un coeficient este egal cu zero). În acest caz apare neunivocitatea alegerii vectorului care trebuie exclus din bază. Din această cauză poate să apară o situație în care una și aceeași mulțime de baze se va repeta periodic, iar planul optim nu va fi niciodată atins (fenomenul de ciclare). În problemele practice, acest fenomen se întîlnește extrem de rar. Cu toate acestea s-au elaborat procedee speciale care garantează și rezolvarea problemelor degenerate. Am presupus de la bun început că un plan realizabil există. O problemă corect formulată are într-adevăr, de obicei o soluție, însă adeseori apar dificultăți în legătură cu găsirea unui plan de reper realizabil inițial. În aceste cazuri se utilizează metoda bazei *artificiale*, legată de introducerea în problemă a unor procedee suplimentare. Varianta descrisă a **m.s.** nu este singura. În practică se folosește, de obicei, o variantă mai modernă, **m.s.** *duală*. **M.s.** a fost elaborată de către matematicianul american G. Dantzig.

Să mai precizăm de unde provine denumirea de **m.s.** În spațiul *m*-dimensional, închiderea convexă a $m+1$ puncte se numește *simplex m-dimensional* (dacă punctele se află într-o poziție comună). Prin urmare, un simplex unidimensional reprezintă un segment de dreaptă, un simplex bidimensional — un triunghi, un simplex tridimensional — un tetraedru ș.a.m.d. Realizarea metodei implică „deplasarea“ prin vîrfurile simplexurilor.

L. V. Kantorovici, A. B. Gorstko

Bibl. 1. R. E. Bellman, *Introduction to Matrix Analysis*, McGraw-Hill, 1960; 2. F. P. Gantmaher, *Teoria matriț*, „Nauka“, 1967; 3. V. A. Volkonski, *Modeli optimalnogo planirovania i vzaimosveazi ekonomiceskih pokazatelei*, „Nauka“, 1967.

Metoda verosimilității maxime. Metodă de estimare a parametrilor unei repartiții θ pentru un eșantion dat $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$. Prin definiție,

$$W(x_1, x_2, \ldots, x_n, \theta) = p(x_1, \theta)p(x_2, \theta) \ldots p(x_n, \theta), \tag{1}$$

unde $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ este un eșantion din valorile mărimii aleatoare x cu densitatea de probabilitate $p(x, \theta)$, se numește *funcție de verosimilitate.* Dacă x este o mărime discretă, a cărei realizare $s_1, s_2, \ldots, s_r$ formează un eșantion cu frecvențele $m_1, m_2, \ldots, m_r$ și cu repartiția $p(x = s_i) = p_i(\theta)$, atunci

$$W(x_1, x_2, \ldots, x_n, \theta) = p_1^{m_1}(\theta)\, p_2^{m_2}(\theta) \ldots p_r^{m_r}(\theta), \tag{2}$$

unde $\sum_{i=1}^{r} m_i = n$. Evident că în cazul în care elementele $x_1, x_2, \ldots, x_n$ sînt fixate, funcția W depinde numai de parametrul θ sau pentru cazul multidimensional, de $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k$.

Ideea metodei constă în alegerea unui asemenea θ, pentru care funcția $W(x_1, x_2, \ldots, x_n, \theta)$ atinge valoarea sa maximă.

Mărimea optimă $\theta^* = \theta^*(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ este funcție de valorile mărimii aleatoare x și se numește *estimație de verosimilitate maximă.* În locul lui W se introduce $\ln W$ și deci condiția necesară de existență a maximului lui W, adică $\frac{\partial W}{\partial \theta} = 0$ se înlocuiește cu condiția

$$\frac{\partial \ln W}{\partial \theta} = 0 \text{ sau}$$

$$\frac{\partial \ln W}{\partial \theta_j} = 0,\ j = 1, 2, \ldots, k \tag{3}$$

pentru cazul multidimensional.

Exemplu. Fie x o mărime aleatoare cu *repartiție Poisson**. Atunci x vor lua valori întregi negative dintre $n = 0, 1, 2, \ldots$ cu probabilitatea $p(\theta) = \frac{\theta^i e^{-\theta}}{i!}$, unde θ este parametrul necunoscut. Să notăm prin N pe cel mai mare dintre numerele n și să admitem că $m_1, m_2, \ldots m_N$ sînt frecvențele valorilor din eșantionul $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$. Atunci funcția

$$W = \prod_{i=1}^{N} \left(\frac{\theta^i e^{-\theta}}{i!} \right) \text{ sau } \ln W = \sum_{i=1}^{N} m_i (i \ln \theta - \theta - \ln i!).$$

Din condiția necesară (3) aflăm estimația de verosimilitate maximă, și anume:

$$\theta^* = \frac{1}{\sum m_i} \sum m_i\, i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i = \bar{x}.$$

Așadar, funcția de verosimilitate atinge valoarea maximă dacă parametrul repartiției Poisson este egal cu media valorilor observate $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$.
Dacă $(x_1, x_2, \ldots x_n)$ sînt supuse *repartiției normale*, atunci se poate afirma că estimațiile de verosimilitate maximă sînt media $\bar{x}$ și dispersia τ^2[1].
S-a demonstrat [2] că dacă $\sum_i p(x_i; \theta)$ este derivabilă în raport cu θ și $\frac{\partial \ln p_i \theta}{\partial \theta}$ este continuă după θ uniform în raport cu x, atunci estimația θ converge aproape sigur spre valoarea adevărată a lui θ, cu condiția ca ecuația (3) să aibă o soluție unică.

Metoda verosimilității maxime se utilizează drept criteriu, potrivit căruia cu ocazia observării unui eșantion $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ se adoptă acea dintre ipotezele referitoare la aflarea sistemului fizic studiat în una din stările sale posibile s_j, pentru care

$$\frac{W_n(x_1, x_2, \ldots, x_n | s_j)}{W_n(x_1, x_2, \ldots, x_n | s_k)} > 1, \tag{4}$$

unde $k = 0, 1, 2, \ldots, j - 1, j + 1, \ldots, m.$

Estimațiile obținute prin **m.v.m.** sînt întotdeauna consistente; ele sînt repartizate asimptotic normal și posedă cea mai mică dispersie în cadrul estimațiilor repartizate asimptotic normal.

A. I. Zenkin

Bibl. 1. N. V. Smirnov, N. V. Dunin-Barkovski, *Kurs teorii veroiatnostei i matematiceskoi statistiki*, „Nauka", 1969; 2. D. Dugué, *Traité de statistique théorique et appliquée*, Mason et C-ie, 1958.

Metode combinatorii. Termenul de **m.c.** nu este absolut precis. Această denumire se utilizează, de obicei, pentru desemnarea unei sfere largi de procedee și metode speciale de calcul, care folosesc, de regulă, particularitățile structurale ale problemei concrete, iar uneori și enunțarea conținutului ei. **M.c.** se utilizează, în general, pentru rezolvarea unor probleme de programare matematică, care nu intră în sfera de aplicare a metodelor clasice (ale programării liniare sau convexe etc.). Asemenea probleme sînt multe dintre problemele neliniare, în special *problemele multiextremale** de programare concavă, problemele discrete, problemele combinatorii speciale, ca de pildă cele de planificare calendaristică și de teorie a ordonanțării. În unele cazuri, utilizarea unei **m.c.** specializate poate da un bun efect și pentru problemele clasice (de pildă, pentru unele probleme de repartiție din programarea liniară).

De **m.c.** sînt strîns legate așa-numitele metode *euristice,* care presupun utilizarea unor considerente intuitive, bazate pe particularitățile individuale ale problemei concrete.

M.c. pot fi exacte și aproximative. Cele dintîi asigură obținerea unei soluții exacte a problemei de extremum, celelalte oferă doar o aproximare; uneori, metoda aproximativă permite să se obțină și o estimare a preciziei rezultatului obținut.

Principalele grupe de **m.c.**

1. În ultimii ani, pentru soluționarea unei sfere largi de probleme, au început să se utilizeze frecvent o serie de metode bazate pe o schemă generală și care au căpătat denumirea de *metode ale ramificațiilor și frontierelor (Branch-and-Bound Methods).* Prezentarea cea mai completă a acestei grupe de metode și a aplicațiilor ei este cuprinsă în [1].

Pentru soluționarea problemelor de programare matematică, metodele ramificațiilor și frontierelor capătă concretizări extrem de diverse, care, la prima vedere, au foarte puține elemente comune, dar care pornesc de la o idee comună, ce constă în următoarele:

Să presupunem că problema „dificilă" inițială are forma:
să se afle minimul funcției $f^0(\mathbf{x})$,

$$\text{cu restricțiile } g_i^0(\mathbf{x}) \geqslant 0,\ i = 1,\ 2, \ldots, m, \tag{0}$$

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in M^0.$$

Să o înlocuim, în prima iterație, prin mulțimea $P^0 = \{(1), (2), \ldots, (k_0)\}$ de probleme relativ mai „ușoare":
să se afle minimul funcției $f^t(\mathbf{x})$
cu restricțiile $g_i^t(\mathbf{x}) \geqslant 0,\ i = 1,\ 2, \ldots,\ m_t \leqslant m, (t)$,

$$\mathbf{x} \in M^t,\ t = 1,\ 2, \ldots, k_0,$$

care satisfac următoarea condiție suplimentară (A): există cel puțin o soluție optimă $\mathbf{x}^0$ a problemei (0), care reprezintă o soluție admisibilă cel puțin pentru o problemă $(t) \in P^0$ și pentru aceste $t\ f^t(\mathbf{x}^0) \leq f^0(\mathbf{x}^0)$. Construirea unei grupe de probleme de restricție P^0, care satisfac condiția A, poate fi ilustrată luînd ca exemplu o problemă discretă, în care fiecare componentă a vectorului **x** poate lua numai un set finit de valori. Vom fixa succesiv valorile admisibile ale primei componente: $x_1{}^{(1)} = a_1,\ x_1{}^{(2)} = a_2, \ldots, x_1{}^{(k_0)} = a_{k_0}$, iar pe celelalte componente x_j $(j = 2, \ldots, n)$ le vom lăsa să varieze astfel încît $(x_1, x_2, \ldots, x_n) \in M^0$. În mod corespunzător, în funcțiile $f^0(\mathbf{x})$ și $g_i^0(\mathbf{x})$ $(i = 1, 2, \ldots, m)$ variabila x_1 va fi înlocuită pretutindeni prin numere constante. Cele k_0 probleme obținute sînt mai ușoare decît cea inițială pentru că dimensiunea lor este cu o unitate mai mică. Îndeplinirea condiției A în acest exemplu este evidentă. Acest procedeu este deosebit de convenabil pentru problemele numerice cu variabile booleene, luînd valorile 0 și 1; aici fiecare problemă se „ramifică" în două subprobleme cu $x_j^{(1)} = 0$ și $x_j^{(2)} = 1$. În general, în metoda ramificațiilor și a frontierelor „ramificarea" se efectuează de foarte multe ori prin înlocuirea fiecărei probleme curente prin exact două probleme, deoarece în acest caz este mai ușor să se obțină îndeplinirea condiției A.

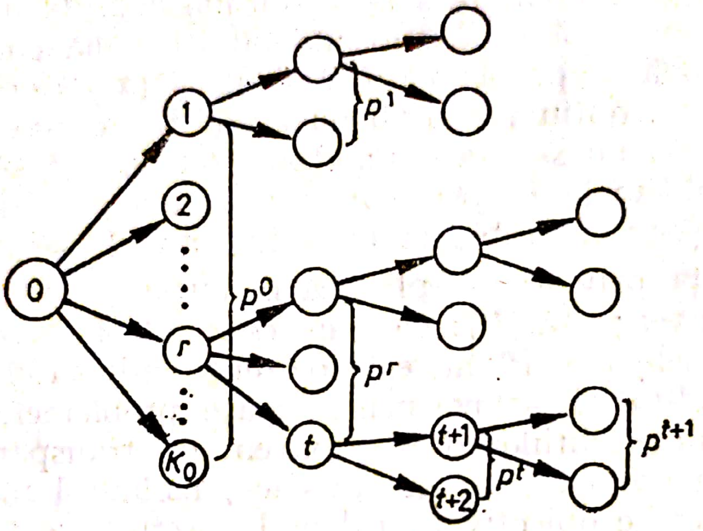
Să admitem că $\mathbf{x}^t$ reprezintă soluția optimă a problemei $(t) \in P^0$. Este ușor de demonstrat că dacă sînt îndeplinite două condiții: I. $\mathbf{x}^t$ este soluția admisibilă a problemei (0) și II. $f^t(\mathbf{x}^t) = f^0(\mathbf{x}^t)$, atunci $\mathbf{x}^t$ reprezintă soluția optimă a problemei (0). Dacă însă nici unul dintre $\mathbf{x}^t (t = 1, 2, \ldots, k_0)$ nu satisface simultan condițiile I și II, vom înlocui una dintre problemele P^0 printr-un set de noi probleme. De pildă, să admitem că înlocuim problema (r) prin setul $P^r = \{(1), (2), \ldots, (k_r)\}$.

Pe lîngă cerința privind îndeplinirea condiției A, vom mai introduce condiția de convergență (B): dacă nu este îndeplinită condiția I, atunci pentru problemele $(t) \in P^r$ nu este o soluție admisibilă; dacă nu este îndeplinită condiția II, atunci pentru toate problemele $(t) \in P^r f^t(\mathbf{x}^r) > f^r(\mathbf{x}^r)$. Sensul condițiilor B este extrem de transparent: fie că „retezăm" vectorul $\mathbf{x}^r$ care nu ne satisface, făcîndu-l inadmisibil, fie că modificăm funcțiile obiectiv f^t, ridicînd „prețul" vectorului $\mathbf{x}^r$, fie spre a-l face neoptim, fie pentru a-l aduce la situația de a îndeplini condiția II.

Condițiile B nu garantează că la următoarele examinări ale seturilor P vom obține soluția problemei (0) în decursul unui număr finit de operații. Aceste condiții reprezintă cerința minimă a avansării către încheierea procesului de rezolvare. Vom remarca că în practică se întîlnește extrem de rar situația în care metoda ramificațiilor și frontierelor să fie nelimitată.

În fig. este prezentat un graf-arbore, în care fiecare vîrf corespunde în mod univoc unei probleme (t). Problemele care înlocuiesc problema (t) în setul corespunzător de probleme sînt indicate prin ramificații care pornesc din vîrful (t). De aici, termenul de „ramificație" din denumirea metodei. Se înțelege că numărul total de operații este proporțional cu numărul de vîrfuri ale arborelui concret construit. Se constată că există posibilitatea de a reduce substanțial numărul de vîrfuri. Vom remarca că în virtutea condiției I, rezolvarea problemelor intermediare indică diverse soluții admisibile ale problemei (0). Să admitem că în fiecare etapă $\hat{\mathbf{x}}$ desemnează o soluție admisibilă a problemei (0) cu costul cel mai mic (în sensul f^0), dintre toate cele pe care le-am aflat pînă în prezent. Dacă problema (t) are o soluție optimă $\mathbf{x}^t \neq \hat{\mathbf{x}}$ și $f^0(\hat{\mathbf{x}}) \leq f^t(\mathbf{x}^t)$, atunci problema ($t$) poate fi exclusă din calculele ulterioare. Într-adevăr, în virtutea condiției B, valoarea optimă a funcției obiectiv nu poate decît să crească cu ocazia ramificării ulterioare.

De aceea, are sens să ramificăm numai problemele care au o frontieră $G^t = f^t(\mathbf{x}^t)$ mai mică decît $f^0(\hat{\mathbf{x}})$. Vîrfurile corespunzătoare ale arborelui se numesc *active;* în caz contrar, vîrful se numește *final.* De aici devine limpede proveniența termenului „frontieră". Așadar, procesul de calcul constă în dezvoltarea arborelui pînă în momentul în care fiecare vîrf al său devine final. Regulile ce determină care dintre problemele active curente trebuie alese în vederea ramificării și cum anume trebuie construite problemele de restricție, depind de tipul problemei inițiale (0).



Există lucrări consacrate aplicării metodei ramificațiilor și frontierelor la problemele de economie. Astfel, una dintre primele încercări de aplicare reușită a acestei metode a fost rezolvarea cunoscutei probleme a voiajorului comercial [2].

În lucrarea [4] se descrie utilizarea metodei ramificațiilor și frontierelor pentru rezolvarea problemei de amplasare teritorială a producției, în care funcțiile de cheltuieli au plăți suplimentare fixate, corespunzătoare părții constante a cheltuielilor folosite pentru organizarea producției. Metoda este caracterizată ca extrem de eficientă, din punctul de vedere al calculului, pentru rezolvarea problemelor de amplasare teritorială. În articolul [1] există indicații de utilizare a metodei ramificațiilor și frontierelor pentru soluționarea altor probleme de econometrie, ca de pildă a problemei întocmirii graficului de funcționare a unor mașini-unelte identice (→ de asemenea [5]), a problemelor de alocări etc.

2. O grupă vastă o formează **m.c.** a căror esență constă în elaborarea unor reguli care să permită înlăturarea unor variante evident neoptime.

Metodele din această grupă corespund cel mai mult cu definiția metodelor euristice.

Problemele de economie matematică din diferite domenii prezintă o mare varietate de formulări, izvorîte din tendința de a reflecta în cadrul modelului un număr cît mai mare de factori interdependenți din realitatea economică. De aceea, **m.c.** euristice sînt utilizate mai frecvent de către majoritatea cercetătorilor pentru soluționarea aproximativă sau exactă a unor asemenea probleme.

Unul dintre procedeele euristice frecvent utilizate pentru rezolvarea problemelor cu funcții obiectiv „neconvenabile" constă în înlocuirea aproximativă a acestor funcții prin funcții pentru care sînt cunoscute metodele de rezolvare. De pildă, orice curbă poate fi „aproximată" printr-o linie frîntă înscrisă. (În cazul multidimensional o hipersuprafață curbă se aproximează cu ajutorul unor hiperplane.) Această aproximare poate fi făcută oricît de strînsă, dacă mărim numărul de segmente ale liniei frînte, micșorînd lungimea fiecărui segment. Problema neliniară se înlocuiește, astfel, printr-o problemă de programare liniară pe porțiuni (poligonală). Complexitatea rezolvării acesteia din urmă se mărește pe măsura creșterii numărului de porțiuni liniare. Eroarea metodei de aproximare depinde de gradul aproximării. Dacă se reușește să se calculeze dinainte mărimea erorii, atunci se poate organiza aproximarea în așa fel încît atît precizia să fie destul de ridicată, cît și volumul calculelor să nu fie prea mare.

3. În categoria **m.c.** se încadrează și metodele căutării aleatoare. Uneori, aceste metode se numesc și probabiliste (stochastice). Procedeele căutării aleatoare sînt extrem de variate. Ideea generală a acestor metode constă în următoarele: pornind de la un punct admisibil oarecare, aflat printr-un anumit procedeu, se face un pas într-o *direcție aleatoare*, fără însă a ieși din mulțimea admisibilă pentru problema de extremum respectivă. În funcție de faptul dacă valoarea funcției obiectiv s-a îmbunătățit sau s-a înrăutățit, se revine la punctul inițial sau se face un nou pas aleator. În procesul căutării se poate modifica în mod aleator sau determinist mărimea pasului utilizînd eventual informația cu privire la structura problemei, acumulată în urma căutării anterioare. Acesta va reprezenta un element de *autoînvățare* (adaptare). În toate cazurile în care se utilizează mecanismul aleator este necesar să avem o sursă de mărimi aleatoare, denumită adeseori generator de numere aleatoare. Asemenea generatori sînt descriși în literatura de specialitate.

În ultima vreme, căutarea aleatoare se utilizează din ce în ce mai mult, eliminînd uneori alte metode, întrucît ea este stabilă la perturbații, este mai puțin sensibilă decît metodele deterministe la capcanele de tot felul și de obicei este mai simplu de realizat. Există lucrări în care metoda căutării aleatoare este aplicată cu succes la soluționarea unor probleme de econometrie [3].

Variatele probleme de extremum din domeniul economiei concrete reprezintă un domeniu cu adevărat nelimitat pentru aplicarea diferitelor **m.c.**, adaptate fiecare în mod special la rezolvarea eficientă a unei sfere restrînse de probleme. Trebuie să remarcăm că cu cît o anumită metodă este mai specială cu atît ea este mai eficientă în sensul consumului de timp de calculator, al economisirii memoriei operative a calculatorului și a preciziei soluțiilor obținute.

B. I. Aleinikov

Bibl. 1. E. L. Lawler, D. E. Wood, *Branch-and-Bound Methods, Survey* A., Oper. Res., v. 14, nr. 4, 1966; 2. G. Little ș.a. *Algoritm dlea reșenia zadaci o kommivoiajore,* „Ekonomika i matematiceskie metodî", 1965, v. I, fas. I; 3. *Issledovania po matematiceskomu programmirovaniu,* „Nauka", 1968; 4. M. A. Efroymson, T. L. Ray, *Branch-Bound A., Algorithm for Plant Location.* Oper. Res. v. 14, nr. 3, 1966, p. 361—368; 5. M. G. Kitik, *K voprosu „sujenia" vetvlenia v zadace odnovo stanka,* „Kibernetika", nr. 1, 1972.

Metode de programare a obiectivelor în planificare. Metode care, cu ajutorul unor programe, coordonează obiectivele (scopurile) planului cu resursele. În prezent, ca urmare a creșterii gradului de complexitate a structurii obiectivelor de plan și a conexiunilor economice, reflectarea directă a obiectivelor prin plan, conform structurii teritoriale și pe ramuri a economiei și a repartizării resurselor, a devenit dificilă. Teoria și practica macroplanificării a elaborat o verigă de tranziție — programele complexe pe termen lung —, care îmbrățișează un complex de măsuri și resurse, capabile să asigure realizarea obiectivelor respective. Programele sînt acele verigi de bază ale planului, care determină modificările structurale și dinamica generală a dezvoltării sistemului social-economic. Primul program de acest gen a fost programul de electrificare a țării, elaborat sub forma planului leninist GOELRO.

Structura și modalitatea elaborării proiectelor de programe depind în mare măsură, de conținutul lor concret, dar fiecare program trebuie să cuprindă:

— fundamentarea, care stabilește obiectivele programului, descrierea succintă a conținutului și indicatorii finali ai programului, care caracterizează rezultatul;

— complexul de subprograme și proiecte principale și auxiliare în conformitate cu conținutul concret al programului;

— variantele de realizare a programului, după termenele și volumul lor, ținînd seama de necesitățile de resurse la fiecare variantă;

— evaluările eficienței la fiecare variantă de program, care fac legătură între cheltuieli, indicatorii din program și normativele pe obiectivele corespunzătoare; estimarea consecinţelor directe şi conexe la fiecare variantă de program;

— modalitatea de realizare a programului cu indicarea executanţilor responsabili; graficul de realizare a programului cu stabilirea termenelor de încheiere a etapelor, care pot fi supuse controlului şi analizei.

Realizarea metodei de programare a obiectivelor ridică o serie de probleme metodologice şi organizatorice ţinînd de construirea complexului de obiective ale planului, metodologia de elaborare a programelor complexe şi includerea lor în planul economiei naţionale ca parte organică a acestuia.

Elaborarea unui program începe cu formularea obiectivelor sale, a căror structură ierarhică este alcătuită sub forma unui *arbore al obiectivelor*.

Structura obiectivelor constituie baza pentru stabilirea subprogramelor.

Reunirea rezultatelor subprogramelor într-un program nu necesită, de regulă, cheltuirea unor resurse. În cazul în care rezultatele subprogramului nu determină în mod nemijlocit realizarea obiectivelor programului, dar în acelaşi timp exercită o anumită influenţă asupra realizării unor subprograme principale, se stabilesc nişte subprograme auxiliare (de pildă, îndeplinirea formalităţilor juridice).

Componentele structurale cele mai mici ale unui program care asigură integrarea resurselor şi a categoriilor de activităţi după criteriul destinaţiei lor comune şi care alcătuiesc un obiect logic finit din punctul de vedere al programului, se numesc elemente ale acestuia. În cadrul programului ele reflectă în modul cel mai concret întreaga activitate referitoare la obiective. Reunirea elementelor unui program pentru obţinerea unui subprogram intermediar necesită de regulă cheltuieli de resurse.

O componentă primară a programului o constituie resursele care caracterizează cheltuielile legate de realizarea programului. Spre deosebire de elementele programului, resursele nu constituie rezultatul unei activităţi din cadrul acestuia, ci apar ca nişte parametri externi.

Complexul de obiective ale programului poate fi realizat prin diferite variante de măsuri ale programului.

Variantele alternative ale programului se deosebesc după structura lor, adică după subprogramele şi elementele delimitate în cadrul lor. La rîndul lor, la nivelul elementelor programului apar de asemenea variante, care se explică prin deosebirile în utilizarea resurselor în virtutea interschimbabilităţii lor, a procedeelor tehnologice posibile, fapt care îşi găseşte reflectarea în deosebirile dintre variantele programelor după termenele şi nivelurile cantitative ale indicatorilor finali. Această multitudine de variante îşi găseşte reflectare în structura matricei programului, prin defalcarea coloanei corespunzătoare pentru procedee „concurente“.

Estimarea şi alegerea unei variante de program în funcţie de conţinutul programului şi importanţa sa din punctul de vedere al obiectivelor planului se pot realiza după diferite criterii dintre care cele mai generale sînt următoarele:
— minimizarea timpului de realizare a programului, dîndu-se restricţii la resurse şi indicatorii finali ai programului;
— minimizarea cheltuielilor pentru realizarea programului, fixîndu-se indicatorii finali ai programului şi timpul de realizare;
— minimizarea abaterilor indicatorilor finali ai programului de la normativele obiectivelor, fixîndu-se cheltuielile şi timpul de realizare.
Corelarea programelor şi a obiectivelor planului necesită utilizarea unor metode specifice, care să ţină seama cu precădere de caracterul calitativ şi de variantă a indicatorilor săi în toate stadiile elaborării planului. Un procedeu metodologic care permite să se coreleze resursele, elementele şi subprogramele şi să se estimeze cheltuielile pentru diferite variante ale programului, este matricea programului. Ea poate fi întocmită pentru întregul program în ansamblu sau pentru fiecare etapă de realizare a lui. Matricea programului permite să se reprezinte într-o formă unificată conţinutul şi rezultatele programului şi să se efectueze compararea, estimarea şi alegerea variantei sale celei mai eficiente.
Structura unei matrice de program este reprezentată în fig. 1 (cifrele sînt convenţionale).
În liniile şi coloanele secţiunii **A** se indică lista completă a subprogramelor programului respectiv. În liniile şi coloanele secţiunii **B** se prezintă lista completă a elementelor care alcătuiesc subprogramele secţiunii **A**. Liniile secţiunii **C** prezintă lista denumirilor resurselor utilizate pentru programul respectiv, în nomenclatura resurselor planului general.
Completarea matricei se realizează pe linii, începînd cu secţiunea **C**. La intersecţia liniilor secţiunii **C** cu coloanele matricei se indică volumul cheltuielilor corespunzătoare de resurse: în coloanele secţiunii **P** — pentru reunirea subprogramelor în cadrul programului, în coloanele secţiunii **A** — pentru reunirea elementelor în subprogramele corespunzătoare, în coloanele secţiunii **B** — pentru crearea elementelor corespunzătoare.
Indicatorul cheltuielilor pentru fiecare subprogram se transferă la intersecţia liniei cu aceeaşi denumire din secţiunea **A** şi a coloanei secţiunii **P**. Suma indicatorilor de pe coloana **P** arată cheltuielile pentru realizarea programului în ansamblu. Corelaţiile detaliate dintre obiective şi resurse, prin intermediul programelor, sînt reflectate de matricea resurselor şi obiectivelor, prin care se compară indicatorii din program cu normativele pe obiective şi necesităţile de resurse. Ea este alcătuită din cinci blocuri (→ fig. 2).

		Secţiunea P cheltuieli pt. program									
Secţiunea A Costul subprogramelor	A_1	75,0	Secţiunea A Chelt. pt. subprogramele		Total						
	A_2	70,0									
Total		145,0	A_1	A_2							
Secţiunea B Costul elementelor	B_1		37,0		37,0						
	B_2		15,0		15,0						
	B_3			35,0	35,0	Secţiunea B Cheltuieli pentru elementele				Total	Total general
	B_4			29,0	29,0						
Total		—	52,0	64,0	116,0	B_1	B_2	B_3	B_4		
Secţiunea C Cheltuielile de resurse	C_1					7,0			4,0	11,0	11,0
	C_2						12,0			12,0	12,0
	C_3		23,0			9,0			14,0	23,0	46,0
	C_4					21,0		18,0		39,0	39,0
	C_5			6,0			3,0	17,0	11,0	31,0	37,0
Total		—	23,0	6,0		37,0	15,0	35,0	29,0	116,0	145,0
Total general		145,0	75,0	70,0		37,0	15,0	35,0	29,0		

Fig. 1

			I						II							
			Normativele obiectivului 1			Normativele obiectivului 2			Alocarea resurselor — III, IV și producția lor — V, pe categorii (miliarde ruble)							
			1 1	2 1	3 1	1 2	2 2	3 2	a	b	c	d	e	f	g	Total
			46,0 mil. rub.	1,7 mil. m	33 mil. buc	12 mii m. liniari	17,0 mil. rub.	3,2 buc. pe o pers.								
I	Programele privind obiectivele	$P_{ob\,1}$	3,0		7,0		5,0		8,0		17,0	11,0	19,0			55,0
		$P_{ob\,2}$	13,0	1,1	15,0			0,4	26,0	7,0		6			11,0	50,0
		$P_{ob\,3}$				0,3	12,0	2,5		8,0		4,0		23,0		35,0
		Total	46,0	1,1	22,0	9,3	17,0	2,9	34,0	15,0	17,0	21,0	19,0	23,0	11,0	140,0
II	Programele privind resursele și partea extraprogram	$P_{r\,1}$		0,6				0,3	8,0	12,0	12,0				14,0	46,0
		K_1			11,0					6,0			10,0	7,0		23
		K_2				2,7			12,0	16,0		4,0				32,0
		Total	—	0,6	11,0	2,7			20,0	34,0	12,0	4,0	10,0	7,0	14,0	101,0
	Total general		46,0	1,7	33,0	12,0	17,0	3,2	54,0	49,0	29,0	25,0	29,0	30,0	25,0	241,0
III	Programele de producție a resurselor, ramurile extraprogram și complexele legăturilor dintre ramuri	$P_{ob\,1}$							5,0				22,0			27,0
		$P_{ob\,2}$														
		$P_{ob\,3}$												27,0		27,0
		$P_{r\,1}$							10,0	35,0			4,0	3,0		52,0
		K_1							22,0	14,0		25,0			7,0	68,0
		K_2							17,0		29,0		3,0		18,0	67,0
	Total								54,0	49,0	29,0	25,0	29,0	30,0	25,0	241,0

Fig. 2 *Structura matricei resurselor și obiectivelor*

În blocul I.I își găsesc reflectare corelațiile și gradul de realizare a normativelor, pe obiective, prin indicatorii program din programele obiectivelor.

În blocul II.I își găsesc reflectare corelațiile și gradul de realizare a normativelor pe obiective cu ajutorul programelor complexe privind resursele.

Sumele indicatorilor program pe coloanele blocurilor I.I și II.I vor arăta gradul de realizare a normativelor corespunzătoare pe obiective, în varianta de plan dată.

În blocul I.II sînt indicate cerințele programelor privind obiectivele, pe categorii de resurse, iar în blocul II.II, respectiv, cerințele programelor privind resursele.

Sumele pe coloanele blocurilor I.II și II.II indică necesarul total de resurse din categoria respectivă pentru realizarea programului.

În blocul III.II se indică volumul producției resurselor pe categorii și pe programe. Sumele pe coloanele acestui bloc indică producția totală de resurse pe categorii prevăzută.

Blocurile I.II și II.II. ale matricei obiectiv a resurselor se utilizează pentru repartizarea resurselor pe programe, iar blocul III.II, pentru determinarea sarcinilor de plan privind producția de resurse pe categorii ale acestora și pentru stabilirea indicatorilor de dezvoltare a ramurilor industriei și a ramurilor economiei naționale în planurile pe termen lung și în planul cincinal.

Matricea resurselor și obiectivelor poate fi întocmită pentru fiecare variantă de proiect de plan sau proiect de directive ale dezvoltării economiei și pentru fiecare perioadă de plan.

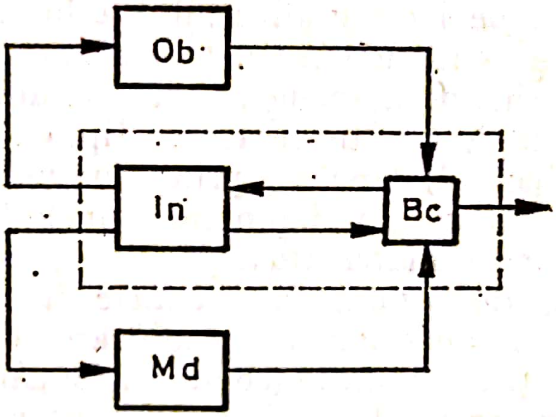
I. M. Samohin

Metode economico-matematice. Denumire convențională a unui complex de discipline științifice situate la zona de contact dintre economie, matematică și cibernetică, introdusă pentru prima oară (în acest sens) de V. S. Nemcinov, la începutul anilor șaizeci. În literatura de specialitate din alte țări nu există o denumire unanim acceptată pentru acest domeniu teoretic și aplicativ al utilizării matematicii și ciberneticii în economie.

De obicei, în conceptul de **m.e.-m.** se includ următoarele grupe de discipline și domenii științifice, obiectul lor de cercetare și frontierele dintre ele fiind interpretate în mod diferit: 1. metodele economice-statistice (→ *Statistică economică, Statistică matematică*). 2. *econometria** sau, ceva mai larg, modelarea proceselor economice, cuprinzînd atît modelele abstracte, cît și cele statistice, numerice, propriu-zis econometrice (→ *Modele macroeconomice, Funcții de producție, Balanța* *legăturilor dintre ramuri, Contabilitate națională* etc.*)*. Pentru acest grup de discipline, unii autori propun, în condițiile economiei socialiste, termenul de *planimetrie.* În timp ce modelele analitice sînt incluse de obicei în acest grup, problema modelelor normative, de exemplu a modelelor de optimizare a proceselor economice, rămîne deschisă. 3. Metodele soluțiilor optime, sau, mai larg, *cercetările operaționale** în economie. Metodele de optimizare propriu-zise sînt elaborate de unele discipline aplicative ale matematicii *(→ Programare matematică, Teoria jocurilor* etc.*)*, dar acest grup de discipline se ocupă și de aplicarea acestor metode în economie. Aspectele concrete ale acestor metode sînt relevate în cercetările operaționale. De aceea, unii autori includ aici modelele normative de optimizare a proceselor economice, modelele de planificare optimă *(→ Planificare optimă, Model al ramurii, Model al întreprinderii, Modele ale comerțului exterior* etc.) 4. *Cibernetica economică**, care se ocupă de analiza sistemică a economiei, de problemele teoretice și aplicative ale conducerii în sistemele economice *(→* și *Informație economică)*. Din punct de vedere istoric, disciplinele metodelor economice-matematice au apărut și s-au dezvoltat în succesiunea prezentată mai sus. Interconexiunile interne dintre acestea au fost puse în evidență abia în ultimii ani procesul fiind în curs. Pe această bază se constituie complexul metodelor economice-matematice, în cadrul căruia are loc un proces de diferențiere și de integrare a disciplinelor științifice. De exemplu, *programarea stochastică** a apărut relativ recent, concomitent conturîndu-se încercări de creare a unei teorii generale a programării matematice și a unei teorii și mai generale a deciziilor optime. Se stabilesc legături între modelele obiectelor și proceselor de planificare economică. În U.R.S.S. cercetările economice-matematice se bazează pe teoria și metodologia marxist-leninistă și cuprind în evoluția lor, tot mai larg și mai profund, analiza și modelarea proceselor economice. Ele trec de la probleme locale, izolate, la probleme la scara economiei naționale, de la modele statice la modele dinamice, de la formulări pur deterministe la altele care țin seama de nedeterminare, de la aspecte tehnico-economice la aspecte social-economice.

E. Z. Maiminas

Metode euristice. Metode de rezolvare a problemelor, bazate pe utilizarea unor reguli, procedee și simplificări care generalizează experiența acumulată de cel care le utilizează; *raționament euristic* — raționament verosimil, provizoriu în căutarea soluției unei probleme. Raționamentele și m.e. se întemeiază mai ales pe recurgerea la analogie și la inducția incompletă. Mulți învățați, începînd cu Euclid, au încercat să sistematizeze principiile euristice. În ultimul timp, cibernetica s-a orientat spre generalizarea și utilizarea **m.e.** urmărind cel puțin două scopuri: a) studiul aptitudinilor creierului uman de a gîndi în mod creator și productiv; b) reproducerea acestor aptitudini pe mașinile electronice de calcul, lărgind astfel posibilitățile mașinilor de calcul în calitatea lor de sisteme de prelucrare a informației. Aceste scopuri sînt urmărite de o anumită disciplină cibernetică, *programarea euristică*. Uneori, **m.e.** și programarea euristică sînt opuse metodelor algoritmice. Metodele algoritmice și cele euristice au însă aceeași proveniență, iar în rezolvarea problemelor este necesară îmbinarea rezonabilă a acestor două categorii de metode. Metodologia actuală a programării euristice este alcătuită din următoarele etape de bază (→ fig.):



1. Investigatorul (*In*) propune obiectului investigației, investigatului (*Ob*), o problemă test și, observînd rezolvarea acesteia, construiește un model al rezolvării (*Md*).
2. Modelul se trece prin mașina de calculat și rezultatele obținute se compară cu comportamentul respectiv al investigatului în blocul de comparație (*Bc*).
3. Dacă într-un grup mare de experiențe funcționarea blocurilor *Ob* și *Md* nu coincide, se caută și se înlătură cauzele noncoincidenței; în caz contrar, funcționarea blocurilor *Ob* și *Md* se verifică pe probleme noi de aceeași clasă, modelul precizîndu-se pe măsura necesităților.
4. Procesul se încheie atunci cînd pentru majoritatea problemelor din clasa respectivă funcționarea blocurilor *Ob* și *Md* coincide.

Sînt posibile unele variante ale acestei metodologii. În particular, dacă dintr-un motiv oarecare, în prima etapă, nu se poate formula o problemă test, obiectul de investigație este supus unei observații nemijlocite. Motivarea logică a metodologiei de mai sus este procedura lui T. Turing, rezultată din „jocul simultaiv" al acestuia.

E. A. Alexandrov

Bibl. 1. E. A. Alexandrov, *Osnovî teorii evristiceskih reşenii*, „Sovietskoe radio", 1970; 2. G. Polya, *Matematika i pravdopodobnîe rassujdenia*, Izd. inostr. lit., 1957; 3. D. A. Pospelov ş.a., *Evristiceskoe programmirovanie i evristika kak nauka*, „Voprosî filosofii", nr. 7, 1967.

Metode iterative de planificare optimă. Termen aplicat prin tradiţie în U.R.S.S. pentru clasa de metode aproximative (asimptotice) de optimizare, care îşi au originea în algoritmul lui G. Brown de rezolvare a jocurilor matriceale *(→ Teoria jocurilor)* şi în metoda iterativă de programare concavă pe baza gradientului a lui H. Uzawa. Termenul este inadecvat, deoarece numeroase metode exacte (finite) de programare liniară şi pătratică sînt de asemenea iterative, adică reduc procesul de calcul la o succesiune de iteraţii de acelaşi tip, care se deosebesc numai prin informaţia prelucrată, dar nu şi prin structura operaţiilor de calcul. Pe de altă parte, în categoria **m.i. p.o.** nu se includ toate metodele aproximative de programare matematică.

M.i. p.o. se aplică, de regulă, la sistemele cu două sau mai multe niveluri, care cuprind un organ de planificare (de conducere) şi unul sau mai multe unităţi de execuţie (conduse) şi care utilizează elemente ale tehnicii de decompoziţie. În mod corespunzător, indicatorii economici se împart în două grupe: 1. variabile de stare, adică indicatori care caracterizează activitatea de producţie a unităţilor conduse (de pildă, fabricarea de produse, consumul de resurse, estimările locale ale eficienţei resurselor); b. variabile de comandă (de pildă, estimările generale ale resurselor, limitele pentru consumul de resurse şi fabricarea de produse). Conţinutul economic al fiecărei iteraţii constă în următoarele: organul de planificare comunică „în jos" valorile variabilelor de comandă; unităţile executive, călăuzindu-se după valorile variabilelor de comandă, efectuează optimizările locale şi transmit „în sus" valorile variabilelor de stare calculate cu acest prilej. Analizînd ansamblul variabilelor de stare ale tuturor unităţilor, adică planul sistemului în ansamblu, organul de conducere scoate la iveală neajunsurile lui (de pildă, depăşirea la consumul de resurse sau repartiţia lor neoptimă) şi modifică valorile variabilelor de comandă, astfel încît cu ocazia repetării optimizărilor locale să se realizeze o îmbunătăţire a planului. În continuare, începe iteraţia următoare: noile valori ale variabilelor de comandă se comunică „în jos" ş.a.m.d. Procesul se termină în momentul în care erorile planului ajung să se încadreze în limite admisibile.

Un asemenea schimb de informaţie este foarte apropiat de procedeele de rezolvare a jocurilor (de pildă, în metoda lui Brown) şi de aceea **m.i. p.o.** se numesc adeseori metode de optimizare prin joc.

În iteraţia iniţială, valorile variabilelor de stare şi ale variabilelor de comandă se stabilesc pe baza planurilor realizate anterior sau prin estimările experţilor. Valoarea criteriului de optimizare pentru planul final, obţinută după realizarea procesului de calcul în ansamblu, nu depinde de alegerea iniţială (deşi volumul de muncă pe care îl implică procesul de planificare depinde substanţial de faptul cît de reușit s-a făcut această alegere). Dacă avem mai multe variante de plan, care pot fi considerate optime în cadrul erorilor acceptate, procesul va conduce la varianta cea mai apropiată de aproximarea iniţială. Acest lucru este deosebit de important pentru luarea în considerare a factorilor pe care enunţul problemei de planificare nu-l formalizează. În cazul utilizării metodelor iterative de planificare optimă, problema „priorităţii" planificării „de sus", faţă de planificarea „de jos" sau invers nu apare deoarece cele două abordări se sintetizează.

O problemă importantă o constituie stabilizarea **m.i.p.o.** și accelerarea convergenţei lor. Pentru rezolvarea ei se pot utiliza următoarele procedee:

a. *determinarea mediei* variabilelor de stare (iar în unele cazuri și a variabilelor de comandă), elaborate de unităţi în toate iteraţiile procesului. Astfel, necorelările diferitelor planuri se compensează, iar planul mediu se distinge printr-o stabilitate cu mult mai mare. Această împrejurare este utilizată și în al doilea procedeu;

b. *recalcularea variabilelor de comandă*, ţinînd seama atît de valorile medii, cît și de valorile curente ale variabilelor de stare, elaborate de nivelul subordonat în iteraţia precedentă (prin analogie cu *reglarea după derivată* din teoria comenzii automate, *(→ Coeficient de conexiune inversă)*, luînd ca valori de bază valorile medii ale variabilelor de stare; valorile nemedii (curente) arată tendinţa variaţiei valorilor de bază;

c. așa-numita *rezervare iterativă* a cărei esenţă constă în cele ce urmează. În unele iteraţii ale procesului se pot forma asemenea valori ale variabilelor de comandă încît anumite resurse din planurile iteraţiei respective se dovedesc utilizate numai parţial. Dacă în planul optim cel puţin una dintre aceste resurse se folosește integral, atunci apariţia situaţiei descrise încetinește procesul. De aceea este raţional ca resursele neutilizate într-o anumită iteraţie să fie „rezervate" pentru iteraţiile viitoare prin relaxarea restricţiilor corespunzătoare;

d. *conducerea procesului iterativ cu ajutorul parametrilor săi*, care pot regla, în speţă, ritmul de creștere a evaluărilor resurselor în cazul depășirii sistematice a consumului lor sau a reducerii evaluărilor în cazul supraproducţiei resurselor, pot determina coeficienţii pentru calcularea mediei etc. Valorile acestor parametri se află experimental pe baza unor modele de dimensiuni mici care reproduc, în linii generale, structura problemei „mari".

Volumul de muncă pe care îl comportă procesul iterativ de planificare depinde de volumul de muncă necesar pentru rezolvarea problemelor de optimizare a diferitelor unități. Reducerea volumului de muncă se poate realiza pe două căi:

a. aproximarea modelelor unităților, de pildă cu ajutorul unui set relativ restrîns de planuri ale acestora. Această cale este relativ lesne de realizat dacă setul de planuri de aproximare nu se revizuiește în cursul optimizării, însă duce la o pierdere de precizie a planificării, care cu greu poate fi estimată chiar și după terminarea procesului de planificare *(→ Schemă aproximativă de optimizare în mai multe trepte)*;

b. utilizarea specificului unităților planificării și trecerea, pe această bază, la calculul unor planuri convențional-optime în condițiile unor optimizări locale în fiecare iterație (adică admiterea nerespectării unor restricții). Impreciziile care apar cu acest prilej trebuie să fie corectate în procesul de iterație cu ajutorul introducerii unor variabile de comandă locale, adică prin utilizarea principiului *ierarhiei* la elaborarea comenzii. Această cale necesită o analiză de conținut a modelelor unităților și impune pentru realizarea procesului utilizarea unei capacități mai mari a echipamentelor electronice, în comparație cu prima cale, garantînd însă menținerea preciziei planificării. **M.i.p.o.** au o profundă bază economică fiind în mare măsură o dezvoltare și o precizare a metodelor utilizate în mod neformalizat în practică și se pot aplica atît în *planificarea de compoziție*, cît și în cea *de decompoziție*. Printre avantajele acestor metode se pot menționa posibilitățile de interpretare economică a procesului de optimizare, de luare în considerare a particularităților de structură ale problemelor de planificare, de utilizare a oricăror aproximări inițiale (inclusiv a unor planuri care nu sînt admisibile).

V. I. Danilov-Danilian

Bibl. 1. V. I. Danilov-Danilian, *Zadaci bolșoi razmernosti i iterativnîe metodî optimalnogo planirovania. Sbornik programm i algoritmov dlea reșenia na ETVM*, „Statistika", 1967; 2. V. M. Polterovici, *Blocinîie metodî vognutogo programmirovania*, „Ekonomika i matematiceskie metodî", 1969, v. V, fas. 6.

Metode numerice de programare liniară. Intră în componența *metodelor numerice de programare matematică** și de aceea clasificarea lor generală poate fi efectuată în mod analog. Este indicat să se distingă *metodele finite* și *metodele infinite* și dintre ele să se menționeze metodele de rezolvare a problemelor *de tip special*, de pildă problemele de *transporturi*, cele de programare pe *blocuri* etc.

1. *Metode finite.*

1.1. Una din metodele cele mai răspîndite de rezolvare a problemelor de programare liniară este *metoda simplex**. Ea asigură rezolvarea unei probleme nedegenerate într-un număr finit de iteraţii. În cazul degenerării se utilizează procedee speciale care asigură caracterul finit al metodei. În practica calculelor se utilizează diverse *scheme ale metodei simplex*, care se disting prin procedeul de obţinere a coeficienţilor de descompunere a vectorilor după bază [1]. Cele mai importante şi cel mai frecvent utilizate dintre ele sînt: *schema cu tabel simplex complet; schema cu utilizarea matricei inverse în raport cu baza; schema cu reprezentarea multiplicativă a matricei inverse.* La efectuarea calculelor *pe baza* primei scheme se păstrează tot tabelul simplex. Pentru trecerea la o nouă soluţie realizabilă de bază pentru calculul tabelului şi a soluţiei se utilizează formulele prezentate în articolul *Metoda simplex**. Pentru *celelalte două scheme* vor fi prezentate numai formulele de calcul care se deosebesc de cele înfăţişate în articolul *Metoda simplex**, menţinîndu-se notaţiile şi ordinea operaţiilor.

Formulele fundamentale ale *schemei* metodei simplex *cu utilizarea matricei inverse* sînt următoarele: fie $\mathbf{A}^{(k)}$ o matrice alcătuită din vectorii de bază în iteraţia k (indicele (k) se va referi la numărul iteraţiei); în acest caz soluţia realizabilă de bază corespunzătoare $\mathbf{x}^{(k)}$ se determină pe baza formulei $\mathbf{x}^{(k)} = \mathbf{A}^{(k)-1}\, \mathbf{b}$.

Vectorul $\mathbf{x}_s^k$ al coeficienţilor de descompunere a vectorului $\mathbf{a}^s$ se calculează după formula:

$$\mathbf{x}_s^{(k)} = \mathbf{A}^{(k)-1}\, \mathbf{a}^s. \tag{1}$$

Atunci mărimea z_s este egală cu:

$$z_s = (c^{(k)},\ \mathbf{x}_s^{(k)}) = \mathbf{c}^{(k)}\ \mathbf{A}^{(k)-1}\, \mathbf{a}^s = (\mathbf{v}^{(k)},\ \mathbf{a}^s), \tag{2}$$

unde $\mathbf{c}^{(k)}$ este vectorul coeficienţilor de formă liniară, corespunzător variabilelor de bază:

$$\mathbf{v}^{(k)} = \mathbf{c}^{(k)}\, \mathbf{A}^{(k)-1}. \tag{3}$$

Remarcăm că vectorul $\mathbf{v}^{(k)}$ (componentele sale se numesc *multiplicatori simplex*), pentru un plan optim nedegenerat, este soluţia problemei duale.

În cazul trecerii la o nouă bază, care se deosebeşte de cea precedentă prin vectorul $\mathbf{a}^s$ (pentru $\mathbf{a}^s$ este îndeplinită condiţia $z_s - c_s = \min(z_j - c_j)$), introdus în locul celui de al l-lea vector al bazei se utilizează calculul matricei inverse $\mathbf{A}^{(k+1)-1}$ după formula:

$$\mathbf{A}^{(k+1)-1} = \mathbf{D}^{(k)-1}\, \mathbf{A}^{(k)-1}. \tag{4}$$

Aici $\mathbf{D}^{(k)-1}$ este inversa matricei:

$$\mathbf{D}^{(k)} = \left\{ \begin{matrix} 1 & 0 & \dots & x_{1l} & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & x_{2l} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & x_{ll} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & x_{ml} & \dots & 1 \end{matrix} \right\}. \qquad (5)$$

Vectorul $\begin{pmatrix} x_{1l} \\ \vdots \\ x_{ml} \end{pmatrix} = \mathbf{x}_s^{(k)}$ este alcătuit din coeficienții de descompunere ai vectorului $\mathbf{a}^s$ după bază din iterația k. Atunci:

$$\mathbf{D}^{(k)-1} = \left\{ \begin{matrix} 1 & 0 & \dots & \frac{x_{1l}}{x_{ll}} & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & & \dots & . \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{x_{ll}} & \dots & 0 \\ . & . & \dots & . & \dots & . \\ 0 & 0 & \dots & \frac{x_{m1}}{x_{ll}} & \dots & 1 \end{matrix} \right\}.$$

Remarcăm că în schema cu tabel simplex complet noii vectori ai coeficienților de descompunere se obțin prin înmulțirea matricelor $\mathbf{D}^{(k)-1}$ cu vechii vectori ai coeficienților.

Schema cu matrice inversă în raport cu matricea vectorilor de bază necesită introducerea în memorie a m^2 elemente ale matricei inverse (numărul elementelor tabelului simplex este egal cu $m \times (n-m)$). Dacă n și m sînt mari, iar n este mult mai mare decît m, este preferabil să se utilizeze schema cu matrice inversă. Aceasta permite să se introducă în memoria operativă a calculatorului o mare parte a informației necesare, ceea ce reduce timpul de calcul. O altă reducere a memoriei și a timpului de calcul se obține prin conservarea matricei $\mathbf{A}^{(k)-1}$ în formă compactă, adică notîndu-se numai elemente nenule ale matricei (matricea inițială $\mathbf{A}$ se notează, în general, fără elementele nule, avînd în vedere că ea cuprinde puține elemente nenule).

În schema metodei simplex cu *reprezentarea multiplicativă a matricei inverse* se utilizează reprezentarea matricei inverse sub forma unui produs de matrice (de aici și denumirea metodei):

$$\mathbf{A}^{(k)-1} = \mathbf{D}^{(k-1)-1} \dots \mathbf{D}^{(1)-1}\ \mathbf{D}^{(0)-1},$$

unde $\mathbf{D}^{(k-1)-1}$, ..., $D^{(1)-1}$ sînt matricele inverse ale matricelor elementare de forma (5) în iteraţiile $k-1$, $k-2$, ... De obicei, $\mathbf{D}^{(0)} = 1$ (este posibilă şi utilizarea altor matrice „simple"). În cazul stocării acestor matrice se introduc în memorie numai coloanele diferite de cele unitare şi numerele lor de ordine. În afară de aceasta, după un anumit număr de iteraţii, au loc aşa-numitele repetări (→ [2]), ceea ce duce la reducerea numărului de matrice elementare şi deci la mărirea rapidităţii calculului în iteraţiile următoare.

1.2. În locul rezolvării problemei iniţiale, uneori, este mai convenabil să se rezolve problema ei duală *(→ Programare liniară* şi *Dualitate în programarea liniară). Metoda simplex duală* constă în rezolvarea prin metoda simplex a problemei duale, în urma căreia se obţin soluţiile optime ale problemei iniţiale şi ale problemei duale (după cum la rezolvarea problemei primale prin metoda simplex, cu utilizarea matricei inverse, vectorul **v**, determinat (3) pentru soluţia optimă este o soluţie optimă a problemei duale). Dacă algoritmul poate fi simplificat este raţional să se utilizeze această metodă.

1.3. Pe relaţia dintre problema directă şi problema duală se bazează *metoda reducerii succesive a neconcordanţelor*. Ea reprezintă o combinaţie între metoda simplex obişnuită şi cea duală. Începînd cu o soluţie realizabilă a problemei duale, se separă numerele liniilor pentru care în restricţiile $\mathbf{vA} \geqslant \mathbf{c}$ se obţine egalitatea. Notăm această mulţime prin I_0. Pentru vectorii $\mathbf{a}^j$ cu numere de ordine din I_0 se ia în considerare problema: să se afle minimul $\sum\limits_{i=1}^{m} \varepsilon_i$ în condiţiile:

$$\sum_{j\in I_0} x_j \mathbf{a}^j + \sum_{i=1}^{m} \varepsilon_i\, l_i = \mathbf{b},\ x_j \geqslant 0\ \ (j\in I_0),\ \ \varepsilon_i \geqslant 0 (i = 1,\ 2, ..., m),$$

unde mărimile ε_i sînt diferenţa între membrul stîng şi cel drept în sistemul de condiţii al problemei primale. Ele sînt numite, de obicei, neconcordanţe. Această problemă auxiliară se rezolvă prin metoda simplex. Dacă $\sum\limits_{i=1}^{m} \varepsilon_i = 0$, mărimile x_j aflate formează soluţia optimă a problemei primale, întrucît toate soluţiile problemei auxiliare sînt *pseudooptime* (adică satisfac condiţiile de optim în cazul unor restricţii mai slabe). Dacă $\min \sum\limits_{i=1}^{m} \varepsilon_i > 0$, se alcătuieşte o nouă soluţie realizabilă a problemei duale. Aşadar, apropierea de rezolvarea problemei primale vine *„din afara"* mulţimii realizabile de soluţii, ca şi în metoda simplex duală, însă aici problema auxiliară este destul de simplă ca structură.

Compararea detaliată a tuturor metodelor descrise mai sus se poate găsi în [2].

2. *Metode infinite*

2.1. Pe lîngă metodele finite de rezolvare a problemei generale de programare liniară s-au elaborat diverse metode *infinite*. *Metoda Brown-Robinson* [4] se bazează pe conexiunea dintre o pereche de probleme (primală și duală) de programare liniară și un *joc matriceal (→ Jocuri matriceale)*, ceea ce permite ca pentru rezolvarea problemelor de programare liniară să se poată folosi metodele de rezolvare a jocurilor matriceale corespunzătoare. Ideea preconizată de Brown-Robinson constă în următoarele: se consideră că în cazul unei repetări multiple a jocului cu *matrice de cîștiguri* **A**, cei doi jucători, reținînd fiecare dintre ei cele t strategii pure, utilizate de către adversar în primii t pași, aleg o strategie pură în pasul $(t+1)$ după cum urmează. Să admitem că în primele t partide (în primii t pași ai jocului) jucătorul II a utilizat prima strategie pură de t_1 ori, a doua strategie — de t_2 ori, ..., strategia r — de t_r ori (aici r reprezintă ordinul matricei de cîștiguri **A**). Atunci jucătorul I considerînd că jucătorul II folosește în cadrul jocului toate strategiile pure cu frecvențele $\frac{t_j}{t^t}$ $(j = 1, 2, ..., r)$, adică a adoptat strategia mixtă $\mathbf{u}^{(t)} = \left(\frac{t_1}{t}, \frac{t_2}{t}, ..., \frac{t_r}{t}\right)$, alege în pasul $(t+1)$ strategia pură cea mai bună în raport cu $\mathbf{u}^{(t)}$. Numărul de ordine al strategiei pure alese este egal cu numărul de ordine al componentei maxime a vectorului $\mathbf{Au}^{(t)}$. Valoarea componentei maxime h_t a vectorului $\mathbf{Au}^{(t)}$ este egală cu cîștigul mediu maxim al jucătorului I, dacă jucătorul II aplică strategia mixtă $\mathbf{u}^{(t)}$. Jucătorul II își alege strategia pură în același fel. Avantajele metodei rezidă în simplitatea ei și în volumul mic de memorie necesar pentru stocarea informației. S-a demonstrat convergența valorilor lui h_t către prețul jocului *(→ Jocuri matriceale)*. Viteza de convergență este mică. S-au preconizat variante modificate, care accelerează convergența.

2.2. Metoda funcțiilor de penalizare (→ *Metoda penalizărilor* și [4]) reduce rezolvarea problemei: să se afle max $(\mathbf{c}, \mathbf{x})$ în condițiile $\mathbf{Ax} \leqq b$, $\mathbf{x} \geqq 0$ la problemele de aflare a maximului necondiționat al funcției $f_k(\mathbf{x}) = (\mathbf{c}, \mathbf{x}) + k\varphi(\mathbf{x})$, unde $\varphi(\mathbf{x})$ reprezintă *funcția de penalizare*, care poate avea, de pildă, forma următoare:

$$\varphi(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{m} \sigma_i \left[(\mathbf{a}_i, \mathbf{x}) - b_i\right]^2 + \sum_{j=1}^{n} \sigma_j x_j,$$

unde

$$\sigma_i = \begin{cases} 0, \text{ dacă } (\mathbf{a}_i, \mathbf{x}) \leqslant \mathrm{b}_i, \\ 1, \text{ dacă } (\mathbf{a}_i, \mathbf{x}) > b_i, \end{cases} \qquad \sigma_j = \begin{cases} 0, \text{ dacă } x_j \geqslant 0 \\ 1, \text{ dacă } x_j < 0. \end{cases}$$

Cînd $k \to \infty$ $(k = 1, 2, \ldots)$, mulţimea de puncte în care se atinge max $f_k(\mathbf{x})$ se apropie de mulţimea soluţiilor problemei primale. Problema de optimizare necondiţionată astfel obţinută se rezolvă prin metode corespunzătoare. *(→ Metodele gradientului în programarea matematică* şi *Metoda penalizărilor).*

Metodele infinite de rezolvare a problemelor de programare liniară prezintă avantajele şi neajunsurile comune acestei clase de metode *(→ Metode numerice de programare matematică).*

3. În legătură cu răspîndirea mare în practică a problemelor de programare liniară se resimte necesitatea unor algoritmi uşor de realizat, care să folosească *particularităţile* structurii matricei condiţiilor sau a funcţiei obiectiv. Aceşti algoritmi pot ti numiţi *particulari.*

3.1. Pentru clasa de *probleme de tip transport** se extind metodele legate de structura simplă a matricei condiţiilor. Metodele fundamentale de rezolvare a problemei transporturilor se reduc fie la metoda simplex, fie la metoda reducerii neconcordanţelor *(→ Problemă de transporturi, Probleme de tip transporturi, Problemă de repartiţie).*

3.2. De utilizarea particularităţilor matricei condiţiilor sînt legate şi metodele de descompunere în blocuri [3], [4]. În cazul utilizării lor se face, în prealabil, o *descompunere a problemei iniţiale.* Dacă în problema iniţială se cere să se afle

$$\max\ (\mathbf{c}, \mathbf{x}), \tag{6}$$

în condiţiile

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}, \tag{7}$$

$$\mathbf{x} \geqq 0, \tag{8}$$

restricţiile (7) se împart, de pildă, în două părţi:

$$\mathbf{A}^{(0)}\, \mathbf{x} = \mathbf{b}_{(0)}, \tag{9}$$

$$\mathbf{A}^{(1)}\, \mathbf{x} = \mathbf{b}_{(1)}, \tag{10}$$

unde $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}^{(0)} \\ \mathbf{A}^{(1)} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} \mathbf{b}_{(0)} \\ \mathbf{b}_{(1)} \end{pmatrix}.$

Metoda de descompunere este de dorit să se aplice atunci cînd condiţiile (10) au o formă simplă, de pildă atunci cînd matricea $\mathbf{A}^{(1)}$ este o matrice-bloc diagonală. Cunoscuta metodă a lui Dantzig-Wolfe a fost elaborată tocmai pentru acest caz (→ *Metode numerice de programare matematică* şi *Programare pe blocuri*). Pentru rezolvarea problemei (6), (8)—(10), pot fi utilizate şi alte scheme analoage metodei simplex duale sau metodei reducerii succesive a neconcordanţelor (→ [4]). S-au elaborat şi alte metode iterative (finite şi infinite) de rezolvare a problemelor cu structură bloc [5].

G. V. Puhova

Bibl. 1. S. Gass, *Linear Programming: Methods and Applications*, McGraw Hill, 1958; 2. G. Zoutendijk, *Methods of Feasible Directions*, Elsevier, 1963; 3. G. B. Dantzig, *Linear Programming and Extensions*, Princeton University Press, 1963; 4. E. G. Golstein, D. B. Iudin, *Novîe napravlenia v lineinom programmirovanii*, „Sovietskoe radio", 1964; 5. B. T. Poleak, N. V. Treteakov, *Ob odnom iteraţionnom metode lineionogo programmirovania i ego ekonomiceskoi interpretaţii*, „Ekonomika i matematiceskie metodî", 1972, v. VIII, fas. 5.

Metode numerice de programare matematică. Capitol al matematicii calculatorii legat de căutarea soluţiilor problemelor de *programare matematică**. O metodă numerică reprezintă un şir de paşi sau *iteraţii** de acelaşi tip.

Metodele finite permit să se obţină o soluţie în cursul unui număr (de obicei necunoscut în prealabil) de paşi. Aşa sînt de pildă, *metoda simplex** în programarea liniară şi *metoda gradientelor conjugate* pentru minimizarea funcţiei pătratice. Domeniul de aplicaţie al metodelor finite se limitează practic la programarea *liniară* şi cea *pătratică*. De fapt, metodele finite dau soluţia cu o anumită eroare, provenind, printre altele, din erorile de rotunjire a numerelor în procesul calculului.

În *metodele infinite* se construieşte un şir de aproximări, din ce în ce mai exacte, ale soluţiei. Întrerupînd procesul după un anumit număr de iteraţii, se poate obţine soluţia cu o precizie dată. În unele cazuri, aplicarea metodelor infinite este raţională chiar şi atunci cînd există metode finite de rezolvare a aceleiaşi probleme. Astfel, pentru problemele de programare liniară foarte voluminoase, utilizarea metodei simplex şi a altor metode finite este îngreuiată întrucît în cadrul lor se efectuează inversarea matricei, în care scop este necesară o capacitate mare de memorie a calculatorului electronic şi, în afară de aceasta, erorile de rotunjire pot să denatureze considerabil rezultatele. În metodele infinite însă nu se efectuează nici un fel de transformări ale matricei iniţiale şi de aceea capacitatea de memorie necesară este mică, iar erorile de rotunjire nu se acumulează.

Se pot distinge patru grupe fundamentale de metode de iteraţie. În *metodele direcţiilor posibile* se construieşte un şir $\mathbf{x}^k$, $k = 0, 1, \ldots$, astfel încît fiecare $\mathbf{x}^k$ satisface toate restricţiile problemei. În apropierea aproximației curente $\mathbf{x}^k$, *funcția* minimizată și *restricțiile* (de obicei numai acelea care sînt esențiale pentru $\mathbf{x}^k$) se aproximează prin altele mai simple (de regulă, liniare sau pătratice). Rezolvînd problema auxiliară de programare liniară sau pătratică astfel obținută, se află *direcția* posibilă (cea care nu duce dincolo de frontiera mulțimii soluțiilor admisibile), care este în același timp și direcția de descreștere a funcției. Deplasarea în această direcție duce la un nou punct $\mathbf{x}^{k+1}$. Ca exemplu pot servi *metoda simplex* în programarea liniară, *metoda proiecției gradientului* și a *gradientului condiționat* în programarea neliniară.

În *a doua grupă de metode* aproximațiile succesive $\mathbf{x}^k$ nu satisfac restricțiile, iar necorelarea în satisfacerea restricțiilor se reduce la zero în cursul iterațiilor. Cu acest prilej se utilizează, de obicei, aceleași procedee de aproximare și rezolvare a problemelor auxiliare ca și în grupa precedentă. Asemenea metode sînt *metoda simplex duală* în programarea liniară și *metoda secționării (retezării)* în programarea convexă (în cadrul acesteia punctul $\mathbf{x}^k$ „se secționează“ prin adăugarea unei noi restricții liniare).

În *a treia grupă de metode* procesul de iterație se desfășoară nu numai pentru variabilele inițiale, dar și pentru cele duale (multiplicatorii lui Lagrange, evaluările optime). Din punctul de vedere al interpretării economice, o iterație constă aici în rezolvarea unei probleme de alegere a variantei optime în cazul unor prețuri date ale resurselor (fără a ține seama de faptul că ele sînt limitate) și în recalcularea ulterioară a prețurilor în funcție de gradul de încălcare a restricțiilor la resurse. Din această grupă face parte *metoda gradientului*, elaborată de *Arrow-Hurwicz-Uzawa*.

Metodele din *grupa a patra* se bazează pe luarea în considerație a restricțiilor cu ajutorul „penalizărilor“ incluse în funcția care se minimizează. Se obține astfel un șir de probleme de minim necondiționat, fiecare dintre acestea rezolvîndu-se cu ajutorul unor metode diferite — *metoda gradientului*, *metoda gradientelor conjugate*, *metoda lui Newton* etc.

Convergența majorității acestor metode este demonstrată în ipoteza că toate funcțiile întîlnite sînt îndeajuns de netede și că există un singur punct de minim. În cazul existenței unor *minimuri locale* (ceea ce este posibil pentru problemele neconvexe) metodele converg, de obicei, către unul din punctele de minim local. Aflarea minimului global în problemele neconvexe este o problemă dificilă și puțin studiată.

Cu ocazia alegerii metodei de rezolvare a unei probleme concrete trebuie să se aibă în vedere mai mulți factori: numărul variabilelor și restricțiilor, proprietățile funcțiilor inițiale, posibilitățile mijloacelor de calcul existente, gradul de precizie cu care este solicitată informația.

Trebuie avut în vedere că o metodă care este preferabilă pentru o problemă se poate dovedi ineficientă pentru alta. Pentru rezolvarea unor probleme de programare matematică de tip special (de pildă, a problemelor de *programare dinamică**) este adeseori mai indicat să se utilizeze metode speciale care țin seama de particularitățile problemelor respective. Dacă calculele se efectuează la calculatoare analogice (și nu numerice), trebuie utilizate variantele continue ale metodelor discrete descrise mai sus (cu acest prilej se construiește traiectoria continuă $\mathbf{x}(t)$, dată prin ecuații diferențiale). Experiența acumulată pînă acum în domeniul rezolvării problemelor de programare matematică se referă în special la problemele de programare *liniară* și *pătratică*. Rezolvarea problemelor neliniare este insuficient studiată și relativ complexă. Astfel, chiar pentru rezolvarea unor probleme neliniare de mici dimensiuni, este necesar să se utilizeze calculatoare, iar o problemă neliniară cu cîteva zeci de variabile poate să depășească chiar și capacitatea unui calculator electronic puternic.

Atît în elaborarea metodelor de programare matematică cît și în utilizarea lor, un rol esențial revine interpretării economice a problemelor. Pe de o parte, examinînd mecanismele economice reale ale funcționării optime a sistemelor (de pildă, mecanismul prețurilor), se pot preconiza analogiile lor matematice ca metode de aflare a extremumului. Asemenea analogii economice au contribuit în mare măsură la elaborarea unor metode de programare matematică ca *metoda precizării succesive a estimațiilor*, *metoda gradientului elaborată de Arrow-Hurwicz-Uzawa* și altele. Pe de altă parte, metodele matematice de aflare a extremumului pot fi considerate și ca metode de conducere a unui sistem economic, care duc la optimul acestuia. Astfel, *metoda de descompunere* poate fi interpretată ca un proces de planificare într-un sistem ierarhic, în care centrul nu dispune de informații asupra structurii diferitelor blocuri *(→ Programare pe blocuri)*.

B. T. Poleak

Bibl. 1. G. Zoutendijk, *Methods of Feasible Directions. A Study in Linear and Nonlinear Programming*, Elsevier Pub. Co., 1960; 2. K. J. Arrow, L. Hurwicz, H. Uzawa, *Studies in Linear and Nonlinear Programming*, Stanford University Press, 1958; 3. V. F. Demianov, A. M. Rubinov, *Priblijonnîe metodî reșenia ekstremalnîh zadaci*, Izd. L.G.U., 1968; 4. S. I. Zuhovițki, L. I. Avdeeva, *Lineinoe i vîpukloe programmirovanie*, „Nauka", 1967; G. Hadley, *Nonlinear and Dynamic Programming*, Addisson-Wesley Publishing Co, 1964; 6. W. I. Zangwill, *Nonlinear Programming. A Unifed Approach*, Prentice-Hall, Englewood Clifs, 1969.

Metodele gradientului în programarea matematică. Metode de rezolvare a unor *probleme de extremum**, adică de aflare a minimului (maximului) unei funcţii $f(\mathbf{x})$, în care $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n)$ este un punct din spaţiul n-dimensional. Aceste metode prevăd construirea cu ajutorul gradientului

$$f'(\mathbf{x}) = \frac{\partial f(x)}{\partial x_1}, \ \ldots, \ \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_n}$$

al funcţiei $f(\mathbf{x})$ a unei succesiuni de puncte $\mathbf{x}^i$, $i = 0, 1 \ldots$ în aşa fel încît această succesiune să conveargă spre punctul extrem. Utilizarea m.g. conduce la aflarea unui *extremum* local *al funcţiei**. Numai în cazul în care problema respectivă are proprietăţi de convexitate corespunzătoare putem fi siguri că procesul converge spre punctul de extremum global. De regulă, m.g. dau soluţia exactă după un număr infinit de paşi; numai în unele cazuri speciale soluţia se obţine după un număr finit de paşi.

M.g. se împart în două grupe: căutarea extremumului funcţiei $f(\mathbf{x})$ în absenţa unor restricţii impuse lui (minimizare sau maximizare absolută) şi căutarea extremumului lui $f(\mathbf{x})$ cu restricţii impuse lui $\mathbf{x}$. În cele ce urmează, pentru fixarea ideilor ne vom ocupa numai de probleme de minimizare.

M.g. de minimizare necondiţionată pot fi împărţite, prin convenţie, în trei tipuri: metodele de ordinul unu, metodele de ordinul doi şi *metodel gradientului conjugat*.

În cazul metodelor de ordinul unu trecerea de la punctul $\mathbf{x}^{i-1}$ la punctul $\mathbf{x}^i$ (iteraţia a i-a) se face după formula:

$$\mathbf{x}^i = \mathbf{x}^{i-1} - \varepsilon \cdot f'(\mathbf{x}^{i-1}),$$

în care $f'(\mathbf{x}^{i-1})$ este gradientul funcţiei $f(\mathbf{x})$ în punctul $\mathbf{x}^{i-1}$; scalarul ε se alege în conformitate cu unele considerente (de exemplu, ε este o mărime constantă dată aprioric sau se alege pentru fiecare pas după considerente de minimizare a lui $f(\mathbf{x})$ în direcţia coborîrii celei mai rapide, $f'(\mathbf{x}^{i-1})$.

În cazul metodelor de ordinul doi se utilizează matricea derivatelor parţiale de ordinul doi ale funcţiei $f(\mathbf{x})$

$$\mathrm{f}''(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial^2 \mathrm{f}(\mathbf{x})}{\partial^2 x_1} & \ldots & \dfrac{\partial^2 \mathrm{f}(\mathbf{x})}{\partial x_n \partial x_1} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \dfrac{\partial^2 \mathrm{f}(\mathbf{x})}{\partial x_1 \partial x_n} & \ldots & \dfrac{\partial^2 \mathrm{f}(\mathbf{x})}{\partial^2 x_n} \end{pmatrix}.$$

Trecerea de la punctul $\mathbf{x}^{i-1}$ la punctul $\mathbf{x}^{i}$ (iterația a i-a) se face după formula:

$$\mathbf{x}^{i} = \mathbf{x}^{i-1} - (f''(\mathbf{x}^{i-1}))^{-1} \cdot f'(\mathbf{x}^{i-1}),$$

în care $(f''(\mathbf{x}^{i-1}))^{-1}$ este inversa matricei $f''(\mathbf{x}^{i-1})$.

Avantajul metodelor de ordinul unu constă în simplitatea de calcul al gradientului și în absența unor dificultăți de calcul în punctele depărtate de extremum. Neajunsul constă în convergența lentă a succesiunii punctelor $\mathbf{x}$ în vecinătatea punctului minim. Avantajul metodelor de ordinul doi este convergența rapidă în vecinătatea punctului de minim. Dezavantajele constau în dificultatea de a calcula matricea $f''(\mathbf{x})$ și de a o inversa în cazul în care dimensiunea vectorului este mare, precum și în absența convergenței la începutul calculului într-un punct depărtat de extremum.

M.g. conjugați este o încercare de a se reuni avantajele acestor două metode înlăturîndu-se în același timp neajunsurile lor. În primele iterații această metodă se comportă ca o metodă de ordinul întîi, dar, pe măsură ce crește numărul de iterații, comportamentul ei ajunge să semene tot mai mult cu comportamentul metodei de ordinul doi. Totodată, atunci cînd se recurge la **m.g.** conjugați nu trebuie să aflăm $(f''(\mathbf{x}))^{-1}$. Ideile-cheie ale acestei metode se bazează pe faptul că $f(\mathbf{x})$ este apropiată de o funcție pătratică și constau în formarea unui șir de direcții de coborîre calculabile prin recurență $\mathbf{p}^0, \ldots, \mathbf{p}^{n-1}$, care satisfac condiția $\mathbf{p}^i f''(\mathbf{x}) \mathbf{p}^j = 0, 0 \leqslant j < i$. Aceste direcții se numesc *conjugate*. În cazul în care funcția $f(\mathbf{x})$ este pătratică coborîrea succesivă pe direcțiile conjugate oferă soluția după n pași.

În cazul unor restricții, adică pentru a se afla $f(\mathbf{x})$ cu respectarea condițiilor $g_j(\mathbf{x})^{i-1} \geqslant 0$, $(j = 1, \ldots, m)$ se utilizează două tipuri de metode cu gradient: *metoda proiecției gradientului* și *metoda direcțiilor posibile*. În cazul metodelor de proiecție a gradientului pentru punctul $\mathbf{x}^{i-1}$, care satisface restricțiile $g^i(\mathbf{x}^{i-1}) \geqslant 0$, $j = 1, \ldots, m$, se calculează $f'(\mathbf{x}^{i-1})$. După aceasta, se stabilește care dintre restricțiile $g_j(\mathbf{x}) \geqslant 0$ pot să nu fie respectate la o deplasare în sens opus gradientului, efectuîndu-se într-un mod sau altul o proiecție a gradientului asupra acestor restricții. Trecerea la punctul $\mathbf{x}^{i}$ se realizează în direcția obținută.

În cazul metodelor direcțiilor posibile se determină conul de direcții, construit în punctul $\mathbf{x}^{i-1}$, care nu ne conduce dincolo de limitele mulțimii de soluții admisibile $g_j(\mathbf{x}) \geqslant 0$, $j = 1, \ldots, m$. După aceea, printre direcțiile aparținînd acestui con se caută aceea pe care funcția $f(\mathbf{x})$ descrește cel mai repede și se efectuează „coborîrea“ pe această direcție. Se consideră că orientările cele mai de perspectivă de utilizare a **m.g.**

pentru rezolvarea unor probleme de extremum în prezenţa unor restricţii impuse vectorului **x** ar fi reducerea acestor probleme la probleme de minimizare necondiţionată, prin recurgerea la diferite metode cu funcţii de penalizare.

A. V. Lotov, A. A. Petrov

Bibl. 1. G. Hadley, *Nonlinear and Dynamic Programming,* Addison-Wesley Publ. Co, 1964; 2. A. Fiacco, G. McCormick, *Nonlinear Programming,* Wiley, 1968.

Model. Unul dintre cele mai importante instrumente de cunoaştere ştiinţifică, o imagine convenţională a obiectului de cercetare (sau de conducere). **M.** se construieşte de către subiectul cercetării (sau al conducerii, → *Observator*), astfel încît să reflecte caracteristicile obiectului (atributele, relaţiile reciproce, parametrii structurali şi funcţionali etc.), esenţiale pentru *scopul* cercetării. De aceea, problema calităţii acestei reflectări, adică a măsurii în care **m.** este *adecvat* obiectului, poate fi corect rezolvată numai în raport cu scopul stabilit.

M. poate avea importanţă practică numai cu condiţia ca analiza sa (prin experimentare activă, prin cercetare deductivă etc.) cu mijloacele pe care le are la dispoziţie subiectul cercetării să fie mai accesibilă acestuia decît studierea nemijlocită a obiectului. Construirea **m.** pe baza studierii preliminare a obiectului şi a stabilirii caracteristicilor sale esenţiale, analiza experimentală şi (sau) teoretică a **m.**, compararea rezultatelor cu datele privind obiectul, corectarea **m.** ş.a.m.d. alcătuiesc conţinutul metodei *modelării*. Premisa accesibilităţii relativ mai mari a **m.** la analiză în comparaţie cu obiectul o constituie faptul că modelarea duce, de regulă, la o imagine simplificată a obiectului (excepţie pot face cazurile în care un sistem abstract este considerat ca un **m.** al unui alt sistem, de asemenea abstract).

Există numeroase definiţii (cîteva zeci) şi clasificări ale **m.** în raport cu sarcinile diferitelor ştiinţe. Cea mai strictă şi cea mai generală dintre ele se bazează pe noţiunile de *homomorfism** şi *izomorfism**. Imaginea obiectului de cercetare, care se formează în mintea observatorului în conformitate cu scopul său, este *homomorfă* — simplificată, întrucît abstracţia, neglijarea acelor proprietăţi ale obiectului care sînt neesenţiale din punctul de vedere al scopului considerat este o condiţie necesară a oricărei cercetări. În continuare, observatorul construieşte **m.** propriu-zis: un *sistem** abstract sau material, *izomorf* cu imaginea simplificată, formată anterior, cu privire la setul de atribute (sau relaţii) stabilite. Mai formalizat se poate spune: din două sisteme M_1 şi M_2, fiecare este **m.** celuilalt, dacă există o imagine homomorfă N_1 a sistemului M_1 şi o imagine homomorfă N_2 a sistemului M_2, care sînt izomorfe între ele.

M. se numeşte abstract (conceptual) sau material (fizic) în funcţie de mijloacele de modelare alese. **M.** abstract poate fi, printre altele, un sistem de expresii matematice, care descriu caracteristicile obiectului modelării şi relaţiile dintre ele *(modelul matematic)*. **M.** cu valori numerice concrete ale caracteristicilor se numesc **m.** *numerice*, **m.** prezentate cu ajutorul unor expresii logice se numesc **m.** *logice*, **m.** reprezentate prin imagini grafice — **m.** *grafice* (grafice, diagrame, desene). În categoria **m.** logice se includ, de obicei, schemele-bloc ale algoritmilor şi programele de calcul la calculatoarele electronice. **M.** realizate cu ajutorul calculatoarelor electronice se numesc şi **m.** *electronice*; în funcţie de tipul maşinilor de calcul cu ajutorul cărora se realizează modelarea, se disting **m.** analogice şi **m.** discrete (numerice). Baza lor o constituie **m.** matematic, în sensul larg al acestui termen. În acelaşi timp, **m.** analogice pot fi considerate şi ca **m.** materiale, întrucît, în ultimă analiză, ele se bazează pe obţinerea unei imagini fizice (electrice, mecanice, hidraulice ş.a.m.d.) a procesului cercetat. O mare răspîndire au, de asemenea, unele **m.** materiale ca machetele de dimensiuni reduse, **m.** în stare de funcţionare ale diferitelor aparate şi dispozitive, aparatele pentru antrenamente etc.

M. poate reflecta structura internă a obiectului şi poate reproduce relaţiile dintre elementele sale; aşa sînt, de pildă, sistemele de modelare ale *planificării de compoziţie**. În alte cazuri, cînd structura internă a obiectului nu este accesibilă cercetării, **m.** reflectă numai comportamentul sau funcţionarea acestuia, determinînd dependenţele dintre acţiunile asupra obiectului şi stările sale (→ *Cutie neagră*). **M.** la construirea cărora se urmăreşte obiectivul determinării unei asemenea stări a obiectului, care să fie cea mai bună într-un anumit sens sau cea mai acceptabilă din punctul de vedere al subiectului modelării, se numesc **m.** *normative*. **M.** destinate să explice faptele observate sau să asigure prognoza comportamentului obiectului se numesc *descriptive*. Cu alte cuvinte, **m.** normative răspund la întrebarea: „Cum trebuie să fie?“, iar cele descriptive — la întrebările: „Cum este?“ sau „Cum va fi?“. Ştiinţa economică utilizează de mult **m.** Unul dintre cele dintîi **m.** *macroeconomice** a fost modelul reproducţiei al lui F. Quesnay (1758). O mare importanţă ştiinţifică o au **m.** reproducţiei sociale ale lui K. Marx şi V.I. Lenin. Dezvoltarea în continuare a modelării proceselor economice este strîns legată de complexul de *metode economico-matematice**. Eficienţa utilizării **m.** este determinată de fundamentarea ştiinţifică a premiselor lor, de abilitatea cercetătorului de a scoate în evidenţă caracteristicile esenţiale ale obiectului modelării (→ *Modele economico-matematice*).

V. I. Danilov-Danilian, E. Z. Maiminas

Bibl.: 1. W. I. Ross Ashby, *Introducere în cibernetică*, Editura tehnică, 1972; 2. *Matematiceskaia loghika i eio primenenia*, „Mir", 1965; 3. I. Gastev, *Model*, *Filosofskaia enţiklopedia*, v. 3, „Sovietskaia enţiklopedia", 1964; V. S. Nemcinov, *Ekonomiko-matematiceskie metodî i modeli*, „Mîsl", 1965.

Model al ramurii (economico-matematic). Reflectare printr-o expresie matematică a celor mai importante atribute şi relaţii ale ramurii ca celulă a sistemului social-economic. **M.r.** este un sistem izomorf *(→ Izomorfism)* al reflectării simplificate *(homomorfe)* a obiectului cercetării; cu alte cuvinte, în realitate, se modelează întotdeauna o anumită imagine a ramurii, obţinută prin intermediul *transformării** ei univoce, orientate spre un anumit scop, care simplifică mai mult sau mai puţin atributele sale. Din punctul de vedere al gradului acestor simplificări se disting **m.r.** ca element al structurii instituţionale a economiei şi ca verigă a structurii tehnologice şi de producţie a economiei *(→ Structura sistemului social-economic)*, modele generale ale ramurii şi modele locale ale ramurii, modele agregate şi modele detaliate, modele probabiliste şi modele deterministe. **M.r.** se mai împart, în modele normative (cu variabile discrete sau continue, matriceale sau de reţea, în două etape sau în mai multe etape) şi modele descriptive *(→ Modele economico-matematice)*. Orice **m.r.** normativ reflectă o mulţime de relaţii admisibile între variabilele care caracterizează atributele şi stările obiectului modelării şi mediul înconjurător al acestuia, sub forma unor restricţii funcţionale, precum şi un criteriu de optim, sub forma unei funcţii obiectiv, construită în aşa fel încît unei valori mai mari (sau mai mici) a acesteia să-i corespundă o stare mai bună a ramurii din punctul de vedere al acestui criteriu. Modelele normative se utilizează pentru planificarea optimă a activităţii ramurii. Modelele descriptive ale ramurii descriu manifestările, constatate în realitate, ale legităţilor proceselor sale de funcţionare şi forma interacţiunii factorilor ce influenţează caracterul acestor procese, fără însă a reflecta mecanismul interacţiunii. Modelele descriptive se utilizează pentru prognoza activităţii ramurii.

Într-un model normativ al ramurii ca celulă a structurii instituţionale a economiei, funcţia obiectiv reflectă criteriul intern de optim, care este produsul autocunoaşterii colectivului respectiv de oameni ai muncii în condiţiile sociale date *(→ Criteriu de optim)*. Acest model include neapărat restricţii funcţionale de tipul balanţelor financiare şi de credit ale ramurii, care exprimă în mod mijlocit relaţiile ei de producţie cu celelalte celule ale structurii instituţionale a economiei în condiţiile deciziilor alese şi ale stării sau traiectoriei planificate a dezvoltării ramurii. Un model descriptiv de acest gen trebuie să descrie influenţarea procesului de funcţionare a ramurii nu numai de către factorii materiali (modificările resurselor de materii prime, ale fondurilor fixe, forţei de muncă etc.), ci și de către factorii financiari, care mijlocesc relațiile de producție menționate. Construirea și utilizarea corectă a acestor modele este posibilă numai în cadrul sistemelor de modele *(→ Planificare social-economică)*, în care indicatorii valorici, care participă la formarea funcției obiectiv și a balanțelor financiare și de credit ale modelului normativ sau la estimarea parametrilor corespunzători ai modelului descriptiv al ramurii, se obțin în procesul efectuării calculelor ocazionate de celelalte modele ale sistemului.

Pentru **m.r.** ca celulă a structurii tehnologice și de producție a economiei toate acestea nu sînt neapărat necesare. În asemenea modele normative restricțiile funcționale reflectă doar balanțele natural-materiale, iar funcția obiectiv este un criteriu exterior, dedus dintr-un anumit criteriu al unei verigi de la un nivel mai înalt al structurii tehnologice și de producție a economiei, de regulă, sub forma sumei beneficiului sau a cheltuielilor recalculate. Modelul descriptiv al ramurii poate reprezenta în acest caz un sistem de *funcții de producție** obișnuite.

Modelul general al ramurii este un model în care toate caracteristicile de stare sînt reflectate prin parametri endogeni. Modelul general normativ al ramurii permite să se aleagă variantele de construire, reconstruire și exploatare a celulelor economice care intră în ramură, cele mai eficiente din punctul de vedere al criteriului de optim, reflectat prin funcția obiectiv, să se determine intensitățile aplicării diferitelor procedee tehnologice de producție, sortimentul și volumul producției și desfacerii produselor și al utilizării resurselor de producție, de muncă, a resurselor naturale și financiare corespunzătoare acestor variante și permite să se stabilească direcțiile și volumul transporturilor de produse ale ramurii în vederea consumului productiv și a consumului final în cazul în care este necesară rezolvarea acestor probleme în cadrul modelului ramurii respective. În afară de aceasta, prin intermediul calculelor pe care le comportă modelul, se determină evaluările care caracterizează eficiența la nivelul ramurii a diferitelor resurse și a producției fabricate *(→ Evaluări optime)*.

Restricțiile funcționale ale unui asemenea model trebuie să reflecte corelațiile dintre caracteristicile stării ramurii, în fiecare an din perioada planificată și parametrii stării ei inițiale (de pildă, capacitățile de producție, stocurile de producție curente, soldul financiar și de credit etc., la începutul perioadei planificate), precum și caracteristicile de stare ale mediului exterior ramurii (de pildă, limitele consumului de resurse deficitare în cadrul ramurii, obligatorii pentru îndeplinirea de către aceasta a sarcinilor privind producția unor categorii de produse; în cazul în care funcția obiectiv a modelului reflectă suma minimizată a cheltuielilor pentru producția, transportul și utilizarea producției ramurii, aceste sarcini se stabilesc pentru producţia tuturor categoriilor de producţie finală ale acesteia). În cadrul acestor corelaţii intră: balanţele producţiei, consumului şi repartiţiei producţiei ramurii; balanţele stocurilor şi ale consumului, în cadrul ramurii, de resurse materiale primite din afara ei; balanţele capacităţilor de producţie; balanţele stocurilor de producţie curente şi ale rezervelor; balanţele resurselor de muncă şi ale cadrelor calificate; balanţele financiare şi de credit, precum şi unele restricţii speciale, în primul rînd cele care asigură corelarea planului ramurii, întocmit pe baza modelului, cu planurile altor celule economice.

Un asemenea model reprezintă o problemă generală de *programare matematică**.

Modelul general descriptiv al ramurii permite efectuarea prognozei: proporţiilor celor mai probabile ale aplicării în cadrul ramurii a diferitelor procedee tehnologice de producţie, ale sortimentului şi volumului producţiei şi realizării producţiei, precum şi ale consumului diferitelor resurse în funcţie de modificările alternative cele mai probabile sau posibile ale parametrilor, care caracterizează proprietăţile elementelor de structură ale ramurii şi starea în viitor a mediului său extern. Acest model poate fi un model de simulare *(→ Modelare statistică)* şi poate să conţină ca elemente de structură modele de regresie, de corelaţie etc. ale parametrilor menţionaţi mai sus *(→ Analiză de regresie, Analiză de corelaţie, Statistică matematică)*, precum şi caracteristicile de stare ale ramurii.

În modelele locale de ramură, parametrii endogeni reflectă numai unele caracteristici de stare ale ramurii, în timp ce celelalte sînt descrise de indicatori exogeni, ale căror valori sînt determinate în afara modelului dat şi apar ca nişte constante ale lui. De regulă, construirea modelelor locale ale ramurii, urmată de corelarea lor ulterioară, constituie un mijloc tehnic de înlăturare a dificultăţilor, care apar cu ocazia utilizării modelului general al ramurii ca urmare a dimensiunilor sale considerabile. Din punct de vedere matematic, această abordare a modelării ramurii este o abordare de decompoziţie şi utilizează sub diferite forme principiul descompunerii. Descompunerea modelului general al ramurii într-un complex de modele locale se poate realiza după criteriul funcţional, după cel structural sau după criteriul timpului.

Ca exemple de modele locale de ramură, defalcate după un criteriu funcţional, sînt modelele de planificare şi prognoză a proporţiilor de producţie fundamentale ale dezvoltării ramurii, modelele de repartizare teritorială şi de specializare a întreprinderilor din ramură, modelele aprovizionării lor tehnico-materiale (ale alocării optime de la anumiţi furnizori a resurselor), modelele de repartiţie a programului de producţie al ramurii pe întreprinderi şi în timp etc.

În modelele de planificare a proporțiilor fundamentale ale dezvoltării producției ramurii, de regulă, se presupun fixate relațiile de repartiție a producției pe diferitele ei întreprinderi și între procesele tehnologice ale nivelurilor ierarhice inferioare ale structurii tehnologice și de producție, iar în interiorul modelului se determină corelațiile dintre producția diferitelor categorii de produse finale ale ramurii (→ *Produs final*) sau realizarea unor procese de producție puternic agregate (→ *Agregare*). În schimb, în modelele de repartizare teritorială și de specializare a întreprinderilor ramurii, indicatorii producției produsului final al ramurii apar ca niște constante și se caută valorile variabilelor care caracterizează structura repartiției investițiilor și a producției pe diferitele întreprinderi. În modelele de repartiție a sarcinilor de producție pe întreprinderile ramurii apare ca fixată și structura repartiției investițiilor și, drept urmare, deciziile cu privire la amplasarea întreprinderilor noi și reconstrucția întreprinderilor existente se descriu cu ajutorul unor parametri exogeni.

În cazul descompunerii unui model general al ramurii după criteriul structural se disting următoarele modele locale:

— modele monoprodus (spre deosebire de modelul general, multiprodus, al ramurii), cu ajutorul cărora se descriu sarcinile dezvoltării și repartizării teritoriale a producției unor produse omogene sau a cîtorva produse diferite, dar parțial sau integral interschimbabile în sfera producției sau a consumului produselor, care în mod artificial sînt reduse la un produs convențional;

— modele cu o singură treaptă (spre deosebire de modelul general al ramurii în mai multe trepte), în cadrul cărora se iau în considerație legăturile unui proces de producție din cadrul ramurii cu celelalte procese numai după materia primă sau numai după producția finită;

— modele de producție (spre deosebire de modelul general de transporturi și producție al ramurii) în cadrul cărora nu se ia în considerație modificarea cheltuielilor de transport specifice în funcție de deciziile referitoare la dezvoltarea și repartizarea teritorială a producției.

În cazurile în care parametrii fixați ai ramurii caracterizează starea ei după criterii care în realitate sînt neesențiale pentru ramura respectivă, localizarea corespunzătoare a **m.r.** este nimerită și în cazul unei utilizări de-sine-stătătoare a modelului.

Ca model local al ramurii, obținut prin descompunerea modelului general al ramurii după criteriul structural, se poate considera și *modelul întreprinderii**, însă numai atunci cînd criteriul de optim al ramurii este aditiv în raport cu criteriile de optim ale întreprinderilor respective. Această condiție este întotdeauna îndeplinită în **m.r.** ca celulă a structurii tehnologice și de producție a economiei. Ea poate însă să nu fie îndeplinită în **m.r.** ca verigă a structurii instituționale a economiei, deoarece în acest caz fiecare dintre întreprinderi este, la rîndul său, o verigă a unui nivel mai coborît al structurii respective și are un criteriu de optim interior specific, care exprimă interesele sale imanente și care nu coincide neapărat cu rezultatul reducerii criteriului de ramură la întreprinderea respectivă. În această situaţie, **m.r.** reflectă numai interesele emergente *(→ Emergenţă)* ale sistemului format din întreprinderile respective, iar construirea modelului general al unui asemenea sistem este posibilă numai prin reunirea **m.r.** şi a modelelor întreprinderilor pe baza principiului compoziţiei *(→ Planificare de compoziţie).*

Modelul general al ramurii este un model dinamic, adică reprezintă o problemă în mai mulţi paşi, în care decizia în cadrul fiecărui pas depinde de informaţia obţinută şi de deciziile adoptate în cadrul paşilor anteriori. O manifestare particulară, însă foarte importantă, a acestei proprietăţi a modelului este dependenţa de timp a mărimilor şi parametrilor săi variabili, existenţa în cadrul modelului a unor restricţii funcţionale, care reflectă relaţiile dintre stările succesive în timp ale ramurii în ansamblu şi ale diferitelor ei elemente structurale şi funcţia obiectiv, care integrează valorile criteriului de optim al ramurii în funcţie de timp în perioada pentru care se întocmeşte modelul. Dificultăţile pe care le implică calculele întemeiate pe modelul dinamic duc adeseori la necesitatea descompunerii modelului după criteriul timpului într-un complex de modele locale statice. Fiecare asemenea model reflectă starea, atributele şi relaţiile ramurii în condiţiile dintr-un anumit moment (un an intermediar sau final al perioadei planificate). Uneori, are o valoare de-sine-stătătoare utilizarea autonomă a acestui gen de modele pentru ultimul an al perioadei planificate, urmînd ca ulterior să se facă determinarea neformalizată a stărilor elementelor structurale ale ramurii în anii intermediari ai acestei perioade. În toate aceste cazuri, ca şi în cazul utilizării nemijlocite a modelului dinamic, una dintre problemele cele mai importante este actualizarea corectă a efectului stării ramurii în diverse momente de timp, întrucît valoarea intrărilor şi a consumului de resurse în aceste momente este diferită.

Fiecare model local al ramurii se caracterizează prin unul sau mai multe dintre criteriile de localizare amintite mai sus.

M.r. poate fi mai mult sau mai puţin detaliat sau agregat. Agregarea parametrilor modelului, a cărei necesitate apare în legătură cu dificultăţile pe care le implică utilizarea unor modele normative şi construirea unor modele descriptive de mari proporţii, se poate realiza după diferite criterii şi combinaţii ale acestora, şi anume: pornind de la unitatea tehnologică, de consum sau economică a elementelor structurale ale ramurii. Agregarea după criteriul unităţii economice, cînd coeficienţii de ponderare pentru parametrii elementelor structurale primare ale ramurii sînt nişte indicatori valorici, permite să se construiască un macromodel al ramurii agregat la maximum. Utilizarea modelelor de acest gen are sens numai ca unul dintre instrumentele de *prognoză** pe termen lung a dezvoltării întregii economii naționale. Utilizarea tehnicii *agregării iterative** într-o serie de cazuri, cînd această tehnică este dusă pînă la starea de aplicabilitate practică, oferă posibilitatea să se construiască un **m.r.** care reflectă transformarea biunivocă (din punctul de vedere al detalierii descrierii) a ramurii ca obiect de cercetare sau planificare. Utilizarea unor asemenea modele este rațională în *planificarea* curentă și în *reglare**.

M.r. pot fi probabiliste sau deterministe. Un model probabilist corespunde mai mult naturii reale a ramurii ca celulă a sistemului social-economic și se distinge prin faptul că parametrii care caracterizează atributele și condițiile de funcționare a ramurii, precum și variabilele care descriu stările ei sînt fie parțial, fie în totalitate, niște mărimi aleatoare, iar relațiile dintre ele se reprezintă prin dependențe stochastice sau, în sfîrșit, informația inițială este alcătuită din mărimi aleatoare. Un model probabilist al ramurii reprezintă o descriere matematică cu ajutorul căreia pot fi determinate univoc repartițiile probabilităților caracteristicilor de stare a ramurii, dacă sînt date legile de repartiție a probabilităților parametrilor, aleatori sau (și) valorile exacte ale parametrilor determinați ai atributelor și condițiilor de funcționare a ramurii și a informației inițiale. În momentul de față nu există algoritmi eficienți pentru calculele pe care le implică acest gen de modele normative, iar informația necesară pentru construirea lor este în majoritatea cazurilor insuficientă. Cu toate acestea, modelele descriptive și în special modelele stochastice de simulare ale ramurii pot fi construite și ele se utilizează în diferite țări în practica de prognoză a dezvoltării economiei.

M.r. normative cunoscute sînt, în general, deterministe și permit să se stabilească univoc valorile stărilor variabile ale ramurii prin parametrii care descriu atributele ei, condițiile de activitate și informația inițială, concomitent cu examinarea laolaltă a corelațiilor care alcătuiesc modelul. Acești parametri se reprezintă, de regulă, prin niște mărimi medii.

Neajunsurile acestei reprezentări a lor pot fi înlăturate dacă **m.r.** normativ determinist se completează cu un model descriptiv probabilist (sau cu mai multe modele descriptive) de prognoză a valorilor parametrilor amintiți, care este conectat cu el prin canalele corespunzătoare de conexiune directă și inversă.

M.r. se deosebesc, de asemenea, prin schemele matematice de formalizare a unui anumit atribut al ramurii considerate ca un sistem mare.

De pildă, descrierea formală a unui atribut al ramurii cum este dependența neliniară a cheltuielilor de proporțiile producției în cadrul modelului normativ respectiv al ramurii poate fi realizată cu ajutorul unor variabile discrete sau continue.

În modelele cu variabile discrete, elementele de structură fundamentale sînt variantele posibile de realizare a fiecărui proces de producţie, elaborate pe baza analizei tehnico-economice prealabile sau proiectele de construcţie, reconstrucţie şi exploatare a fiecărei întreprinderi în ipoteza că oricare asemenea variantă sau proiect poate să fie sau poate să nu fie inclusă în planul ramurii. Cheltuielile şi efectul se stabilesc numai pentru aceste variante sau proiecte.

În modelele cu variabile continue se utilizează funcţii neliniare de dependenţă a cheltuielilor şi efectului de proporţiile producţiei. Modelele descriptive de acest gen se construiesc în prealabil pe baza sintetizării statistice a observaţiilor asupra funcţionării ramurii în trecut şi se introduc în modelul normativ cu scopul calculului indicatorilor tehnico-economici ai activităţii celulelor ramurii în însuşi procesul de rezolvare a problemei respective. Aceasta din urmă conţine, de asemenea, restricţii funcţionale, care reflectă diapazoanele admisibile ale modificărilor variabilelor de stare. În numeroase cazuri însă introducerea în model a variabilelor discrete este o consecinţă necesară a dezvoltării în salturi a elementelor bazei de producţie a ramurii, care are loc în realitate, precum şi a absenţei informaţiei necesare în vederea elaborării funcţiilor amintite, pentru unele intervale de modificare a proporţiilor producţiei.

În mod analog, se disting modele de ramură matriceale şi în reţea. În modelele de ramură matriceale de transporturi şi producţie, se fixează în prealabil itinerariile şi se calculează cheltuielile de transport totale, iar în modelele în reţea, aceste cheltuieli se determină nemijlocit în procesul calculelor pe care le comportă modelul, utilizînd informaţia primară cu privire la diferitele verigi ale reţelei de transporturi, a cărei descriere este cuprinsă în model.

În sfîrşit, **m.r.** pot fi în mai multe etape şi în două etape. Modelele cu mai multe etape descriu într-o formă explicită legăturile dintre diferitele elemente structurale ale ramurii, utilizîndu-se informaţia primară cu privire la aceste legături, în timp ce în modelele cu două etape se utilizează reflectarea lor generalizată prin calculul prealabil al indicatorilor derivaţi, care caracterizează variantele posibile (raţionale) ale legăturilor în fiecare şir de elemente structurale ale ramurii. Cu acest prilej, cheltuielile şi efectul se calculează pentru întregul complex. În multe cazuri această abordare este singurul mijloc posibil de a evidenţia proprietăţile emergente ale şirurilor amintite, de pildă efectul aglomerării producţiei şi a proceselor de transport.

Ca scheme matematice în cazul modelării normative a ramurii se utilizează problema generală de *programare liniară**, problema amestecurilor, *problema de repartiţie**, *problema de transporturi** ş.a.

M. G. Zavelski

Bibl. 1. *Problemî optimalnogo funkţionirovania soţialisticeskoi ekonomiki*, „Nauka", 1973; 2. M. G. Zavelski, *Optimizaţia otraslevogo planirovania*, „Ekonomika", 1967; 3. *Otraslevîe ekonomiko-matematiceskie modeli*, „Progress", 1967; 4. *Osnovnîie polojenia optimalnogo planirovania razvitia i razmeşcenia proizvodstva*, „Nauka", 1968; 5. *Prognozirovanie kapitalisticeskoi ekonomiki. Problemî metodologhii*, „Mîsl", 1970.

Model dinamic al balanţei legăturilor dintre ramuri. Caz particular al *modelului dinamicii economice*, bazat pe principiul *balanţei legăturilor dintre ramuri*. Marea importanţă practică a modelului derivă din faptul că informaţia iniţială, necesară pentru elaborarea lui, este special adaptată la sistemul existent de culegere şi prelucrare a indicatorilor statistici şi de plan. Modelul cuprinde n produse şi n ramuri de producţie, fiecare ramură producînd cîte un singur produs. Într-o ramură se reunesc toate procesele de producţie a unui produs, agregate într-o reţetă de fabricaţie. Intensitatea utilizării reţetei se măsoară cu volumul producţiei produsului respectiv. Producţia anuală a unui produs este limitată de capacităţile de producţie existente în cadrul ramurii. Ca unitate se ia capacitatea necesară pentru producţia unei unităţi de produs.

În cadrul modelului timpul este discret, iar intervalul dintre două momente succesive este egal cu un an. Durata unui ciclu de fabricaţie în cadrul ramurilor este, de regulă, cu mult mai mică decît un an şi de aceea cheltuielile şi volumul producţiei se raportează la unul şi acelaşi moment de timp. În schimb, procesele de creare a unor noi capacităţi pot avea o durată mai mare de un an. Pentru a evita complicaţiile legate de introducerea unor parametri care ţin seama de decalajele de timp, se descrie mai jos un model în care durata construcţiei este considerată egală cu un an.

Informaţia tehnologică este dată de: matricea $A=(a_{ij})$, de ordinul $n\times n$, a *coeficienţilor consumurilor (cheltuielilor) directe, de* matricea $B=(b_{ij})$, de dimensiuni $s\times n$, $s\leqslant n$, a *coeficienţilor de investiţii sau de fonduri*, vectorul $\mathbf{w}$ al coeficienţilor cheltuielilor specifice de muncă şi şirul $\{\mathbf{w}(t)\}_i^T=D$ al succesiunii volumelor de muncă. Aici a_{ij} reprezintă cantitatea de produse a ramurii i necesară pentru producerea unei unităţi de produs din ramura j; b_{ij} — cantitatea de produse din ramura i necesară pentru crearea unei unităţi de capacităţi de producţie în ramura j; w_i — consumul de muncă necesar pentru obţinerea unei unităţi de produs din ramura i; $w(t)$ — volumul resurselor de muncă existente în anul t. Elementele matricelor A şi B pot fi obţinute prin prelucrarea informaţiei cu privire la legăturile dintre ramuri. Vom nota cu $\mathbf{x}(t)$ şi $\mathbf{m}(t)$ vectorii ale căror componente de ordinul $x_i(t)$ şi $m_i(t)$ sînt egale, respectiv, cu volumul producţiei şi cu capacităţile de producţie existente în ramura i în anul t, prin $\mathbf{k}(t)$ — vectorul volumului capacităților puse în funcțiune în anul t, prin $\mathbf{c}(t)$ — vectorul a cărui componentă i, $c_i(t)$ reprezintă volumul consumului neproductiv (individual și social) al producției ramurii i în anul t. Condițiile inițiale sînt date de volumul capacităților de producție $m(0)$ de la începutul perioadei de plan.

Volumul producției, al construcțiilor și al consumului trebuie să fie nenegative și să satisfacă următoarele relații de balanță:

$$\mathbf{Ax}(t) + \mathbf{Bk}(t) + \mathbf{c}(t) \leqslant \mathbf{x}(t), \tag{1}$$

$$\mathbf{x}(t) \leqslant \mathbf{m}(t), \tag{2}$$

$$(\mathbf{w} \cdot \mathbf{x}(t))^{*)} \leqslant \mathbf{w}(t), \ t = 0,\ 1, \ldots T. \tag{3}$$

$$\mathbf{m}(t) = \mathbf{m}(t - 1) + \mathbf{k}(t - 1),\ t = 1, \ldots, T. \tag{4}$$

Relațiile (1) — (4) arată că consumul de produse este format din cheltuielile de producție directe, din investiții și consum neproductiv și nu depășește existentul lor care este egal cu volumul producției; volumul producției este limitat de capacitățile existente, consumul de resurse de muncă nu depășește resursele disponibile, capacitățile în anul t sînt formate din capacitățile existente în anul $t - 1$ și din capacitățile nou create.

Pe baza relațiilor (1) — (4) se formulează diverse probleme de planificare. Dacă în anul curent $t (t = 0)$ sînt date volumul investițiilor și volumul consumului, $\mathbf{y}(t) = \mathbf{Bk}(t) + \mathbf{c}(t)$, atunci volumul minim al producției, care asigură obținerea unei cantități date de produs final $\mathbf{y}(t)$, după cum rezultă din (1), se deduce din ecuațiile balanței legăturilor dintre ramuri:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{Ax}(t) + \mathbf{y}(t).$$

Soluția acestei ecuații are sens dacă ea satisface inegalitățile (2) și (3). Prin analogie cu balanța legăturilor dintre ramuri, în modelul dinamic se formulează uneori nu o problemă de extremum, ci una de aflare a *traiectoriei admisibile (a planului)*. Se dă șirul de volume ale consumului $\{c(t)\}_i^T = 0$ și cerința utilizării tuturor resurselor (restricțiile privind resursele de muncă nu se mai iau în considerație). În aceste condiții, planul satisface ecuațiile:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{Ax}(t) + \mathbf{Bk}(t) + \mathbf{c}(t), \quad t = 0, 1, \ldots, T,$$

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}(t - 1) + \mathbf{k}(t - 1), \quad t = 1, \ldots, T.$$

---

*) S-a notat prin $\mathbf{w} \cdot \mathbf{x}(t)$ produsul scalar al celor 2 vectori. (N.T.)

Vectorul $\mathbf{k}(t)$ este egal cu vectorul sporurilor de producție și este notat cu $\Delta \mathbf{x}_t$. Mai generală este abordarea **m.d.b.l.r.** ca un *model al creșterii optime*. Pot exista diferite funcții obiectiv. Cele mai tipice sînt criteriul consumului și criteriul producției. În primul caz, este dată funcția de preferință $u(c)$ și coeficientul de transformare a utilității în timp λ. El poate fi egal cu 1.

Se maximizează funcția:

$$\sum_{t=0}^{T} \lambda - t_{u(c(t))},$$

în condițiile (1) — (4) și condițiile finale $m(T) \geqslant m_T$.

În al doilea caz se dă șirul de vectori ai consumului — $\mathbf{c}(t)$, $t = 0, \ldots, T$ și prețurile (ponderile) capacităților de producție la sfîrșitul perioadei de plan. Se maximizează funcția $(\mathbf{p} \cdot \mathbf{m}(T))$ în condițiile (1) — (4) și restricțiile suplimentare.

$$\mathbf{c}(t) \geqslant \mathbf{c}(t),\ t = 0, \ldots, T.$$

În ultimii ani, **m.d.b.l.r.** (modelul Leontief) s-a generalizat și rafinat în diferite direcții, în scopul reflectării mai adecvate a realității. Menționăm cele mai importante perfecționări [2]:

1. luarea în considerație a diferitelor forme de uzură a fondurilor;
2. luarea în considerație a unor termene diferite de construcție și de asimilare a capacităților;
3. introducerea variantelor în fabricarea produselor;
4. luarea în considerație a variației în timp a coeficienților tehnologici. În ultimele două cazuri, pentru construirea modelului, este insuficientă informația cu privire la legăturile dintre ramuri.

V. L. Makarov, S.M. Movșovici

Bibl. 1. W. Leontief, *Studies in the Structure of the American Economy 1919—1939*, Oxford University Press, 1953; 2. *Primenenie matematiki v ekonomiceskih issledovaniah*, v. 3, „Mîsl“, 1965; 3. A. G. Aganbeghian, A. G. Granberg, *Ekonomiko-matematiceskii analiz mejotraslevogo balansa SSSR*, „Mîsl“, 1968.

Model gravitațional. Model care se utilizează pentru descrierea (prognoza) diferitelor interacțiuni sociale și economice între regiuni, bazat pe ipoteza că mărimea (forța) interacțiunii este direct proporțională cu produsul indicatorilor numărului populației și invers proporțională cu distanța:

$$M_{ij} = k\frac{p_i p_j}{d_{ij}^2}, \qquad (1)$$

unde p_i, p_j reprezintă numărul populaţiei din regiunile i, respectiv j; d_{ij} — distanţa dintre regiunile i şi j; M_{ij} — indicatorul de interacţiune între regiunile i şi j (de pildă, numărul de călătorii); k — parametrii modelului.

Sociologul american F. Carey a remarcat încă la mijlocul secolului al XIX-lea existenţa unui analog al forţei de gravitaţie în fenomenele sociale. În anul 1929, W. Reilly a formulat o lege a gravitaţiei în comerţul cu amănuntul, potrivit căreia oraşul exercită o forţă de atracţie prin comerţul său cu amănuntul asupra clienţilor din teritoriul învecinat, proporţională cu dimensiunea oraşului şi invers proporţională cu pătratul distanţei de la client pînă în centrul oraşului. Frontiera dintre zona de desfacere a oraşului i şi j se determină ca locul geometric al punctelor pentru care

$$\frac{p_i}{d_{ix}^2} = \frac{p_j}{d_{jx}^2},$$

unde d_{ix} şi d_{jx} reprezintă distanţa de la oraşul i, respectiv j, pînă la punctul x de pe frontieră.

Teoria m.g. a fost elaborată în detaliu de către D. Stewart. Ideea lui Stewart rezidă în aceea că interacţiunea dintre colectivităţile de oameni este supusă unor legi analoage legii interacţiunii gravitaţionale. Pe lîngă noţiunea de *forţă demografică* (1) el a propus o formulă pentru *potenţialul demografic:*

$$v_j^{(i)} = \frac{p_j}{d_{ij}} \qquad (2)$$

unde $v_j^{(i)}$ este potenţialul creat în punctul i de către regiunea (oraşul) j. Potenţialul demografic total al punctului i este determinat pe baza formulei

$$v^{(i)} = \sum_j \frac{p_i}{d_{ij}}. \qquad (3)$$

Stewart a întocmit hărţi ale potenţialului demografic pentru teritoriul S.U.A.

În ultimii ani, s-au elaborat hărţi ale potenţialului demografic pentru numeroase ţări şi regiuni. S-a constatat că de multe ori potenţialul demografic reflectă mai bine punerea în valoare (asimilarea) a teritoriului decît indicatorul îndeobşte utilizat al densităţii populaţiei; s-a remarcat, de asemenea, gradul înalt de corelaţie între potenţialul demografic şi amplasarea comerţului cu amănuntul, dezvoltarea reţelei de autostrăzi, gradul de ocupare a populaţiei rurale în industrie etc.

În condiţiile unei alegeri corespunzătoare a parametrilor, **m.g.** este utilizat pe scară largă pentru descrierea proceselor de interacţiune în cazul migraţiei. Acest model este justificat în cazul convorbirilor telefonice interurbane, al călătoriilor în vederea cumpărăturilor ş.a.m.d. Rafinarea **m.g.** se desfăşoară în două direcţii: În primul rînd, se iau în considerare interacţiunile altor factori, în afara indicatorilor numărului populaţiei şi distanţelor; de pildă, în modelele de migraţie se iau în considerare raporturile dintre sporurile de investiţii pentru regiunile i şi j, raportul dintre numărul locurilor de muncă vacante în regiunile i şi j, numărul locurilor de muncă vacante pe traseul dinspre regiunea i către regiunea j (modelul posibilităţilor intermediare) etc. În al doilea rînd, se fac încercări de a se aplica **m.g.** în cazurile în care indicatorilor numărului populaţiei regiunilor li se atribuie anumite ponderi sau atunci cînd la numărătorul modelului aceşti indicatori se înlocuiesc prin alţii. Aşa, de pildă, este cazul modelului care descrie numărul de călătorii între statele din S.U.A.; potrivit acestui model, numărul de călătorii din statul i în statul j se exprimă prin formula:

$$M_{ij} = k\frac{(w_i p_i)\,(w_j p_j)}{d_{ij}^2}.$$

Aici s-au adoptat ca ponderi w_i şi w_j, adică veniturile medii pe un locuitor în statele respective.

I. S. Matlin

Bibl. 1. W. Isard, *Methods of Regional Analysis: an Introduction to Regional Science*, The Technology Press of MIT and John Wiley, 1960. 2. W. Bunge, *Teoreticeskaia gheografia*, „Progres", 1967.

Model informaţional (în psihologia inginerească). Set de variabile alese în mod special, cu valorile lor concrete, care caracterizează un obiect comandat şi care sînt primite de un operator ce îndeplineşte funcţia de comandă. **M.i.** al unui proces tehnologic va fi setul indicaţiilor aparatelor de la pupitrul de comandă, care oferă operatorului informaţii asupra desfăşurării procesului, asupra abaterilor şi a perturbaţiilor care apar, în vederea elaborării informaţiilor de comandă a reglării. În acest sens, **m.i.** al unei întreprinderi poate fi considerat *bilanţul contabil* sau *planul tehnic, de producţie şi financiar*. În mod corespunzător, **m.i.** al economiei naţionale va fi balanţa statistică şi balanţa de plan a economiei naţionale. Evident, forma **m.i.** depinde de componenţa şi numărul variabilelor, iar acestea din urmă sînt determinate de cerinţele rezolvării unor probleme concrete de conducere. La alcătuirea **m.i.** trebuie să fie asigurată caracterizarea completă a obiectului comandat sub aspectul problemelor rezolvate, alegerea variabilelor esențiale și prezentarea lor sub forma cea mai convenabilă pentru percepere și analiză.

M.i., astfel înțeles, este opus *modelului conceptual*. În timp ce **m.i.** este prezentarea datelor la intrarea observatorului (operatorului), modelul conceptual este alcătuit de însuși observator în procesul de învățare sau de observare a obiectului, sub forma unei imagini sau reprezentări a mecanismului de funcționare a acestuia. Modelul conceptual fixează nu valorile concrete ale variabilelor, ci legăturile cu caracter de legitate dintre ele, după cunoașterea cărora se pot prevedea modificările în starea obiectului. Pe baza modelelor conceptuale se estimează valoarea variabilelor pentru o problemă concretă și se determină structura **m.i.** Dacă termenul de model este utilizat fără determinări, de cele mai multe ori se au în vedere modelele conceptuale. Trebuie subliniat că destinația oricărui model o constituie obținerea de informații cu privire la un obiect și în acest sens deosebirea dintre **m.i.** și cele conceptuale este convențională.

În cercetarea fluxurilor de informație, **m.i.** reflectă mișcarea și transformarea informației în procesele de conducere sau, mai exact, reprezintă procesele de conducere ca procese de culegere, prelucrare și transmitere a informației. Astfel înțeles, **m.i.** este definit după obiectul reflectat, care este informația. În acest sens, **m.i.** se întocmește la proiectarea sistemului automatizat de conducere în stadiul întocmirii anteproiectului. În acest stadiu se stabilesc informațiile cu privire la: documente și circulația acestora; indicatori, legăturile dintre ei și procedeele de obținere a lor; funcțiile de conducere și aparatul care urmează să le îndeplinească. Cu acest prilej, funcțiile și structura conducerii se descriu în termenii fluxurilor de informație. Cea mai mare răspîndire o au **m.i.** reprezentate sub formă de grafuri [2], [4] și matrice [3] *(→ Modele matriceale)*.

E. G. Iasin, D. N. Sterninson

Bibl. 1. *Injenernaia psihologhia*, „Progress", 1964; 2. V. P. Zincenko, G. L. *Smolean Celovek i teknika*, „Znanie", 1965; 3. V. L. Epstein, *O prilojenii teorii grafov dlea opisania i analiza shemî potokov informații v upravleaiușcih sistemah*, „Avtomatika i telemehanika" nr. 8, 1965; 4. A. A. Modin ș.a., *Issledovanie i analiz potokov informații na promîșlennîh predpriatiah*, „Nauka", 1970; 5. Z. V. Alferova, V. P. Ezjeva, *Primenenie teorii grafov v ekonomiceskih rasciotah*, „Statistika", 1971.

Model matriceal. Unul din genurile de *modele economice-matematice**, prezentat sub formă de tabel dreptunghiular ale cărui elemente reflectă interdependențele dintre obiectele economice și au un sens economic, calculabil, potrivit regulilor statornicite în teoria matricelor. **M.m.** se utilizează atunci cînd trebuie reprezentate legăturile de balanță dintre cheltuielile și rezultatele activității economice de producție, normativele cheltuielilor și rezultatelor, structuri organizatorice, precum și legăturile informaționale în procesele de conducere.

În **m.m.**, a cărui structură este prezentată în schema de la p. 363, indicatorii numerici reprezintă legăturile de producție și cele economice în interiorul unui obiect dat și în exteriorul său. Acest model îmbină *balanțele cheltuielilor de producție* (pe coloane) cu *balanțele de repartizare a resurselor* (pe linii). Capetele de tabel ale liniilor și coloanelor caracterizează genurile de activitate economică și de producție, iar indicatorii de la intersecția liniilor cu coloanele reprezintă legăturile dintre acestea. Modelul se împarte în patru cadrane: în cadranul I se obișnuiește să se reprezinte conexiunile de producție din interiorul sistemului economic modelat; în cadranul II sînt prezentate rezultatele activității de producție (ieșirea modelului); în cadranul III sînt cuprinse cheltuielile primare de resurse care intră în sistem din afară (intrarea modelului); în cadranul IV sînt reprezentate procesele de redistribuire a valorii nou create în cadrul sistemului. Liniile și coloanele din cadranul I au întotdeauna aceleași denumiri. Cadranul I are forma unei matrice pătrate. În unele cazuri la matrice se adaugă niște „aripi", cadrane adiționale ce caracterizează furnizorii de resurse (aripa stîngă), consumatorii (aripa dreaptă), cheltuielile de resurse de muncă, utilizarea fondurilor fixe (aripa inferioară). Regula de bază a **m.m.** constă în egalitatea obligatorie a totalurilor pe linii și pe coloane. Din punct de vedere economic, această egalitate se interpretează ca echilibru valoric; valoarea bunurilor și serviciilor, repartizate și acumulate, este egală cu valoarea cheltuielilor de producție plus valoarea nou creată.

Specificul variatelor procese și fenomene economice ale căror proprietăți se reprezintă suficient de adecvat cu ajutorul proprietăților matematice ale matricelor a dat naștere la o varietate de **m.m.**

M.m. ale planificării la nivelul întreprinderii reflectă mișcarea obiectelor muncii (ale pieselor și produselor) între fazele de fabricație. De obicei, acestea sînt modele de mari dimensiuni cu multe zerouri. Pentru a se realiza o mai mare compactitate a scrierii, se recurge la diferite procedee (înlocuirea cadranelor cu sumele liniilor și coloanelor, transpunerea vectorilor etc.). De aceea, **m.m.** iau o formă specifică pentru fiecare gen de produse.

Un alt fel de **m.m.** este modelul planului tehnic, de producție și financiar al întreprinderilor industriale și agricole. Prin prelucrarea unor planuri tehnice, de producție și financiare matriceale tipizate se întocmesc matricele pe ramură care păstrează principalele trăsături ale planului

STRUCTURA MODELULUI MATRICEAL

			Genuri (ramuri) de producție	Rezultatele producției (consumatori finali)	Consumatori din afară	
	Furnizori din afară	Bunuri și servicii (feluri, ramuri de producție)	$X_{11}\ X_{12} \dots X_{1m}$ $X_{21}\ X_{22} \dots X_{2m}$ $\dots\dots\dots$ Relații în interiorul producției (interramuri) $X_{m1}\ X_{m2} \dots X_m$	$Y_{1(1)} + Y_{1(2)} + \dots = Y_1$ $Y_{2(2)} + Y_{2(2)} + \dots = Y_2$ $\dots\dots\dots$ Produs final $Y_{m(1)} + Y_{m(2)} + \dots = Y_m$	$U_{11}U_{1II} \dots U_{1L}$ $U_{21}U_{2II} \dots U_{2L}$ $\dots\dots\dots$ Livrări în afară $U_{mI}U_{mII} \dots U_{mL}$	M_1 M_2 $\dots\dots\dots$ Capacități de producție M_m
Bunuri și servicii livrate (introduse)	$V_{m+1.1} \dots V_{m+1.1,\,L}$ $\dots\dots\dots$ Surse de livrări (import) $V_{n1} \dots V_{nL}$		$V_{m+1.1} + V_{m+1.2} \dots V_{m+1m}$ $\dots\dots\dots$ Livrări din afară (import) pentru consumul productiv $V_{n1}\ V_{n2} \dots V_{mn}$	$V_{m+1(1)} + V_{m+1(2)} + \dots = V_{m+1}$ $\dots\dots\dots$ Livrări din afară (import) pentru consumul final $V_{n(1)} + V_{n(2)} + \dots = V_n$		
		Amortizări, retribuții, beneficiu, impozit pe circulație	$Z_{A1}\ Z_{A2} \dots Z_{Am}$ $Z_{V1}\ Z_{V2} \dots Z_{Vm}$ Amortizări și valoare nou creată $Z_{M1}\ Z_{M2} \dots Z_{Mn}$	$W_{A(1)}\ W_{A(2)} \dots$ $W_{V(1)}\ W_{V(2)} \dots$ Redistribuire $W_{M(1)}\ W_{M(2)} \dots$		

$T_1\ T_2 \dots T_m$ Muncă și forță de muncă	$T_{(1)}\ T_{(2)}$
$\Phi_1\ \Phi_2 \dots \Phi_m$ Fonduri fixe și fonduri circulante;	$\Phi_{(1)}\ \Phi_{(2)}$
$P_1\ P_2 \dots P_m$ Resurse de producție	$P_{(1)}\ P_{(2)}$

tehnic, de producţie şi financiar matriceal al întreprinderii. Trecerea de la **m.m.** ale întreprinderilor la matricele de ramură se realizează cu ajutorul unor matrice variante care se construiesc prin compararea vectorilor coloană ai cheltuielilor primare pentru fabricarea unor produse omogene pe întreprinderi aparţinînd aceleiaşi ramuri. Matricea variantă constă din două blocuri; cel de sus caracterizează livrările din interiorul producţiei, iar cel de jos — cheltuielile primare. Matricele variante se utilizează pentru agregarea informaţiei în procesul de întocmire a **m.m.** ale verigilor superioare, pentru procesul invers (constînd din dezagregarea indicatorilor de plan în procesul de repartizare optimă a sarcinilor de plan), precum şi pentru calculul normativelor medii ponderate, structura planului fiind dată. **M.m.** ale obiectelor macroeconomice cum sînt economia naţională sau regiunea economică poartă denumirea de *balanţă a legăturilor dintre ramuri*.

Balanţele legăturilor dintre ramuri de tip interregional sînt o variantă a **m.m.** Aici criteriile de clasificare se dublează, astfel încît dimensiunile matricei cresc considerabil şi totodată sporesc posibilităţile ei analitice. Astfel, balanţa interregională a legăturilor dintre ramuri reflectă livrările reciproce ale tuturor ramurilor din toate regiunile. Matricea analoagă pentru întreprindere reprezintă mişcarea tuturor obiectelor muncii pe toate subdiviziunile producţiei. Mai există o serie de variante ale **m.m.** reprezentînd simultan fluxurile materiale şi cele financiare, conturile active şi pasive ale debitului şi creditului bilanţului contabil etc.

O clasă specială o constituie matricele informaţionale prin care se reprezintă mişcarea şi prelucrarea informaţiei (caracteristici ale indicatorilor, ale documentelor) în procesul de conducere. Particularitatea acestor modele constă în faptul că, de regulă, ele sînt combinatorii; indicatorii de la intersecţiile liniilor cu coloanele nu arată decît prezenţa sau absenţa unor legături între elementele sistemului informaţional.

Într-un anumit sens, şi formele larg folosite de înregistrare a informaţiei pentru sistematizarea datelor iniţiale (analiza corelaţiei, fluxuri în reţele, programarea matematică) pot fi considerate **m.m.**

M.m. de acelaşi tip formează un sistem unitar închegat de modele reprezentînd ierarhia reală a sistemelor economice din cadrul economiei naţionale şi structura ierarhică a organelor de conducere economică corespunzătoare celei dintîi. În felul acesta, **m.m.** cu ajutorul cărora se modelează succesiv verigile economiei naţionale formează un complex unitar integrat.

M.M. sînt un important instrument al calculelor de plan. Cu ajutorul lor se realizează planificarea legăturilor dintre ramuri pe baza producţiilor globale şi ale coeficienţilor cheltuielilor directe date; calculele necesarului de obiecte ale muncii, forţă de muncă, timp-maşină, fonduri fixe; calculul fondului de retribuţie, al investiţiilor suplimentare, cel privind produsul social total cu subîmpărţirea acestuia în fond de înlocuire a mijloacelor de producţie cheltuite, produs necesar şi plusprodus etc. Calculele de plan pe **m.m.** permit să se determine toţi indicatorii principali ai dezvoltării întreprinderilor, ramurilor, regiunilor, economiei naţionale în ansamblu, ţinînd seama de legăturile dintre acestea şi realizîndu-se echilibrarea lor.

M.m. este comod pentru analiza economică fiind o formă simplă şi sugestivă de reprezentare a proprietăţilor unor obiecte de natură foarte diferită. Cu ajutorul **m.m.** al procesului de producţie din întreprindere se pun în evidenţă legăturile neraţionale, se cercetează gradul de folosire a utilajului şi utilizarea forţei de muncă. **M.m.** cu indicatori valorici comparabili servesc pentru analiza interacţiunii dintre activităţile din cadrul unui obiect dat, activităţi care, laolaltă, formează rezultatele activităţii întreprinderilor, uniunilor de producţie şi ale ramurilor.

M.m. pot fi utilizate ca mijloc de *integrare a informaţiei.* Organizarea matriceală a informaţiei economice asigură aducerea datelor de dare de seamă şi a celor de plan la o formă comparabilă, foarte convenabilă pentru utilizarea şi analiza lor directă la toate nivelurile planificării şi conducerii. Un avantaj important al organizării matriceale a sistemelor de informaţie economică în economia naţională constă în posibilitatea prelucrării mecanice integrale şi a verificării, introducerii unor modificări şi completări, accelerării şi uşurării proceselor de pregătire a informaţiei pentru planificarea optimă a economiei naţionale. Documentele de plan matriceale verificate se pun la baza codificării informaţiei, atunci cînd aceasta este transmisă în sistemul serviciului informaţional al obiectului economic.

M.m. sistematizează normativele, dînd fiecărei întreprinderi, uniuni de producţie, tuturor ramurilor, regiunilor, întregii ţări un sistem perfect închegat de normative — materiale, valorice de muncă, ale fondurilor financiare etc. Sistemul de **m.m.** cu utilizarea de matrice variante poate servi drept bază metodologică şi instrument de calcul pentru crearea unui sistem automatizat de normative (SAN), deoarece numai cu ajutorul unui sistem de **m.m.** se poate realiza o cercetare continuă şi o ponderare a normativelor pentru fiecare structură concretă a planului în procesul planificării optime.

N. V. Mahrov, N. N. Petrova

Bibl. 1. A. I. Berg, I. I. Cerneak, *Informaţia i upravlenie*, „Ekonomika", 1966; 2. V. S. Nemcinov, *Ekonomiko-matematiceskie metodî i modeli*, Soţekghiz, 1962; 3. *Metodologhia sostavlenia svodnogo matricinogo balansa promîşlennogo predpriatia*, 1962; 4. *Primenenie matematiki v ekonomiceskih issledovaniah*, v. 3, „Mîsl", 1965.

Modelare statistică. Metodă numerică de modelare matematică, care constă în simularea proceselor de producţie, economice, pe calculatoare electronice numerice cu destinaţie universală, prin reproducerea fenomenelor şi actelor elementare ale procesului într-o succesiune care reflectă relaţiile şi interdependenţele reale. **M.s.** (*modelul de simulare, modelul Monte Carlo*, sub aspectul simulării) permite să se studieze sistemele complexe de orice tip. Posibilitatea de a ţine seama de neliniaritate, de aspectul dinamic, de natura probabilistă a unor fenomene permite ca modelul statistic să fie adecvat realităţii şi, prin studierea lui, să se realizeze aşa-numitul experiment nenatural, într-un ritm accelerat. **M.s.** se poate aplica la studierea sistemelor economice complexe (a unor procese tehnologice de tip discret şi de tip continuu, care se desfăşoară în cadrul întreprinderilor, complexelor economice, ramurilor şi al întregii economii naţionale), atît în scopul rezolvării problemelor cu caracter de perspectivă (determinarea structurii sistemului), cît şi în scopul conducerii operative a sistemului. **M.s.** cuprinde sistemele formalizabile sub forma unor scheme ale teoriei serviciilor de masă, precum şi sub forma unor scheme ale conducerii automate cu conexiune inversă.

M.s. a proceselor de funcţionare a sistemelor complexe presupune luarea în considerare a perturbaţiilor aleatoare, descrise cu ajutorul diferitelor legi de repartiţie (de aici derivă termenul de modelare *statistică*). Necesitatea de a se ţine seama de perturbaţiile aleatoare prin reproducerea repetată a procesului de funcţionare a sistemului este provocată de necoincidenţa, în cazul general (în condiţiile existenţei diferitelor relaţii neliniare), între rezultatele acestei reproduceri şi rezultatele calculelor pe baza valorilor medii. Un neajuns al **m.s.** îl constituie imposibilitatea generalizării rezultatelor obţinute în sensul construirii unor dependenţe analitice (neajuns comun tuturor metodelor numerice), complexitatea şi volumul mare de muncă pe care îl implică elaborarea algoritmilor de modelare, precum şi complexitatea obţinerii deciziilor optime, avînd în vedere cheltuielile mari de timp în condiţiile efectuării calculelor la calculatorul electronic.

În prezent, **m.s.** se aplică mai ales în studierea proceselor de producţie de tip discret şi de tip continuu [1]. Schemele matematice principale utilizate cu ocazia formalizării proceselor de producţie sînt schemele teoriei serviciilor de masă şi ale teoriei conducerii automate.

G. I. Fridman

Bibl. 1. N. P. Buslenko, *Matematiceskoe modelirovanie proizvodstvennîh protessov na ţifrovîh vîcislitelnîh maşinah*, „Nauka", 1964; 2. N. N. Bek, D. I. Golenko, *Statisticeskie metodî optimizaţii v ekonomiceskih issledovaniah*, „Statistika", 1971.

Modelarea cererii de consum Procedeu de studiere a legităților modificării structurii cheltuielilor bănești ale populației pentru achiziționarea de mărfuri și servicii. Se distinge *macrocererea*, adică cererea la diverse mărfuri și grupe de mărfuri și *microcererea* — cererea la diverse variante ale uneia și aceleiași mărfi (model, dimensiune, culoare etc.). Acestor două noțiuni le corespund metode specifice de analiză și prognoză, precum și un sistem propriu de informație primară. Amîndouă se bazează însă pe studierea dependenței cantitative a structurii cererii față de factorii care o condiționează. Analiza multifactorială a cererii se realizează pe baza utilizării metodelor statisticii matematice și, în speță, a teoriei corelației.

Modelul cererii poate fi reprezentat prin relația:

$Y = f(x_1, x_2, ..., x_n)$, unde Y este variabila dependentă (mărimea cererii la o marfă oarecare), iar $x_1, x_2, ..., x_n$ sînt valorile factorilor (argumentelor) care determină cererea.

M.c. parcurge mai multe etape.

Prima etapă este trierea logică a factorilor care se introduc în model. Cu ocazia trierii se ține seama de următoarele cerințe: factorii incluși în model trebuie să reflecte niște particularități esențiale ale fenomenului studiat; caracteristicile factorilor trebuie să fie comensurabile cantitativ; factorii trebuie să fie independenți unul de altul, adică între ei nu trebuie să existe o relație funcțională. Factorul principal care determină structura cererii este nivelul venitului total. O influență esențială asupra cererii o exercită structura acestui venit (corelația dintre partea sa bănească și partea în expresie naturală), nivelul și corelația dintre prețurile cu amănuntul, gradul de satisfacere a necesităților la diverse mărfuri, interdependența și interschimbabilitatea în consumul diferitelor bunuri. Asupra structurii cererii acționează, într-o măsură mai mare sau mai mică, și alți factori, însă nu toți pot fi luați în considerație, deoarece nu toți factorii sînt susceptibili de o măsurare precisă, iar asupra unora dintre ei nu există informații suficiente. Influența acestor factori în timp poate fi luată în considerație prin introducerea în model a trendului.

Pe lîngă factorii comuni pentru toate sau pentru majoritatea mărturilor (venitul, prețul ș.a.), cererea la diferite mărfuri depinde de unii factori specifici. De aceea, modelele multifactoriale ale cererii pentru diverse categorii de mărfuri conțin diverse argumente. De pildă, cererea la mobilă este determinată, pe lîngă venit și preț, de intensitatea construcțiilor de locuințe; cererea la mărfurile cu destinație culturală și casnică și a celor de uz gospodăresc — de dezvoltarea sferei serviciilor, de gradul de înzestrare cu instalații de gaze și electricitate a gospodăriilor populației etc.

A doua etapă a modelării este stabilirea formei matematice a legăturii dintre mărimea cererii și factorii care o determină. În practică, se întîlnesc cel mai frecvent *ecuații de regresie multiplă* liniare și reduse la liniare, în speță dependențe de puteri. Etapa următoare este determinarea valorilor parametrilor ecuațiilor. Metodele de rezolvare a acestei probleme pot fi diferite; cea mai largă aplicare o are metoda celor mai mici pătrate. Pentru verificarea gradului de concordanță între valorile teoretice calculate în urma rezolvării problemei și datele empirice ale cererii, poate fi utilizat următorul procedeu: după modelul obținut se efectuează o extrapolare pentru o perioadă pentru care există date statistice. Dacă rezultatele aflate sînt îndeajuns de apropiate de valorile empirice ale variabilei dependente, modelul poate fi considerat acceptabil pentru calculele de perspectivă.

Etapa ultimă este prognoza cererii pe perioada planificată. Ea se realizează prin substituirea valorilor planificate sau de prognoză ale factorilor, luați în considerație în model, în ecuația de regresie calculată. Precizia tendințelor scoase în evidență în evoluția cererii și exactitatea prognozei acesteia depind în mare măsură de baza informațională a calculelor. Această bază poate fi alcătuită din datele statisticii circulației mărfurilor, precum și din alte surse de indicatori statistici ai economiei naționale și din materiale ale anchetelor selective privind bugetele de familie. Întrucît mărimea venitului exercită influența cea mai substanțială asupra structurii cererii, datele cu privire la nivelul veniturilor și structura cheltuielilor bănești ale diferitelor categorii sociale (muncitori, funcționari, colhoznici) și categorii economice ale populației, precum și indicatorii privind repartizarea veniturilor trebuie să servească ca informație statistică inițială. Informația cea mai completă care permite să se stabilească relația dintre nivelul veniturilor și structura cheltuielilor bănești poate fi obținută din materialele statisticii bugetelor de familie. Indicatorii repartizării populației după venituri se calculează pe baza unor modele speciale (→ *Veniturile bănești ale populației*).

La utilizarea datelor privind cercetarea bugetelor de familie apare problema trecerii de la mărimile care au fost obținute pe baza datelor *selective* ale statisticii bugetelor la indicatorii care caracterizează structura cererii *colectivității generale*. În acest scop se utilizează diverse metode de corecție atît a datelor bugetelor înseși, cît și a indicatorilor calculați pe baza lor.

I. L. Lahman

Bibl. K. Marx, Fr. Engels, *Opere*, v. 25; 2. I. I. Korjenevski, *Osnovnîe zakonomernosti razvitia sprosa v SSSR*, „Ekonomika", 1965; 3. V. M. Bredov, A. I. Levin, *Ekonomiko-matematiceskie modeli sprosa i rasciotî na ih osnove*, „Ekonomika", 1969; 4. *Metodî prognozirovania sprosa*, „Ekonomika", 1972.

Modele ale comerţului exterior. Convenţional, acestea se pot împărţi în următoarele clase: modele *econometrice*, prin care, cu ajutorul metodelor statisticii matematice, se determină dependenţa exportului, importului sau a întregului volum al comerţului exterior de principalii indicatori economici, interni şi externi, ai unei ţări; modele *interramuri*, cu ajutorul cărora se calculează cheltuielile totale pentru producţia care participă la comerţul exterior şi se determină eficienţa economică a comerţului exterior; modele de *optimizare*.

La rîndul lor, modelele econometrice pot fi împărţite în: *gravitaţionale; funcţii de export şi de import; modele de integrare a prognozelor comerţului exterior pe ţări în sistemul comerţului mondial.*

Modelele gravitaţionale caracterizează din punct de vedere cantitativ factorii care determină volumul şi structura comerţului exterior; în primul rînd, posibilităţile de export şi de import ale unei ţări, posibilităţi care se exprimă prin oferta unor mărfuri pe piaţa externă şi cererea la altele; în al doilea rînd, factorii care îngrădesc schimburile comerciale libere între ţări (cheltuielile de transport ale mărfurilor între ţări; sistemul de tarife, de cote şi de alte măsuri de intervenţie statală în domeniul comerţului exterior). Influenţa acestor factori se estimează pe baza datelor privind volumul real al comerţului exterior între ţări, cu ajutorul analizei de regresie. Parametrii modelului gravitaţional astfel obţinut au caracter de elasticităţi, ei arătînd măsura (în procente) în care poate creşte volumul schimburilor între ţări dacă factorul respectiv creşte cu 1%. De exemplu, modelului lui Tinbergen, care a fost utilizat pentru determinarea volumului potenţial al schimbului de mărfuri între 18 ţări pe baza datelor statisticii vamale pe anul 1958, constă dintr-o singură ecuaţie în care exportul (E_{ij}) este considerat variabilă dependentă de trei variabile independente: produsul naţional brut al ţării exportatoare Y_i, produsul naţional al ţării importatoare Y_j şi distanţa D_{ij} între cele două ţări:

$$E_{ij} = a_0 Y_i^{\alpha_1} Y_j^{\alpha_2} D_{ij}^{\alpha_3}, \qquad (1)$$

în care α_1, α_2, α_3 sînt elasticităţile de export în raport cu variabilele independente.

Modelele gravitaţionale ale comerţului exterior pot lua în considerare şi altă informaţie (de exemplu, comerţul dintre ţările vecine, comerţul exterior al ţărilor din zonele valutare respective, diferitele genuri de preferinţe comerciale, structura mărfurilor destinate comerţului exterior). Funcţiile de export şi de import pot fi utilizate în prognoza exportului şi a importului general al unei ţări sau pe produse, atît fără subdivizare în ţări importatoare şi exportatoare, dînd mărimi agregate ale exportului şi importului, cît şi cu subdivizare pe ţări beneficiare şi ţări furnizoare. De exemplu, pentru analiza importului S.U.A., s-a utilizat funcţia:

$$M_i^t/X_i^t = K^t(P_{fi}^t/P_{di}^t)^{\beta_1}(1 + T_i^t)^{\beta_2}(X_i^t)^{\beta_3} \cdot V, \tag{2}$$

în care M_i^t este importul de marfă i în anul t; X_i^t — volumul pieţei interne la această marfă; K^t — o constantă; P_{fi}^t — preţul de import; p_{di}^t — preţul intern; T_i^t — taxa de import; V — eroarea aleatoare. Funcţiile de export şi de import agregate, care nu iau în considerare volumul comerţului pe ţările partenere şi pe produse, se construiesc ţinîndu-se seama de o serie de indicatori economici interni şi externi. Asemenea indicatori pot fi volumele comerţului mondial, raporturile dintre preţurile de export şi cele de import, raporturile dintre preţurile cu ridicata interne şi cele externe, dimensiunile capacităţilor de producţie, produsele naţionale brute, cererea internă, mărimea populaţiei etc. Deşi au o importanţă de-sine-stătătoare, aceste funcţii pot intra şi în macromodelele econometrice de planificare şi de prognoză. Funcţiile de export şi de import, care descriu exportul sau importul unei ţări pentru unele grupe de mărfuri fără subdivizare pe ţări, se construiesc ţinîndu-se seama de indicatorii interni şi externi caracteristici pentru aceste grupe de mărfuri ai ţării importatoare sau ai ţării exportatoare, iar funcţiile de export şi cele de import, pe grupe de mărfuri şi pe ţări, se bazează pe indicatorii economici interni, caracteristici pentru grupa de mărfuri respectivă, ai ţărilor contractante şi pe condiţiile externe specifice schimbului între două ţări la producţia respectivă. De exemplu, exportul de maşini şi utilaje dintr-o ţară în alta poate depinde, pe de o parte, de volumul producţiei acestora în ţara exportatoare sau de un alt factor economic intern (de produsul social brut etc.), iar pe de altă parte, de volumul investiţiilor sau de un alt indicator economic intern al ţării importatoare. Construirea unor funcţii de export şi de import trebuie precedată şi de o analiză economico-matematică minuţioasă a factorilor care determină volumul schimburilor de mărfuri pe fiecare grupă de mărfuri. Modelele econometrice pentru ţările socialiste trebuie să ţină seama de condiţiile caracteristice comerţului exterior socialist: marea pondere a comerţului reciproc în comerţul exterior al ţărilor socialiste, acordurile bilaterale pe termen lung care mediază schimbul de mărfuri dintre ţări, preţurilor de comerţ exterior constante pe durata de valabilitate a acordurilor comerciale etc.

Dat fiind că fiecare ţară îşi determină mărimea exportului şi cea a importului pe baza propriului său model naţional, apare necesitatea corelării indicatorilor naţionali ai exportului şi ai importului într-un sistem unic al comerţului mondial, în care exportul total să fie egal cu importul total. Acestui scop îi servesc modelele de corelare internaţională a indicatorilor naţionali ai comerţului exterior. Unul dintre elementele principale ale acestor modele este matricea fluxurilor comerciale $A = |a_{ij}|$. Elementele acestei matrice pot avea un caracter diferit. De cele mai multe ori se utilizează o matrice comercială ale cărei elemente indică fluxurile comerciale între ţări, precum şi ponderile ţărilor în totalul importului şi exportului. Corelarea internaţională urmează să fie realizată în procesul de prognozare a elementelor matricei A. În prezent, se cunosc mai multe metode de prognozare a lui A.

Modelele de balanţă a legăturilor dintre ramuri presupun realizarea condiţiei de echilibrare a consumului producţiei şi a celui final, inclusiv exportul, producţia fiind completată cu importul. Datorită faptului că permite să se calculeze cheltuielile totale pentru producţia exportată şi cea care se substituie importului, balanţa legăturilor dintre ramuri deschide calea spre calculele de eficienţă economică a comerţului exterior.

Dacă $\left(\frac{1}{T}b + r\right)$ este vectorul cheltuielilor actualizate, în care r sînt retribuţiile pentru producerea mărfurilor, b — coeficientul de capital ţinînd seama de imobilizări, T — timpul normativ de recuperare a investiţiilor, A — matricea cheltuielilor directe, I — matricea unitate, $\hat{\alpha}$ — matricea diagonală a cheltuielilor directe ale importului, Q^e — vectorul exportului, D^e — vectorul preţurilor de export, D^m — vectorul preţurilor de import, atunci eficienţa exportului poate fi determinată prin formula:

$$E = \frac{\left(\frac{1}{T}b + r\right)(I - A + \hat{\alpha})^{-1} \cdot Q^e}{D^eQ^e - D^m\hat{\alpha}(E - A + \hat{\alpha})^{-1} \cdot Q^e} \cdot \qquad (3)$$

Modelele de optimizare a comerţului exterior permit să se îmbine calculul eficienţei economice a acestuia cu o mai completă luare în considerare a proporţiilor economice necesare, deoarece includ o serie de factori greu de luat în seamă în cazul metodei pure a balanţei. Aceştia sînt: condiţiile de producţie interne (costurile, balanţele de capacităţi, ale materiilor prime şi ale materialelor); condiţiile schimburilor externe (preţurile în valută, cererea şi oferta pe pieţele externe); starea balanţei comerciale şi a celei de plăţi ale ţării. Cercetările cele mai intense în vederea creării unor modele de optimizare a comerţului exterior se efectuează în prezent în ţările socialiste europene.

Construirea modelelor de optimizare se bazează pe posibilitatea de a se alege variante ale schimburilor internaţionale avîndu-se în vedere cea mai raţională structură geografică şi cea mai avantajoasă structură pe mărfuri a comerţului exterior.

Cea mai favorabilă repartiţie geografică a comerţului exterior se stabileşte cu ajutorul modelelor de optimizare a structurii geografice a schimburilor comerciale externe. Modelele în care, pe lîngă acestea, se caută şi structura cea mai bună a schimburilor internaţionale pe mărfuri pot fi numite modele de optimizare a structurii geografice şi pe mărfuri. Modelele din prima grupă cuprind numai domeniul circulaţiei externe de mărfuri şi au drept scop repartizarea optimă pe ţări a mărfurilor de export date şi a necesităţilor de import în vederea maximizării încasărilor de valută în comerţul cu o anumită piaţă aleasă sau cu zone cu valută liberă. Cu asemenea modele (locale) nu se poate realiza o corelare optimă a comerţului exterior cu economia naţională, deoarece ea se realizează pe baza unor fonduri de export şi de import date. O corelare mai completă se poate realiza cu ajutorul modelelor de optimizare a structurii geografice şi pe mărfuri a schimburilor internaţionale de mărfuri, prin care se rezolvă problemele de formare a celei mai favorabile structuri a producţiei interne şi se determină produsele a căror producţie internă este raţională şi cele care urmează să fie exportate în sau importate de pe diferite pieţe externe. În asemenea modele se minimizează cheltuielile interne ale ţării, avîndu-se în vedere restricţiile date de capacităţile de producţie, cererea şi oferta de mărfuri pe pieţele externe, soldul balanţei comerciale şi volumul dat al produsului final.

Etapa finală a modelării optime a relaţiilor comerciale externe ale unei ţări o constituie construirea unui model de optimizare a economiei naţionale cuprinzînd comerţul exterior ca ramură. Un asemenea model, a cărui constituire este o problemă de programare matematică, trebuie să reflecte la maximum condiţiile economice interne caracteristice modelelor economiei naţionale şi întregul ansamblu de condiţii economice externe care influenţează structura producţiei şi comerţul exterior al ţării respective.

Evaluările şi restricţiile problemei duale au un important sens economic. Realizarea modelului dual permite să se obţină evaluările resurselor, restricţiile date de soldul balanţei comerciale şi de limitele impuse posibilităţilor de cumpărare şi de vînzare a mărfurilor pe pieţele externe. Pentru aceste evaluări are o deosebită importanţă evaluarea soldului balanţei de plăţi, care este o evaluare a valutei externe sau un curs valutar de calcul cu ajutorul căruia preţurile de pe diferite pieţe se recalculează în unităţi monetare interne.

Ca şi în cazul prognozelor, la elaborarea modelelor naţionale de optimizare, se ridică problema coordonării planurilor naţionale de comerţ exterior în vederea echilibrării schimburilor internaţionale ale unei grupe de ţări. O asemenea problemă poate fi rezolvată numai în cadrul unui model general al colaborării economice internaţionale, care să ţină seama atît de condiţiile naţionale ale fiecărei ţări în parte, cît şi de condiţiile regionale şi cele extraregionale ce caracterizează procesul de colaborare a unui grup de ţări care formează o piaţă regională. Dată fiind noutatea problemelor care l-au generat, acest domeniu de modelare se află într-un stadiu incipient de dezvoltare.

G. Z. Davidovici

Bibl. 1. G. L. Şagalov, G. Z. Davidovici, *Lineinîe modeli optimizaţii vneşnetorgovogo oborota*, „Ekonomika i matematiceskie metodî" 1968, v. IV, fas. 3; I. Vaseanin, G. Z. Davidovici, G. Şagalov, *Model optimizaţii proizvodstva i vneşnei torgovli tovarov şirokogo potreblenia*, „Vneşneaia tîrgovlea" nr. 10, 1971; 3. G. L. Şagalov, *Problemî optimalnogo planirovania vneşneekonomiceskih sveazei*, „Nauka", 1973.

Modele ale dinamicii economice. Sînt folosite pentru studierea sau alegerea unor traiectorii ale mişcării în timp a ansamblului de indicatori ai economiei naţionale. Formularea modelului cuprinde:

1. precizarea fazelor stărilor sistemului economic. Starea $x(t)$ a sistemului economic în momentul t reprezintă, de regulă, cantităţile tuturor felurilor de produse, capacităţi de producţie, resurse naturale şi de muncă. Numărul de dimensiuni ale spaţiului fazelor depinde de gradul de detaliere a descrierii stării. De exemplu, în *modelele unisectoriale* starea este determinată de cantitatea unui singur produs: volumul fondurilor de producţie. Dacă sistemul economic este reprezentat în model ca o reunire a unor celule separate, atunci starea sa este determinată de stările tuturor celulelor;
2. precizarea caracterului continuu sau discret al variaţiei timpului. În cazul discret, stările economiei sînt determinate de succesiunea de momente $t = 0, 1, 2, \dots$, drept unitate luîndu-se adeseori anul;
3. descrierea posibilităţilor tehnologice ale sistemului, de exemplu a mulţimii de moduri de producţie care determină trecerile admisibile de la o stare la alta, adică traiectoria admisibilă. În modelele cu timp discret asemenea treceri se efectuează într-o unitate de timp, adică din starea $x(t)$ în starea $x(t + 1)$. În modelele cu timp continuu, de regulă unisectoriale sau bisectoriale, posibilităţile tehnologice determină vitezele admisibile ale variaţiei indicatorilor economici, adică a coordonatelor de fază ale sistemului;

4. precizarea funcţiei obiectiv a sistemului economic sau a funcţiilor obiectiv ale celulelor sistemului, dacă aceste celule dispun de o independenţă economică.

Scopul principal al analizei **m.d.e.** constă în determinarea sau alegerea dintre traiectoriile admisibile din punct de vedere tehnologic a traiectoriei pe care economia se mişcă de fapt sau pe care este de dorit să se mişte şi în descrierea proprietăţilor acestei traiectorii. Se disting două modalităţi de abordare a acestei probleme. Prima (constructivă) porneşte de la principiul dirijabilităţii sistemului economic şi constă în formularea unei probleme de extremum pe mulţimea traiectoriilor admisibile ale evoluţiei economiei. O asemenea abordare este adecvată scopurilor economiei socialiste. Adeseori, modelele corespunzătoare se numesc *modele ale creşterii economice optime*, iar în Occident, şi modele ale bunăstării. A doua modalitate este descriptivă, traiectoria evoluţiei efectiv realizată fiind considerată ca o stare de echilibru, un rezultat al interacţiunii celulelor sistemului economic (→ *Echilibru economic*). Modelele creşterii optime şi proprietăţile traiectoriilor optime sînt destul de bine studiate, în timp ce modelele şi stările de echilibru sînt mai slab investigate. Totuşi, în unele cazuri are loc teorema echivalenţei care afirmă că orice traiectorie de echilibru este optimă pentru o anume funcţie obiectiv şi, reciproc, orice traiectorie optimă este o traiectorie de echilibru, dacă interacţiunea celulelor sistemului economic este organizată într-un mod corespunzător.

Exemple tipice de modele de creştere optimă:

Modelul unisectorial cel mai simplu. Timpul este continuu, posibilităţile tehnologice sînt determinate printr-o *funcţie de producţie* * dată $f(K, L)$ şi prin dinamica resurselor de muncă $L(t)$, de asemenea date. Dacă $c(t)$ este intensitatea consumului în momentul t (evident, $c(t) \geqslant 0$), dinamica fondurilor de producţie este dată de ecuaţia

$$dK/dt = f(K, L) - c(t), \tag{1}$$

cu condiţiile iniţiale $K(0) = K_0$.

Dat fiind că $f(K, L)$ este producţia netă (venitul naţional) pe unitatea de timp, în formula (1) membrul drept este egal cu partea acumulată a venitului naţional, iar cel stîng reprezintă viteza de creştere a volumului fondurilor productive. Dinamica consumului $c(t)$ se alege astfel încît să se maximizeze o anumită funcţie obiectiv, de exemplu

$$U(T) = \int_0^T u(c)\, dt,$$

cu condiţiile (1) şi $K(t) \geqslant 0$.

Modelul multisectorial liniar. Starea economică în momentul t (timpul este discret, perioada de plan este T) este determinată de prezenţa a n feluri de produse. Posibilităţile tehnologice din intervalul $(t, t+1)$ sînt descrise de mulţimea de moduri de producţie. Dacă se alege modul j cu intensitate unitară în intervalul $(t, t+1)$, din mulţimea de produse a_j^{t+1}, de resurse naturale şi de muncă g_i^{t+1} se produce o mulţime de produse b_j^{t+1}, $j = 1, \dots, m$. Dacă intensitatea diferă de cea unitară, toate cheltuielile şi producţia sînt proporţionale cu aceasta. Să notăm cu c^{t+1} un vector n-dimensional, ale cărui componente arată volumele de consum al produselor în intervalul $(t, t+1)$, cu z^{t+1} vectorul m-dimensional al intensităţilor de utilizare a procedeelor de producţie, cu r^{t+1} vectorul resurselor naturale şi de muncă din acelaşi interval, cu A^t, B^t şi G^t matricele compuse din coloanele a_j^t, respectiv b_j^t şi g_j^t.

Posibilităţile de trecere de la starea t la starea $t+1$ sînt determinate de relaţia de balanţă

$$\begin{aligned} &A^1 z^1 + c^1 \leqq x^0; \\ &A^{t+1} z^{t+1} + c^{t+1} \leqq B^t z^t, \quad t = 1, \dots, T-1; \\ &G^t z^t \leqq r^t, \quad t = 1, \dots, T, \end{aligned} \tag{2}$$

care dau mulţimea de traiectorii nu în spaţiul stărilor, ci în spaţiul fazelor intensităţilor. Alegerea traiectoriilor dorite este dictată de maximizarea funcţiei obiectiv

$$U(Z, C) = u(z^1, c^1, z^2, c^2, \dots, z^t, c^t). \tag{3}$$

De obicei, se ia drept funcţie obiectiv utilitatea însumată (sau utilitatea însumată scontată) $U(Z, C) = \sum_{t=1}^{T} \lambda_t u(c^t)$. Dacă volumele şi structura consumului $c^1, \dots, c^T$ sînt considerate ca fiind date, se poate admite că $U(Z, C) = f(z^t)$, în particular, $f(z^t) = (d, z^T)$, în care $d \geqslant 0$. În acest caz, traiectoria optimă se află rezolvînd o problemă de programare liniară.

În practica planificării pe termen mediu şi de perspectivă, utilizarea **m.d.e.** impune înlăturarea unor dificultăţi de principiu şi tehnice. Din prima categorie fac parte construirea funcţiei obiectiv, alegerea unei ipoteze realiste privind dinamica resurselor naturale şi de muncă şi a unei ipoteze privind influenţa progresului tehnic asupra posibilităţilor de producţie. Dificultăţile tehnice sînt generate de dimensiunile enorme ale problemelor economice, de necesitatea luării în considerare a neliniarităţii, a caracterului discret al valorilor intensităţilor şi a caracterului aleator al rezultatelor unor procese de producţie. Deocamdată, pentru calcule concrete s-au folosit numai modele dinamice extrem de simple: *modelul economiei în expansiune* * şi *modelul dinamic al balanţei legăturilor dintre ramuri* *. Ambele pot fi privite ca exemple ale modelului (2), (3).

Deşi **m.d.e.** continuă să fie insuficient utilizate pentru rezolvarea unor probleme concrete de planificare, rolul lor în analiza teoretică a proprietăţilor diferitelor categorii economice şi a legăturilor dintre acestea, în special a celor valorice, este foarte mare. Această analiză se întemeiază pe *teoremele de dualitate* sau teoremele caracteristicii, valabile în ipoteze destul de largi. Conform acestor teoreme, traiectoriilor şi planurilor optime, şi numai acestora, le corespund serii de preţuri astfel încît pe traiectoria optimă valoarea este maximă în orice moment, adică există preţuri care stimulează îndeplinirea planului optim.

Pe baza relaţiilor de dualitate pentru modelele (2), (3) şi a generalizărilor lor se cercetează structura preţului, se investighează categorii ca renta, acumularea, creditul, rata eficienţei şi se pun în evidenţă sursele reproducţiei lărgite.

În modelele cu tehnologie constantă în timp, o metodă importantă de cercetare a proprietăţilor traiectoriilor şi preţurilor optime este studiul traiectoriilor optime staţionare, adică al *magistralelor*. Posibilitatea de a se aplica concluziile obţinute din studiul magistralelor la traiectoriile optime rezultă din faptul că, odată cu trecerea timpului, aceste traiectorii se apropie de magistrale (teoremele magistralei).

Alături de noţiunea de procedeu de producţie, primară pentru modelul (2), pentru construirea modelelor dinamice se poate utiliza conceptul de *mulţime tehnologică*, care permite să se formuleze într-un mod simplu şi compact modele de o formă destul de generală. Spaţiul fazelor pentru sistemul economic este E_n^t, regiunea coordonatelor nenegative a spaţiului euclidian n-dimensional, iar x_0 este starea iniţială. Posibilităţile de trecere de la starea din momentul t la starea din momentul $t+1$ sînt date de mulţimea T_t, $T_t \subset E_n^t \times E_n^t$, numită mulţime tehnologică. Vectorul 2 n-dimensional $(x, y) \in T_t$, $x \in E_n^t$, $y \in E_n^t$ este procesul (procedeul) de producţie cu ajutorul căruia din mulţimea de produse x se poate produce în cursul unui interval unitar o mulţime de produse y. Şirul $\{x(t)\}_{t=0}^{T}$, $T \leqslant \infty$, se numeşte *traiectorie admisibilă*, care porneşte din x_0, dacă: 1) $(x(t), y(t)) \in T_t$, pentru toţi t; 2) $x(t+1) \leqq y(t)$; 3) $x(0) = x_0$. Şirul $\{(x(t), y(t)\}$, care satisface condiţiile 1—3, se numeşte *plan*. Ambele modele prezentate mai sus, (1) şi (2)—(3), se pot descrie în limbajul mulţimilor tehnologice.

Prezentăm exemple de formulări ale celor mai importante teoreme privind proprietăţile planurilor optime. Pentru modelul avînd funcţia obiectiv $U = \sum_{t=0} u\,(x(t),\ y(t))$ este valabilă următoarea teoremă a caracteristicii. Dacă mulțimile T_t sînt convexe, închise și satisfac unele condiții de regularitate și dacă funcția $u(x,\ y)$ este concavă, atunci condiția necesară și suficientă a optimalității planului $\{(\overline{x}(t),\ \overline{y}(t)\}_{t=0}^{T}$ este existența unor prețuri ale produselor $P_t \geqslant 0$ astfel încît

$$u(\overline{x}(t),\ \overline{y}(t)) + p_{t+1},\ \overline{y}(t)) - (p_t,\ \overline{x}(t)) \geqslant u(x,\ y) + (p_{t+1}y) - (p_t,\ x),$$

pentru toți $(x,\ y) \in T_t$ și t, iar
$(p_t,\ \overline{y}(t-1) - \overline{x}(t)) = 0$, pentru $t \leqslant T$.

Această teoremă afirmă că suma utilității și a beneficiului este maximă pentru planul optim în fiecare moment, prețul în momentul t al unui produs redundant în momentul respectiv fiind egal cu zero. Pentru cazul în care T este un con convex închis *(→ Mulțimi poliedrice)* și toți $T_t = T$, *starea de echilibru după von Neumann* este procesul $(\overline{x}, \overline{y}) \in T$, vectorul prețurilor $P \leqq 0$, iar ritmul de creștere $\alpha > 0$ satisfăcînd condițiile 1) $\alpha\overline{x} \leqslant \overline{y}$; 2) $\alpha(p,\ x) \geqslant (p,\ y)$ pentru toți $(x,\ y) \in T$; 3) $(p,\ \overline{y}) > 0$. Magistrala este *traiectoria staționară* $\{\alpha^t\ \overline{x}\}_t^T = 0$, pe care structura stării este constantă, iar producția tuturor produselor crește în același ritm constant.

Există multe teoreme privind apropierea traiectoriilor optime de magistrală. Ele sînt demonstrate pentru multe feluri de funcții obiectiv și pentru diferite mulțimi tehnologice T. Cităm ca exemplu formularea teoremei lui Radner. Fie funcția obiectiv $u(y(T)) = (d,\ y(T)),\ d > 0$, T un con strict convex, $x(t)$ o traiectorie optimă arbitrară care pornește din $x_0 > 0$. Atunci, pentru orice $\varepsilon > 0$ se va găsi un număr natural M, independent de perioada de planificare T, astfel că $\left|\dfrac{x(t)}{|x(t)|} - \dfrac{\overline{x}}{|\overline{x}|}\right| > \varepsilon$ pentru cel mult M momente.

Aceasta înseamnă că aproape tot timpul traiectoria optimă este apropiată de magistrală. Pentru o serie de modele de tipul (2), cînd conul T este poliedric, este valabilă o afirmație analoagă, traiectoria optimă fiind apropiată de magistrală peste tot cu excepția, eventuală, a segmentului inițial și a celui final al perioadei de plan.

Contribuții fundamentale la formarea conceptului de **m.d.e.** se datorează acad. L.V. Kantorovici și matematicienilor americani J. von Neumann și D. Gale.

V. L. Makarov, S. M. Movșovici

Bibl. 1. D. Gale, *Zamknutaia modeli proizvodstva*, în culegerea *Lineinîe neravenstva i smojnîe voprosî*, Izd. inostr. lit., 1959; 2. L. V. Kantorovici, *Dinamiceskaia modeli perspektivnogo planirovania*, în culegerea *Planirovanie i ekonomiko-matematiceskie metodî*", „Nauka", 1964; 3. L. V. Makarov, *Optimalnîe modeli perspektivnogo planirovania*, în culegerea *Primenenie matematiki v ekonomiceskih issledovaniah*", v. 3, „Misl", 1965.

Modele ale reproducției socialiste lărgite. Modele macroeconomice care au ca principală trăsătură distinctivă delimitarea sectoarelor de producție în conformitate cu destinația economică a elementelor produsului social create în cadrul lor.

Prototipul teoretico-metodologic al actualelor **m.r.s.l.** este modelul construit pe baza formalizării premiselor inițiale ale schemelor clasice ale reproducției lărgite, descrise în volumul II din *Capitalul* lui K. Marx:

1. $c_i^{(t)} + v_i^{(t)} + p_i^{(t)} = P_i^{(t)}$,
2. $p_i^{(t)} = \Delta c_i^{(t)} + \Delta v_i^{(t)} + p_{in}^{(t)}$,
3. $h_i = c_i : v_i = \text{const}$,
4. $z_i = p_i : v_i = \text{const}$,
5. $p_i^{(t)} = c_1^{(t+1)} + c_2^{(t+1)}$,

în care c_i este valoarea capitalului constant din sectorul i sau volumul compensării cheltuielilor materiale;

v_i — capitalul variabil sau valoarea produsului necesar al sectorului i;
p_i — valoarea plusprodusului creat în sectorul i;
p_{in} — partea consumată a plusvalorii în sectorul i;
P_i — volumul producției sectorului i;
t — indicele anului;
1 — indicele sectorului care creează mijloace de producție;
2 — indicele sectorului care produce obiecte de consum;
Δ — creșterea mărimii respective.

Mecanismul dinamic al schemelor reproducției lărgite ale lui Marx se bazează pe utilizarea unui grad de libertate, raportat la rata acumulării plusvalorii unuia dintre sectoare:

$$n_i^{(t)} = \frac{\Delta c_i^{(t)} + \Delta v_i^{(t)}}{p_i^{(t)}}.$$

Analiza schemelor lui Marx arată că, în condițiile unei creșteri absolut echilibrate a producției în ambele sectoare, ratele acumulării $n_1^{(t)}$ și $n_2^{(t)}$ sînt legate între ele prin următoarea ecuație:

$$\frac{h_1 z_1 v_1^{(t)}}{h_1 + 1} n_1^{(t)} + \frac{h_2 z_2 v_2^{(t)}}{h_2 + 1} n_2^{(t)} = (1 + z_1) v_1^{(t)} - h_2 v_2^{(t)}. \qquad (1)$$

Determinarea numerică a uneia dintre variabilele ecuațiilor duce la determinarea univocă a elementelor $\Delta c_i^{(t)}$, $\Delta v_i^{(t)}$, $\Delta p_i^{(t)}$ și $\Delta P_i^{(t)}$.

Interpretarea schemelor descrise cu ajutorul înlocuirii constantelor şi a modificării formei de relaţie dintre variabile permite ca în cadrul aceloraşi premise iniţiale să se construiască un model care constituie un analog mai sugestiv al modelelor macroeconomice actuale.

Să admitem că $a_i = c_i : P_i$ este coeficientul cheltuielilor materiale curente; $b_i = \Delta c_i : \Delta P_i$ — coeficientul cheltuielilor specifice de capital pentru sporul producţiei în sectorul i.

Evident că $a_i = \dfrac{h_i}{h_i + z_i + 1}$ şi întrucît h_i şi z_i sînt constante, $b_i = a_i$.

Să notăm fondul de acumulare a mijloacelor de producţie prin $K^{(t)}$:

$$K^{(t)} = v_1^{(t)} + p_1^{(t)} - c_1^{(t)}. \tag{2}$$

Întrucît, conform celor arătate de Marx, condiţia fundamentală a reproducţiei lărgite constă în satisfacerea cerinţei $v_1^{(t)} + p_1^{(t)} - c_2^{(t)} > 0$, reproducţia se va realiza în proporţii lărgite numai în cazul $K^{(t)} > 0$. Producţia totală de mijloace de producţie (P_1) în fiecare an este egală cu volumul total al înlocuirii lor ($c_1 + c_2$) şi al acumulării (k) în cele două sectoare:

$$c_1^{(t)} + c_2^{(t)} + K^{(t)} = P_1^{(t)} \tag{2}$$

Înlocuindu-l pe c_i prin $a_i P_i$ şi rezolvînd ecuaţia obţinută în raport cu P_1, obţinem:

$$P_1 = \frac{1}{1 - a_1} K^{(t)} + \frac{a_2}{1 - a_1} P_2^{(t)} \tag{3}$$

Potrivit premiselor iniţiale, toate mijloacele de producţie din cadrul acestei scheme se reproduc în decursul unui ciclu (an).

Ca atare, întregul volum al acumulării mijloacelor de producţie din anul t în anul următor ($t + 1$) trebuie să se adauge la fondul lor de înlocuire din acelaşi sector.

$$K^{(t)} = \Delta c^{(t)}.$$

De aici rezultă că:

$$\Delta c_1^{(t)} + \Delta c_2^{(t)} = K^{(t)} \quad \text{sau} \quad a_1 \Delta P_1^{(t)} + a_2 \Delta P_2^{(t)} = K^{(t)}.$$

Înlocuindu-l pe P_1 cu partea dreaptă a ecuaţiei (3), transcrisă pentru creşteri, ajungem la următoarea ecuaţie:

$$\frac{a_1}{1 - a_1} \Delta K^{(t)} + \frac{a_2}{1 - a_1} \Delta P_2^{(t)} = K^{(t)}. \tag{4}$$

Această formulă arată posibilităţile de creştere a fondului de consum şi de autocreştere a fondului de acumulare a mijloacelor de producţie (K) în funcţie de volumul mijloacelor de producţie acumulate în anul respectiv.

Evident că utilizarea unui singur grad de libertate în ecuaţiile (3) şi (1) duce la rezultate identice.

Exemplu. Să presupunem, ca în schemele lui K. Marx, că avem cunoscute pentru un an oarecare următoarele mărimi:

$c_1 = 4000 \quad c_2 = 1500 \quad h_1 = 4$

$v_1 = 1000 \quad v_2 = 750 \quad z_1 = 1$

$p_1 = 1000 \quad p_2 = 750 \quad h_2 = 2$

$P_1 = 6000 \quad P_2 = 3000 \quad z_2 = 1.$

Ecuaţia (1) capătă forma $8n_1 + 5n_2 = 5$. Fie $n_1 = 0{,}455$, atunci, pe baza rezolvării ecuaţiei de balanţă (1), îl aflăm pe $n_2 = 0{,}272$. De aici rezultă că $\Delta c_1 + \Delta v_1 = 0{,}455 \times \times 1000 = 455$; întrucît $\Delta c_1 : \Delta v_1 = 4$, $\Delta c_1 = 364$, $\Delta v_1 = 91$. În mod analog aflăm pe $\Delta c_2 = 136$, $\Delta v_2 = 68$. Avînd în vedere că $z_1 = z_2 = 1$, determinăm pe $\Delta p_1 = = \Delta v_1 = 91$ şi $\Delta P_1 = 364 + 91 \times 2 = 564$. Tot aşa, $\Delta P_2 = 136 + 68 \times 2 = 272$. Pe de altă parte, ecuaţia (3) în formă numerică devine:

$$2\Delta K + 1{,}5\,\Delta P_2 = 500, \tag{5}$$

unde, conform definiţiei (2), $K = 1000 + 1000 - 1500 = 500$. Fie $\Delta K = 46$. Din ecuaţia (5) rezultă că $\Delta P_2 = 272$. Folosind egalitatea (3), aflăm

$$\Delta P_1 = 3\Delta K + 1{,}5\Delta P_2 = 546.$$

Studierea modelului reproducţiei lărgite, construit pe baza premiselor iniţiale ale schemelor lui Marx, permite să se obţină o serie de rezultate analitice importante referitoare, în special, la rezolvarea problemei ritmurilor comparative de creştere a celor două sectoare ale producţiei sociale. Astfel, dacă $s^{(t)}$ este raportul dintre volumul producţiei mijloacelor de producţie şi volumul producţiei obiectelor de consum, $s^{(t)} = = P_2^{(t)} : P_1^{(t)}$, condiţia de egalitate a ritmurilor de creştere a celor două sectoare se va exprima în felul următor:

$$q^{(t)} = \frac{a_1}{a_1 + s^{(t)}a_2},$$

unde $q^{(t)}$ este parametrul de „dozare", care măsoară ponderea sectorului I în repartizarea fondului de acumulare a mijloacelor de producţie:

$$q^{(t)} = \Delta c_1^{(t)} : K^{(t)}.$$

Dacă însă, aşa cum se întîmplă în schemele lui K. Marx, $a_1 = 2/3$ $a_2 = 1/2$, $s = 0{,}5$, atunci ambele sectoare cresc în acelaşi ritm în condiţiile repartizării în sectorul I a 72,8% din mijloacele de producţie acumulate (la care corespunde o rată a acumulării plusprodusului $n_1 = 0{,}455$).

Dacă, aşa cum se întîmplă în schemele lui V. I. Lenin, compoziţia organică a fondului de acumulare este întotdeauna mai ridicată decît a fondului de înlocuire şi de aceea, spre deosebire de schemele lui K. Marx, $b_i^{(t)} \neq a_i^{(t)}$, atunci condiţia egalităţii ritmurilor de creştere a celor două sectoare se formulează în felul următor:

$$q^{(t)} = \frac{b_1^{(t)}}{b_1^{(t)} + s^{(t)} b_2^{(t)}},$$

unde $b_i^{(t)}$ sînt coeficienţii cheltuielilor specifice de capital necesare pentru creşterea volumului producţiei în cele două sectoare. Analiza arată că şi în condiţiile unei creşteri a compoziţiei organice reproducţia se poate realiza la scară lărgită în condiţiile unor ritmuri egale de creştere a celor două sectoare. În acest scop, este necesară şi suficientă respectarea, pe lîngă condiţia pe care tocmai am formulat-o, şi a condiţiei $K^{(t)} > 0$.

În modelarea proceselor reproducţiei socialiste lărgite, care se desfăşoară în condiţii reale, un rol esenţial îl joacă separarea în cadrul producţiei sectorului I a uneltelor şi mijloacelor de muncă şi a obiectelor muncii.

Ecuaţiile de balanţă ale repartiţiei producţiei în cadrul acestui model au forma:

$$u_1^{(t)} + u_2^{(t)} + u_3^{(t)} + K^{(t)} + D_1^{(t)} = P_1^{(t)},$$

$$C^{(t)} + D_2^{(t)} = P_2^{(t)},$$

unde u_j reprezintă volumul cheltuielilor în sectorul j al obiectelor muncii;

C — fondul de consum;

K — acumularea fondurilor fixe productive;

D_i — utilizarea producţiei din sectorul i pentru necesităţile exportului, pentru crearea unui spor al stocurilor ş.a.;

P_i — volumul producţiei în sectorul i.

Dacă sînt cunoscuţi coeficienţii cheltuielilor materiale curente $a_j^{(t)} = u_j^{(t)} : P_j^{(t)}$ şi ponderea „altor nevoi“ în repartizarea producţiei,

$d_i^{(t)} = D_i^{(t)} : P_i^{(t)}$, atunci sistemul ecuațiilor de balanță capătă următoarea soluție:

$$P_1^{(t)} = \frac{1}{1 - a_1^{(t)} - d_1^{(t)}} K^{(t)} + \frac{a_2^{(t)}}{1 - a_1^{(t)} - d_1^{(t)}(1 - d_2^{(t)})} C^{(t)}, \tag{6}$$

$$P_2^{(t)} = \frac{1}{1 - d^{(t)}} C^{(t)}.$$

Ecuația inițială a dinamicii sistemului reprezintă o limitare a posibilităților de creștere la resursele existente de acumulare a fondurilor fixe productive:

$$b_1^{(t)} P_1^{(t)} + b_2^{(t)} P_2^{(t)} = F^{(t)}, \tag{7}$$

unde b_j reprezintă coeficienții cheltuielilor specifice de capital necesare pentru producția sectorului j;
F — volumul fondurilor fixe productive în economia națională.

Admițînd că $F^{(t)} = F^{(0)} + \sum_{\tau=0}^{t-1} K^{(\tau)}$ și înlocuind în (7) P_1 și P_2 pe baza formulei (6) obținem:

$$\frac{b_1^{(t)}}{1 - a_1^{(t)} - d_1^{(t)}} + \frac{b_1^{(t)} a_2^{(t)} + b_2^{(t)}(1 - a_1^{(t)} - d_1^{(t)}}{(1 - a_1^{(t)} - d_1^{(t)})\,(1 - d_2^{(t)})} = F^{(0)} + \sum_{\tau=0}^{t-1} \mathrm{K}^{(\tau)} \tag{8}$$

Ecuația (8), prin construcția sa formală și prin semnificația sa economică, se aseamănă cu ecuația (3) a modelului construit pe baza schemelor lui Marx ale reproducției lărgite. Ea reprezintă veriga centrală a modelului dinamic al reproducției socialiste lărgite și poate fi utilizată pentru construirea unui sistem de restricții ale modelului de optimizare a dinamicii economice.

Pe baza unor date medii din anii '60 parametrii modelului reproducției socialiste lărgite sînt următorii:

$$P_1^{(t)} = 2{,}4\,K^{(t)} + 1{,}6\,C^{(t)},$$

$$P_2^{(t)} = 1{,}25\,C^{(t)}$$

$$2\,K^{(t)} + 1{,}8\,C^{(t)} = F^0 + \sum_{\tau=0}^{t=1} K^{(\tau)}.$$

Introducerea în model a împărțirii în mai multe ramuri, în condițiile menținerii diferențierii structurii cheltuielilor în funcție de destinația economică a producţiei, creată în fiecare dintre ramuri, duce la un model multisectorial al reproducţiei lărgite.

V. S. Dadaian, V. V. Kiseleva

Bibl. K. Marx şi Fr. Engels, *Opere*, v. 24; 2. V. I. Lenin, *Cu privire la așa-numita problemă a piețelor, Opere complete*, ed. a V-a, v. 1; 3. V. S. Nemcinov, *Izbrannîe proizvedenia*, v. 3, „Nauka", 1967; 4. O. Lange, *Introducerea în cibernetica economică*, Editura științifică, 1967; 5. L. I. Dovgan, *O tempah rosta dvuh podrazdelenii obșcestvennogo proizdvostva*, „Ekonomika", 1965; 6. V. S. Dadaian, *Ekonomiko-matematiceskoe modelirovanie soțialisticeskogo vosproizvodstva*, „Ekonomika", 1966; 7. S. S. Șatalin, *Proporționalnost obșcestvenogo proizdvostva*, „Ekonomika", 1968.

Modele demografice. Modele care descriu starea și funcționarea *populației**, diferitele elemente ale reproducerii acesteia sau întreg acest proces în ansamblu. Aceste modele cuprind variabile demografice endogene (numărul absolut al diferitelor evenimente demografice, intensitățile acestora, dinamica etc.) și variabile exogene, care pot fi atît demografice, cît și nedemografice (biologice, economice, social-psihologice etc.). Se disting modele *macrodemografice*, care descriu procesele demografice la nivelul întregii populații, și modele *microdemografice*, care reflectă procesele demografice prin modelarea comportamentului demografic al unui individ sau al unei familii luate în parte. În funcție de faptul dacă se ia sau nu în considerare în cadrul modelului abaterea posibilă a frecvențelor evenimentelor demografice de la probabilitățile lor, modelele se împart în *stochastice* (probabiliste) și *deterministe*. Orice micromodel este în mod necesar stochastic. Macromodelele sînt, de regulă, deterministe. Modelele în care timpul și vîrsta intră ca un parametru continuu, adică pot lua orice valoare, se numesc *modele continue*. Modelele în care ele variază cu un anumit pas (dacă acest pas este egal cu 1, atunci timpul și vîrsta iau numai valori întregi) se numesc modele *discrete*.

Specificul proceselor demografice face ca, practic, în toate modelele dezvoltate, să apară ca variabilă exogenă obligatorie vîrsta, iar variabilele demografice endogene să fie considerate ca funcții de vîrstă — *funcții demometrice*. Funcțiile demometrice pot caracteriza procesele care se desfășoară fie într-o cohortă reală oarecare (colectivitate de oameni, care intră simultan într-o stare demografică dată), a cărei viață este urmărită în decursul unei anumite perioade, fie în cadrul unei populații la un anumit moment dat. În acest din urmă caz, intensitățile fenomenelor demografice, observate în același moment de timp, dar la cohorte reale diferite, se referă la o generație convențională (ipotetică), care ar trăi în decursul întregii sale vieți în condiții neschimbate.

Una din clasele principale de **m.d.** o constituie macromodelele deterministe discrete numerice, în care funcțiile demometrice sînt reprezentate sub forma unor tabele *demografice*. (Istoria modelării demografice începe odată cu întocmirea celor dintîi modele de dispariție treptată a unei generații — a tabelelor de mortalitate: J. Graunt, 1662; E.Halley, 1693). Tabelele demografice se construiesc sub forma unor tabele ale numărului de evenimente (decese, nașteri, căsătorii etc.) și al efectivului de oameni care au o anumită stare demografică. Aceste efective se schimbă sub influența evenimentelor examinate (de pildă, numărul celor în viață descrește sub influența deceselor). De obicei, colectivitatea inițială de persoane cu o anumită stare demografică — rădăcina tabelului — este dată în mod arbitrar (de pildă, 100 000 de persoane), iar intensitățile evenimentelor demografice corespund celor observate în populațiile reale. Tabelele demografice permit o substanțială complicare a modelului pe seama introducerii unor variabile exogene suplimentare (de pildă, tabelele de fertilitate, în care aceasta este considerată ca funcție nu numai de vîrsta femeilor, dar și de starea lor civilă, de timpul de cînd sînt căsătorite, de numărul copiilor născuți anterior etc.). Dacă colectivitatea inițială de persoane cu o anumită stare demografică se poate schimba simultan sub influența mai multor cauze, atunci un asemenea proces poate fi descris cu ajutorul așa-numitelor tabele combinate (de pildă, tabelele de încetare a căsătoriei sub influența simultană a deceselor și a divorțurilor). Studierea statistică a unui mare număr de tabele demografice permite să se evidențieze formele tipice de curbe corespunzătoare diferitelor funcții demometrice la niveluri diferite de intensitate a proceselor demografice și să se elaboreze modele tip (de pildă, tabelele tip de mortalitate ale O.N.U.).

Tabelele demografice nu numai că caracterizează intensitățile proceselor demografice și dinamica lor, dar permit totodată să se calculeze și o serie de indicatori generalizatori, care asigură o caracterizare sintetică a diferitelor procese demografice (de pildă, durata medie a vieții).

Reunirea tabelelor de mortalitate și a celor de fertilitate ne dă un model discret de reproducere a populației, care poate fi redus la o egalitate matriceală de tipul

$$\overline{\mathbf{S}}^t = \mathbf{A}_t\, \overline{\mathbf{S}}^{t-1}, \qquad (1)$$

unde $\overline{\mathbf{S}}^t$ este vectorul efectivelor populației în cadrul unei anumite structuri, de pildă a efectivelor pe vîrste la un moment dat t;

$\mathbf{A}_t$ — matricea pătratică a reproducerii, egală în cazul cel mai simplu cu (a_{ij}), unde a_{ij} este probabilitatea de naștere a unui copil de către o femeie la vîrsta $j-1$ (indicator din tabelul de fertilitate), $a_{j,j-1}$ — probabilitatea pentru o femeie la vîrsta $j-1$ de a trăi pînă la sfîrșitul anului calendaristic, ceilalți $a_{ij} = 0$. Acest model se aplică pe scară largă pentru calculele de prognoză și cele de analiză.

Dependenţele interne, care există între regimul de reproducere (definit prin funcţiile de fertilitate şi de mortalitate) şi structură în cadrul oricărei populaţii, îi conferă o anumită proprietate *(ergodicitate)*, în virtutea căreia, dacă *funcţiile de fertilitate* $\varphi(x)$ (densitatea repartiţiei pe vîrste a naşterilor la femei) şi $l(x)$ — *funcţia de supravieţuire* (probabilitatea de a supravieţui pînă la vîrsta x), observate la un anumit moment dat (adică, de fapt, luate în mod aleator), rămîn neschimbate o perioadă de timp nelimitată, atunci populaţia îşi „uită" treptat structura iniţială pe vîrste şi tinde spre o anumită stare limită ale cărei caracteristici sînt considerate drept caracteristici ale unei *populaţii model*, care a căpătat denumirea de *stabilă*. Structura pe vîrste, precum şi coeficienţii generali de natalitate, mortalitate şi spor natural ai unei asemenea populaţii sînt constanţi şi imanenţi în sensul că sînt determinaţi univoc de funcţiile de mortalitate şi fertilitate, cu condiţia ca acestea să rămînă neschimbate. Prin urmare, pentru orice combinaţie de $\varphi(x)$ şi $l(x)$ se poate construi o *populaţie stabilă* corespunzătoare, calculîndu-se pentru ea toţi indicatorii dinamicii şi structurii. Un mare număr de asemenea *populaţii stabile* au fost construite, iar caracteristicile lor fundamentale au fost publicate. Unele modificări ale modelului populaţiei stabile admit renunţarea la invariabilitatea elementelor $\varphi(x)$ şi $l(x)$. Aşa este, de pildă, *modelul populaţiei cvasistabile*, în care fertilitatea rămîne invariabilă, în timp ce mortalitatea se reduce în aceeaşi proporţie la toate vîrstele; în aceste condiţii structura pe vîrste rămîne invariabilă. Sînt posibile rafinări ale modelului, bazate pe proprietatea de *ergodicitate slabă:* fiind dat un regim de reproducere, chiar dacă acesta nu este invariabil în timp, structurile a două populaţii se vor apropia, independent de deosebirile existente în momentul iniţial.

Modelul populaţiei stabile a fost pentru prima dată dezvoltat pe baza unui analog continuu al ecuaţiei (1) (A. Lotka, 1907):

$$B(t) = \int_0^\infty B(t - x)\, l(x)\, \varphi(x)\, \mathrm{d}x, \tag{2}$$

unde $B(t)$ este densitatea naşterilor în timp, sub forma *ecuaţiei integrale a reproducerii populaţiei*. Ulterior, a căpătat răspîndire şi varianta discretă a modelului populaţiei stabile.

Fiind o imagine ideală a populaţiei reale, populaţia stabilă permite să se studieze consecinţele menţinerii unui anumit regim de reproducere a populaţiei „în formă pură", eliminînd influenţa factorilor externi sau luînd în considerare influenţa unora dintre ei, anume supuşi analizei; tabelele cu date gata calculate fie că exclud cu totul necesitatea unor calcule greoaie, fie că le simplifică substanţial. Înregistrarea analitică simplă a tuturor corelațiilor existente în sînul unei populații stabile permite să se includă lesne factorul demografic în componența modelelor nedemografice, în care populația intră ca una din numeroasele variabile exogene. Ca exemplu pot servi funcțiile de producție* din așa-numitele modele demoeconomice, care conțin ca variabilă economică endogenă *producția* și în care se introduc în mod exogen parametrii populației stabile.

În ultima vreme capătă o importanță tot mai mare modelele de simulare microdemografice, în care comportamentul demografic este simulat pe calculatorul electronic prin metoda Monte Carlo (→ *Modelarea prin simulare*). În acest scop, evenimentele din viața unui individ sau a unei familii, care interesează cercetarea, sînt reprezentate pentru fiecare interval de timp sau de vîrstă sub forma unui set finit de alternative cu anumite probabilități de opțiune și cu anumite funcții de repartiție (care pot fi considerate ca funcții de variabile sociale, economice etc., după care „viața" individului sau a familiei este urmărită la calculatorul electronic, de la început pînă la sfîrșit, orice eveniment fiind considerat ca „realizat" sau „nerealizat" în funcție de numerele aleatoare produse. Interesul pentru modelele de simulare este determinat de tendința de a ține seama, în analiză și prognoză, de un mare număr de factori de comportament ai dezvoltării demografice, care nu pot fi prinși în cadrul modelelor macrodemografice.

E. M. Andreev, A. G. Vișnevski

Bibl. 1. *Kurs demografii*, sub redacția lui A. I. Boiarski, „Statistika", 1967; 2. *Modeli demograficeskih sveazei*, „Statistika", 1972.

Modele economico-matematice (clasificare). Orice model economico-matematic presupune o aplicație izomorfă a unei imagini simplificate a obiectului investigat (→ *Izomorfism)*, imaginea respectivă fiind un *homomorfism** în raport cu obiectul ca atare. De aceea există două niveluri ale tipologiei **m.e.-m.**, în cadrul cărora, în conformitate cu anumite criterii de clasificare, se pot distinge diferite grupe de modele.

La primul nivel de tipologie, criteriile de clasificare ale **m.e.-m.** caracterizează gradul de simplificare conștientă și finalizată a obiectului investigat în imaginea modelată. Pe baza acestor criterii, **m.e.-m.** se clasifică: 1. după profunzimea de cuprindere a organizării structurale și a funcțiilor obiectului investigat: modele ale structurii tehnologice a economiei, ale structurii instituționale a economiei, ale structurii sociale și ale mediului (→ *Structura sistemului social-economic*); 2. după gradul de formalizare: modele generale și modele particulare care au nevoie de un *complement extern* mai mult sau mai puțin important și care pot fi localizate după o caracteristică funcțională (printre acestea sînt modelele spaţiale şi modelele punct), după un criteriu de structură (modele ale diferitelor niveluri şi celule ale ierarhiei social-economice) şi după un criteriu de timp (modele dinamice, cvasistatice şi statice); 3. după gradul de fineţe în redarea proprietăţilor elementelor şi a relaţiilor structurale ale obiectului formalizării: modele deterministe, probabiliste şi modele cu risc şi incertitudine; 4. după gradul de fineţe în redarea relaţiilor structurale ale obiectului cercetat; modele liniare şi modele neliniare; 5. după gradul de fineţe în redarea structurii obiectului formalizării în ansamblu: modele agregate *(→ Agregare)* şi modele detaliate.

La al doilea nivel de tipologie, criteriile de clasificare a **m.e.-m.** trebuie să caracterizeze deosebirile dintre modele ca scheme matematice care asigură izomorfismul cu aplicaţia homomorfă a obiectului investigat. Pe baza acestor caracteristici **m.e.-m.** pot fi împărţite: 1. după concepţia de formalizare: modele construite pe baza principiului finalist, mecanic sau sistemic *(→ Teoria generală a sistemelor)*; 2. după raportul dintre parametrii exogeni şi cei endogeni: modele mai mult sau mai puţin închise sau deschise; 3. după construcţie: modele globale permiţînd o decompoziţie formalizată, complexe de modele, dintre care fiecare se obţine prin decompoziţia unui model global în absenţa parţială sau totală a formalizării conexiunilor inverse dintre elementele care alcătuiesc complexul şi sisteme de modele (→ *Planificare social-economică*); 4. după mijloacele de descriere: modele descriptive şi modele normative; 5. după tipul de variaţie a variabilelor: modele cu variabile continue, modele cu variabile discrete şi modele de tip mixt; 6. după caracterul informaţiei iniţiale: modele care utilizează informaţia primară, modele cu informaţie derivată şi modele cu informaţie mixtă. Pentru modelele normative, tipologia schiţată se completează cu o clasificare corespunzătoare a *criteriilor de optim**.

Trebuie precizat, în primul rînd, că, de regulă, descrierea conţinutului modelat din economie nu are precizia şi univocitatea necesare, problema identificării fiind aici esenţialmente mai complicată decît, de exemplu, în mecanică sau în fizică; în al doilea rînd că sub influenţa conexiunii inverse (de la model la obiectul a cărei imagine este), realizată în conştiinţa cercetătorului odată cu construirea şi analiza modelului, descrierea conţinutului modelat adeseori se modifică, uneori fără ca investigatorul să-şi dea seama de acest lucru. Datorită acestui fapt, precum şi pentru că majoritatea **m.e.-m.** sînt insuficient studiate, în multe cazuri nu se poate stabili dacă deosebirea dintre modele aparţine primului sau celui de al doilea nivel de tipologie, întrucît criteriile pentru utilizarea riguroasă a conceptului de izomorfism se estompează. De aceea, la al doilea nivel de tipologie, clasificarea se întemeiază şi pe asemenea caracteristici pentru care se cunosc exemple de izomorfism ale modelelor care se diferenţiază după aceste caracteristici (în mecanică, fizică, termodinamică, biologie, economie, matematică).

Alegerea unei imagini homomorfe, care să servească drept punct de pornire şi reper de modelare, trebuie pusă în legătură, în primul rînd, cu destinaţia modelului astfel încît gradul şi direcţia simplificărilor să nu intre în contradicţie cu destinaţia modelului. După fixarea, în măsura posibilităţilor, a acestei imagini, în construirea unui model izomorf cu ea, la alegerea mijloacelor, metodelor şi aparatului de modelare trebuie să ne călăuzim după scopuri de rang inferior: minimizarea cheltuielilor de diferite resurse şi de timp etc.

Din analiza proprietăţilor economiei *(→ Structura sistemului social-economic, Sistem mare)* rezultă în mod limpede că la formalizarea (modelarea) imaginii acesteia, în conformitate cu scopurile practice ale conducerii, izomorfismul poate fi realizat pe baza *abordării sistemice* şi prin apelul în vederea descrierii obiectului investigat la un sistem de modele cu închidere maximă, care să îmbine în mod organic modele descriptive şi modele normative cu variabile discrete şi continue. În acest caz se asigură cea mai profundă cuprindere a organizării structurale şi a funcţiilor economiei, precum şi cel mai înalt grad de completitudine a formalizării, reflectarea existenţei în sistemul modelat atît a proprietăţilor şi intereselor emergente *(→ Emergenţă)*, cît şi a celor imanente. În felul acesta se deschide posibilitatea armonizării acestor interese şi a realizării stabilităţii deciziilor de conducere, determinate prin calcul pe baza modelului, în ceea ce priveşte consecinţele înfăptuirii acestora, în condiţiile reacţiei mediului înconjurător. Se asigură astfel gradul de fineţe cel mai înalt posibil al proprietăţilor elementelor, al formelor relaţiilor structurale ale obiectului supus formalizării şi ale structurii sale în ansamblu. Ca urmare, complementul extern al modelului se reduce la un minimum, determinat de gradul actual de cunoaştere a proceselor care au loc în sistemul social-economic şi în mediul în care funcţionează acesta. O asemenea formalizare poate fi utilizată cu succes în practica de conducere a economiei.

Aplicarea eficientă a altor modele este limitată în principal la analiza abstractă a definiţiilor unor categorii economice, analiză de o mare importanţă teoretică. Deşi respectivele modele şi complexe de modele nu oferă în mod direct o imagine integrală, suficient de precisă, a funcţionării sistemului social-economic, ele pot juca rolul de componente ale formalizării cu destinaţie practică. Utilizarea lor practică de-sine-stătătoare este însă eficientă datorită unui şir de cauze.

Asemenea modele şi complexe de modele pot fi normative sau descriptive. În primul caz o componentă obligatorie a formalizării este criteriul global de optim, a cărui formă şi ai cărui parametri se fixează pornind de la prioritatea intereselor emergente ale sistemului social-economic în raport cu interesele imanente ale celulelor care îl compun. Acest caracter aprioric privează mecanismul de conducere de unele proprietăţi care asigură controlul eficient al unor procese esenţiale care au loc în economie şi duce la importante pierderi, deoarece armonizarea intereselor se realizează numai prin autoreglarea celulelor respective în cursul activităţii economice reale, adeseori împotriva mecanismului de conducere şi contrar planului. La elaborarea neformalizată a deciziilor de conducere, planificatorii, bizuindu-se pe experienţa şi intuiţia lor profesională, nu-şi fixează atenţia asupra variantelor evident inacceptabile din punctul de vedere al armonizării intereselor, după cum un bun şahist trece în mod automat cu vederea mutările „rele“ fără să-şi mai încarce mintea cu analiza lor. De aceea, rezultatele calculelor pe baza unor modele ineficiente din punct de vedere practic sînt percepute de către planificatori ca perturbaţii generate de mediul ambiant. Totodată, în acest caz evaluarea eficienţei deciziilor de conducere obţinute pe baza unor asemenea modele, din punctul de vedere al proceselor cu autoorganizare de comportament social şi al proceselor induse în mediul extern, revine în întregime unor proceduri neformalizate, nerealizabile din cauza lipsei de informaţie (a unor modele descriptive de prognozare a unor asemenea procese), necesară pentru a se aprecia stabilitatea deciziilor de conducere în raport cu respectivele consecinţe sociale (modificări ale proceselor migraţionale, ale cererii de consum etc.) şi ecologice.

Modelele descriptive globale sau complexele de modele de acest fel sînt de asemenea puţin eficiente, deoarece în utilizarea lor evaluarea optimalităţii deciziilor de conducere, atît de pe poziţiile intereselor emergente ale sistemului social-economic în ansamblul său, cît şi de pe poziţiile intereselor imanente ale celulelor sistemului, este în întregime de resortul unor proceduri neformalizate. De aceea, asemenea modele necesită un complement extern foarte mare.

Numai descrierea economiei cu ajutorul unui sistem de modele îngăduie să se evite caracterul aprioric al criteriului global de optim şi caracterul unilateral, normativ sau descriptiv, al formalizării. Aici apare posibilitatea generării criteriului amintit printr-un proces iterativ de coordonare a deciziilor şi a prognozelor obţinute prin calcul, pe baza unor modele ale sistemului. Mecanismul acestei generări realizează sinteza dintre căutarea unei *situaţii de echilibru* într-un joc cu mai mulţi participanţi, care admite *plăţi de transfer* (aici nivelul suprem — centrul sistemului social economic — joacă, pe de o parte, rolul de participant care susţine interesele emergente ale sistemului, iar pe de altă parte, rol de arbitru *sui generis*) și căutarea unei soluții statistice optime a jocului sistemului de conducere cu „natura", adică în primul rînd, cu procesele sociale cu autoorganizare dirijate de un sistem de preferințe ce nu se reflectă deplin în criteriile economice de optim, care pot fi dirijate din afară numai în mod indirect și în limite foarte restrînse și, în al doilea rînd, cu procesele ecologice care au loc în mediu (→ *Teoria jocurilor*).

În sistemul de modele apare posibilitatea de a se elabora masa principală a deciziilor de conducere pe baza unor modele deterministe, orientate după valorile medii ale mărimilor care pot fi date numai aleator (cu anumite caracteristici ale funcțiilor de repartiție), elementele stochastice și cele rezultate din nedeterminare fiind concentrate într-unul din modelele locale (de exemplu, în modelul stocurilor și al rezervelor). Pentru un asemenea model pot servi ca parametri de intrare dispersiile mărimilor aleatoare respective și evaluările riscurilor deciziilor în condiții de nedeterminare (→ *Statistică matematică, Analiză secvențială*).

În felul acesta, într-un sistem de modele se atenuează lipsa de finețe în redarea proprietăților elementelor și a relațiilor structurale din economie. Se admite și creșterea analoagă a exactității descrierii matematice a formei acestor relații sau a structurii globale a obiectului condus, dacă pierderile de finețe rezultate din liniarizare sau agregare se consideră, în mod convențional, ca manifestări ale factorilor aleatori. În plus, caracterul discret al unora dintre relațiile menționate, care dă loc la inconveniente tehnice, poate fi localizat în anumite modele ale sistemului. Acest lucru este deosebit de important, deoarece prezența variabilelor discrete în modelele unor celule economice este necesară datorită faptului că evoluția reală a elementelor lor are loc în salturi, iar pentru unele intervale de variație a caracteristicilor de stare ale celulei lipsește informația necesară pentru construirea unor funcții neliniare ale relațiilor structurale. Acest lucru se referă, în primul rînd, la proprietățile emergente ale celulei.

În modelare, gradul admisibil de aproximare a structurii obiectului comandat (nivelul de agregare a informației) este determinat de scopul elaborării modelului respectiv (reglare operativă, planificare și prognoză pe termen scurt, pe termen mediu sau pe termen lung). Gradul cel mai înalt de aproximare este specific modelelor de prognoză și planificare pe termen lung, ceea ce se explică prin gradul scăzut de încredere ce poate fi acordat informației inițiale cu privire la proprietățile celulelor elementare ale obiectului comenzii în perspectivă îndelungată și, prin urmare prin conținutul sărac de informație de amănunt cu privire la starea acestuia care s-ar putea obține cu ajutorul modelelor de descriere amănunțită a structurii obiectului respectiv. Cu cît un model este mai agregat cu atît o parte mai mare a informaţiei primare se transformă în informaţie derivată, cu necesitate, în mod neformalizat, astfel încît informaţia utilizată în model are un caracter mixt, adică conţine atît o informaţie primară, cît şi una derivată.

Prin informaţie primară se înţelege o informaţie care nu poate fi detaliată la nivelul actual al cunoaşterii sau a cărei detaliere este lipsită de conţinut economic, deoarece conduce în domeniul în care predomină proprietăţile fizice şi biologice ale elementelor sistemului social-economic şi la caracteristici care nu se disting printr-o stabilitate în sens statistic. Sursele unei asemenea informaţii sînt dările de seamă privind activitatea economică, ansamblurile statistice obţinute prin observarea proceselor cu autoorganizare ale comportamentului social al oamenilor, cele relative la procesele care au loc în mediul extern şi experienţa profesională. Informaţia derivată apare ca urmare a transformării celei primare prin analiză calitativă (efectuată de experţi) şi cantitativă, a prognozării, proiectării şi planificării.

Creşterea volumului de informaţie iniţială cu caracter derivat echivalează cu extinderea complementului extern al modelului. Această extindere este inevitabilă ori de cîte ori creşterea informaţiei derivate implică imposibilitatea de a se lua în consideraţie, în mod formalizat, importante caracteristici sintetice ale obiectului comenzii — proprietăţi emergente care nu se pot determina cantitativ decît cu ajutorul unei analize, prognoze şi proiectări calitative (prin consultarea experţilor). Pierderea de informaţie cu privire la aceste proprietăţi nu este justificată prin nici un fel de economii la cheltuieli pentru conducere. Apelul la alte metode neformalizate de transformare a informaţiei primare în informaţie derivată şi extinderea respectivă a complementului extern al modelului implică, în principal, dificultăţi tehnice de utilizare a modelelor detaliate de mari dimensiuni. Aceste dificultăţi sînt în parte atenuate prin descrierea economiei cu ajutorul unui sistem de modele (în măsura în care există o diviziune naturală a funcţiilor şi proprietăţilor între obiecte care se reflectă în modelele locale ale sistemului); un rol important în înlăturarea lor revine metodelor de calcul după anumite modele, special destinate acestui scop — algoritmi de decompoziţie *(→ Programare în blocuri)*, tehnica de *agregare iterativă**, *aproximarea stochastică** etc. Tipologia prezentată mai sus a **m.e.-m.** nu este exhaustivă. Detalierea în continuare afectează însă criteriile de clasificare a **m.e.-m.**, ceea ce prezintă interes numai din punctul de vedere al unor particularităţi ale elaborării formalizate a deciziilor de conducere specifice stării actuale a bazei tehnice de calcul a conducerii în U.R.S.S. De aceea, aceste criterii sînt temporare, în timp ce scopul permanent al tipologiei **m.e.-m.** constă în fundamentarea alegerii unei formalizări a sistemului social-economic sau a celulelor sale care să fie eficientă, în sensul adecvării proceselor reale de funcţionare a obiectului modelat la gradul atins al cunoaşterii acestor procese.

V. I. Danilov-Danilian, M. G. Zavelski

Bibl. 1. S. Karlin, *Mathematical Methods and Theory in Games, Programming and Economics*, Addison-Wesley, 1959; 2. C. W. Churchman, R. L. Ackoff, E. L. Arnoff, *Introduction to Operations Research*, John Wiley, 1957; 3. E. Z. Maiminas, *Professî planirovania v ekonomike. Informationnîi aspekt*, „Ekonomika", 1971.

Modele macroeconomice. Concepţie formalizată matematic privind funcţionarea economiei naţionale privită ca un întreg, spre deosebire de *modelele microeconomice**, care reflectă sectoare, verigi sau procese ale economiei. Există două moduri de abordare a distincţiei dintre modelele macro şi cele micro: unii consideră drept macromodele numai modelele globale sintetice, în timp ce alţii includ în această categorie şi modelele cu mai multe ramuri, precum şi modelele interregionale, dar şi acestea la scara economiei naţionale.

În cele ce urmează se examinează **m.m.** globale în sensul propriu al cuvîntului; modelele multidimensionale (de tipul *balanţei legăturilor dintre ramuri**) nu intră în această clasă, dar şi pe acestea le vom caracteriza succint.

Principala destinaţie a **m.m.** contemporane constă în:

— analiza structurii şi dinamicii economiei naţionale;

— prognoza dezvoltării economiei naţionale (inclusiv cercetarea desfăşurării ciclurilor economice ale capitalismului;

— punerea în evidenţă a eficienţei reglementării de către stat a economiei;

— formarea bazei pentru elaborarea unor variante optime ale planului de dezvoltare a economiei socialiste.

Clasificarea m.m.

Criteriile de clasificare:	*Principalele tipuri* de **m.m.**:
1. Baza ştiinţifică şi metodologică a modelului	Teoria marxist-leninistă, teorii burgheze şi reformiste
2. Sistemele social-economice pe care le reprezintă	Economia capitalistă dezvoltată, economia socialistă, economia ţărilor în curs de dezvoltare, modele macroeconomice abstracte
3. Destinaţia modelelor macroeconomice	Analiza teoretică, prognoza (pe termen scurt sau pe termen lung), reglarea centralizată a economiei, planificarea optimă a economiei naţionale socialiste

4. Principalele probleme	Condiţiile echilibrului economic, condiţiile creşterii echilibrate, fluxurile de mărfuri, fluxurile financiare, diviziunea socială a muncii, magistrale ale dezvoltării.
5. Gradul de dinamicitate	Modele statice, modele cinematice, modele dinamice
6. Ipotezele privind caracterul coordonatei timpului	Momente discrete de timp (ecuaţii cu diferenţe finite, timp continuu (ecuaţii diferenţiale)
7. Dimensiunile modelului	Unisectorial, bisectorial (cele două subdiviziuni ale producţiei sociale)
8. Forme ale dependenţei funcţionale	Liniare, neliniare (pătratice, exponenţiale etc.)
9. Unităţi de măsură	Naturale, valorice (în preţuri constante şi în preţuri curente), de muncă

Elaborarea **m.m.** poate fi împărţită în următoarele etape:

1. Analiza social-economică, punerea în evidenţă a legăturilor dintre cauză şi efect, a principiilor teoretice, a unor regularităţi stabile, avîndu-se în vedere împărţirea în subsisteme şi legăturile cu suprasistemul;
2. elaborarea, pe baza rezultatelor obţinute în prima etapă de lucru, a unui model formalizat sub forma unui sistem de identităţi, ecuaţii şi inegalităţi, variabilele împărţindu-se în variabile interne ale sistemului, variabile externe şi variabile predeterminate;
3. transformarea modelului în scopul estimării valorilor parametrilor cu ajutorul exprimării variabilelor interne ale sistemului prin variabilele externe şi cele predeterminate;
4. verificarea adecvării modelului pe baza materialului empiric;
5. selectarea variabilelor strategice (a variabilelor-cheie) şi determinarea unor variante alternative de decizie;
6. elaborarea unui algoritm şi rezolvarea modelelor macroeconomice cu ajutorul unei tehnici de calcul adecvate;
7. analiza admisibilităţii soluţiilor găsite.

Utilizarea **m.m.** în conducere, planificare şi prognoză se complică prin faptul că economia naţională nu este un sistem închis; ea suferă influenţa unor factori externi, care nu pot fi luaţi în considerare şi formalizaţi cu anticipaţie.

Din punct de vedere istoric, predecesorul actualelor **m.m.** trebuie considerat *tabloul economic* al economistului fiziocrat francez F. Quesnay (1758). La Quesnay, viaţa economică a unei ţări este privită, pentru prima oară, ca un proces unitar de producere şi consum al produselor de către societate, proces supus unor regularităţi cantitative. Tabloul lui Quesnay poate fi considerat drept prima încercare de analiză ştiinţifică macroeconomică, în care locul central îl ocupă conceptul de produs social total. Introducerea și analiza categoriei de „surplus economic" a avut o importanță deosebită; această idee a fost dezvoltată de Karl Marx în teoria sa asupra plusvalorii.

În 1863, Karl Marx a creat prima variantă a schemei reproducției simple (pe baza a două subdiviziuni: I și II) și a stabilit pentru aceasta egalitatea fundamentală $v_I + m_I = c_{II}$. Mai tîrziu, Marx a elaborat schema reproducției lărgite, pentru care este valabilă formula: $v_1 + m_1 - c_{II} = \Delta\ (c_I + c_{II})$. Importanța istorică a schemelor lui Marx este bine cunoscută. V. I. Lenin (1893) a elaborat o variantă extinsă a acestor scheme, luînd în considerare condițiile create de progresul tehnic și creșterea compoziției organice a cheltuielilor sociale pe care o implică progresul tehnic. Ideile lui Marx și Lenin au fost utilizate în elaborarea primei balanțe a economiei naționale a U.R.S.S. (1923–1924).

Primul m.m. formalizat al economiei socialiste a fost elaborat de economistul sovietic G. A. Feldbaum (publicat în 1928–1929). În acest model, dezvoltîndu-se tezele lui Marx cu privire la reproducția simplă și cea lărgită, a fost formulată o *funcție de producție globală* și s-au studiat caracteristicile diferențiale ale acesteia. În modelul lui Feldbaum s-a introdus principiul optimizării (un ritm maxim de creștere a consumului populației); s-au studiat condițiile *echilibrului economic*, precum și factorii care perturbează echilibrul sistemului.

M.m. ale academicianului V. S. Nemcinov (1963), examinate mai jos, au avut o importanță principială. Această orientare este continuată de numeroși cercetători în U.R.S.S. și în alte țări socialiste. Economiștii burghezi din secolul al XIX-lea au elaborat în special *teoria echilibrului economic;* modele matematice corespunzătoare au fost construite de L. Walras (1874–1877), V. Pareto (anii 1890) și de alți reprezentanți ai *școlii matematice* din economia politică burgheză. Economistul englez J. M. Keynes (în anii '30 ai secolului nostru) a acordat o mare atenție problemelor dinamicii economice. El a propus un m.m. bazat pe ideea îmbinării automatismului pieții capitaliste cu dirijarea de către stat a economiei. Keynes a introdus conceptele de *multiplicator* *, *accelerator**, *înclinație marginală spre economii* etc., care au cunoscut o largă răspîndire.

Un important pas înainte l-a constituit *modelul economiei în expansiune** al eminentului matematician John von Neumann (1937), în care sînt definite cu rigoare matematică conceptele de ritm „tehnologic" și ritm „economic" de creștere a producției sociale. Modelul lui von Neumann are un caracter abstract și poate fi utilizat numai pentru studiul funcționării într-un regim optim a unor sisteme închise din punct de vedere matematic. Totuși, acest model a servit drept punct de pornire pentru elaborarea unor modele dinamice mai apropiate de realitate.

M.m. ale economiei socialiste pornesc de la tezele fundamentale ale marxism-leninismului referitoare la caracterul economiei în prima fază a comunismului. Din aceste principii de bază, din existența relațiilor marfă-bani și a sistemului gestiunii economice rezultă următoarele exigențe față de **m.m.** pentru economia națională a U.R.S.S. în etapa actuală: 1. proprietățile și ritmurile de dezvoltare a economiei naționale trebuie calculate în expresie valorică (bănească), în unități de muncă și în expresie naturală; 2. fondurile veniturilor bănești ale populației trebuie să fie în echilibru cu fondurile de mărfuri; 3. diferitelor feluri de muncă trebuie să le corespundă niveluri corespunzătoare de retribuție; 4. serviciile prestate în mod gratuit, precum și cheltuielile pentru nevoile generale ale statului trebuie acoperite în întregime cu resurse materiale, de muncă și financiare; 5. dezvoltarea economiei trebuie să asigure ocuparea întregii populații active a țării; 6. toți membrii societății (inclusiv cei inapți de muncă) trebuie să aibă asigurat un nivel de trai care să nu fie inferior celui minim (→ și *Planificare social-economică*). În același timp, situația internațională și condițiile interne dictează necesitatea menținerii unor ritmuri înalte de dezvoltare a economiei U.R.S.S. În acest context, dobîndește o mare importanță reflectarea în **m.m.** a noului rol al științei ca forță de producție nemijlocită a societății. De aceea, în **m.m.** dinamice, reflectarea progresului tehnic și a sporirii, pe această bază, a productivității muncii ocupă locul central. Schemele reproducției capitaliste ale lui Karl Marx sînt baza metodologică a schemei producției sociale în socialism elaborate de V.S. Nemcinov. În această schemă, venitul național este examinat simultan sub trei aspecte: material, al ramurilor și valoric. O altă trăsătură importantă a acestui **m.m.** este abordarea optimizatoare. Drept criteriu de optim s-a adoptat maximul producției finale destinate consumului, investițiile nete, exportul și nevoile generale ale statului.

La baza **m.m.** pentru cele două subdiviziuni principale ale producției sociale stau trei ecuații:

$$Y = \theta_1 Z_1 + (1 + \theta_2) \cdot Z_2,$$

$$Z_1 = \theta_2 Z_2 + \lambda Y,$$

$$Z_2 = (1 - \theta_2) Z_1 + (1 - \lambda) Y,$$

în care Y reprezintă produsul social final;

θ_1 raportul dintre venitul net convențional și producția marfă din afara ramurilor din subdiviziune I;

θ_2 — volumul livrărilor din afara ramurii ale subdiviziunii I în subdiviziunea II, măsurat în ponderile producției marfă a ramurilor din subdiviziunea II;

Z_1 și Z_2 — volumul livrărilor în afara ramurilor;

λ — ponderea subdiviziunii I în produsul final.

Considerînd Y și λ drept mărimi date, obținem următoarele soluții ale sistemului de ecuații, în raport cu Z_1 și Z_2:

$$Z_1 = \frac{\theta_1(1-\lambda)+\lambda}{1-\theta\,(1-\theta_1)}\,Y$$

$$Z_2 = \frac{1+\theta_1\lambda}{1-\theta_2(1-\theta_1)}\,.$$

Așadar volumele livrărilor din afara ramurilor, Z_1, respectiv Z_2, sînt funcții ale produsului social final Y și a doi parametri, care determină compoziția materială (λ) și cea valorică (θ) a acestuia. Analiza sistemului de ecuații arată că funcțiile Z_1 și Z_2 își ating valorile de extremum atunci cînd parametrii ecuației se apropie de valorile lor extreme.

Cu ajutorul **m.m.**, V. S. Nemcinov a cercetat echilibrul economiei naționale, potențialul reproducției lărgite și principiile formării raționale a prețurilor. Pasul următor a fost modelul produs-muncă al lui V. S. Nemcinov. În acest model se pune problema modelării diviziunii sociale a muncii în socialism.

Complexul constă din cinci modele separate:

a) modelul produs-muncă de bază;

b) modelul cheltuielilor de muncă socialmente necesare;

c) modelul diviziunii generale a muncii pe ramuri și în profil teritorial;

d) modelul diferențierii producției în cadrul ramurii;

e) modelul diviziunii muncii în cadrul ramurii, între întreprinderi.

Astfel, modelul produs-muncă cuprinde atît aspectul macroeconomic, cît și pe cel microeconomic. În aceste modele nu se cercetează problema reducerii muncii (a reducerii muncii complexe la munca simplă); pentru transformarea cheltuielilor de muncă în muncă simplă se utilizează coeficienții tarifari de retribuire a muncii în vigoare. Autorul consideră acest procedeu drept un stadiu provizoriu care nu înlătură necesitatea de principiu a introducerii coeficienților speciali de reducere a muncii. În ansamblu, modelul diviziunii sociale a muncii al lui V. S. Nemcinov este un model de tip informațional, care determină structura sistemului economic. Datorită caracterului său statistic, modelul nu permite o realizare deplină a principiului optimului.

Alți economiști au studiat în lucrările lor **m.m.** dinamice ale economiei socialiste. În forma cea mai generală, această problemă este tratată în lucrarea [2]. Aici se examinează o gamă de **m.m.** cu diferite criterii de optim, cu diferite funcţii de producţie şi diferite restricţii, cu diferite orizonturi de timp, cu timp discret sau cu timp continuu. În cadrul acestor **m.m.** se arată condiţiile repartiţiei optime a produsului final în fond de consum şi fond de acumulare; s-a stabilit legea diminuării evaluărilor optime a resurselor pe măsură ce vizăm un viitor mai îndepărtat. Se trage concluzia că **m.m.** dinamice pot fi perfecţionate în următoarele direcţii:

1. reflectarea completă a efectului util al produsului final;
2. caracterul neliniar al dependenţelor şi faptul că unele variabile se exprimă în numere întregi;
3. caracterul stochastic al informaţiei.

M.m. elaborat pentru prognoză pleacă de la egalitatea de balanţă a procesului de reproducţie:

$$X_t = R_t + \Delta K_t + y_t,$$

în care X_t este volumul material al produsului global;

y_t — „încărcarea" economiei (prin care se înţelege suma fondului consumului neproductiv şi a părţii din investiţii nerealizate în anul t;

R_t — totalul produsului intermediar;

ΔK_t — sporul fondurilor fixe productive (media anuală).

Pentru reprezentarea dinamicii reproducţiei lărgite, se introduc următorii parametri structurali:

rata consumului specific de materiale $a_t \equiv \dfrac{R_t}{x_t}$;

rata coeficientului incremental al fondurilor $k_t \equiv \dfrac{\Delta K_t}{\Delta x_t}$;

rata de „încărcare" a economiei $s_t \equiv \dfrac{y_t}{x_t}$.

Ţinînd seama de aceşti parametri şi de condiţiile iniţiale, egalitatea iniţială de balanţă se transformă în ecuaţia:

$$x_t = a_t x_t + k_t \, \Delta x_t + s_t x_t.$$

Parametri structurali a_t, k_t şi s_t reflectă influenţa scopurilor dezvoltării economice şi influenţa progresului tehnic asupra dimensiunilor şi creşterii producţiei sociale în perspectivă. Prognoza se reduce la estimarea valorilor din viitor ale parametrilor de mai sus pe baza statisticii seriilor dinamice.

M.m. ale autorilor burghezi, ignorînd contradicţiile esenţiale ale sistemului capitalist, se limitează de fapt la descrierea unor fenomene de suprafaţă şi a unor procese puternic „idealizate": a) condiţiile echilibrului de piaţă; b) utilizarea veniturilor populaţiei pentru consum şi pentru economii; c) periodicitatea ciclurilor; d) condiţiile creşterii economice. În majoritatea cazurilor, autorii **m.m.** pornesc de la necesitatea intervenţiei statului în stabilizarea economiei şi menţinerea unei creşteri mai mult sau mai puţin regulate. În cele ce urmează vom examina modele tipice ale ciclului şi ale creşterii economice în capitalismul contemporan.

Ciclul capitalist poate fi reprezentat prin următorul **m.m.** simplu, liniar, descris prin trei ecuaţii:

$$C = (1-s)\,Y + A,$$

$$DK = \nu(vY - K),$$

$$DY = \lambda(C + DK - Y).$$

Aici, Y este venitul naţional real; C — consumul real; K — volumul capitalului fix; D — operatorul derivării $(\mathrm{d}/\mathrm{d}t)$; A, s, v, ν şi λ — constante pozitive ($s < 1$).

Parametrul s este egal cu partea din sporul de venit destinată economiilor (înclinaţia marginală spre economii). Parametrul A, denumit consum autonom, este egal cu partea de consum care nu depinde de schimbarea venitului. În acest model, joacă un rol esenţial ipoteza potrivit căreia investiţiile depind de ritmul de creştere a producţiei (cu întîrziere — *lag* — distribuită). Această relaţie, care a fost denumită *accelerator**, se poate exprima sub următoarea formă:

$$DK = \int_0^\infty w(r)\, vDQ\,(t-r)\,\mathrm{d}r,$$

în care v este raportul dintre capital şi producţie (coeficientul capitalului); $w(r)$ — o funcţie nenegativă cu condiţia $\int_0^\infty u(r)\mathrm{d}r = 1.$

Dacă $w(r) = \nu e^{-\nu r}$, atunci $DK = \nu(vQ-K)$, în care K este constanta de integrare.

Din analiza m.m. de mai sus rezultă următoarele forme de mişcare a venitului naţional Y:

Valoarea parametrului v	Traiectoria Y
$v < \left\{\sqrt{\frac{1}{\lambda}} - \sqrt{\frac{s}{\nu}}\right\}^2$	Neoscilatorie, amortizată
$\left\{\sqrt{\frac{1}{\lambda}} - \sqrt{\frac{s}{\nu}}\right\}^2 < v < \frac{1}{\lambda} + \frac{s}{\nu}$	Oscilatorie, amortizată
$\frac{1}{\lambda} + \frac{s}{\nu} < v < \left\{\sqrt{\frac{1}{\lambda}} + \sqrt{\frac{s}{\nu}}\right\}^2$	Oscilatorie, explozivă
$\left\{\sqrt{\frac{1}{\lambda}} + \sqrt{\frac{s}{\nu}}\right\}^2 < v$	Neoscilatorie, explozivă

Modelul de mai sus prezintă două scheme posibile ale ciclului economic: potrivit celei dintîi sistemul generează oscilaţii amortizate; a doua prognozează în economia capitalistă oscilaţii pozitive, a căror amplitudine este limitată (superior) de capacitatea de producţie.

M.m. al ciclului este foarte schematic şi nu dezvăluie cauzele fundamentale ale crizelor economice.

Modelele creşterii economice se împart în modele cu ipoteza utilizării depline a forţei de muncă (ceea ce, bineînţeles, este departe de realitate) şi în modele cu şomaj reglementat.

Principalele componente ale aşa-numitului model neoclasic de creştere sînt funcţia de producţie, funcţia de consum şi funcţia de ofertă a muncii.

Volumul investiţiilor trebuie să asigure oferta de muncă. Funcţia de producţie se dă într-o formă generalizată:

$$L = e^{-rt} F(Y, K),$$

în care L este volumul forţei de muncă, Y — venitul naţional, K — volumul capitalului, r — o constantă pozitivă. Funcţia F se consideră continuă şi omogenă de gradul întîi.

Modelul se închide prin ecuaţiile:

$C = (1-s)\, Y,$

$L_s = L_0^{e^{qt}},$

$Y = C + DK,$

$L = L_s,$

în care C este consumul; L_s — oferta de muncă; L_0 — o constantă pozitivă.

Sistemul de ecuaţii de mai sus determină traiectoriile de variaţie ale variabilelor Y, C, K, L_s şi L.

Exemplu. $L_0 = 100$, $r = 0{,}04$, $Y_0 = 141$ şi $K(0) = 282$.
Dacă rata acumulării $s = 0,1$, mărimile L şi K variază în felul următor:

Ani	Y	K
0	141	282
5	180	360
10	233	465
20	384	767

În modelele de creştere cu ocupare incompletă a forţei de muncă se caută un compromis între şomaj şi inflaţie. Pentru aceasta, în modelul descris mai sus se introduc ecuaţii reprezentînd variante ale politicii bugetare, financiare şi de credit. Modelele mai complicate de dirijare economică obţinute astfel nu au obţinut confirmarea practicii. Cele mai recente cercetări urmăresc studiul proprietăţilor asimptotice ale modelelor de creştere economică (→ *Modele ale dinamicii economice*).

În ansamblu, **m.m.** din ţările burgheze, deşi prezintă interes din punctul de vedere al formalizării şi al metodologiei de calcul, au o valoare operaţională extrem de limitată.

Fireşte, prin el însuşi, un **m.m.** global nu poate reflecta întreaga varietate de procese ale dezvoltării economice; el nu poate servi decît ca bază şi ca punct de pornire pentru elaborarea unui sistem de modele ierarhic. În acelaşi timp însă, în absenţa unui **m.m.** unitar, complexul de **m.m.** îşi poate pierde integritatea şi consistenţa logică. În condiţiile economiei planificate, **m.m.** dinamic de optimizare formează, împreună cu modele microeconomice corespunzătoare, un sistem integrat de modele, care permite adoptarea de decizii, fundamentate ştiinţific, de planificare şi conducere optimă a economiei naţionale socialiste.

S. M. Vişnev

Bibl. 1. V. S. Nemcinov, *Ekonomiko-matematiceskie metodî i modeli*, Soţekghiz, 1962; 2. L. V. Kantorovici, V. L. Makarov, *Optimalnîie modeli perspektivnogo planirovania*, în culegerea *Primenenie matematiki v ekonomiceskih issledovaniah*, „Mîsl", 1965; 3. *Problemî optimalnogo funkţioniravania soţialisticeskoi ekonomiki*, „Nauka", 1972; 4. A.G. Aganbeghian ş.a., *Sistema modelei narodnohozeaistvennogo planirovania*, „Mîsl", 1972; 5. J. Tinbergen, H. Bos, *Mathematical Models of Economic Growth*, McGraw-Hill, 1962; 6. A. Bergström, *Postroenie i primenenie ekonomiceskih modelei*, „Progress", 1970.

Modele microeconomice. Modele ale unor elemente locale ale unui sistem economic, de obicei modele de planificare sau de conducere a unei întreprinderi sau a unui complex economic, *funcţii de producţie** ale diferitelor celule economice etc., precum şi modele ale proceselor social-economice, examinate relativ izolat de mediul de realizare, de pildă studierea dependenţei structurii consumului familiilor de un anumit tip, de modificările veniturilor sau ale preţurilor, studiul formării înclinaţiilor profesionale ale elevilor şi studenţilor din anumite categorii etc. Spre deosebire de *modelele macroeconomice**, micromodelele se caracterizează prin indicatori *dezagregaţi*, printr-un număr considerabil de parametri exogeni şi prin rolul important al acestora. Uneori, se numesc micromodele şi modelele abstracte ale economiei, construite în ipoteza unei dezagregări maxim posibile a mărimilor variabile şi a parametrilor de structură.

V. I. Danilov-Danilian

Modelul economiei în expansiune. Istoriceşte, reprezintă unul dintre cele dintîi modele ale dinamicii economice, care a devenit obiectul unei analize matematice aprofundate. Modelul a fost elaborat şi cercetat de către marele matematician John von Neumann (1937) [1].

Modelul cuprinde n produse şi m procedee de producţie a acestora. Prin fiecare procedeu, în cazul în care intensitatea utilizării lui este egală cu 1, în decursul unei unităţi de timp, se produce un set de produse $b_j = (b_{1j}, b_{2j}, \ldots, b_{nj})$, consumîndu-se setul de produse $a_j = (a_{1j}, a_{2j}, \ldots, a_{nj})$, $j = 1, \ldots, m$. Se presupune că toate procedeele se pot aplica cu orice intensităţi nenegative, iar inputul şi outputul sînt proporţionale cu intensitatea. Cu vectorii coloană n-dimensionali a_j şi b_j, $j = 1, \ldots, m$ se întocmesc matrice ale consumurilor $\mathbf{A} = (a_{ij})$ şi ale producţiei $\mathbf{B} = (b_{ij})$. Se numeşte *traiectorie admisibilă (plan admisibil)* un şir de vectori m-dimensionali ai intensităţilor $\{z_t\}_t^T = 1$, care satisfac relaţiile de balanţă:

$$\mathbf{A}\mathbf{z}_{t+1} \leqslant \mathbf{B}\mathbf{z}_t, \quad \mathbf{z}_t \geqslant 0. \tag{1}$$

Se numeşte *traiectorie staţionară* un şir pentru care $\mathbf{z}_t = \alpha^t \mathbf{z}$. Pe o traiectorie staţionară, proporţiile utilizării procedeelor sînt neschimbate, economia crește cu un coeficient constant de expansiune (ritmul = 100 $(\alpha - 1)$). Din (1) rezultă că ritmul α și proporțiile $\mathbf{z}$ trebuie să satisfacă condițiile:

$$\alpha \mathbf{A}\mathbf{z} \leqslant \mathbf{B}\mathbf{z}, \ \mathbf{z} \geqslant 0. \tag{2}$$

Cel mai mare interes îl prezintă traiectoria staționară, căreia îi corespunde ritmul cel mai înalt — *ritmul maxim al expansiunii tehnologice*. El poate fi aflat prin rezolvarea problemei de programare matematică: $\alpha \to \max$ în condițiile (2).

Vectorul intensităților z, la care se atinge nivelul maxim se numește *vectorul Neumann*.

Sistemului relațiilor de balanță (1) i se asociază sistemul său dual al relațiilor valorice:

$$\mathbf{p}_t \mathbf{A} \geqslant \mathbf{p}_{t+1} \mathbf{B}, \ \mathbf{p}_t \geqslant 0, \tag{3}$$

care arată că valoarea producției nu depășește valoarea cheltuielilor. Se numește traiectorie staționară a prețurilor un asemenea șir al prețurilor $\mathbf{p}_t$, în care $\mathbf{p}_t = \beta^{-t}\mathbf{p}$. Din condițiile (3) rezultă că $\beta \mathbf{p}\mathbf{A} \geqslant \mathbf{p}\mathbf{B}$. Cea mai interesantă este traiectoria staționară a prețurilor pentru care valoarea β este minimă. Prețurile $\overline{\mathbf{p}}$ corespunzătoare se numesc *prețuri Neumann*. Dacă modelul economiei este nedecompozabil, adică pentru producția oricărui produs se utilizează, direct sau indirect, toate produsele, are loc teorema dualității: $\max \alpha = \min \beta = \alpha_0$ și pentru orice vector al intensităților, raportul dintre valoarea producției (în prețuri constante $\overline{\mathbf{p}}$) și valoarea cheltuielilor nu depășește α_0, fiind egal cu α_0 pe vectorul Neumann al intensităților.

Studierea traiectoriilor staționare constituie un mijloc important și tradițional de analiză economică. Ipoteza staționarității permite relevarea legităților și relațiilor fundamentale pentru procesele studiate. De pildă, se poate remarca că prețurile Neumann într-un *model dinamic al balanței legăturilor dintre ramuri** cu criteriul de producție se dovedesc a fi o modificare a prețurilor de producție. Prețul produsului se formează din cheltuieli directe și retribuții, inclusiv contribuția asupra retribuțiilor, proporțional cu valoarea fondurilor utilizate.

Ipoteza staționarității este justificată atunci cînd traiectoriile optime sînt apropiate de cele staționare, adică se apropie de *magistrale**. Teoremele cu privire la magistrală sînt demonstrate pentru o serie de **m.e.e.** În ipoteza în care vectorul condițiilor inițiale este pozitiv $\mathbf{x}_0 > 0$, funcția obiectiv este liniară $u(\overline{\mathbf{z}}_T) = (\mathbf{d}, \mathbf{z}_T)$, iar matricele **A** și **B** satisfac anumite condiții dintre care cele mai importante sînt cele referitoare la unicitatea vectorilor Neumann ai prețurilor $\overline{\mathbf{p}}$ și ai intensităților $\overline{\mathbf{z}}$, precum și la caracterul pozitiv al prețurilor, proporțiile intensităților şi preţurilor optime sînt pretutindeni apropiate de intensităţile şi preţurile Neumann, eventual cu excepţia unor intervale de timp de la începutul şi sfîrşitul perioadei planificate, lungimea totală a acestor intervale fiind în dependenţă de durata perioadei planificate.

V. L. Makarov, S. M. Movşovici

Bibl. 1. D. Gale, *The Theory of Linear Economic Models*, McGraw-Hill, 1960; 2. L. V. Kantorovici, V. L. Makarov, *Optimalnîie modeli perspektivnogo planirovania*, în culegerea *Primenenie matematiki v ekonomiceskih issledovaniah*, v. 3, „Mîsl", 1965.

Modelul întreprinderii (modelul economico-matematic). Schemă abstractă a proceselor reale ale activităţii întreprinderii, analoagă cu aceste procese prin structura formală şi care reţine proprietăţile lor cele mai importante, în aşa fel încît analiza modelului să permită cercetarea comportamentului obiectului reflectat. În cadrul tipologiei generale a modelelor economico-matematice *(→ Modele economico-matematice (clasificare))* se disting, pe de o parte, modele ale întreprinderii ca celulă a structurii instituţionale a economiei şi ca verigă a structurii tehnologice şi de producţie a economiei (→ *Structura sistemului social-economic*), modele generale şi modele locale ale întreprinderii, modele agregate şi modele detaliate, modele probabiliste şi modele deterministe, iar pe de altă parte, modele normative şi modele descriptive. Întreprinderea se caracterizează însă prin unele particularităţi care determină specificul modelării ei. Verigile structurale primare ale întreprinderii sînt diferiţii lucrători luaţi în parte şi operaţiile tehnologice elementare. De aceea, pentru întreprindere este caracteristică o polarizare a atributelor, care duce la o creştere pregnantă a rolului acelora dintre ele care sînt esenţiale pentru sisteme calitativ deosebite de cel economic, respectiv sistemul socio-psihologic şi sistemul fizico-biologic. Natura acestor atribute este insuficient studiată, însă în organizarea activităţii economice a întreprinderii manifestările lor, care pot să apară ca urmare a proceselor economice, trebuie să fie luate în considerare cu o exactitate satisfăcătoare. Acesta este unul din motivele principale ale predominării în întreprinderi a sferei de aplicare efectivă a *modelelor funcţionale descriptive (→ Model)* de tipul *cutiei negre**.

Un alt motiv, care face necesară completarea substanţială în cadrul întreprinderii a modelelor normative cu modele descriptive, este faptul că în momentul de faţă nu se poate identifica un criteriu de optim care să reflecte îndeajuns de adecvat preferinţele din interiorul întreprinderii privitoare la mulţimea proceselor activităţii economice (poate că acest lucru este în general imposibil). Astfel, tendinţa întreprinderii de a maximiza beneficiul sau suma veniturilor băneşti curente (sub forma retribuţiilor) şi economisite (sub forma beneficiului) ale colectivului

respectiv de oameni ai muncii se îmbină cu interesul acesteia de a asigura o creştere stabilă a indicatorilor menţionaţi. Aceasta presupune nu numai o alegere corectă a sortimentului şi volumului producţiei, a tehnologiei producţiei etc., dar şi asigurarea unui asemenea nivel al calităţii produselor şi al livrării lor în termen către consumatori, care să asigure *stabilitatea* situaţiei întreprinderii în raport cu mediul extern. Modificările legate de aceasta în comportamentul întreprinderii pot fi reflectate numai cu ajutorul unor modele funcţionale descriptive, întrucît structura internă a proceselor de apariţie a acestor schimbări nu este susceptibilă de o analiză cantitativă.
Instrumentele de elaborare a modelelor descriptive sînt metodele statistice *(→ Analiza corelaţiei, Analiză de regresie, Statistică matematică, Modelare statistică)*. La utilizarea lor pentru cercetarea acelor aspecte ale comportamentului întreprinderii, care depind în mod substanţial de atributele sociale, psihologice, biologice etc. ale elementelor sale, trebuie să se opereze cu colectivităţi statistice insuficient de mari, cu caracteristici calitative şi cantitative instabile. În aceste cazuri, condiţiile de aplicare corectă a metodelor statistice nu se respectă. Totodată, procesele de elaborare a celor mai eficiente decizii în interiorul întreprinderii au în mare măsură un caracter creator, generînd noi informaţii, întrucît deciziile se referă nu la nişte modificări de structură, ci pătrund în esenţa fenomenelor şi de aceea nu sînt susceptibile de formalizare.

Aşadar, în întreprindere, spre deosebire de elementele structurale mai mari ale ierarhiei social-economice, domeniul de activitate cuprins cu precădere de subsistemul neformalizat al planificării şi conducerii *(→ Planificare social-economică)* este întotdeauna mai larg decît sfera deciziilor formalizate. De aceea aici este cu mult mai importantă perfecţionarea analizei cu ajutorul experţilor *(→ Estimările experţilor)* şi al *prognozei** calitative.
M.î. are nevoie principial de un *complement extern* foarte puternic sub forma unui mare număr de parametri exogeni, ale căror valori pot fi stabilite numai cu ajutorul unor metode neformale. Un asemenea model poate fi conceput, în general, ca un model de simulare descriptiv, care conţine blocuri normative de prelucrare, estimări ale eficienţei şi alegerea unor acţiuni de comandă, reflectînd, în linii generale, atributele cele mai importante ale întreprinderii, din punctul de vedere ale evidenţei şi controlului mersului realizării planului său de activitate, precum şi cunoaşterea şi prognoza proceselor care au loc în mediul exterior întreprinderii (conjunctura economică, inovaţiile tehnice etc.).
Pînă în momentul de faţă s-au schiţat numai abordările principiale referitoare la construirea unui asemenea model; au fost descrise detaliat,

iar într-o serie de cazuri au fost testate, mai mult sau mai puțin amplu, unele modele locale ale diferitelor procese și fenomene ale funcționării întreprinderii, care pot fi utilizate ca elemente structurale ale acesteia. Atît modelul general al întreprinderii, cît și orice model local, utilizabil pentru anumite scopuri, trebuie să fie izomorf *(→ Izomorfism)* în raport cu imaginea studiată a obiectului cercetării. Or, atributele și relațiile elementelor întreprinderii, fiind dominate de criterii fizico-biologice, sînt cu mult mai puțin omogene din punct de vedere formal decît atributele și relațiile economice și se deosebesc net, după cum producția are un caracter discret sau continuu. De aceea, pentru realizarea izomorfismului în construirea modelelor cu una și aceeași destinație, trebuie să se utilizeze adeseori scheme matematice diferite.

De pildă, ca bază a modelului general al întreprinderii cu caracter discret al producției se utilizează schema matematică a *teoriei serviciilor de masă**, iar ca model al întreprinderii cu caracter continuu al producției, schema în mai multe trepte a *programării dinamice**, realizată în mod repetat în procesul *modelării statistice**. Mai mult decît atît, și în întreprinderile cu același tip de producție pot fi utilizate ca modele locale ale unuia și aceluiași proces sau fenomen scheme matematice diferite. Astfel, într-o uzină constructoare de mașini modelul graficului calendaristic poate fi reprezentat fie ca o problemă de programare în numere întregi sub formă matriceală *(→ Programare discretă, Modele matriceale)*, fie ca o problemă de *planificare în rețea*, fie de *teorie a serviciilor de masă.*

Modelele locale ale întreprinderii, în funcție de simplificările care se admit cu ocazia transformării lor omomorfe *(→ Omomorfism)* în imaginea modelată, se deosebesc după caracteristicile funcționale, structurale și de timp.

După criteriul funcțional se pot distinge următoarele modele locale ale întreprinderii:

— modelul evidenței și controlului;

— modelul de diagnostic și de prognoză a stării mediului extern (a conjuncturii economice, a inovațiilor tehnice și tehnologice, a mișcării de perfecționare a producției și de calificare profesională a oamenilor muncii etc.);

— modelul planificării tehnico-economice de perspectivă și curente (al orientării producției, al determinării capacității de producție, al programului de producție, al elaborării planului tehnic, de producție și financiar);

— modelul pregătirii tehnico-economice a producției (sub aspectul proiectării, al pregătirii tehnologice și economico-organizatorice, al analizei rezervelor interne de producție etc.);

— modelul planificării perfecționării producției (al alegerii măsurilor tehnico-organizatorice, al proiectării structurii de producție și al sistematizării întreprinderii);

— modelul planificării operative (al repartizării programelor de producție și al planului de perfecționare a producției în timp, al elaborării graficelor calendaristice, al determinării dimensiunilor loturilor de produse etc.);
— modelul aprovizionării tehnico-materiale și al desfacerii (al alegerii sistemului de organizare a aprovizionării și desfacerii și al determinării parametrilor acestui sistem);
— modelul reglării (al determinării parametrilor celor mai eficiente regimuri de producție, al manevrării resurselor, al gestiunii stocurilor și rezervelor etc.);
— modelul organizării gestiunii economice interne a întreprinderii (al determinării valorilor parametrilor gestiunii economice din cadrul întreprinderii, al verificării gradului în care normele administrative privind relațiile economice dintre compartimentele întreprinderii sînt complete, precise și necontradictorii etc.).

După criteriul structural se pot distinge modele ale diferitelor compartimente ale întreprinderii (modelul administrației întreprinderii, modelul secției, al sectorului de lucru profilat pe un obiect, al liniei în flux, al benzii rulante etc.) sau ale proceselor activității întreprinderii (conducere, producție, montare, prelucrare etc.).

După criteriul timpului, se disting modele dinamice și modele statice ale întreprinderii. Întrucît în întreprindere, spre deosebire de celulele de la alte niveluri mai înalte ale sistemului social-economic, servesc drept obiecte de conducere îndeosebi procesele cu timp continuu, sfera utilizării raționale a modelelor statice este aici limitată într-o măsură cu mult mai mare decît la nivelul ramurilor, regiunilor economice sau al economiei naționale, unde apar ca obiecte de conducere îndeosebi procese cu timp discret.

M. G. Zavelski

Bibl. 1. N. P. Buslenko, *Matematiceskoe modelirovanie proizdvodstvennîh proțessov na țifrovîh vîcislitelnîh mașinah*, „Nauka“, 1964; 2. V. I. Grubov, A. G. Ivahnenko, A. G., B. I. Mandrovski-Sokolov, *Promîșlennaia kibernetika*, Kiev, „Naukova dumka“, 1966; 3. M. G. Zavelski, *Optimalnoe planirovanie na predpriatti*, „Nauka“, 1970; 4. I. Mothes, *Prévisions et décisions statistiques dans l'entreprise*, Dunod, 1962; 5. F. Hausmann, *Operation Research in Production and Inventory Control*, John Wiley, 1965.

Modelul regiunii economice. Oglindește, în formă matematică, regiunea economică ca un întreg, alcătuit dintr-un complex teritorial și de producție, situat într-un anumit loc, și dintr-o comunitate teritorială corespunzătoare de oameni. O asemenea comunitate, stabilă față de influențele economice din afară, apare pe baza relațiilor de producție și social-psihologice (→ *Psihologie socială*) și se caracterizează prin *funcția de preferință** a grupului, deosebită de funcția de preferință a altor asemenea comunități. Din punctul de vedere al simplificărilor, orientate spre un anumit scop, admisibile în modelarea regiunii economice, se disting modele ale structurii economice generale și ale structurii interne spațiale a regiunii economice, macro și micromodele ale regiunii economice, modele dinamice și modele statice, modele probabiliste și modele deterministe. **M.r.e.** se împart, de asemenea, în modele normative și modele descriptive (→ *Model, Modele economico-matematice*).

Modelul descriptiv al structurii economice generale a regiunii economice — *balanța materială-financiară sintetică** — descrie, în mod agregat, cu ajutorul generalizării statistice, atributele și relațiile fundamentale ale elementelor structurii regiunii economice, în secțiune verticală (pe ramuri), observate în realitate *(→ Structura sistemului social-economic)*. Acest model își găsește aplicare în prognoza pe termen scurt și pe termen mijlociu a activității economiei naționale, iar în cazul corectării parametrilor cu ajutorul metodelor de expertiză neformale, el poate fi utilizat în procesul *planificării sub formă de variante*. O descriere agregată de acest gen reprezintă un sistem de funcții de producție, în cazul limită — o funcție de producție macroeconomică a regiunii economice *(→ Funcții de producție)*, care își pot găsi aplicare în prognoza pe termen lung a dezvoltării regiunii economice respective și a sistemului economico-social în ansamblu.

Modelul normativ al structurii economice generale a regiunii economice înglobează funcția obiectiv, care reflectă criteriul imanent al optimului regiunii economice respective *(→ Structura sistemului social-economic, Planificare social-economică)* și sistemul de restricții funcționale, care descriu în secțiune verticală (pe ramuri) relațiile dintre variabilele stărilor și parametrii atributelor regiunii economice, precum și între aceste variabile și parametri, pe de-o parte, și condițiile mediului extern *(→ Mediu)*, pe de altă parte. Drept criteriu de optim în acest model apare, de obicei, indicatorul care caracterizează nivelul de trai al populației regiunii economice respective, de pildă, suma veniturilor sale reale, avînd o acoperire în natură conform funcției specifice de preferință sau a structurii *consumului** populației respective. În cadrul restricțiilor funcționale ale acestui model intră, de regulă, balanțele producției (intrărilor) și repartiției (inclusiv a ieșirilor din regiune) a produselor economiei regiunii economice respective, a capacităților de producție, ale stocurilor și rezervelor curente de produse, ale stocului și consumului de resurse naturale, de muncă și financiare, balanțele veniturilor și cheltuielilor bănești ale populației, precum și alte corelații, în primul rînd cele care caracterizează condițiile de armonizare a stării regiunii economice respective cu interesele celorlalte celule ale sistemului social-economic și ale societății în ansamblu.

Ca urmare a calculelor privind modelul normativ al structurii economice generale a regiunii economice se determină structura pe ramuri a economiei, preferabilă pentru regiunea respectivă, se aleg proiectele de construcție, reconstrucție și exploatare a diferitelor întreprinderi, precum și variantele de tehnologie a producției, care sînt de dorit pentru regiunea respectivă, se stabilesc sortimentele corespunzătoare și volumul producției, realizării, ieșirilor și intrărilor de produse, a consumului productiv și neproductiv (individual și social) al diferitelor resurse, precum și indicatorii formării și repartizării veniturilor populației regiunii. În afară de aceasta se calculează evaluările regionale ale eficienței *(→ Evaluări optime)* utilizării diferitelor resurse, printre care a resurselor naturale și de muncă, localizate pe teritoriul regiunii respective. Acestea din urmă joacă un rol deosebit în armonizarea intereselor sale cu interesele celorlalte celule ale sistemului social-economic. Un asemenea model trebuie să înglobeze ca elemente de structură modele descriptive care descriu o serie de procese ale comportamentului social al populației regiunii în ansamblu: formarea parametrilor cererii de consum, a soldului migrator, a mobilității profesionale sub aspectul calificării și al circulației între ramuri a personalului, a parametrilor repartizării veniturilor oamenilor muncii pe tipuri de familii etc.

Modelul normativ al structurii economice generale a regiunii economice poate fi utilizat pentru stabilirea structurii administrative optime a gestiunii economice ca element al *sistemului* corespunzător *de modele* în procesul *planificării de compoziție (→ Planificare social-economică).* Acest model reflectă atributele și interesele de emergență ale regiunii economice în ansamblu *(→ Emergență).* Ele nu sînt derivate în mod nemijlocit și nu înglobează atributele și interesele imanente ale elementelor de structură ale regiunii, acestea din urmă se adaptează însă extrem de rapid la atributele relațiilor de structură ale regiunii economice, fapt dovedit de mobilitatea infraregională a populației și a personalului, sporită în comparație cu nivelul macro al sistemului social-economic. Ținînd seama de acest fapt, modelul structurii economice generale și modelele structurii spațiale interne ale regiunii economice ar putea fi considerate ca rezultate ale decompoziției *(→ Programare pe blocuri)* unui model general al regiunii. Dar, în condițiile nivelului actual al cunoștințelor, nu s-a obținut (poate că acest lucru este, în principiu, imposibil) formalizarea criteriului de optim al regiunii, care să domine integral aspectele activității sale, și, în speță, să asigure comensurarea aspirațiilor populației regiunii, pe de o parte, spre mărirea veniturilor reale, iar pe de altă parte, spre utilizarea eficientă a timpului liber, menținerea unei situații ecologice normale, sporirea accesibilității fondurilor sociale de consum, a valorilor culturale în sensul larg al cuvîntului etc.

Caracterul cumulativ al proceselor de formare a structurii spațiale interne a regiunii economice (localizarea producției, interacțiunea sa cu mediul natural, urbanizarea etc.), care se manifestă în dezvoltarea autonomă a marilor aglomerări ale economiei și populației, poate duce la serioase consecințe negative sub raportul intereselor regiunii economice în ansamblu și la deformarea balanței veniturilor și cheltuielilor populației regiunii, care face ca reflectarea acestei balanţe în modelul structurii economice generale a regiunii economice să fie neadecvată realităţii. De pe poziţiile creşterii veniturilor sale băneşti, populaţia este interesată în dezvoltarea în continuare a acestor procese, dar din punctul de vedere al cerinţelor sociale şi ecologice menţionate, în stabilizarea lor, ţinînd seama de cheltuielile de mijloace pentru profilaxia şi lichidarea consecinţelor negative ale proceselor amintite. Compromisul între interesele contradictorii ale populaţiei regiunii economice poate fi realizat numai prin aplicarea corespunzătoare a principiului *armonizării intereselor***. De aceea, este eficientă formalizarea generală a regiunii economice numai sub forma unui sistem de modele *(→Planificare social-economică)*, care să permită să se realizeze o asemenea armonizare în procesul *planificării de compoziţie***.

Un asemenea sistem cuprinde, pe de o parte, modelul structurii economice generale, iar pe de altă parte, modele ale structurii spaţiale interne a regiunii economice. Printre acestea se pot menţiona modelele formării centrelor industriale şi ale complexelor agrare, modelele dezvoltării şi amplasării pe teritoriul regiunii a reţelei de transporturi şi de repartiţie, precum şi a construcţiilor. Criteriul optimului oricăruia dintre aceste procese reprezintă reducerea la obiectul local corespunzător a criteriului modelului structurii economice generale a regiunii economice (de pildă, minimum de cheltuieli), completat însă în mod substanţial cu o serie de parametri, ale căror valori sînt determinate în urma calculelor legate de modelul dezvoltării infrastructurii sociale a regiunii (normele de cheltuieli pentru profilaxia şi pentru lichidarea consecinţelor negative ale amplasării economiei).

Funcţia obiectiv a acestui model trebuie să reflecte cerinţele social-ecologice ale populaţiei regiunii. Întrucît procedeul de comensurare a tuturor acestor cerinţe este deocamdată necunoscut, în fiecare caz concret în parte se poate utiliza drept criteriu al optimului dezvoltării infrastructurii sociale un indicator care caracterizează cerinţele social-ecologice cele mai imperioase ale populaţiei regiunii respective, în stadiul respectiv al dezvoltării sale (de pildă, minimizarea timpului liber al populaţiei utilizat în mod ineficient sau maximizarea serviciilor puse la dispoziţia populaţiei etc.).

Calculele privind modelele normative ale structurii spaţiale interne a regiunii economice permit determinarea caracteristicilor amplasării teritoriale a economiei în interiorul regiunii şi a repartizării teritoriale a populaţiei, precum şi a evaluărilor *optime**, care le corespund. Unele dintre ele pot fi interpretate ca penalizări pentru poluarea atmosferei diferitelor oraşe şi a bazinelor de apă, ca prelevări din beneficiile întreprinderilor în bugetele locale pentru perfecţionarea *infrastructurii** tehnico-inginereşti şi a celei sociale, necesare ca urmare a consecinţelor negative ale amplasării economiei în cadrul regiunii. Totodată, se poate stabili volumul de resurse materiale, naturale, de muncă şi financiare, necesare pentru o asemenea perfecţionare şi dimensiunile economiilor realizate datorită concentrării economiei pe teritoriul regiunii. Indicatorii respectivi apar ca nişte parametri exogeni ai modelului structurii economice generale a regiunii economice, în timp ce caracteristicile sintetice ale producţiei în cadrul regiunii, calculate pe baza acestui model, şi evaluările regionale optime ale produselor şi resurselor se utilizează în mod analog în modelele structurii spaţiale interne a regiunii economice.

Criteriile de optim ale modelelor normative ale regiunii economice nu descriu în întregime comportamentul populaţiei sale. De aceea, ele trebuie să fie completate cu modele funcţionale descriptive, care să asigure prognoza abaterilor celor mai probabile ale caracteristicilor acestui comportament de la indicatorii planificaţi (modele ale mobilităţii social-profesionale şi ale mobilităţii teritoriale de tipul migraţiei *sat-oraş, oraşe mici-oraşe mari*, modele ale creşterii oraşelor, ale cheltuielilor de timp pentru deservire, în funcţie de starea structurii spaţiale interne a regiunii, ale modificărilor cheltuielilor de producţie în legătură cu deplasările în *infrastructura** psihosocială a regiunii sub influenţa transformărilor structurii ei spaţiale interne).

O descriere mai amănunţită a sistemului corespunzător de modele ale regiunii economice, destinată planificării de perspectivă optimă a dezvoltării ei complexe, se poate găsi în [1]. Un sistem alternativ de acest gen este o descriere formalizată a regiunii economice exclusiv cu ajutorul modelelor descriptive, în care se utilizează ca scheme matematice balanţele de tip input-output *(→ Balanţa legăturilor dintre ramuri), funcţii de producţie*, funcţiile cererii şi cheltuielilor, problemele gravitaţiei şi teoriei serviciilor de masă*, algoritmii de simulare* etc. Această abordare a modelării regiunii economice este larg răspîndită în ţările în care procesele de amplasare teritorială se disting prin caracterul lor cu precădere spontan. În practica ultimilor ani, de dirijare a economiei acestor ţări de către stat, prognozele dezvoltării regiunilor cu aplicarea modelelor descriptive se utilizează pentru verificarea eficienţei elementelor mecanismului reglării economice, corespunzător unei anumite politici regionale.

M. G. Zavelski

Bibl. 1. *Problemî optimalnogo funkţionirovania soţialisticeskoi ekonomiki*, „Nauka", 1972; 2. M. G. Zavelski, *Problemî optimizaţii territorialnogo planirovania*, „Ekonomika i matematiceskie metodî", 1972, v. VIII, fas. 4; 3. V. V. Kossov, *Mejotraslevoi balans*, „Ekonomika", 1966; 4. W. Isard, *Methods of Regional Analysis: an Introduction to Regional*

Science, The Technology Press of the Massachusetts Institute of Technology and John Wiley & Sons, Inc., 1960; 5. P. Hugget, *Prostrannstvenii analiz v ekonomiceskoi gheografii*, „Progress", 1968; 6. I. M. Pavlov, *Reghionalnaia politika kapitalisticeskih gosudarstv*, „Nauka", 1970.

Momente. Caracteristici numerice ale mărimilor aleatoare, calculate după anumite reguli din funcţiile de repartiţie.
Momentul iniţial al repartiţiei de ordinul $k(k = 1, 2, ...)$ este

$$\mathbf{M}_k[X^k] = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)\mathrm{d}x,$$

dacă X este o mărime aleatoare continuă, respectiv

$$\mathbf{M}_k[X^k] = \sum_{i=1}^{n} x_i^k P_i$$

dacă X este o mărime aleatoare discretă. Se consideră că integrala şi suma $(n \to \infty)$ converg în mod absolut. Din definiţie rezultă că dacă există un moment de ordin n, atunci există şi **m.** de ordin k pentru $k < n$.
Caracteristica numerică cea mai simplă a mărimii aleatoare X este speranţa ei matematică ca valoare medie, care se obţine din formulele generale în cazul în care $k = 1$:

$$\mathbf{M}_1[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x_f(x)\mathrm{d}x; \ \mathbf{M}_1[X] = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i.$$

Speranţa matematică a mărimii aleatoare reprezintă rezultatul determinării probabiliste a mediei tuturor valorilor sale posibile, în care ponderea fiecărei valori posibile se ia egală cu densitatea probabilităţii acestei valori. Speranţa matematică se notează cu $\mathbf{M}[X] = \mathbf{M}X = m_x$. Dacă x_i le considerăm ca nişte coordonate ale maselor probabilităţilor p_i, atunci speranţa matematică poate fi interpretată ca centru de greutate. Pentru legea de repartiţie normală $m_x = a$, adică valoarea medie a mărimii X; pentru repartiţia binomială $m_x = np$. **M.** de ordinul întîi caracterizează alura curbei de repartiţie.
M. centrat de ordinul k este

$$\mu_k = \mathbf{M}[(X - m_x)^k] = \int_{-\infty}^{+\infty} (X - m_x)^2 f(x)\mathrm{d}x$$

pentru o mărime continuă X şi

$$\mu_k = \mathbf{M}[(X - m_x)^k] = \sum_{i=1}^{n} (x_i - m_x)^k p_i$$

pentru o mărime discretă **X**. Diferența $\mathbf{X}^0 = X - m_x$ se numește *mărime aleatoare centrată:* $\mu_k = \mathrm{M}[(X^0)^k]$. Deoarece m_x este speranța matematică a mărimii X, **m.** centrat de ordinul întîi $\mu_1 = 0$. **M.** centrat de ordinul al doilea $(k = 2)$:

$$\mu_2 = \sum_{i=1}^{n} (x_i - m_x)^2 p_i$$

caracterizează abaterea lui X de la valoarea sa medie m_x și se numește *dispersie*. Analogul mecanic al dispersiei sînt **m.** axiale de inerție a corpurilor. Pentru legea normală $DX = \sigma^2 = \mu_2$; pentru legea binomială $DX = \sigma^2 = npq = \mu_2$.
M. centrat de ordinul al treilea $(k = 3)$:

$$\mu_3 = \sum_{i=1}^{n} (x_i - m_x)^3 p_i$$

caracterizează asimetria curbei de repartiție. În acest scop se ia în considerare coeficientul de asimetrie $k = \dfrac{\mu_3}{\sqrt{\mu_2^3}}$.
M. centrat de ordinul al patrulea $(k = 4)$

$$\mu_4 = \sum_{i=1}^{n} (x_i - m_x)^4 p_i$$

intră în expresia coeficientului de exces $\gamma = \dfrac{\mu_4}{\mu_2^2} - 3$, care reprezintă caracteristica de netezime a curbei de repartiție. Între **m.** de diferite ordine au loc relații simple însă utile [1]. Noțiunea de **m.** de repartiție se extinde la procesele aleatoare, care se caracterizează printr-un ansamblu de mărimi aleatoare $X_1, X_2, \ldots, X_n$. Acestea din urmă pot fi considerate ca niște componente ale unui vector aleator. Pentru vectorul aleator (X_1, X_2) se numește **m.** de ordinul $r + s$; *speranța matematică a produsului* X_1^r, X_2^s și se notează cu:

$$\alpha_{rs} = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} x_1^r x_2^s f(x_1 x_2) \mathrm{d}x_1 \, \mathrm{d}x_2,$$

unde $f(x_1x_2)\mathrm{d}x_1\mathrm{d}x_2$ este elementul de probabilitate.
Speranța matematică a produsului $(X_1^0)^r(X_2^0)^s$ se numește **m.** centrat de ordinul $r + s$ al vectorului aleator (X_1X_2) și se notează prin:

$$\mu_{rs} = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} (x_1 - m_{x_1})^r (x_2 - m_{x_2})^s f(x_1 x_2) \, \mathrm{d}x_1 \mathrm{d}x_2.$$

Pentru cazurile particulare, cînd r şi s sînt egale cu zero, vom avea $\mu_{20} = DX_1$, $\mu_{02} = DX_2$. În cazul $r = s = 1$, obţinem expresia momentului de corelaţie a două mărimi

$$k_{x_1x_2} = \mu_{11} = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} (x_1 - m_{x_1})(x_2 - m_{x_2})\, f(x_1x_2)\, dx_1dx_2,$$

care are o mare importanţă pentru măsurarea legăturii dintre mărimile aleatoare ale procesului. Dacă $\mu_{11} \neq 0$, atunci X_1 şi X_2 se numesc *corelate*.

Vectorul aleator n-dimensional $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ poate fi definit prin vectorul speranţei matematice $m_x(m_{x_1}, \ldots, m_{x_n})$ şi matricea de corelaţie $k = \|k\|$ $(\nu, \mu = 1, 2, \ldots, n)$, care conţine n^2 **m.** centrate ale vectorului aleator X.

A. I. Zenkin

Bibl. 1. B. V. Gnedenko, *Kurs teorii veroiatnostei*, Fizmatghiz, 1961; 2. I. A. Rozanov, *Sluceainîe proţessî*, „Nauka", 1971.

Multiplicator. Coeficient supraunitar care serveşte pentru măsurarea influenţei multiplicatoare a unei conexiuni inverse pozitive rigide asupra mărimii de ieşire a unui sistem comandat (termenul se utilizează cu aplicare la modelele macroeconomice). De pildă, efectul conexiunii inverse din interiorul ramurii (a consumului produselor din producţie proprie) se caracterizează prin multiplicatorul $\frac{1}{1 - a}$, care are sensul de consum de producţie brută a ramurii pe o unitate de producţie-marfă în expresia:

$$x = \frac{1}{1 - a} y.$$

Aici y reprezintă producţia marfă (mărimea de intrare), x — producţia brută (mărimea de ieşire), a — ponderea producţiei brute a ramurii utilizate pentru nevoile sale proprii sau coeficientul consumurilor de producţie brută în interiorul ramurii. Un sens analog pentru complexul de ramuri pure are expresia

$$\mathbf{x} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{y},$$

unde $\mathbf{y}$ este vectorul producţiei finale, $\mathbf{x}$ — vectorul producţiei brute, $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ — matricea-multiplicator (sau matricea coeficienţilor consumurilor totale), care transformă parametrii de intrare ai sistemului $(\mathbf{y})$

în parametrii de ieşire ($\mathbf{x}$), ţinînd seama de circuitul intern al sistemului. Un **m.** tipic este şi determinantul matricei $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$.

Multiplicatorul $\frac{1}{1-k}$, unde k reprezintă ponderea pe care o alcătuiesc în venitul naţional cheltuielile pentru consumul neproductiv, poartă denumirea de *multiplicator al lui Keynes*. El caracterizează corelaţia dintre venitul naţional Z şi totalul investiţiilor I, ţinînd seama de efectul conexiunilor inverse sub forma consumului unei părţi din venitul naţional pentru consumul final:

$$Z = \frac{1}{1-k} I.$$

I. Z. Kaganovici

Bibl. 1. R.G.D. Allen, *Mathematical Economics*, St. Martin's Press; 1959; 2. A. A. Ivanov, *Teoria avtomaticeskovo upravlenia i regulirovania proizvodstvom*, „Nauka", 1964; 3. V. S. Nemcinov, *Ekonomiko-matematiceskie metodî i modeli*, „Mîsl", 1965.

Multiprogramare (regim de multiprogramare). Schemă de executare a programelor la calculatorul electronic, care constă în faptul că unitatea centrală de prelucrare şi echipamentele calculatorului sînt alocate alternativ mai multor programe, incluse în aşa-numitul amestec. Programul căruia îi este alocată la un moment dat unitatea centrală de prelucrare se numeşte program activ şi se află în memoria operativă, integral sau parţial. Celelalte programe ale amestecului se află în stare de aşteptare a unităţii centrale de prelucrare şi pot fi deservite numai de periferice. Dacă capacitatea memoriei operative este îndeajuns de mare, atunci programele aflate în aşteptare (sau o parte a lor) se află de asemenea în memoria operativă. Programele în aşteptare, care nu încap în memoria operativă, se află în memoria externă. Momentele de transfer al programului activ în stare de aşteptare şi regula de alegere a unui nou program activ sînt determinate de algoritmul de planificare a *sistemului de operare**. Pe măsura executării programelor din amestec, acesta se completează cu noi programe care aşteaptă la rînd spre a fi executate. **M.** permite, într-o serie de cazuri, să se utilizeze echipamentele calculatorului electronic mai eficient (decît în cazul executării succesive a programelor). Uneori, **m.** este utilizată pentru organizarea servirii cu precădere a programelor cu un timp redus de executare. **M.** se utilizează, de asemenea, pentru lucrările în *regim de divizare a timpului**. Realizarea **m.** este bazată pe utilizarea unei serii de proprietăţi ale calculatoarelor electronice moderne (comanda autonomă a perifericelor, sistemul de întrerupere a unităţii centrale de prelucrare, protecţia zonelor din memoria operativă împotriva apelurilor din programul activ).

I. V. Gheronimus

Bibl. ***Sovremennoe programmirovanie. Multiprogrammirovanie i razdelenie vremeni,*** **„Mir", 1970.**

Mulţime. Conceptele de *mulţime, element al mulţimii, aplicaţie** sînt concepte primare care nu se definesc în mod riguros, ci se explică prin exemple. Se poate vorbi de mulţimea de blocuri dintr-un cartier, de mulţimea de mărfuri dintr-o partidă, de mulţimea de puncte ale cercului cu raza unu. „Înţeleg prin mulţime, în general, tot ceea ce este mult, dar care poate fi conceput ca o entitate, adică orice colecţie de anumite obiecte putînd fi închegate într-un întreg cu ajutorul unei legi oarecare" (G. Cantor). Obiectele care formează mulţimea se numesc *elemente* ale acesteia. Mulţimea M este dată prin indicarea proprietăţii comune tuturor elementelor sale şi pe care nu o au obiectele neaparţinînd mulţimii M. Faptul că obiectul $\mathbf{x}$ este un element al mulţimii M se notează $\mathbf{x} \in M$ şi se citeşte $\mathbf{x}$ *aparţine* lui M. Faptul că $\mathbf{z}$ nu este un element al mulţimii M se scrie $\mathbf{z} \notin M$ şi se citeşte $\mathbf{z}$ *nu aparţine* lui M. Mulţimea M constînd din elementele $\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, \ldots$, se notează astfel: $M = \{\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, \ldots\}$. Într-un caz particular mulţimea M poate să constea dintr-un singur element: $M = \{m\}$. O mulţime conţinînd un număr finit de elemente se numeşte mulţime *finită*, iar în caz contrar, mulţime *infinită*. Mulţimea de blocuri dintr-un cartier, mulţimea de mărfuri dintr-o partidă sînt finite, în timp ce mulţimea de puncte ale cercului cu raza unu este infinită. Mulţimea se numeşte *vidă* dacă ea nu conţine nici un element. Mulţimea vidă se notează prin simbolul $\emptyset$.

Fie A şi M două mulţimi şi fie toate elementele mulţimii A elemente ale mulţimii M. Atunci, mulţimea A se numeşte *submulţime* (sau *parte*) a mulţimii M, ceea ce se scrie $A \subseteq M$ (sau $M \supseteq A$) şi se citeşte A este inclus în M. În particular, dacă $\mathbf{x} \in M$, atunci $\{\mathbf{x}\} \subseteq M$. Mulţimea M este propria sa submulţime. Prin definiţie, mulţimea vidă este o submulţime a oricărei alte mulţimi. Mulţimea vidă $\emptyset$ şi mulţimea M se numesc submulţimi *improprii* ale mulţimii M. Toate celelalte submulţimi ale mulţimii M se numesc submulţimi proprii. Mulţimea tuturor submulţimilor mulţimii M se notează cu simbolul 2^M. Mulţimile A şi B se numesc *egale* dacă $A \subseteq B$ şi $A \supseteq B$. Egalitatea dintre mulţimile A şi B se notează astfel: $A = B$.

Se numeşte *reuniune* a mulţimilor A şi B mulţimea C (notată prin simbolul $A \bigcup B$), constînd din toate elementele care aparţin *cel puţin uneia* dintre mulţimile A şi B (→fig. 1). În cazul general, *reuniunea* ansamblului de mulţimi A_i ($i \in I$, în care I este o mulţime finită sau infinită de indici) este mulţimea C (se notează prin simbolul $\bigcup\limits_{i \in I} A_i$), constînd din toate elementele care aparţin *cel puţin uneia* dintre mulţimile A_i ($i \in I$). Uneori în locul termenului „reuniune" se utilizează termenul de „sumă" în sensul teoriei mulţimilor. Se numeşte *intersecţie* a două mulţimi A şi B mulţimea C (notată prin simbolul $A \bigcap B$) constînd din toate elementele aparţinînd *ambelor* mulţimi A şi B. Cu alte cuvinte, intersecţia este partea *comună* a mulţimilor A şi B (→fig. 2). De exemplu, mulţimea tuturor pătratelor este intersecţia dintre mulţimea tuturor romburilor şi mulţimea tuturor dreptunghiurilor. Dacă mulţimile A şi B nu au elemente comune, se spune că ele *nu se intersectează* (intersecţia lor este vidă). În cazul general, *intersecţia* ansamblului de mulţimi A_i ($i \in I$) este mulţimea C (se notează cu simbolul $\bigcap\limits_{i \in I} A_i$), constînd din toate elementele care aparţin *tuturor* mulţimilor A_i ($i \in I$). Uneori, în locul termenului *intersecţie* se foloseşte termenul de *produs în sensul teoriei mulţimilor*. Se numeşte *diferenţă* dintre două mulţimi A şi B mulţimea C, care se notează $A \backslash B$ şi constă din toate elementele mulţimii A care nu aparţin mulţimii B (→fig. 3). Diferenţa dintre mulţimea A şi submulţimea B a celei dintîi se numeşte *complement* al mulţimii B în mulţimea A. Se verifică imediat că: 1) $A \bigcup B = B \bigcup A$, $A \bigcap B = B \bigcap A$ (comutativitate); 2) $(A \bigcup B) \bigcup C = A \bigcup (B \bigcup C)$, $(A \bigcap B) \bigcap C = A \bigcap (B \bigcap C)$ (asociativitate); 3) $A \bigcup (B \bigcap C) = (A \bigcup B) \bigcap (A \bigcup C)$, $A \bigcap (B \bigcup C) = (A \bigcup B) \bigcup (A \bigcap C)$ (distributivitate); 4) $A \bigcup A = A$, $A \bigcap A = A$ (idempotenţă); 5) $A \bigcup \varnothing = A$, $A \bigcap \varnothing = \varnothing$; dacă $A \subseteq E$, atunci $A \bigcup E = E$, $A \bigcap E = A$;

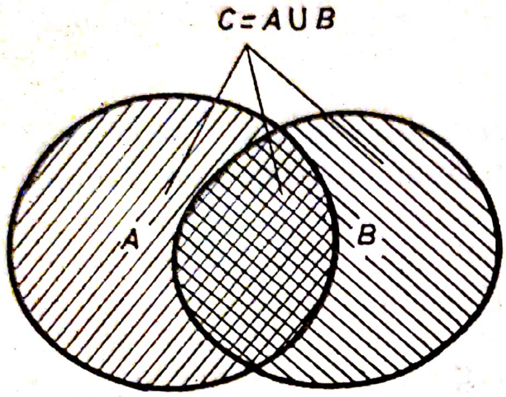


Fig. 1

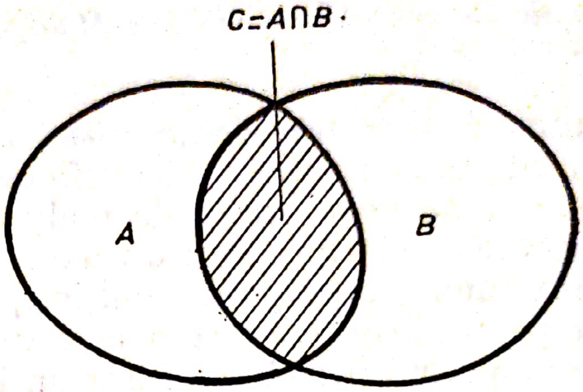


Fig. 2

6) dacă $A\subseteq E$, atunci $E\setminus(E\setminus A)=A$; 7) dacă $A\subseteq E$, atunci $A\cup(E\setminus A)= =E$; $A\cap(E\setminus A)=\emptyset$; 8) dacă $A\subseteq E$, $B\subseteq E$, atunci $(A\cup(E\setminus A)\cap B=B$, $(A\cap(E\setminus A))\cup B=B$; 9) $(A\cup B)\cap B=B$, $(A\cap B)\cup B=B$; 10) dacă $A\subseteq E$, $B\subseteq E$, atunci $E\setminus(A\cup B)=(E\setminus A)\cap(E\setminus B)$, $E\setminus(A\cap B)=(E\setminus A)\cup$

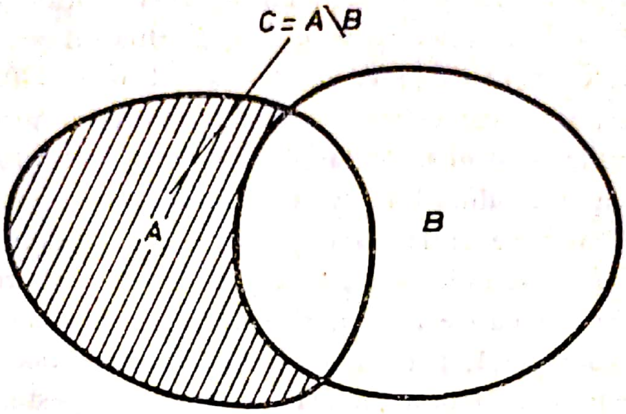


Fig. 3

$(E\setminus B)$. Proprietăţile 2, 3, 4 şi 10 se generalizează în mod natural asupra cazului unui ansamblu oarecare (finit sau infinit) de mulţimi.

Fie A şi B două mulţimi; mulţimea tuturor perechilor ordonate posibile $(\mathbf{a}, \mathbf{b})$, în care $\mathbf{a}\in A$ şi $\mathbf{b}\in \mathbf{B}$ se notează cu simbolul $A\times B$ şi se numeşte *produs cartezian* al mulţimilor A şi B. Elementele **a** şi **b** se numesc coordonate sau componentele perechii $(\mathbf{a}, \mathbf{b})$. Prin analogie se determină produsul cartezian $A_1\times A_2\times\ldots$ al tuturor colecţiilor ordonate posibile $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \ldots)$, în care $\mathbf{a}_1\in A_1$ $\mathbf{a}_2\in A_2, \ldots$

Dacă între mulţimile A şi B se poate stabili o corespondenţă biunivocă (adică există cel puţin o aplicaţie reversibilă $\mathbf{g}: A\to B$, astfel încît $\mathbf{g}(A)=B$ (→ *Aplicaţie*), se spune că mulţimile A şi B au *aceeaşi putere*. Mulţimile de aceeaşi putere se mai numesc şi mulţimi *echivalente*. Evident că mulţimile A şi B, care sînt echivalente cu una şi aceeaşi mulţime C, sînt echivalente între ele. Două mulţimi finite sînt echivalente dacă şi numai dacă constau din acelaşi număr de elemente. Orice mulţime infinită are cel puţin o submulţime proprie care îi este echivalentă. Reciproca este adevărată. Mulţimea echivalentă mulţimii tuturor numerelor naturale se numeşte mulţime *numărabilă*. Evident că toate mulţimile numărabile sînt echivalente între ele. Precizăm că noţiunea de putere aplicată la mulţimile infinite este analoagă cu noţiunea de cantitate pentru mulţimile finite.

Ca disciplină matematică, teoria mulţimilor a fost întemeiată de G. Cantor în deceniul al optulea al secolului trecut. Începînd cu anii '90 ai secolului al XIX-lea, teoria mulţimilor a fost aplicată pe scară largă în analiza matematică şi în geometrie. Teoria mulţimilor este baza mai multor discipline matematice noi (algebra generală, analiza funcţională etc.), care au apărut şi s-au dezvoltat vertiginos în secolul al XX-lea. În prezent, teoria mulţimilor se aplică pe scară largă în economia matematică. Uneori, teoria mulţimilor avută în vedere aici se numeşte „naivă" sau „intuitivă", spre deosebire de teoriile axiomatice ale mulţimilor, create pentru a înlătura unele antinomii (paradoxuri), descoperite în teoria „naivă" a mulţimilor (şi în logică) la sfîrşitul secolului al XIX-lea şi la începutul secolului al XX-lea. (Antinomia lui Bertrand Russel (1903) (→ [2], [3]) a reprezentat un adevărat şoc pentru cercetătorii care s-au ocupat de problemele *fundamentelor* matematicii şi ale logicii la sfîrşitul secolului al XIX-lea şi începutul secolului al XX-lea.) Trebuie precizat din capul locului că aceste antinomii apar atunci cînd se examinează concepte matematice foarte generale, aflate dincolo de limitele aplicării disciplinelor matematice „concrete" (de exemplu, ale analizei matematice şi geometriei). Ca atare, în aceste discipline, raţionamentele matematice nu intră în domeniul de valabilitate al acestor antinomii. În consecinţă, pentru disciplinele matematice concrete (în speţă şi pentru economia matematică), teoria „naivă" a mulţimilor este pe deplin suficientă. În matematică au însă o mare valoare cercetările din domeniile sale cele mai abstracte cum sînt, de exemplu, fundamentele matematicii. Dat fiind că teoria mulţimilor este una dintre disciplinele care stau la baza matematicii, odată cu descoperirea antinomiilor a devenit necesară revizuirea teoriei „naive" a mulţimilor. S-au propus diferite teorii axiomatice ale mulţimilor în cadrul cărora antinomiile cunoscute nu mai pot apărea (→ [2] — [3]). Înlăturarea antinomiilor din teoria mulţimilor şi din logică au făcut ca în secolul al XX-lea să crească foarte mult rolul logicii matematice, cu care teoriile axiomatice ale mulţimilor se află într-o legătură foarte strînsă. Totuşi, riguros, deocamdată nu s-a găsit încă o soluţionare a crizei fundamentelor matematicii, declanşată prin descoperirea antinomiilor şi care să satisfacă pe toată lumea.

I. N. Ceremnîh

Bibl. Ş. Pizo, M. O. Zamanski, *Kurs matematiki. Alghebra i analiz*, „Nauka", 1971; 2. P. M. Cohn, *Universal Algebra*, Harper & Row, 1965.

Mulţime vagă. Aplicaţie vagă. Soluţie vagă (în limba engleză, *fuzzy sets* etc.). Ansamblu de concepte propuse de L. A. Zadeh (1965) pentru a fundamenta un nou mod de abordare a analizei sistemelor mari a căror complexitate face dificilă sau imposibilă aplicarea analizei cantitative exacte. Modelul de abordare propus de Zadeh se poate dovedi eficient în punerea şi rezolvarea unor probleme cu caracter economic, social şi politic, în psihologie, în recunoaşterea şi clasificarea configuraţiilor, în lingvistică etc.

Conceptul fundamental în acest nou mod de abordare este cel de *mulţime vagă*, pentru care un element poate nu numai să-i aparţină sau să nu-i aparţină, dar să se caracterizeze şi printr-o apartenenţă intermediară. Exemple pot servi mulţimile de întreprinderi noi, oraşe mari, regiuni agricole, semne similare cu litera A etc. O **m.v.** A este caracterizată prin *funcţia* sa de *apartenenţă* $\mu_A(x)$, care pune în corespondenţă fiecărui element x dintr-un *spaţiu de alternative* un număr real din segmentul $[0,1]$, care indică gradul de apartenenţă al elementului x la **m.v.** A. De exemplu, dacă x este o mulţime de oraşe, $p(x)$ — numărul locuitorilor din oraşul x, atunci **m.v.** a oraşelor mari poate fi definită prin următoarea funcţie de apartenenţă (aleasă aici în mod convenţional):

$\mu_A(x) = \left(1 + \dfrac{5 \cdot 10^4}{\mathrm{p}(x)}\right)^{-1}$. În felul acesta, un oraş cu o populaţie de 5 000 000 de locuitori va avea un grad de apartenenţă de 100/101, iar unul cu 10 000 locuitori, de 1/6.

Dacă A şi B sînt **m.v.** pe y avînd funcţia de apartenenţă μ_A, respectiv μ_B, atunci reuniunea A cu B, intersecţia A cu B, complementul lui A (se notează cu $A \cup B, A \cap B, A'$ respectiv) se definesc ca **m.v.** pe x avînd funcţiile de apartenenţă:

$$\begin{aligned}
&\mu_{A \cup B}(x) = \max\,[\mu_A(x),\ \mu_B(x)],\\
&\mu_{A \cap B}(x) = \min\,[\mu_A(x),\ \mu_B(x)], \qquad (1)\\
&\mu_{A'}(x) = 1 - \mu_A(x)
\end{aligned}$$

pentru fiecare x din X. Adeseori, în loc de (1) se utilizează notaţia prescurtată:

$$\mu_{A \cup B} = \mu_A \vee \mu_B, \quad \mu_{A \cup B} = \mu_A \wedge \mu_B, \quad \mu_{A'} = 1 - \mu_A. \qquad (2)$$

Mulţimile obişnuite, nevagi, sînt un caz particular al **m.v.** Funcţia lor de apartenenţă ia fie valoarea 0, fie 1 şi coincide cu *indicatorul (funcţia caracteristică)*, iar operaţiile notate mai sus sînt o generalizare naturală a operaţiilor respective din teoria mulţimilor.

Aplicaţia vagă f din spaţiul X în spaţiul Y se defineşte ca submulţime vagă a lui $X \times Y$, cu alte cuvinte aplicaţia vagă indică pentru fiecare x din X elementul (elementele) corespunzătoare y din Y şi, în plus, gradul de corespondenţă. De exemplu, dacă X este mulţimea tuturor statelor, iar $\mu_t(x, y)$ este ponderea schimbului de mărfuri dintre statul x şi statul y în volumul total al schimbului de mărfuri al statului x, atunci f este o aplicaţie vagă punct-mulţime din X în Y, punînd în corespondenţă fiecărui x **m.v.** $f(x)$ a statelor cu care x face un comerţ activ.

Într-o largă clasă de probleme este indicat să se dea restricţiile sub forma **m.v.** $C_1, \ldots, C_l$ pe un spaţiu anumit X, funcţia obiectiv ca aplicaţie f, eventual vagă, din X în Y, iar scopul ca submulţime vagă G a lui Y. Atunci apare posibilitatea de a se trata intersecţia restricţiilor cu preimaginea scopului (adică cu submulțimea lui X care este aplicată de f în submulțimea G a lui în Y) ca *soluție vagă* T. În cele mai multe cazuri se va considera drept optimizator elementul din X care are cel mai înalt grad de apartenență la T. Astfel, dacă C este **m.v.** a întreprinderilor echipate parțial cu utilaj învechit, f — funcția care arată cheltuielile de reconstrucție a unei întreprinderi, iar G — submulțimea vagă a lui R^1 a cheltuielilor nu prea mari, atunci $C \cap f^{-1}(G)$ este **m.v.** a întreprinderilor cu utilaj parțial învechit necesitînd cheltuieli de reconstrucție nu prea mari, iar elementul al cărui grad de apartenență este egal cu $\max \mu_{C\cap f^{-1}(G)}\, x$ poate fi tratat drept cea mai bună soluție a problemei de alegere din mulțimea tuturor întreprinderilor cu echipament învechit, a uneia astfel încît cheltuielile de reconstrucție să nu fie prea mari.

S. A. Pacikov

Mulțimi convexe. Se numește segment ce unește punctele $\mathbf{x}_1$ și $\mathbf{x}_2$ mulțimea de puncte $\mathbf{x}$ de forma $\{\mathbf{x}\in E_n \mid \alpha\mathbf{x}_1 + (1-\alpha)\mathbf{x}_2,\ 0\leqslant\alpha\leqslant 1\}$. Mulțimea $M \supseteq E_n$ se numește *convexă* dacă odată cu două puncte ea conține și segmentul care le unește. Prin urmare, orice **m.c.** constă dintr-o singură bucată și nu are „găuri“ sau „adîncituri“. În fig. 1 sînt reprezentate **m.c.**, iar în fig. 2, mulțimi care nu sînt convexe. Orice

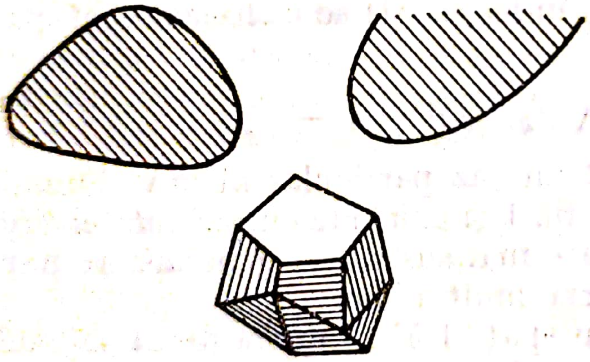


Fig. 1

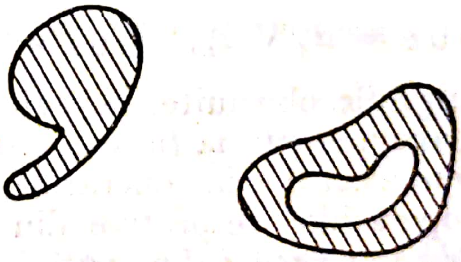


Fig. 2

subspațiu, regiunea coordonatelor nenegative a spațiului E_n, orice hiperplan sau, în general, o varietate liniară, un semispațiu deschis sau închis, orice sferă deschisă sau închisă *(→ Mulțimi în spațiul n-dimensional)* sînt **m.c.**

Suma vectorială a oricărui număr finit, precum și intersecția oricărei familii de mulțimi convexe sînt **m.c.** Dacă M este o **m.c.**, atunci transformarea liniară ca și închiderea ei $\overline{M}$ sînt, de asemenea, **m.c.** Orice **m.c.** $\overline{M}$ conține un punct interior relativ la varietatea liniară minimă în care este conţinută mulţimea; ansamblul tuturor asemenea puncte ale multimii M (notat prin simbolul int M) este el însuşi o **m.c.**, fiind peste tot dens în mulţimea M, adică $\overline{\text{int } M} \supset M$ (dacă $\overset{\circ}{M} \neq \emptyset$, atunci $\overset{\circ}{M} = \text{int } M$). Se numeşte *combinaţie convexă* a punctelor $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_k$, vectorul de forma $\alpha_1 \mathbf{x}_1 + \alpha_2 \mathbf{x}_2 + \ldots + \alpha_k \mathbf{x}_k$, în care $\sum_{i=1}^{k} \alpha_i = 1$ şi $\alpha_i \geqslant 0$ pentru toţi $i = 1, 2, \ldots, k$.

Se numeşte *închidere convexă* a unei mulţimi $M \subseteq E_n$ intersecţia tuturor **m.c.** conţinînd mulţimea M. Prin urmare, închiderea convexă a unei mulţimi M (se notează cu CoM) este cea mai mică **m.c.** care o conţine pe cea considerată. Dacă M este convexă, atunci $M = CoM$. Se poate demonstra că închiderea convexă a unei mulţimi oarecare coincide cu ansamblul tuturor combinaţiilor finite convexe ale punctelor mulţimii respective: $CoM = \{\mathbf{x} = \sum_{i=1}^{k} \alpha_i \mathbf{x}_i | \mathbf{x}_i \supseteq M, \ \alpha_i \geqslant 0, \sum_{i=1}^{k} \alpha_i = 1$, k fiind un număr natural oarecare.

Se spune că două mulţimi M_1 şi M_2 sînt *separate*, dacă există un vector nenul **c** şi un număr λ, astfel încît sînt satisfăcute următoarele inegalităţi: $(\mathbf{c}, \mathbf{x}) \leqslant \lambda$ pentru toţi $\mathbf{x} \in M_1$ şi $(\mathbf{c}, \mathbf{x}) \geqslant \lambda$ pentru toţi $\mathbf{x} \in M_2$. Din punct de vedere geometric aceasta înseamnă că mulţimile M_1 şi M_2 sînt situate de ambele părţi ale hiperplanului $H = \{\mathbf{x} \in E_n \mid (\mathbf{c}, \mathbf{x}) = \lambda\}$.

Se spune că două mulţimi M_1 şi M_2 sînt *strict separate* dacă există un vector nenul c şi un număr λ încît sînt satisfăcute inegalităţile stricte $(\mathbf{c}, \mathbf{x}) < \lambda$ pentru toţi $\mathbf{x} \in M_1$ şi $(\mathbf{c}, \mathbf{x}) > \lambda$ pentru toţi $\mathbf{x} \in M_2$. Din punct de vedere geometric, aceasta înseamnă că fiecare dintre mulţimile M_1 şi M_2 se află într-unul din semispaţiile deschise definite de hiperplanul $\mathbf{H} = \{\mathbf{x} \in E_n | \ (\mathbf{c}, \mathbf{x}) = \lambda\}$. Pentru mulţimile *convexe* sînt valabile teoremele privind hiperplanul de separaţie (teoremele separaţiei): dacă M_1 şi M_2 sînt **m.c.**, ele sînt separate dacă este satisfăcută cel puţin una din următoarele condiţii: 1) $M_1 \cap M_2 = \emptyset$, adică mulţimile M_1 şi M_2 nu se intersectează (→fig. 3); 2) una din aceste mulţimi, de exemplu M_1 are un punct interior şi $\overset{\circ}{M}_1 \cap M_2 = \emptyset$. Dacă distanţa dintre două **m.c.** $\rho(M_1, M_2) = \inf_{\substack{\mathbf{x}_1 \in M_1 \\ \mathbf{x}_2 \in M_2}} |\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2|$ este strict mai mare decît 0, în particular dacă mulţimile M_1 şi M_2 sînt convexe, închise, neintersectate şi cel puţin una dintre ele este mărginită, atunci mulţimile M_1 şi M_2 pot fi strict separate una de alta.

În teoria problemelor de extremum este utilă următoarea generalizare a *teoremei privind hiperplanul de separaţie (teorema lui Dubovețki-*

Miliutin): fie mulțimile convexe $M_0, M_1, \ldots, M_m$ cu intersecția comună vidă: $\bigcap_{i=0}^{m} M_i = \emptyset$. Atunci există vectorii $\mathbf{c}_0, \mathbf{c}_1, \ldots, \mathbf{c}_m$, nu toți nuli, și numerele $\lambda_0, \lambda_1, \ldots, \lambda_m$, astfel încît pentru orice $\mathbf{x} \in M_i$ $(i = 0, 1, \ldots, m)$ este satisfăcută inegalitatea $(\mathbf{c}_i \mathbf{x}) \leqslant \lambda_i$, iar $\mathbf{c}_0 + \mathbf{c}_1 + \ldots + c_m = 0$ și $\lambda_0 + \lambda_1 + \ldots \lambda_m = 0$.

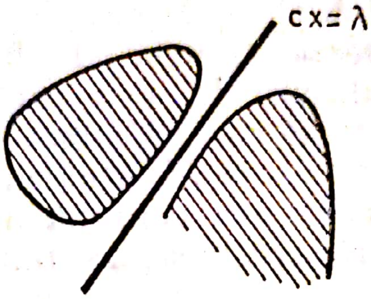


Fig. 3

Se spune că hiperplanul $H = \{\mathbf{x} \in E_n | (\mathbf{c}, \mathbf{x}) = \lambda\}$ este un hiperplan de susținere a mulțimii M, dacă $(\mathbf{c}, \mathbf{x}) \leqslant \lambda$ pentru toți $\mathbf{x} \in M$ și $(\mathbf{c}, \mathbf{x}_0) = \lambda$ pentru un $\mathbf{x}_0 \in \overline{M}$. Se precizează că hiperplanul H este un hiperplan de susținere a mulțimii M în punctul $\mathbf{x}_0$. Este valabil următoarea *teoremă importantă cu privire la hiperplanul de susținere (teorema lui Minkowski):* în orice punct de frontieră al unei **m.c.** există un hiperplan de susținere. Semispațiul închis $H^- = \{\mathbf{x} \in E_n | (\mathbf{c}, \mathbf{x}) \leqslant \lambda\}$ (semispațiul deschis $\mathring{H}^- = \{\mathbf{x} \in E_n | (\mathbf{c}, \mathbf{x}) < \lambda\}$ se numește *de susținere* a mulțimii M, dacă el conține mulțimea M, iar hiperplanul $H = \{\mathbf{x} \in E_n | (\mathbf{c}, \mathbf{x}) = \lambda\}$ este un hiperplan de susținere a mulțimii M.

Din teoremele privind separabilitatea mulțimilor convexe rezultă *teoremele privind reprezentarea mulțimilor convexe.* Orice mulțime convexă închisă $M \neq E_n$ se reprezintă sub forma intersecției tuturor semispațiilor sale de susținere închise, orice mulțime convexă deschisă $M \neq E_n$ se reprezintă sub forma intersecției tuturor semispațiilor sale de susținere deschise. O mulțime care se reprezintă sub forma intersecției unui număr finit de semispații închise se numește mulțime poliedrică (→ *Mulțimi poliedrice*).

Teoria separabilității **m.c.** este utilizată pentru stabilirea unei serii de aspecte fundamentale ale programării liniare, ale teoriei jocurilor și ale economiei matematice. În particular, ea folosește la demonstrarea teoremelor de dualitate în programarea convexă, a teoremei generale privind minimaxul în teoria jocurilor matriceale, precum și la demonstrarea existenței echilibrului în modelele economiei de concurență [3].

Dacă M este o mulţime nevidă arbitrară a spaţiului E_n, se numeşte mulţime *duală* faţă de M mulţimea M^* de forma $M^* = \{\mathbf{y} \in E_n \mid (\mathbf{y}, \mathbf{x}) \leqslant 1$, pentru toţi $\mathbf{x} \in M\}$. Din această definiţie rezultă că o mulţime duală faţă de mulţimea nevidă este nevidă (conţine cel puţin punctul 0), convexă şi închisă. De exemplu, mulţimea duală faţă de elipsoidul $Q^a = \left\{\mathbf{x} \in E_n \,\middle|\, \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i^2}{a_i^2} \leqslant 1\right\}$ este elipsoidul $Q_a^{-1} = \left\{\mathbf{y} \in E_n \,\middle|\, \sum_{i=1}^{n} a_i y_i^2 \leqslant 1\right\}$, în particular mulţimea duală faţă de sfera unitară închisă $U_n(1, 0) = \left\{\mathbf{x} \in \mathrm{E}_n \,\middle|\, \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \leqslant 1\right\}$ este însăşi această sferă.

Pentru două mulţimi M şi M_1 oarecare sînt valabile următoarele *relaţii de dualitate:* 1) dacă $M \subset M_1$, atunci $M^* \supset M_1^*$; 2) $(Co(M \cup M_1))^* = M^* \cap M_1^*$; 3) $M^{**} = \overline{Co(M \cup \mathrm{O})}$ şi, în particular, $\mathrm{M}^{**} = \mathrm{M}$ dacă şi numai dacă M este convexă închisă şi conţine punctul 0; 4) dacă M şi M_1 sînt **m.c.** închise şi $0 \in M \cap M_1$, atunci $\overline{Co\,(M^* \cup M_1^*)} = (M \cap M_1)^*$. Mulţimea $K \subseteq E_n$ se numeşte *con convex* (sau, mai precis, con convex cu vîrful în zero), dacă pentru orice vectori $\mathbf{x}_1$, $\mathbf{x}_2 \in K$ şi orice numere α, $\beta \geqslant 0$ vectorul $\alpha\mathbf{x}_1 + \beta\mathbf{x}_2 \in K$. Din această definiţie urmează că un con convex este o mulţime convexă şi conţine întotdeauna punctul 0. Orice subspaţiu, semispaţiul închis de forma $\mathrm{H}^- = \{\mathbf{x} \in E_n \mid (\mathbf{c}, \mathbf{x}) \leqslant 0$, precum şi intersecţia oricărei familii de asemenea semispaţii sînt conuri convexe.

În conformitate cu definiţia generală a mulţimii duale, o mulţime duală faţă de conul convex K este ea însăşi un con convex avînd forma $K^* = \{y \in E_n \mid (\mathbf{y}, \mathbf{x}) \leqslant 0$ pentru toţi $\mathbf{x} \in K\}$. Pentru conurile convexe K şi K_1, relaţiile de dualitate devin: 1) dacă $K \subset K_1$ atunci $K^* \supset K_1^*$; 2) $(K + K_1)^* = K^* \cap K_1^*$; 3) $K^{**} = \overline{K}$; 4) dacă conurile K şi K_1 sînt convexe şi închise, atunci $\overline{K^* + K_1^*} = (K \cap K_1)^*$. Este interesant să observăm că suma a două conuri convexe închise poate fi o mulţime neînchisă, astfel încît semnul de închidere în partea stîngă a egalităţii nu este de prisos. Dacă conul K este un subspaţiu, atunci se vede uşor că conul conjugat K^* coincide cu complementul ortogonal al subspaţiului $K : K^* = K^1 = \{\mathbf{y} \in E_n / (\mathbf{y}, \mathbf{x}) = 0$, pentru toţi $\mathbf{x} \in K\}$.

Se numeşte *rază închisă* l cu capătul în punctul $\mathbf{a}$ şi cu vectorul director $K \neq 0$ mulţimea de forma $l = \{\mathbf{x} = \mathbf{a} + \mathbf{k}t \mid t \geqslant 0\}$. Se numeşte con interior $K(M)$ al mulţimii M mulţimea de vectori directori (împreună cu 0) ai razelor conţinute în mulţimea M. Dacă o mulţime convexă este nemărginită, ea conţine neapărat o rază şi, prin urmare, pentru o asemenea mulţime $K(M) \neq 0$. Pentru orice mulţime convexă este valabilă egalitatea $K(M) = \{\mathbf{c} \in E_n / \sup\limits_{\mathbf{x} \in M} (\mathbf{c}, \mathbf{x}) < +\infty\}^*$ din care, în particular, rezultă că $K(M)$ este un con convex închis. Pentru orice mulțime convexă sînt satisfăcute incluziunile: dacă $\mathbf{a} \in \operatorname{int} M$, atunci $\mathbf{a} + K(M) \subseteq \operatorname{int} M$; dacă $\mathbf{a} \in \overline{M}$, atunci $\mathbf{a} + K(\mathrm{M}) \subseteq \overline{M}$.

Dacă mulțimea M este reprezentată sub formă de intersecție a unor semispații: $M = \{\in E_n | (\mathbf{a}_\alpha\ \mathbf{x}) \leqslant \mathrm{b}_\alpha,\ \alpha \in A_1$ și $(\mathbf{a}_\alpha\ \mathbf{x}) < b_\alpha,\ \alpha \in A_2\}$, atunci conul ei interior $K(M)$ are forma $K(M) = \{\mathrm{k} \in E_n | (\mathbf{a}_\alpha\ \mathbf{k}) \leqslant 0,$ $\alpha \in A_1 \cup A_2\}$.

Punctul $\mathbf{x}_0$ aparținînd **m.c.** M se numește punctul ei *extrem*, dacă în M nu există două puncte distincte $\mathbf{x}_1$ și $\mathbf{x}_2$, astfel ca $\mathbf{x}_0 = \alpha\mathbf{x}_1 + (1 - \alpha)\mathbf{x}_2$, în care $0 < \alpha < 1$. Orice mulțime nevidă convexă închisă și mărginită $M \subseteq E_n$ are puncte extreme și coincide cu închiderea convexă a punctelor sale extreme. De exemplu, bila (sfera închisă) coincide cu închiderea convexă a sferei sale de frontieră, care este mulțimea punctelor sale extreme. Dacă o mulțime **m.c.** închisă și mărginită are un număr finit de puncte extreme ea este un poliedru (→ *Mulțimi poliedrice*). Orice **m.c.** închisă se reprezintă sub forma unei sume vectoriale: $M = R + M \cap R^\perp$, în care $R = K(M) \cap (-K(M))$ este un subspațiu, iar $M \cap R^\perp$ este o **m.c.** închisă care nu conține drepte. Orice **m.c.** închisă conține fie un punct extrem, fie o dreaptă.

În problemele teoretice și practice ale programării matematice se utilizează cel mai des următoarele clase de **m.c.**: *mulțimile poliedrice*, adică mulțimile M care pot fi reprezentate sub forma $M = \{\mathbf{x} \in E_n | (\mathbf{a}_i, \mathbf{x}) - b_i \leqslant 0,\ i = 1, \ldots, m\}$, precum și două extensiuni — în sensuri diferite — ale acestei clase de mulțimi, *Mulțimile polinomiale convexe*, adică mulțimile M admițînd reprezentarea sub forma $M = \{\mathbf{x} \in E_n | f_i(\mathbf{x}) \leqslant 0,\ i = 1, \ldots, m\}$, în care $f_i(\mathbf{x})$ sînt polinoame convexe (în mod analog cu mulțimile poliedrice, orice două mulțimi polinomiale convexe care nu se intersectează pot fi strict separate printr-un hiperplan) și mulțimile M, care pot fi reprezentate sub forma sumei vectoriale $M = M_0 + K$, în care M_0 este o mulțime convexă mărginită, iar K este un con convex cu vîrful în zero (similar cu cazul mulțimilor poliedrice, ansamblul punctelor extreme ale unor mulțimi de acest fel este o mulțime mărginită sau o mulțime vidă). Pentru a se înțelege dificultățile interne ale problemei programării convexe cu numere întregi are o mare importanță studiul distribuției punctelor ale căror coordonate sînt numere întregi în mulțimile convexe. Vom cita aici două rezultate din acest domeniu.

Teorema lui Minkowski. Dacă mulțimea convexă $M \subseteq E_n$ este simetrică față de originea axelor de coordonate și are un volum $V(M) > 2^n$, atunci ea conține în mod obligatoriu un punct întreg diferit de zero.

Teorema structurii [4]. Dacă mulţimea convexă $M \subseteq E_n$ are un punct interior dar nu are un punct interior întreg, atunci ea este în întregime situată între două hiperplane paralele date de ecuaţii cu coeficienţi întregi

$$-\infty < \lambda_1 \leqslant \inf_{\mathbf{x}\in M} (\mathbf{c},\ \mathbf{x}) \leqslant \sup_{\mathbf{x}\in M} (\mathbf{c},\ \mathbf{x}) \leqslant \lambda_2 < +\infty,$$

în care toate componentele vectorului **c** sînt numere întregi.

E. G. Belousov

Bibl. 1. H. Nikaido, *Convex Structures and Economic Theory*, Academic Press, 1968; 2. V. G. Bolteanski, *Optimalnoe upravlenie diskretnîmi sistemami*, „Nauka", 1973; 3. S. Karlin, *Mathematical Methods and Theory in Games, Programmings and Economics*, Addison-Wesley, 1959; 4. E. G. Belousov, V. M. Şironin, *O suşcestvovanii i osobennosteah raspredelenia ţelocislennîh tocek v vîpuklîh mnojestvah*, în culegerea *Issledovania po matematiceskoi ekonomii i smejnîm voprosam*, Izd. M.G.U., 1973.

Mulţimi în spaţiul n-dimensional. În teoria *spaţiului n-dimensional** este convenabilă utilizarea *terminologiei geometrice*, deşi, dacă $n \geqslant 4$, spaţiul E_n nu are o interpretare geometrică intuitivă. Utilizarea terminologiei geometrice pentru descrierea mulţimilor din spaţiul $E_n (n \geqslant 4)$, date analitic, este justificată prin faptul că aceste mulţimi păstrează o serie de proprietăţi esenţiale ale mulţimilor analoage din spaţiul E_n ($n = 1,\ 2,\ 3$), care au o interpretare geometrică intuitivă şi un „nume" geometric. Această importantă împrejurare permite să se folosească în cercetarea obiectelor (foarte abstracte) din spaţiile E_n, cu n oarecare, bogata experienţă geometrică dobîndită în studiul spaţiilor E_n ($n = 1,\ 2,\ 3$).

În descrierea mulţimilor de vectori (sau de puncte) în spaţiul E_n se va da o interpretare geometrică intuitivă (atît prima, cît şi cea de a doua → *Vector)* numai pentru cazul $n = 2$. În cele ce urmează, din motive de concizie, în locul expresiei „mulţimea de vectori (puncte) **x** din E_n, ale căror componente $x_1, \ldots, x_n$ satisfac ecuaţia (sistemul de ecuaţii, respectiv sistemul de inegalităţi)" vom spune „mulţimea de vectori (puncte) care satisfac ecuaţia (sistemul de ecuaţii, respectiv sistemul de inegalităţi)".

1. Mulţimea tuturor vectorilor $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n)$, care satisfac sistemul de inegalităţi $x_1 \geqslant 0, \ldots, x_n \geqslant 0$, se numeşte regiunea coordonatelor nenegative a spaţiului E_n.

2. Fie R un subspaţiu al spaţiului E_n şi fie $\mathbf{x}^0 \in E_n$ un vector fixat, aparţinînd subspaţiului R. Să examinăm mulţimea L a tuturor vectorilor $\mathbf{x} = z + \mathbf{x}^0$, în care vectorul z parcurge întregul subspaţiu R. Această mulţime se numeşte *varietate liniară* a spaţiului E_n. Se spune că varietatea liniară L este rezultatul deplasării subspaţiului R de-a lungul

vectorului $\mathbf{x}^0$. O varietate liniară poate să fie sau să nu fie un subspaţiu. O intersecţie nevidă a oricărui număr de varietăţi liniare este o varietate liniară. Mulţimea tuturor vectorilor $\mathbf{x}$, care satisfac sistemul de ecuaţii liniare $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ (→ *Sisteme de ecuaţii liniare*) este o varietate liniară L. Reciproc, orice varietate liniară L este mulţimea tuturor vectorilor $\mathbf{x}$, care satisfac un sistem de ecuaţii $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, liniile matricei $\mathbf{A}$ fiind vectorii bazei complementului ortogonal $R^{\perp}$ al subspaţiului R, prin a cărui deplasare se obţine varietatea liniară L. Se numeşte *dimensiunea* varietăţii liniare L dimensiunea subspaţiului R prin a cărui deplasare s-a obţinut varietatea liniară L. O varietate zerodimensională constă dintr-un singur vector fixat; dacă acest vector este nul, varietatea zerodimensională este subspaţiul nul. O varietate liniară unidimensională se numeşte *dreaptă*, una bidimensională — *plan*, iar o varietate liniară k-dimensională — *plan k-dimensional* ($k \geqslant 3$). Uneori, varietatea liniară de dimensiunea $n-1$ se numeşte *hiperplan al spaţiului* E_n şi se notează cu simbolul H_{n-1} sau, simplu, H. Hiperplanul este mulţimea tuturor vectorilor $\mathbf{x}$ care satisfac ecuaţia $a_1x_1 + \dots + a_nx_n = b$, în care vectorul $\mathbf{a} = (a_1, \dots, a_n) \neq 0$ (→ *Spaţiu n-dimensional*). Hiperplanul H_1 se prezintă în plan prin dreapta de ecuaţie $a_1x_1 + a_2x_2 = b$ (prima interpretare geometrică → fig. 1).

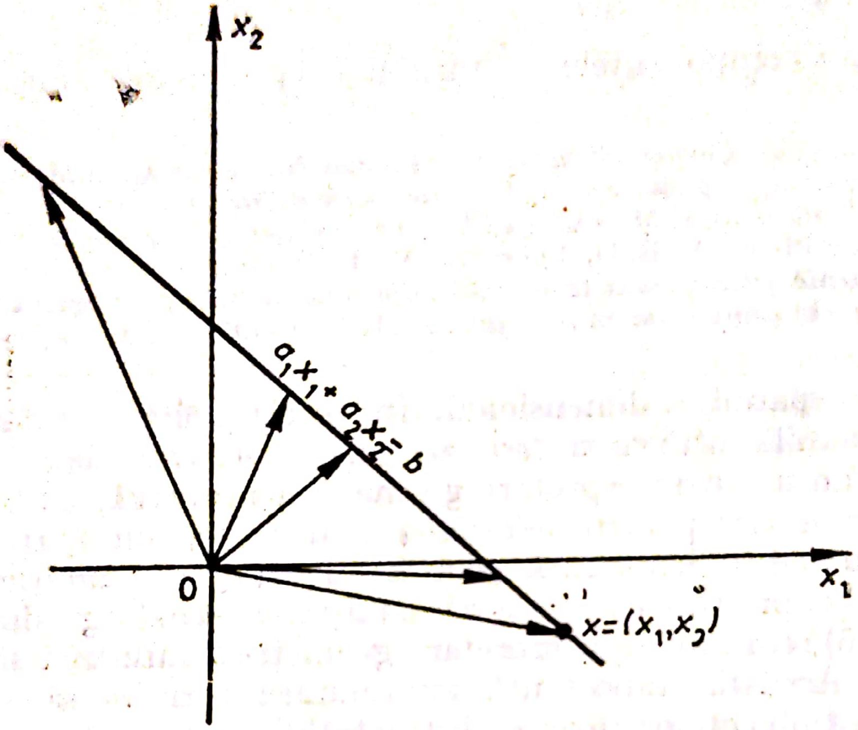


Fig. 1

Hiperplanul H_1 mai poate fi interpretat ca loc geometric al extremităților segmentelor orientate, ale căror coordonate satisfac ecuația $a_1x_1 + a_2x_2 = b$ și ale căror origini se află în punctul 0 (a doua interpretare geometrică, fig. 1). Hiperplanul H_{n-1} generează două subspații închise H^- și H^+ ale spațiului E_n. *Semispațiul închis* H^- (H^+) este mulțimea punctelor $\mathbf{x} \in E_n$, care satisfac inegalitatea $a_1x_1 + \dots + a_nx_n \leqslant b(a_1x_1 + \dots + a_nx_n \geqslant b)$. Evident, $H^+ \cap H^- = H_{n-1}$, $H^+ \cup H^- = E_n$. Semispațiul $H^-(H^+)$, generat de dreapta $2x_1 + x_2 = 2$, este reprezentat de semiplanul care conține această dreaptă și este situat sub (deasupra) ei (fig. 2).

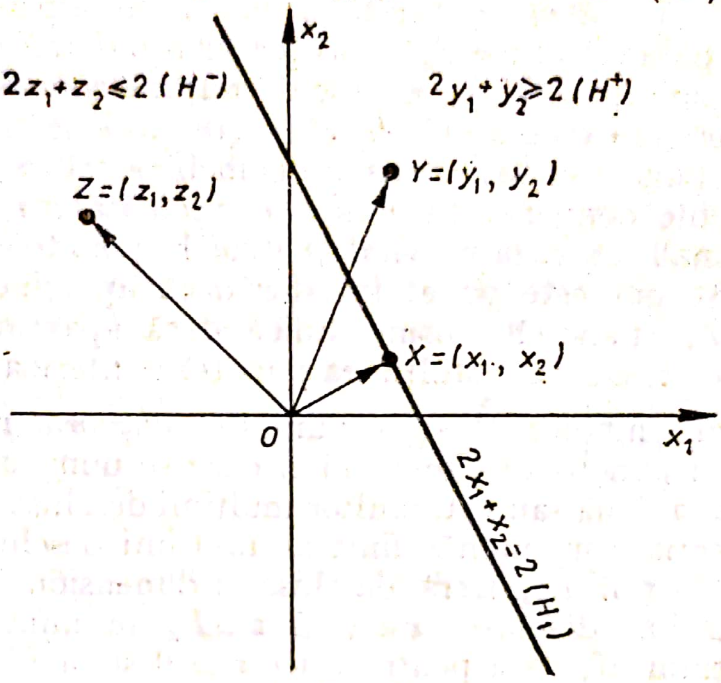


Fig. 2

Hiperplanul H_{n-1} generează și două semispații deschise $\mathring{H}^-$ și $\mathring{H}^+$. *Semispațiul deschis* $\mathring{H}^-(\mathring{H}^+)$ este mulțimea punctelor $\mathbf{x} \in E_n$, care satisfac inegalitatea $a_1 x_1 + \dots + a_n x_n < b\ (a_1 x_1 + \dots + a_n x_n > b)$. Evident, $\mathring{H}^- \cap \mathring{H}^+ = \varnothing$, $\mathring{H}^- \cup H_{n-1} \cup \mathring{H}^+ = E_n$. Semispațiul $\mathring{H}^-(\mathring{H}^+)$, generat de dreapta $2x_1 + x_2 = 2$, este reprezentat de semiplanul care nu conține această dreaptă și situat sub (deasupra) dreptei (→ fig. 2).

3. Se numește *dimensiune* a mulțimii $M \subseteq E_n$ dimensiunea varietății liniare care este intersecția tuturor varietăților liniare conținînd mulțimea M.

4. Pentru formularea unor definiții este necesar să se facă apel la importantul concept de distanță între doi vectori n-dimensionali $\mathbf{x}$ și $\mathbf{y}$ (→ Vector). În aceste definiții, în locul termenului de *vector*, se utilizează termenul echivalent *punct* (*→ Spațiu n-dimensional*).

Fie $\mathbf{a} \in E_n$ şi $r > 0$ un număr. Mulţimea punctelor $\mathbf{x} \in E_n$, cu proprietatea $|\mathbf{x} - \mathbf{a}| < r$, se numeşte *sferă n-dimensională deschisă* (bilă n dimensională), cu raza r şi centrul în punctul $\mathbf{a}$ (notaţie: U_n $(r, \mathbf{a})$. Mulţimea punctelor $\mathbf{x} \in E_n$, avînd proprietatea $|\mathbf{x} - \mathbf{a}| = r$, se numeşte *sferă n-dimensională cu raza r*, avînd centrul în punctul $\mathbf{a}$ (notaţie: $S_n(r, \mathbf{a})$). În plan, $U_2(r, \mathbf{a})$ se reprezintă ca un cerc (fără periferie) cu raza r şi cu centrul în punctul $\mathbf{a}$, iar $S_n(r, \mathbf{a})$ printr-o circumferinţă cu raza r şi cu centrul în punctul $\mathbf{a}$. $U_n(r, \mathbf{a})$ este o mulţime convexă *(→ Mulţimi convexe)* fără puncte extreme. $U_n(r, \mathbf{a}) \cup S_n(r, \mathbf{a})$ este o mulţime convexă, mulţimea punctelor sale extreme coincizînd cu $S_n(r, \mathbf{a})$. $S_n(r, \mathbf{a})$ nu este o mulţime convexă. Se numeşte vecinătate ε a punctului $\mathbf{a}$ sfera n-dimensională cu raza ε avînd centrul în punctul $\mathbf{a}$. Un punct $\mathbf{a}$ al mulţimii M se numeşte punct interior dacă aparţine mulţimii M împreună cu toate punctele vecine, adică dacă aparţine mulţimii M împreună cu orice ε, $U_n(\varepsilon\, \mathbf{a})$. Mulţimea punctelor interioare ale mulţimii M se notează cu simbolul $\mathring{M}$ şi se numeşte *interiorul* mulţimii M. O mulţime ale cărei puncte sînt toate interioare se numeşte *mulţime deschisă*. Reuniunea a două sau mai multor mulţimi deschise este o mulţime deschisă. Intersecţia unui număr finit de mulţimi deschise este o mulţime deschisă. Spaţiul E_n, sfera deschisă n-dimensională, semispaţiul deschis sînt mulţimi deschise. Punctul $\mathbf{a} \in E_n$ se numeşte *punct de frontieră* al mulţimii M, dacă pentru orice $\varepsilon > 0$ sfera $U_n(\varepsilon, \mathbf{a})$ conţine atît puncte care aparţin mulţimii M, cît şi puncte care nu aparţin lui M. Mulţimea punctelor de frontieră ale mulţimii M se notează cu simbolul $\mathring{M}$ şi se numeşte *frontiera* mulţimii M. Reuniunea $M \cup \mathring{M}$ se notează cu $\overline{M}$ şi se numeşte *închiderea* mulţimii M. O mulţime care conţine toate punctele frontierei sale se numeşte mulţime închisă; o mulţime care nu are puncte de frontieră este prin definiţie mulţime închisă. Intersecţia a două sau mai multor mulţimi închise este o mulţime închisă. Reuniunea unui număr finit de mulţimi închise este o mulţime închisă. Spaţiul E_n, mulţimile conţinînd numai un număr finit de puncte, sfera n-dimensională $U_n(r, \mathbf{a}) \cup S_n(r, \mathbf{a})$, varietăţile liniare, semispaţiul închis, mulţimile poliedrice *(→ Mulţimi poliedrice)*, $\mathring{M}$ şi $\overline{M}$ (dacă nu sînt vide) sînt mulţimi închise. Dacă M este o mulţime deschisă, atunci E_n/M este o mulţime închisă şi reciproc *(teorema complementului)*. O mulţime M se numeşte *mărginită* dacă există un număr $r > 0$, astfel încît $M \subseteq U_n$ $(r, \mathbf{0})$. În caz contrar, mulţimea M se numeşte *nemărginită*. Sfera n-dimensională deschisă, sfera n-dimensională sînt mulţimi mărginite, spaţiul E_n, subspaţiul (nenul), varietatea liniară (nezerodimensională), semispaţiul sînt mulţimi nemărginite. O mulţime $M \subseteq E_n$ se numeşte *compactă* dacă este închisă şi mărginită.

5. Fie M_1 şi M_2 mulţimi nevide în E_n. Se numeşte *sumă vectorială* a mulţimilor M_1 şi M_2 *(Suma Minkovski)* mulţimea tuturor vectorilor z de forma $\mathbf{z} = \mathbf{x} + \mathbf{y}$, în care vectorul **x** parcurge întreaga mulţime M_1, iar vectorul **y** toată mulţimea M_2. Suma vectorială a mulţimilor M_1 şi M_2 se notează cu simbolul $M_1 + M_2$. De exemplu, varietatea liniară L este suma vectorială a subspaţiului R şi a vectorului $\mathbf{x}^0$ de-a lungul căruia R se deplasează: $L = \{\mathbf{x}^0\} + R$. Suma vectorială $M_1 + M_2$ a mulţimilor M_1 şi M_2 nu trebuie confundată cu reuniunea (suma în sensul teoriei mulţimilor) $M_1 \cup M_2$ a acestor mulţimi. Fie M o mulţime nevidă în E_n. Se numeşte *produs* al mulţimii M cu numărul α mulţimea tuturor vectorilor **z** de forma $\mathbf{z} = \alpha\mathbf{x}$, în care vectorul **x** parcurge întreaga mulţime M.

Produsul mulţimii M cu numărul α se notează cu simbolul αM. Întotdeauna $2M \subseteq M + M$ şi se poate construi cu uşurinţă un exemplu în care $2M \neq M + M$.

I. N. Ceremnih

Bibl: 1. V. A. Ilin, E. G. Pozneak, *Osnovî matematiceskogo analiza*, „Nauka", 1971; 2. H. Nikado, *Convex Structures and Economic Theory*, Academic Press, 1968; 3. V. A. Ilin, E. G. Pozneak, *Lineinaia alghebra*, „Nauka", 1974.

Mulţimi poliedrice. Clasă de mulţimi convexe închise care pot fi reprezentate sub formă de intersecţie a unui număr finit de semispaţii închise:

$$M\left\{\mathbf{x} \in E_n \;\middle|\; \begin{array}{l} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n \leqslant b_1, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n \leqslant b_m \end{array}\right\} \qquad (1)$$

sau sub forma matriceală,

$$M = \{\mathbf{x} \in E_n \mid \mathbf{A}\mathbf{x} \leqq b\},$$

în care

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{m1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ \ldots \\ x_n \end{pmatrix} \text{ şi } \mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ \ldots \\ b_m \end{pmatrix}.$$

Exemple importante de m.p. sînt poliedrele şi conurile poliedrice.

1. Se numeşte *poliedru (convex)* M_0 o m.p. mărginită. Punctul, segmentul, cubul, tetraedrul sînt exemple de poliedre; în schimb, steaua

cu cinci colţuri nu este un poliedru convex. Orice poliedru conţine o mulţime finită de puncte extreme, el însuşi fiind închiderea convexă a punctelor sale extreme: $M_0 = Co\{\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n\} \equiv \left\{\mathbf{x} = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i \mathbf{x}_i \mid \alpha_i \geqslant 0, \sum_{i=1}^{N} \alpha_i = 1\right\}$, în care $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_N$ sînt puncte extreme ale poliedrului.

Se poate demonstra că o mulţime nevidă este un poliedru dacă şi numai dacă ea este reprezentabilă ca închidere convexă a unui număr finit de puncte.

2. Se numeşte *con poliedric* K (sau *finit*) o **m.p.** care este un con convex. Se vede cu uşurinţă că orice con poliedric are forma:

$$K = \{\mathbf{x} \in E_n \mid \mathbf{Ax} \leqq 0\}.$$

Orice subspaţiu (inclusiv subspaţiul nul), orice semispaţiu închis pentru care $\mathbf{0}$ este un punct de frontieră, regiunea coordonatelor nenegative sînt conuri poliedrice. În schimb, conul circular obişnuit din spaţiul tridimensional nu este un con poliedric. Orice con poliedric $K = \{\mathbf{x} \in E_n \mid \mathbf{Ax} \leqq 0$ se reprezintă sub forma unei sume vectoriale a unui subspaţiu R (eventual nul) cu un con poliedric K_1 care nu conţine drepte: $K = R + K_1$, în care $R = \{\mathbf{x} \in E_n \mid \mathbf{Ax} = 0\}$, $K = K \bigcap R^{\perp}$ şi R^1 fiind complementul ortogonal al subspaţiului R. Un con poliedric (nenul) care nu conţine drepte este suma vectorială a razelor sale extreme, o rază l a conului K numindu-se *extremă*, dacă din condiţia $\mathbf{x}_0 \in l$, $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2$, în care $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in K$, rezultă întotdeauna că $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in l$.

Un vector $k \in K$ este vector director al razei extreme a conului poliedric $K \subset E_n$ dacă şi numai dacă satisface identic cele n—1 restricţii liniar independente care definesc conul K. De aici rezultă că orice con poliedric conţine cel mult un număr finit de raze extreme.

Din cele de mai sus rezultă *teorema lui Minkowski-Farkas:* orice con poliedric (diferit de $\mathbf{0}$) este suma vectorială a unui număr finit de raze închise $l_i = \{\mathbf{x} = \mathbf{k}_i t \mid t \geqslant 0\}$; $K = l_1 + l_2 + \ldots + l_N$, în calitate de mulţime $\{K_i\}_{i=1}^{N}$ putîndu-se lua vectorii de bază ai subspaţiului R, opuşii lor, precum şi vectorii directori ai razelor extreme ale conului K_1. De exemplu, unghiul tetraedric K reprezentat în fig. 1, care este un con poliedric, este suma celor patru raze extreme ale sale: $K = l_1 + l_2 + l_3 + l_4$.

Teorema lui Weyl este reciproca teoremei lui Minkowski-Farkas: orice sumă vectorială a unui număr finit de raze închise este un con poliedric. Pentru orice con poliedric K, conul K^* *dual (conjugat)* se defineşte prin următoarea egalitate: $K^* = \{\mathbf{x} \in E_n \mid (\mathbf{k}, \mathbf{x}) \leqslant 0$ pentru toţi

$\mathbf{k} \in K$. Din teorema lui Minkowski-Farkas și din cea a lui Weyl rezultă că mulțimea tuturor conurilor poliedrice este închisă față de operația de conjugare, precum și față de operația de adunare (vectorială) și cea de intersecție a mulțimilor. Pentru orice conuri poliedrice K și K_1 sînt valabile următoarele relații: 1) $K^{**} = K$ *(teorema dualității)* 2) $(K \cap K_1)^* + K^* + K_1^*$, 3) $(K + K_1)^* = K^* \cap K_1^*$.

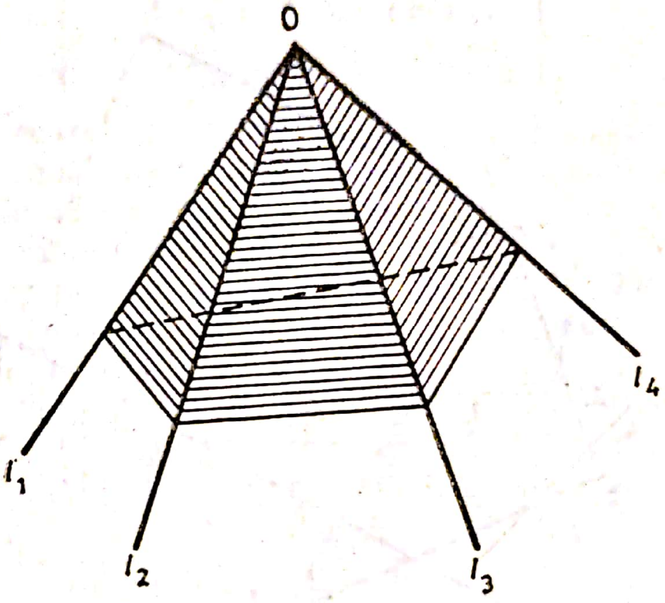


Fig. 1

3. Orice **m.p.** conține cel mult un număr finit de *puncte extreme*, numite și *vîrfuri* ale mulțimii poliedrice.

Aceasta rezultă din următoarea teoremă conținînd un algoritm finit pentru aflarea tuturor punctelor extreme ale unei **m.p.** oarecare: punctul $\mathbf{x}_0 \in M$ este un punct extrem al **m.p.** $M \subset E_n$ dacă și numai dacă satisface identic cele n restricții liniar independente care dau mulțimea M. Dacă un punct extrem al mulțimii $M \subseteq \mathbf{E}_n$ satisface identic exact n restricții, el se numește punct extrem nedegenerat; în caz contrar, se numește punct degenerat. Astfel, de exemplu, punctul **0** al conului poliedric reprezentat în fig. 1 este un punct extrem degenerat, deoarece el transformă în egalitate toate cele patru restricții care dau acest con. În fig. 2 este înfățișată o **m.p.** care poate fi reprezentată sub forma intersecției a 6 semispații. Ea are patru puncte extreme: I, II și IV sînt puncte extreme nedegenerate, iar III este un punct extrem degenerat. Sînt valabile următoarele *teoreme* importante (directă și reciprocă) cu privire la *reprezentarea unei* **m.p.** oarecare [1], [2]: *teorema lui Motzkin* — orice **m.p.** este o sumă vectorială a unui poliedru M_0 și a unui con poliedric K, adică $M = M_0 + K$; *teorema lui Goldman* — orice sumă vectorială a unui poliedru și a unui con poliedric este o mulțime poliedrică. Pentru mulțimea M reprezentată în fig. 2, M_0 este patrulaterul hașurat orizontal, iar K este conul bidimensional hașurat vertical. Dacă mulțimea

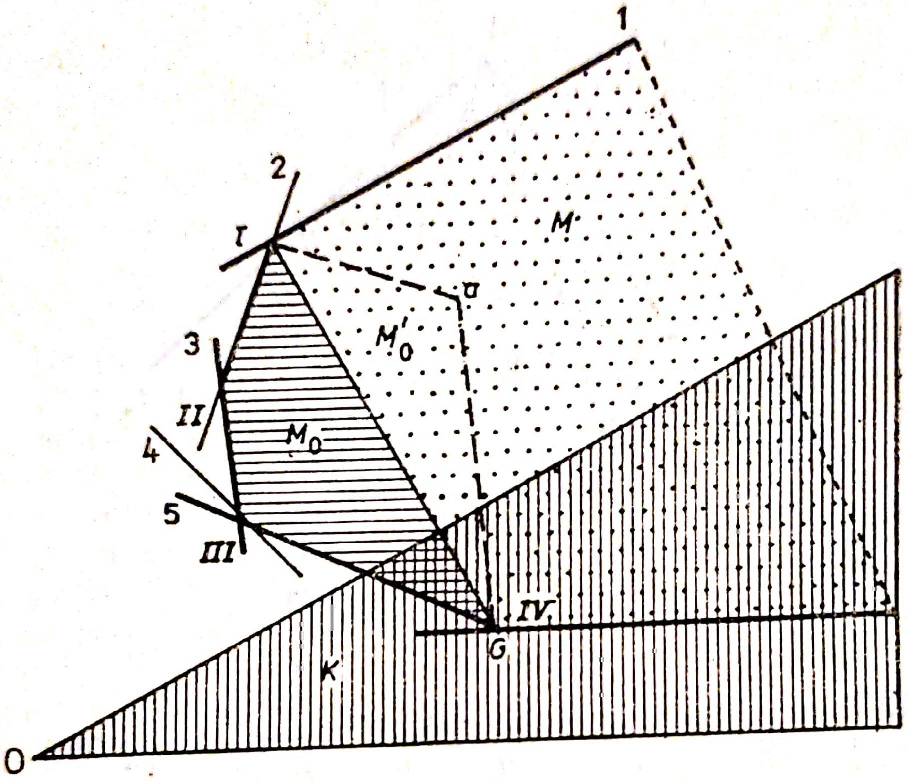


Fig. 2

M nu este ea însăși un poliedru, atunci mulțimea M_0 nu este univoc determinată. De exemplu, pentru mulțimea M reprezentată în fig. 2, pe lîngă reprezentarea $M = M_0 + K$, avem și $M = M_0' + K$, în care $M_0' = Co(M_0 \cup \mathbf{a})$. Conul K este definit univoc de mulțimea M și anume: dacă $M = \{\mathbf{x} \in E_n \mid \mathbf{A}\mathbf{x} \leqq b\}$, atunci $K = \{\mathbf{x} \in E_n \mid \mathbf{A}\mathbf{x} \leqq 0\}$. Punctele extreme ale poliedrului M_0, care participă la descompunerea $M = M_0 + K$, se află astfel: dacă mulțimea M ea însăși are punctele extreme $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_N$, atunci $\mathbf{M}_0 = Co\{\bigcup_{i=1}^{N} \mathbf{x}_i\}$. Dacă mulțimea M nu are puncte extreme, atunci ea conține subspațiul nenul $R = \{\mathbf{x} \in E_n \mid \mathbf{A}\mathbf{x} = 0\}$. În acest caz mulțimea $M \cap R^{\perp}$ va conține punctele extreme $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_N$ și drept M_0 se poate lua $M_0 = Co\,\{\bigcup_{i=1}^{N} \mathbf{x}_i\}$. Din teoremele de reprezentare a unei mulțimi poliedrice rezultă imediat că mulțimea tuturor mulțimilor poliedrice este închisă în raport cu operația de adunare (vectorială) și în raport cu intersecția mulțimilor, precum și a transformărilor liniare; în plus, oricare două **m.p.** nesecante pot fi strict separate printr-un hiperplan.

4. **M.p.** M este şi mulţimea soluţiilor admisibile ale problemei *programării liniare**. În cazul general restricţiile care dau mulţimea M conţin atît egalităţi cît şi inegalităţi:

$$M=\left\{\mathbf{x}\in E_n \,\middle|\, \begin{array}{ll} a_{i1}x_1+\dots+a_{in}x_n\leqslant b_i, & i\in Y_1, \\ a_{i1}x_1+\dots+a_{in}x_n=b_i, & i\in Y_2. \end{array}\right\}. \tag{2}$$

Dar, întrucît fiecare egalitate $a_{i1}x_1+\dots+a_{in}x_n=b_i,\ \ i\in Y_2$ este echivalentă cu două inegalităţi $a_{i1}+\dots+a_{in}x_n\leqslant b_i$ şi $-a_{i1}x_1-\dots-a_{in}x_n\leqslant -b_i$, definirea **m.p.** sub forma (2) este numai formal mai generală decît definirea sub forma (1). De obicei, în problemele de programare liniară se presupune că toate variabilele sînt supuse unor restricţii de nenegativitate: $x_j\geqslant 0,\ j=1,\dots,n$, adică mulţimea M este situată în regiunea coordonatelor nenegative ale spaţiului E_n. Acest fapt garantează existenţa unui punct extrem la orice mulţime nevidă de soluţii admisibile ale problemei programării liniare. În teoria programării liniare, punctul extrem se mai numeşte *plan de sprijin* sau *soluţie de bază*.

E. G. Belousov

Bibl. 1. *Linear Inequalities and Related Systems*, Princeton University Press, 1956; 2. D. B. Iudin, E. G. Golştein, *Lineinoe programmirovanie (teoria i konecinîe metodî)*, Fizmatghiz, 1963; V. M. Şironin, E. G. Belousov, *O raspredelenii ţelocislennîh tocek v nekotorîh klassah vîpuklîh mnojestv*, în *Voprosî ekonomiko-matematiceskogo modelirovaniia*, Izd. M.G.U., 1972.

N

Nedeterminare. Noţiune care reflectă absenţa univocităţii. Se consideră indicat să se distingă două tipuri de **n.**: **n.** intrinsecă, ce provine din însuşirile lăuntrice ale obiectelor şi **n.** generată de faptul că nu avem o informaţie completă asupra acestora. Din punct de vedere matematic, **n.** conduce la situaţia că nu este posibilă o indicare univocă a caracteristicilor prezentînd interes ale obiectului; se pot indica numai unele mulţimi $X \ni \mathbf{x}$ (acest lucru nu se referă la obiectele descrise de mecanica cuantică). Este principial important să se distingă **n.** descrisă cu ajutorul legilor probabiliste de **n.** la care nu se pot aplica legile teoriei probabilităţilor. Acestei distincţii îi corespund diversele metode de măsurare cantitativă a **n.**, adică diferitele definiţii ale *entropiei**. În problemele economice se întîlnesc toate tipurile de **n.** Necesită o menţiune specială posibilitatea de a utiliza în unele clase de probleme descrierea probabilistă a unei **n.**, care nu se supune cu precizie legilor probabiliste. O asemenea metodă a fost pentru prima oară consecvent dezvoltată de Gibbs cu aplicaţie la fizică [1]; în prezent ea se utilizează la studiul unor probleme de biologie şi de economie. Este util să menţionăm în mod deosebit **n.** apriorică, care constă în absenţa unor informaţii apriorice necesare în problemele de căutare a unor strategii optime. La asemenea probleme, atunci cînd este posibil, se utilizează strategii adaptive, care utilizează, în locul unor informaţii apriorice, informaţia utilă care se obţine pe parcurs. *(→ Adaptarea).*

B. A. Grişanin

Bibl. D. V. Gibbs, *Osnovnîe prinţipî statisticeskoi mehaniki*, Gostehizdat, 1946.

O

Observator. Concept larg utilizat în *cibernetică* și în *teoria generală a sistemelor*. În diferite situații practice se utilizează, analog cu termenul **o.**, termeni cu sens apropiat ca: *cercetător, experimentator, element activ, parte nemașinistă a sistemului, subiect al conducerii.* Cel mai convenabil este să se definească **o.** după funcția pe care o are în raport cu *sistemul*. Conținutul principal al acestei funcții este formarea sistemului de către **o.** în concordanță cu scopurile pe care le urmărește (de cercetare, de conducere, de organizare etc.). De exemplu, dacă acceptăm definiția dată de W. R. Ashby sistemului abstract, ca o mulțime de variabile, atunci misiunea **o.** constă în alegerea acestei mulțimi dintre variabilele proprii obiectului real. Întrucît, spre deosebire de un sistem abstract, orice obiect real are o infinitate de caracteristici, observatori diferiți, urmărind scopuri diferite și (sau) avînd mijloace diferite de realizare a acestora (inclusiv cunoștințe, instrumente etc.) pot asocia unui obiect real dat sisteme (modele) diferite. Într-o asemenea abordare, definiția sistemului trebuie precedată de precizarea **o.**, adică a scopurilor și mijloacelor sale. Lista de variabile care definesc sistemul poate să nu fie stabilă (scopurile **o.** față de obiectul real fiind stabile) și de obicei sarcina **o.** constă în schimbarea acestei liste pînă la găsirea mulțimii de variabile care să asigure precizia necesară a concordanței sistemului (modelului) cu obiectul real. Dacă admitem o altă definiție a sistemului, ca mulțime pe care se realizează o relație dată apriori avînd proprietăți fixate, atunci funcția **o.** constă în identificarea acestei mulțimi și în definirea relațiilor și proprietăților menționate; și în acest caz **o.** se călăuzește după propriile sale scopuri și mijloace. Independent de definiția sistemului, **o.** este un element activ care formează sistemul.

O. poate avea poziții diferite față de sistem, aceea de **o.** extern, care privește sistemul din afară, și aceea de parte a sistemului investigat, avînd posibilitatea de a exercita o influență asupra stării acestuia. În primul caz comportamentul sistemului poate fi descris în termenii *scopului (axiologic)* sau în termenii influenței unor variabile asupra altora *(cauzal)*, fără a se recurge la conceptele de scop și mijloace. În al doilea caz scopurile sistemului sînt determinate de scopurile **o.**

sau cel puțin corespund cu acestea, iar sistemul ca atare se descrie în termenii scopului și este cu autoorganizare.

Termenul de organizare este de asemenea greu de definit în afara conceptului de **o.**, deoarece o parte importantă a teoriei organizării cercetează proprietăți neinerente multor obiecte reale, ci depinzînd de relațiile dintre **o.** și obiecte.

A. I. Ciuhnov

Bibl. → bibl. la *Comandă.*

Optimul funcției $f(\mathbf{x})$ pe mulțimea M este o valoare particulară $f(\mathbf{x}^0)$ a acestei funcții ce satisface una din relațiile:
$f(x^0) \geqslant f(\mathbf{x})$ pentru toți x din M (maxim global) sau $f(\mathbf{x}^0) \leqslant f(\mathbf{x})$ pentru toți x din M (minim global).

Mijloacele analizei clasice sînt puțin eficiente în determinarea optimului în problemele practice ale economiei. În acest scop se utilizează aparatul *programării matematice*. Punctul de optim al funcției $f(\mathbf{x})$ pe mulțimea M este un punct de *extremum** al acestei funcții pe mulțimea M. De aceea, metodele de căutare a optimului sînt, de regulă, metode mai mult sau mai puțin economice de triere a extremelor funcției $f(\mathbf{x})$ pe mulțimea M (→ *Problemă de extremum*).

I.V. Nit

Optim paretian (Pareto). Să examinăm un sistem cuprinzînd m participanți caracterizați, respectiv, prin funcția obiectiv $f_i(\mathbf{x})$, $i = 1, \ldots, m$. Vectorul $\mathbf{x}$ determină o stare a sistemului; mulțimea tuturor stărilor admisibile o notăm cu X. Starea admisibilă $\mathbf{x}^*$ se numește optimă în sens paretian (după numele cunoscutului economist italian), dacă nu există o altă stare admisibilă mai puțin avantajoasă pentru vreun participant și mai avantajoasă cel puțin pentru unul. Definiție echivalentă: $\mathbf{x}'$ este optim în sens paretian dacă din relațiile

$$f_i(\mathbf{x}) \geqq f_i(\mathbf{x}^*), \ i = 1, \ldots, m, \ \mathbf{x} \in X$$

rezultă egalitățile

$$f_i(\mathbf{x}) = f_i(\mathbf{x}^*), \ i = 1, \ldots, m.$$

Uneori, problema găsirii tuturor stărilor optime după Pareto se numește *problemă vectorială de maximizare*, iar stările ca atare puncte eficiente [1]. În cazul în care există un singur participant ($m = 1$), problema vectorială de maximizare este o problemă obișnuită de găsire a unui maxim condiționat. Dacă funcțiile $f_i(\mathbf{x})$ sînt concave, iar mulțimea X este închisă și convexă, atunci pentru oricare optim paretian $\mathbf{x}^*$ există numere nenegative (coeficienți de ponderare) $v_1, \ldots, v_m$ nu toate nule astfel că maximul sumei $\sum_{i=1}^{m} v_i f_i(\mathbf{x})$ pe X să fie atins în punctul $\mathbf{x}^*$. Invers, dacă toţi coeficienţii de ponderare sînt pozitivi, vectorul care maximizează suma ponderată a funcţiilor obiectiv pe mulţimea admisibilă este optim după Pareto.

Conceptul de **o.p.** este larg utilizat în economia matematică (→ de exemplu, *Echilibru economic*, *Armonizarea intereselor)*.

V. M. Polterovici

Bibl. S. Karlin, *Mathematical Methods and Theory in Games, Programming and Economics*, Addison-Wesley, 1959.

Organizare. Proprietate a sistemelor materiale şi abstracte de a prezenta un comportament interdependent al părţilor sistemului în cadrul întregului *(→ Conexiune)*. Părţile sistemului sînt elementele, variabilele, subsistemele etc. **O.** sistemului se manifestă mai ales în limitarea varietăţii comportamentului părţilor sistemului în cadrul întregului şi este într-un anumit sens o proprietate invariantă a acestuia. În funcţie de scopurile şi mijloacele de cercetare, observatori diferiţi pot constata într-un sistem material **o.** diferite.

Atunci cînd comportamentul sistemului se investighează cu ajutorul metodei behavioriste, observatorul nu este interesat în **o.** internă a sistemului şi analizează numai schimbările reciproce ale unor variabile ale sale, numite în mod obişnuit intrări şi ieşiri. În acest caz **o.** sistemului este identificată cu transformarea valorilor intrărilor în valori ale ieşirilor corespunzătoare. Această concepere a **o.** sistemului este cea mai generală, dar uneori ea poate fi suficientă. Totuşi, în unele cazuri este necesar să se examineze şi **o.** internă, adică *structura* sistemului prin împărţirea acestuia în părţi (subsisteme sau elemente) şi fixarea legăturilor dintre ele. Evidenţierea părţilor sistemului şi fixarea legăturilor dintre acestea este un proces de structurare a sistemului (în cazul abordării behavioriste se poate vorbi numai de o structurare a transformării sistemului). Structura este un atribut inerent oricărui sistem organizaţional. Definind **o.**, observatorul defineşte, în primul rînd, structura sistemului. Totuşi, atunci cînd analizează legile de comportament al părţilor sistemului, observatorul recurge iarăşi la metoda behavioristă; aceasta nu exclude posibilitatea unei structurări ulterioare a părţilor sistemului *(→Ierarhie)*. Adeseori, sistemele, îndeosebi cele artificiale, au o structură determinată şi invariantă în timp (de exemplu, cele mai simple sisteme de reglare). În alte cazuri, structura sistemului se poate modifica stochastic. În acest caz, pentru descrierea **o.**, se recurge la caracteristicile statistice ale structurii sistemului. Pentru sistemele cu comportament adaptiv *(→ Adaptare)*, este caracteristică capacitatea unei schimbări finalizate a structurii proprii într-un mediu variabil. De aceea, atunci cînd se studiază sistemele adaptive, se analizează, în primul rînd, legile de dinamică a schimbărilor structurale. De obicei, o asemenea analiză este foarte complicată, dar necesară pentru prognoza comportamentului sistemului adaptiv sau pentru conducerea acestuia.

O. şi structura sistemului se află într-o strînsă legătură cu caracteristicile sale dinamice şi cu *stabilitatea**. Modul de reunire a părţilor sistemului determină în mare măsură sensibilitatea acestuia faţă de modificarea parametrilor sub acţiunea mediului ambiant. De obicei, structurile sistemelor construite se alcătuiesc în aşa fel încît modificarea parametrilor sistemului (în anumite limite) să nu conducă la pierderea calităţilor dinamice necesare şi a stabilităţii construcţiei. Dacă o structură rigidă nu asigură acest lucru, atunci se recurge la principiul adaptării, care în formele cele mai evoluate conduce la o structură variabilă şi elastică.

Atunci cînd observatorul studiază un *sistem mare** de obicei are loc o permanentă deplasare a frontierei dintre *mediu** şi sistem, ceea ce duce la necesitatea revizuirii structurii sistemului. Cînd se studiază sistemele mari este caracteristic faptul că cercetătorul efectuează un examen al **o.** şi structurii sistemului sub mai multe aspecte, deoarece nici unul din acestea, luat separat, nu îngăduie să se obţină o reprezentare adecvată.

Calitatea **o.** sistemului se apreciază din punctul de vedere al modului în care acesta realizează scopurile propuse într-un anumit mediu. O **o.** „bună“ după un criteriu într-un mediu dat se poate dovedi a fi „proastă“ într-un alt mediu sau potrivit unui alt criteriu. Calitatea **o.** nu este o proprietate absolută.

Gradul de **o.** a sistemului trebuie să corespundă gradului de **o.** a mediului înconjurător în sensul că dacă mediul în care funcţionează sistemul este bogat în conexiuni interne, atunci un sistem cu o complexitate corespunzătoare a **o.** se adaptează şi supravieţuieşte mai bine într-un asemenea mediu. Gradul necesar de **o.** a sistemului într-un mediu dat este determinat de legea *varietăţii** necesare. Atunci cînd se perfecţionează organele de conducere a obiectelor economice, unul din momentele esenţiale este analiza şi sinteza *structurii organizatorice*. Trebuie relevat faptul că nu s-au elaborat încă metode universale de sinteză a structurilor optime a sistemelor de comandă. În majoritatea cazurilor, sinteza structurilor de conducere a unităţilor economice se realizează pe cale euristică. S-au obţinut unele succese în problema raţionalizării sistemelor de *prelucrare a datelor**. Problemele de sinteză a structurilor de conducere optimă a unităţilor economice au un caracter combinatoriu dar, de obicei, formalizarea lor completă se dovedeşte a fi imposibilă. (→ şi *Structura sistemului social—economic*.)

A. I. Ciuhnov

P

Parametrii sistemului. Caracteristici cantitative ale proprietăților mediului, esențiale pentru funcționarea unui *sistem**. După W.R. Ashby: intrarea sistemului. De exemplu, dacă un sistem este descris de un sistem de ecuații diferențiale

$$dx_i/dt = f_i(x_1, x_2, \ldots, x_n;\quad a_1, a_2, \ldots, a_m)\ i = 1, 2, \ldots, n$$

(după Ashby, aceasta este reprezentarea canonică a unei mașini cu intrare), atunci $\mathbf{a} = (a_1, a_2, \ldots, a_m)$ este vectorul parametrilor sistemului. Dacă $\mathbf{a}$ este fixat, obținem o colecție de funcții f_i depinzînd numai de $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ și comportamentul sistemului este determinat numai de starea lui. În cazul general, fiecărei colecții de valori ale parametrilor îi corespunde o anumită traiectorie sau mulțime de traiectorii ale sistemului, cîmpul de comportament. Cu alte cuvinte, există o corespondență între mulțimea de valori ale vectorului parametrilor, **a**, și mulțimea cîmpurilor de comportament pe care le poate avea sistemul. Unui cîmp îi pot corespunde diferiți vectori ai parametrilor. Se adoptă denumirea de parametru eficient al sistemului pentru un parametru a cărui schimbare determină schimbarea cîmpului de comportament al sistemului.

Valorile **p.s.** exercită o influență asupra *stabilității** sistemului. Un sistem stabil la o valoare a parametrului poate deveni instabil la o altă valoare a acestuia și invers. De fapt, analiza stabilității sistemelor este o analiză a relațiilor dintre parametrii lor.

A. I. Ciuhnov

Planificarea bugetar-financiară. Parte componentă a planificării economiei naționale, care cuprinde latura financiară a procesului de reproducție. Ea înglobează elaborarea sistemului de planuri financiare ale tuturor verigilor economiei naționale — de la fiecare întreprindere în parte pînă la economia țării în ansamblu —, asigură formarea și repartiția planificată a fondurilor bănești și exercită o influență activă asupra procesului de reproducție socialistă. Sarcinile **p.b.-f.** sînt: a. realizarea concordanței între indicatorii în expresie fizică și indicatorii valorici ai planului; b. stimularea utilizării cît mai eficiente a resurselor de muncă, materiale și financiare; c. exercitarea controlului asupra activității întreprinderilor și organizațiilor, a ministerelor și departamentelor în cursul elaborării și îndeplinirii planului economiei naționale.

În concordanță cu sistemul ierarhic de conducere a economiei, **p.b.-f.** este structurată în trepte, ceea ce determină necesitatea unui sistem de documente financiare. Nivelul superior în cadrul acestui sistem îl ocupă planul financiar centralizat și bugetul de stat. *Planul financiar centralizat* este reprezentat prin balanța resurselor financiare ale întregii economii socialiste, care reflectă într-o formă sintetică formarea și utilizarea veniturilor bănești ale organizațiilor de stat și cooperatiste și ale colhozurilor. Acest plan, care nu are o destinație nemijlocită, servește drept bază pentru coordonarea planurilor financiare de directivă, a căror îndeplinire o asigură Ministerul Finanțelor al U.R.S.S., Banca de Stat a U.R.S.S., Banca pentru Construcții a U.R.S.S., ministerele și departamentele de ramură. În partea de venituri a planului financiar centralizat își găsesc reflectare: 1. acumulările organizațiilor de stat (beneficiul și impozitul pe circulația mărfurilor); 2. amortizarea fondurilor fixe de producție; 3. mijloacele asigurărilor sociale de stat; 4. impozitul pe venituri asupra colhozurilor și a organizațiilor cooperatiste; 5. alte venituri din economia socialistă; 6. intrările de mijloace bănești de la populație. La cheltuieli se disting: 1. finanțarea sferei productive; 2. finanțarea acțiunilor social-culturale; 3. cheltuielile pentru administrație și apărare; 4. formarea fondurilor de rezervă ale Consiliului de Miniștri al U.R.S.S. și ale consiliilor de miniștri ale republicilor unionale. Cel mai important document de plan cu destinație este *bugetul de stat al U.R.S.S.*, care este alcătuit din bugetul unional și bugetele republicilor unionale. Acestea din urmă cuprind bugetul republican și bugetele ținuturilor și regiunilor. Bugetul regiunii reunește bugetul regional, bugetele orașelor de subordonare regională și bugetele raioanelor. Veriga cea mai de jos în sistemul bugetar al U.R.S.S. o constituie bugetele sătești. Ca documente de plan distincte se elaborează bugetele de asigurări sociale și planurile financiare ale organelor asigurărilor de stat și ale caselor de economii. De **p.b.-f.** este nemijlocit legată alcătuirea planurilor de credit ale Băncii de stat a U.R.S.S. și ale Băncii pentru Construcții a U.R.S.S.

La nivelul diferitelor întreprinderi și organizații, planurile financiare sînt alcătuite din balanțele de venituri și cheltuieli (în întreprinderile cu gestiune economică) și bugetele de venituri și cheltuieli (în instituțiile finanțate de la buget). În cadrul ministerelor și departamentelor se elaborează planuri financiare, care asigură mobilizarea mijloacelor și acumulărilor bănești, devenite disponibile, ale diferitelor întreprinderi și utilizarea lor eficientă la nivelul întregului ansamblu de întreprinderi subordonate ministerului.

Planurile financiare se întocmesc pe baza îmbinării principiului departamental, a principiului de ramură, a celui teritorial și a principiului finalității. *Principiul departamental* constă în aceea că orice plan financiar (în afara planului financiar centralizat) se referă la un deținător concret de fonduri, răspunzător pentru mobilizarea resurselor corespunzătoare și care ia decizii cu privire la utilizarea lor. Planul financiar este o parte componentă și totodată secțiunea finală a planului economic general al oricărei întreprinderi, uniuni, departament. *Principiul de ramură* constă în faptul că structura planurilor financiare dă posibilitate de a determina volumul resurselor bănești și utilizarea lor pe feluri de activități economice, independent de subordonarea departamentală a întreprinderilor, și de a controla respectarea proporțiilor necesare pe ramurile economiei naționale. *Principiul teritorial* are în vedere calcularea resurselor de mijloace bănești și repartizarea lor pe republici și raioane administrative ale țării. *Principiul finalității* constă în faptul că în **p.b.-f.** veniturile și cheltuielile sînt strict diferențiate după obiectele și scopurile de care este legată constituirea și utilizarea lor, pentru fiecare categorie de venituri fiind determinat un regim strict de utilizare valabil pentru toate unitățile economice de același tip.

Procedura **p.b.-f.** are un caracter iterativ și prevede o serie de coordonări și revizuiri ale documentelor de plan inițiale și a planurilor financiare elaborate pe baza lor pentru întregul sistem ierarhizat de **p.b.-f.** Baza de pornire în **p.b.-f.** o constituie planurile financiare ale întreprinderilor, în care, pe lîngă beneficiu, amortizare, mobilizarea rezervelor interne și alte venituri se precizează și relațiile cu bugetul. Planurile financiare și de credit ale întreprinderilor se concentrează în planurile financiare ale ministerelor și departamentelor din sfera productivă. Pentru sfera neproductivă se întocmesc planuri de venituri și cheltuieli pentru diferite instituții (școli, spitale) și planuri de venituri și cheltuieli centralizatoare pe departamente. Pe baza proiectelor de planuri financiare și de planuri de venituri și cheltuieli ale ministerelor și departamentelor, se elaborează proiectul bugetului unional și proiectele bugetelor republicane.

Ministerul Finanțelor al U.R.S.S. elaborează în prealabil proiectele planurilor financiare ale diferitelor ministere și departamente, proiectele de bugete ale republicilor unionale și proiectul bugetului de asigurări sociale, iar după aceea, pe baza acestor documente, se elaborează proiectul bugetului de stat al U.R.S.S. Acest proiect, împreună cu avizul asupra lui, prezentat de către Comitetul de Stat al Planificării, se examinează de către Consiliul de Miniștri, care soluționează toate neconcordanțele dintre proiectele diferitelor planuri financiare și bugete ale republicilor unionale. După examinarea de către Consiliul de Miniștri al U.R.S.S., proiectul bugetului de stat se examinează în comisiile de plan și buget ale Sovietului Suprem al U.R.S.S., iar apoi se adoptă sub formă de lege.

Baza normativă a planurilor financiare și a planurilor de venituri și cheltuieli o formează normele materiale (consumurile pe unitatea de produs în indicatori fizici), normele financiare (pe baza prețurilor de stat existente), normele bugetare (ponderea bugetului în finanțarea categoriei respective de cheltuieli), statele și normele de retribuire, precum și tarifele și normele fixate în legislația financiară.

Planurile financiare se elaborează pornindu-se de la indicatorii planului economiei naționale, ținînd seama de estimarea îndeplinirii planului financiar pe anul curent.

Perfecționarea **p.b.-f.** este legată de dezvoltarea în continuare a întregului mecanism de conducere a economiei. Un rol important în îmbunătățirea metodologiei calculelor pe care le comportă planurile financiare este menit să-l joace introducerea sistemului automatizat de conducere (SAC) în întreprinderi, a sistemului automatizat al variantelor de plan (SAVP) în cadrul organelor de planificare și a sistemului automatizat al calculelor financiare (SACF) în cadrul Ministerului Finanțelor al U.R.S.S., precum și în cadrul ministerelor finanțelor din republicile unionale.

B. L. Isaev

Planificare calendaristică. Domeniu al cercetării operaționale, care elaborează teoria și metodele de rezolvare a ordonării în timp, optime într-un anumit sens, a unei mulțimi finite de lucrări, executate la un utilaj de producție dat. **P.c.** constituie sfera principală de aplicație practică a *teoriei ordonanțării**.

Planul de lucru calendaristic al unei secții sau al unui sector de producție este determinat de un ansamblu de elemente t_{ij}, care reprezintă momentele începerii lucrării i la utilajul j. El permite să se determine cu mai multă precizie stocurile de resurse de producție, de produse intermediare, rezervele de capacități ale depozitelor etc., să se prognozeze dinamica producției, ceea ce reduce probabilitatea defecțiunilor de tot felul. Ca urmare a marii varietăți a condițiilor și posibilităților de producție ale diferitelor subunități productive nu există o formulare universală a problemei de **p.c.**

De cele mai multe ori se examinează modelul de **p.c.** a funcționării unui sector de producție de unicate și de serie mică, numită de obicei problema generală a **p.c.** Ea este formulată în felul următor: m produse (loturi de produse) trebuie să fie prelucrate la unul sau mai multe dintre cele *n* tipuri de maşini-unelte. Pentru fiecare produs se dă un anumit grafic tehnologic, adică şirul de numere ale maşinilor-unelte la care se prelucrează produsele respective. Volumul de muncă pe care îl comportă operaţiile respective este cunoscut. Se presupune că, în fiecare interval de timp, la o maşină-unealtă se poate efectua o singură operaţie; o operaţie, odată începută, nu poate fi întreruptă; o operaţie de prelucrare a unui produs poate începe numai după terminarea celei precedente; durata executării operaţiilor nu depinde de succesiunea în care acestea se execută; timpii necesari pentru transportul produselor şi pentru reglarea maşinilor-unelte se pot neglija; sînt admisibile stocuri între operaţii, adică există spaţii de stocare pentru producţia neterminată.

Obiectivul constă în construirea unui grafic calendaristic de prelucrare a produselor, optim din punctul de vedere al unui criteriu de calitate oarecare. Criteriile de calitate cele mai frecvent utilizate se pot împărţi în două tipuri, în funcţie de faptul dacă sînt date sau nu termenele de directivă pentru fiecare produs.

Din primul tip fac parte criteriile care sînt funcţie de termenele stabilite pentru executare: minimizarea rămînerii în urmă totale sau maxime faţă de termenele stabilite; minimizarea cheltuielilor legate de neexecutarea lucrării în termen (minimizarea penalizării pentru livrarea cu întîrziere a produselor finite); minimizarea numărului de lucrări rămase în urmă etc.

Criteriile de tipul al doilea depind de durata generală a prelucrării produselor: minimizarea duratei graficului calendaristic; minimizarea întreruperilor în funcţionarea maşinilor-unelte sau a duratei menţinerii în stoc a pieselor; maximizarea unui anumit indicator de utilizare a utilajului; minimizarea cheltuielilor pentru producţia neterminată etc. Se utilizează şi alte tipuri de criterii.

Există diverse procedee de abordare a soluţionării problemelor de p.c. Practic, cele mai acceptabile sînt metodele aproximative, bazate pe modelarea procesului de producţie cu utilizarea *metodei Monte Carlo** şi *metodele euristice*.

A.B. Aronovici

Bibl. 1. V. V. Şkurba, T. P. Podceasova, A. N. Pşiciuk, L. P. Tur, *Zadaci kalendarnogo planirovania i metodî ih reşenia*, „Naukova dumka", 1966; 2. *Kalendarnoe planirovanie*, „Progress", 1966.

Planificare de compoziţie. Ansamblul metodelor, procedeelor şi calculelor de analiză pregătitoare ale planului, folosite în acele sisteme ale căror elemente se autoorganizează într-o asemenea măsură încît dacă s-ar face abstracţie de această calitate s-ar ajunge la incompatibilitatea planului cu posibilităţile şi interesele elementelor sistemului respectiv. Întrucît nici chiar pentru întreprinderile mai mari nu este admisibil să se ignore factorul autoorganizării, orice sistem economic sau social-economic, printre elementele căruia există întreprinderi mari sau uniuni ale acestora (în speţă, ramuri), trebuie privit ca un obiect al **p.c.** Cel puţin în aceeaşi măsură ca şi pentru marile întreprinderi, caracterul de autoorganizare al dezvoltării este propriu proceselor sociale *(→ Comportament social, Psihologie socială)* şi celulelor structurii sociale a societăţii *(→ Structura sistemului social-economic).*

Principiul fundamental al **p.c.** constă în aceea că, la formalizarea variantelor de plan, fiecărui element cu autoorganizare al sistemului trebuie să-i corespundă un model special, fapt care este determinat de prezenţa în cadrul acestor elemente a unor interese care nu derivă din funcţionalele obiectiv, stabilite aprioric, ale sistemului în ansamblu. Totodată, modelele diferitelor elemente au între ele canale de comunicare directă şi inversă, formînd un sistem de modele (→ definiţia *sistemului de modele* în art. *Modele economico-matematice*). Procesul **p.c.** asigură *armonizarea intereselor** diferitelor elemente ale sistemului, inclusiv a intereselor de emergenţă *(→ Emergenţă)* ale sistemului ca un întreg şi generează implicit un *criteriu de optim** al întregului sistem. Expresia formală a coordonării intereselor este stabilizarea informaţiei în canalele de comunicare directă şi inversă ale sistemului de modele, ceea ce constituie implicit un indiciu al încheierii procesului **p.c.**, respectiv al obţinerii unei *soluţii* de compoziţie. Vom remarca că în procesele *planificării de decompoziţie** îndeplinirea acestei condiţii nu constituie un indiciu suficient al încheierii procesului.

Dacă se utilizează modele normative ale elementelor sistemului, astfel încît interesele acestor elemente se reprezintă formalizat prin criteriile de optim ale modelelor lor, soluţia de compoziţie reprezintă o situaţie de echilibru într-un joc cu mai mulţi participanţi *(→ Teoria jocurilor)* sau o generalizare a acestei noţiuni. Dacă însă nu se reuşeşte să se descrie formalizat interesele unor anumitor elemente, astfel încît apare necesitatea utilizării unor modele descriptive, în speţă de comportament *(→ Cutie neagră)*, atunci stabilizarea informaţiei corespunde unui *punct fix** al compoziţiei operatorilor de transformare a informaţiei, determinaţi de modelele elementelor. De pildă, dacă starea (comportamentul, traiectoria dezvoltării) $\mathbf{x}_A$ a obiectului A depinde de starea $\mathbf{x}_B$ a obiectului $B: \mathbf{x}_A = P(\mathbf{x}_B)$ şi invers: $\mathbf{x}_B = Q(\mathbf{x}_A)$, atunci soluţia de compoziţie (punerea de acord a intereselor obiectelor A şi B) se realizează în punctul fix $\mathbf{x}_A$ al operatorului PQ (în acest caz starea de echilibru $\mathring{\mathbf{x}}_B$ a obiectului

B trebuie determinată prin $\mathring{\mathbf{x}}_A : \mathring{\mathbf{x}}_B = Q(\mathring{\mathbf{x}}_A))$ sau în punctul fix $\mathring{\mathbf{x}}_B$ al operatorului QP (în mod corespunzător, în acest caz $\mathring{\mathbf{x}}_A = P(\mathring{\mathbf{x}}_B)$).

Marea complexitate a modelelor economico-matematice exclude, în multe cazuri, posibilitatea aplicării riguroase a teoremelor formulate pînă în prezent, de existență a situațiilor de echilibru în cadrul jocurilor și a punctelor fixe ale transformărilor, pentru demonstrarea existenței unei soluții a sistemelor concrete ale **p.c.** (aceasta se explică prin faptul că aproape toate rezultatele matematice de acest fel sînt obținute pentru aplicații continue sau analoage celor continue și pentru mulțimi conexe, în timp ce unitățile economice se caracterizează prin existența unor factori discreți, care încalcă condițiile de continuitate și conexiune).

În conformitate cu aceste moduri de abordare a formalizării noțiunii de *soluție de compoziție* se construiesc și metodele numerice. Dacă toate elementele unui sistem sînt descrise prin modele normative, atunci metoda de calcul al planului trebuie să asigure aflarea situației de echilibru în jocul cu mai mulți participanți; sînt preferabile așa-numitele metode descentralizate, construite după schema iterativă *(→ Metode iterative de planificare optimă)* întrucît ele nu necesită concentrarea întregii informații într-un centru unic și, în cazul realizării, permit să se utilizeze eficient *sistemul de calculatoare electronice;* în afară de aceasta, metodele de acest gen reprezintă posibilități suplimentare de a ține seama de autoorganizarea elementelor în cazul în care procedeele calculelor de plan nu sînt integral formalizate. Punctele fixe ale operatorilor de transformare a informației se află cu ajutorul diferitelor variante ale metodelor de aproximare succesivă, cu condiția ca transformarea să ducă la *comprimare;* această din urmă cerință pare să fie îndeplinită în majoritatea covîrșitoare a aplicațiilor social-economice, în virtutea stării de inerție a proceselor de dezvoltare a celulelor structurii instituționale a economiei și a structurii sociale a societății, deși estimarea numerică a coeficientului de comprimare sau a normei acestor operatori este în practică extrem de complicată. În sfîrșit, dacă sistemul cuprinde atît modele normative, cît și modele descriptive, este rațional ca procesul **p.c.** să se organizeze în mod ciclic: mai întîi se află situația de echilibru din cadrul subsistemului, format numai din modele normative, în condițiile unor parametri fixați ai ieșirii modelelor descriptive; în continuare, parametrii de ieșire ai planului normativ obținut sînt orientați spre intrarea modelelor descriptive; se efectuează calculul repetat al situației de echilibru după modelele normative în condițiile noilor valori ale parametrilor de ieșire ai modelelor descriptive ș.a.m.d., în vederea stabilizării informației.

Cele două variante de formalizare a soluției de compoziție și reunirea lor pentru sistemele care cuprind atît modele normative, cît și modele descriptive duc la un plan optim în sensul lui Pareto (→ *Optim în sensul lui Pareto*). Analiza teoretico-metodologică a **p.c.** duce, de asemenea, la probleme de *echilibru economic**.

P.c. permite să se realizeze îmbinarea centralismului cu independența economică a elementelor sistemului. Centrul sau nivelul superior al sistemului, care exprimă interesele de emergență ale sistemului ca ansamblu, joacă în cadrul **p.c.** un dublu rol: pe de o parte, el apare ca un element al sistemului și participă la procesul de coordonare a intereselor, pe de altă parte, el îndeplinește și funcția de coordonator, stabilind valorile variabilelor de comandă ale sistemului general etc. În cadrul formalizării **p.c.**, aceasta își găsește reflectare în construirea modelului centrului.

Ținînd seama de importanța factorului de autoorganizare a obiectului **p.c.**, formalizarea completă a acesteia nu este posibilă. De aceea, **p.c.** poate fi realizată numai sub forma unui sistem om-mașină.

V. I. Danilov-Danilian, M.G. Zavelski

Planificare de decompoziție. Ansamblu de metode și procedee de analiză premergătoare elaborării planului și variantelor de plan, despre care se poate presupune absența unor interese imanente ale elementelor locale, astfel încît fiecare element va tinde în activitatea sa spre optimizarea oricărei funcționale ce i se prescrie. Așadar, în condițiile **p.d.**, *obiectivul** sistemului sau *criteriul de optim**, care îl exprimă în cadrul formalizării, sînt date aprioric în raport cu procesul planificării, astfel încît nu numai structura, dar și toți parametrii criteriului de optim sînt exogeni.

Principiul fundamental al **p.d.** constă în descompunerea (decompoziția) problemei de elaborare a planului în cîteva subprobleme legate între ele, corespunzînd, de obicei, elementelor sistemului, rezolvarea separată a acestor probleme și coordonarea ulterioară a soluțiilor locale. Metodele **p.d.** au un caracter iterativ (→ *Metode iterative de planificare optimă*), astfel încît etapele rezolvării problemelor locale și elaborării acțiunilor de coordonare se repetă succesiv, iar indicatorii planului se ameliorează în cursul procesului, deși nu neapărat monoton. Metodele formalizate ale **p.d.** se studiază în cadrul *programării pe blocuri**. Sub influența ideilor **p.d.** s-a elaborat, de asemenea, *schema aproximativă de optimizare în mai multe trepte**.

Prin urmare, în cadrul **p.d.** apar trei probleme fundamentale: în primul rînd, identificarea diferitelor subprobleme; în al doilea rînd, prezentarea lor sub forma cea mai convenabilă pentru coordonarea soluțiilor și cea mai eficientă din punctul de vedere al efectuării calculelor; în al treilea rînd, elaborarea procedurii însăși de coordonare.

Prima problemă este relativ autonomă; de regulă, pentru rezolvarea ei se ţine seama de structura reală a sistemului, care constituie obiectul planificării *(→ Ierarhie, Organizare)*. În unele cazuri, dacă cu ocazia grupării elementelor în subsisteme nu se manifestă proprietăţi emergente *(→Emergenţă)*, adică asemenea proprietăţi devin esenţiale numai la nivelul sistemului întreg, se pune problema formării unei structuri optime. De obicei, estimarea calităţii structurii din punctul de vedere al **p.d.** poate fi efectuată numai după rezolvarea celei de-a doua şi a treia dintre problemele relevate, întrucît estimarea respectivă este legată de unele caracteristici ale procesului de întocmire a planului ca viteza de convergenţă, stabilitatea la erori etc.

A doua şi a treia problemă sînt legate între ele: formularea problemelor locale presupune, înainte de toate, stabilirea unor obiective, adică reducerea criteriului de optim al sistemului în ansamblu la obiecte locale şi (sau) *reducerea* restricţiilor generale ale sistemului la aceleaşi obiecte *(→Programare pe blocuri)*. Tipul de reducere este strict legat de structura procedurii de coordonare: dacă se dă forma problemelor locale aceasta va determina în mare măsură structura schemei de coordonare şi invers.

Dacă premisele aplicării **p.d.** nu sînt întrunite, tendinţa de a utiliza structura obiectului planificării în calculul variantelor de plan duce la *planificarea de compoziţie**.

V. I. Danilov-Danilian, M. G. Zavelski

Planificare social-economică. Ansamblu de procedee pentru formularea obiectivului social al dezvoltării economiei şi pentru stabilirea structurii administrativ-economice, care asigură atingerea acestui obiectiv.

Obiectul nemijlocit al **p.s.-e.** îl constituie structura tehnologică şi de producţie a economiei şi structura instituţională a acesteia; obiectul reglării indirecte prin intermediul **p.s.-e.** este structura socială a societăţii *(→ Structura sistemului social-economic)*. Ca ciclu intern, **p.s.-e.** include planificarea producţiei, al cărei obiect se limitează la structura tehnologică şi de producţie a economiei. Premisa de bază a **p.s.-e.**, care fundamentează necesitatea ei, constă în faptul că în fiecare moment dat, dintre modificările abstract posibile ale structurii tehnologice şi de producţie a economiei, în realitate, sînt realizabile numai acelea care corespund sarcinilor dezvoltării societăţii socialiste (în speţă, modificările care se produc realmente în structura instituţională a economiei şi în structura socială a societăţii).

Subiectul **p.s.-e.** îl constituie ansamblul organelor de conducere a statului socialist, care exprimă interesele emergente *(→ Emergenţă)* ale sistemului social-economic şi interesele imanente ale diferitelor sale celule. Obiectivul social al dezvoltării economiei iese la iveală în procesul planificării, prin armonizarea acestor interese, pe baza principiului centralismului democratic. O asemenea armonizare este realizabilă numai în cadrul unui proces iterativ, care cuprinde schimbul reciproc de informaţie între diferitele organe de conducere, care soluţionează, fiecare în parte, o problemă de optimizare a propriei sale activităţi sau prognozînd comportamentul diferitelor celule ale sistemului social-economic *(→ Metode iterative de planificare optimă)*.

Structura administrativ-economică reuneşte, în primul rînd, normele de drept, care conferă celulelor economice şi organelor lor de conducere calitatea de persoane juridice cu drepturi şi obligaţii corespunzătoare şi stabileşte ordinea lor de subordonare, în al doilea rînd, indicatorii de directivă, care reglementează activitatea economică şi, în al treilea rînd, parametrii economici (preţurile, retribuţiile, indemnizaţiile, vărsămintele, impozitele), care îndeplinesc funcţii de reglare a acestei activităţi, precum şi funcţii de conducere indirectă a altor procese cu autoorganizare ale comportamentului social al oamenilor (migraţia, schimbarea profesiilor, formarea cererii de consum ş.a.m.d.). Menirea structurii administrativ-economice este de a întreţine capacitatea sistemului social-economic în procesul de dezvoltare, de a menţine toţi parametrii săi la un nivel dinamic optim, în pofida modificărilor mediului în care funcţionează şi se manifestă activitatea spontană a elementelor sistemului *(→ Homeostază economică)*.

Sarcinile fundamentale ale **p.s.-e.** sînt: consolidarea permanentă a stabilităţii *(→ Stabilitate)*, realizarea dinamismului necesar şi asigurarea *echifinalităţii** sistemului social-economic. Aceasta implică:

— întărirea şi perfecţionarea necontenită a relaţiilor de proprietate socială asupra mijloacelor de producţie sub toate aspectele sale, menţinerea la nivelul necesar a capacităţii de apărare, a stocurilor şi rezervelor strategice, promovarea eficientă a relaţiilor externe, politice, comerciale şi economice, menţinerea celor mai importante însuşiri ale geobiosferei ca mediu natural de viaţă a omului;

— îmbinarea cît mai eficientă a proceselor intensive şi extensive de dezvoltare a sistemului social-economic, adică alegerea direcţiilor corespunzătoare, determinarea proporţiilor şi ritmurilor cercetărilor ştiinţifice fundamentale şi a progresului tehnic, perfecţionarea *infrastructurii** psihosociale şi îmbunătăţirea situaţiei social-demografice *(→ Populaţie)*; repartiţia optimă a resurselor existente, inclusiv a muncii şi a rezultatelor sale, între diferitele celule ale structurii instituţionale a economiei şi, respectiv, a structurii tehnologice şi de producţie a acesteia, utilizarea optimă a acestor resurse în cadrul fiecărei celule şi, ca rezultat, creşterea necontenită a bunăstării tuturor membrilor societăţii;

— crearea unor asemenea condiţii sociale, economice şi de producţie care să favorizeze la maximum realizarea în cea mai bună succesiune a măsurilor corespunzătoare, ce garantează această realizare, independent de starea iniţială a sistemului social-economic şi de fluctuaţiile previzibile ale mediului extern.

Pentru rezolvarea acestor sarcini este necesar ca în procesul **p.s.-e.**, pentru fiecare an al perioadei de plan, să se determine complexul de indicatori care caracterizează: ordinea de preferinţă a măsurilor şi necesităţile de resurse pentru înfăptuirea fiecăreia dintre ele; limitele activităţii economice în ansamblu, care nu perturbează echilibrul ecologic; dimensiunile resurselor naturale, de muncă şi de producţie şi localizarea lor; structura social-profesională a oamenilor muncii şi a populaţiei; cererea de consum a populaţiei; efectul obţinut în urma atragerii în circuitul economic a resurselor naturale, de muncă, de producţie şi financiare ale societăţii, estimat din punctul de vedere al întregului ansamblu de interese ale sistemului social-economic; repartiţia optimă a acestor resurse între celulele sistemului social-economic şi utilizarea lor în cadrul fiecărei celule.

Totodată, **p.s.-e.** trebuie să asigure acea coordonare a indicatorilor, care caracterizează repartizarea resurselor, optimă atît pentru soluţionarea diferitelor probleme, cît şi din punctul de vedere al sistemului în ansamblu şi a diferitelor sale celule, în cadrul planului optim unic de dezvoltare a economiei naţionale, precum şi stabilitatea acestui plan în raport cu circumstanţele sociale, economice şi de producţie ale realizării lui. O condiţie necesară a acestei coordonări este echilibrarea naturală-materială, financiară şi socială a planului.

În ţările socialiste s-a acumulat o bogată experienţă în domeniul planificării social-economice. Planurile construcţiei socialiste şi comuniste au fost orientate în direcţia perfecţionării corelate a structurii tehnologice şi de producţie a economiei şi a structurii sociale a societăţii. În acelaşi timp s-a perfecţionat continuu şi metodologia **p.s.-e.** ca proces iterativ, care realizează principiul centralismului democratic şi permite antrenarea din ce în ce mai largă la conducerea vieţii sociale a maselor de oameni ai muncii.

La început, aplicarea modelelor economico-matematice s-a limitat la structura tehnologică şi de producţie a economiei, care constituia obiectul cel mai simplu şi cel mai accesibil pentru modelare. Proiectele de dezvoltare economică, întocmite pe baza utilizării unor asemenea modele, au o aplicabilitate limitată numai la stadiul lucrărilor de studiu, care preced întocmirea planului, întrucît ele nu ţin seama de aspectele extrem de importante ale acestei dezvoltări şi, de regulă, necesită modificări radicale în cazul estimării neformalizate a consecințelor economice și sociale ale realizării lor.

Complexitatea economiei ca *sistem mare** exclude, în principiu, formalizarea integrală a **p.s.-e.**, astfel încît în cadrul ei se pot distinge întotdeauna două subsisteme. Primul dintre ele, *prin excelență formalizat*, cuprinde procedeele, legate între ele prin relații, care la nivelul posibilităților actuale ale descrierii matematice a fenomenelor și proceselor social-economice pot fi în întregime formalizate, în timp ce în cadrul realizării fiecărui procedeu în parte este admisibilă utilizarea unor elemente neformale, care se reduc în special la controlul juridic, de fond și tehnico-matematic al procesului de planificare în conformitate cu principiul *complementului extern**. Al doilea subsistem este *prin excelență neformalizat*. Fără utilizarea unor elemente neformale, în cadrul lui nu este posibilă elaborarea deciziilor de plan ca atare și obținerea caracteristicilor informaționale sintetice ale obiectelor planificării, în timp ce unele operații de prelucrare a informației pot și trebuie să fie formalizate. Acest subsistem stabilește parametrii exogeni pentru subsistemul precumpănitor formalizat și arată legitimitatea diferitelor sale procedee. Determinarea acestor parametri și a normelor de drept în subsistemul prin excelență neformalizat al **p.s.-e.** reprezintă realizarea principiului complementului extern în raport cu mecanismul de identificare a obiectivului social al dezvoltării sistemului social-economic și de stabilire a structurii administrative a conducerii economice, pe care îl conține subsistemul prin excelență formalizat și formează, pe de o parte, *stadiul formulării obiectivelor*, iar pe de altă parte, *stadiul reglării juridice*. La baza realizării primului stadiu poate fi pusă elaborarea *arborelui obiectivelor*, ținînd seama de competitivitatea acestora și de corelarea lor și, respectiv, de complexul de procedee de analiză și sinteză a acestui arbore, analog metodei PATTERN*. Modelele cibernetice corespunzătoare pot fi utilizate și pentru depistarea lacunelor din legislație, a impreciziilor, și a caracterului incomplet și contradictoriu al unor norme de drept (→ *Reglare juridică în economie*).

O formalizare eficientă a **p.s.-e.** presupune reducerea complementului extern amintit la un minim determinat de nivelul atins al cunoașterii sistemului social-economic și a interacțiunilor sale cu mediul. Acest lucru se poate înfăptui numai în condițiile unei *abordări sistemice* a descrierii obiectului **p.s.-e.**, cînd formalizarea, prin caracterul construcției sale, reprezintă un *sistem de modele*, adică un asemenea ansamblu de modele în care fiecare dintre ele reflectă în mod nemijlocit (prin funcția obiectiv) sau mijlocit (permițînd să se facă prognoza comportamentului obiectului respectiv) fie interesele imanente ale unei anumite celule ale structurii instituționale a economiei sau ale structurii sociale a societății, fie interesele emergente ale sistemului social-economic, iar diferitele modele sînt legate între ele prin canale de comunicație directe și inverse. Această formalizare trebuie să cuprindă atît modele normative, cît și modele descriptive, întrucît, pe de o parte, modelele normative sînt necesare pentru conducerea activă a dezvoltării sistemului social-economic, pentru utilizarea cît mai completă a gradelor de libertate existente, iar pe de altă parte, existența în cadrul sistemului a proceselor de autoorganizare (înainte de toate a celor sociale), cu o structură internă insuficient studiată, care sînt generate de interesele sociale și care nu sînt reflectate de criteriile de optim ale modelelor normative, impune ca o condiție necesară a descrierii complete, utilizarea modelelor descriptive, care fac prognoza comportamentului social.

Armonizarea intereselor în procesul **p.s.-e.** se exprimă prin stabilizarea informației în canalele de comunicație directe și inverse între elementele corespunzătoare ale sistemului, ceea ce din punct de vedere matematic este echivalent fie cu situația de echilibru în jocurile cu mai mulți participanți (→ *Teoria jocurilor*), fie cu *punctul fix* al unei anumite aplicații (compunerea operatorilor de transformare a informației în condițiile planificării activității unora și a prognozării comportamentului altor elemente). Formalizarea **p.s-e.**, bazată pe abordarea sistemică, permite să se utilizeze pentru întocmirea unui plan optim al economiei naționale algoritmi de compoziție iterativi *(→ Planificare de compoziție)*, care soluționează problema aflării valorilor parametrilor economici și sociali, ce duc la o asemenea stabilizare, aceasta fiind o expresie formală nemijlocită a încheierii procesului de planificare.

Totodată, realizarea practică a **p.s.-e.** pe baza unui sistem de modele necesită utilizarea adecvată a întregului arsenal al mijloacelor de calcul moderne pentru rezolvarea problemelor de extremum condiționat și a problemelor de teorie a jocurilor de mari dimensiuni, printre care: pentru realizarea detalierii necesare a parametrilor economici — utilizarea tehnicii *agregării iterative**, pentru calculele referitoare la diferitele modele de mari dimensiuni — folosirea *algoritmilor de decompoziție (→Programare în blocuri, Planificare de decompoziție)*, pentru determinarea parametrilor de suprastructură ai procesului în ansamblu — utilizarea *aproximării stochastice* etc. precum și folosirea tuturor mijloacelor matematice cunoscute de construire a modelelor de prognoză.

V. I. Danilov-Danilian, M.G. Zavelski

Bibl. 1. *Ekonomiceskoe planirovanie v SSSR*, „Ekonomika", 1967; 2. N. P. Fedorenko, E. Z. Maiminas, *K organizații professcv princatia ekonomiceskih reșenii*, „Voprosî ekonomiki" nr. 3, 1971; 3. *Problemî optimalnogo funkționirovania soțialisticeskoi ekonomiki*, „Nauka", 1972.

Planificarea aprovizionării tehnico-materiale. Aprovizionarea tehnico-materială la nivelul întregii economii naționale reprezintă un sistem de stabilire a legăturilor economice și apare sub forma procesului de circulație a mijloacelor de producție între producători și consumatori. Dezvoltarea planificată a economiei naționale depinde în mare măsură de repartiția și utilizarea rațională a resurselor materiale pe ramuri, regiuni economice, diferite întreprinderi și șantiere. Aceasta determină esența aprovizionării tehnico-materiale și a desfacerii, care constă în organizarea unor legături economice raționale pe baza planurilor economiei naționale de dezvoltare a forțelor de producție ale țării și a planurilor de repartiție a resurselor materiale. Planificarea științifică a aprovizionării tehnico-materiale și a desfacerii asigură corelarea producției și consumului, organelor de aprovizionare-desfacere revenindu-le rezolvarea a numeroase probleme, care alcătuiesc un complex unic menit să asigure gestiunea eficientă a sferei repartiției și circulației mijloacelor de producție. Sistemul de stat al aprovizionării tehnico-materiale din economia națională este chemat să asigure fiecărei întreprinderi consumatoare, livrarea fără întreruperi, la timp și completă, a materiilor prime, materialelor, combustibilului, utilajelor, aparatelor, sculelor și altor produse cu destinație tehnică și de producție.

În 1965, serviciile de aprovizionare tehnico-materială și de desfacere, pînă atunci dispersate pe regiuni economice, au fost reunite și grupate într-o ramură de-sine-stătătoare, pentru asigurarea conducerii căreia a fost creat Comitetul de Stat pentru Aprovizionarea Tehnico-Materială de pe lîngă Consiliul de Miniștri al U.R.S.S. (Gossnab), care își exercită activitatea prin organe centrale și teritoriale de aprovizionare-desfacere subordonate.

Comitetul de Stat pentru Aprovizionarea Tehnico-Materială împreună cu ministerele studiază necesarul de resurse materiale al economiei naționale; avizează proiectele de planuri de dezvoltare a economiei naționale; examinează proiectele de planuri anuale și de perspectivă privind producția produselor pe care acesta le repartizează, prezentate de către ministerele și departamentele U.R.S.S. și consiliile de miniștri ale republicilor unionale; elaborează și aprobă balanțele și planurile de repartiție a acestor produse, precum și a produselor furnizate pe baza legăturilor dintre ramuri; realizează planurile de aprovizionare; ia măsuri pentru accelerarea vitezei de rotație și pentru utilizarea rațională a valorilor materiale.

Îmbinarea principiului organizării teritoriale și pe ramuri a organelor de aprovizionare și desfacere în condițiile unei strînse interacțiuni organizatorice a verigilor lor de bază — a direcțiilor generale unionale de aprovizionare și desfacere și a organelor teritoriale de aprovizionare —

oferă posibilitatea rezolvării problemelor aprovizionării tehnico-materiale, în primul rînd, de pe pozițiile intereselor statului, de a se concentra resursele în vederea rezolvării celor mai importante probleme ale economiei naționale. Prin stabilirea unor legături economice raționale între furnizori și consumatori, sistemul aprovizionării tehnico-materiale soluționează o serie de probleme ca: determinarea necesităților, fundamentate științific, ale economiei naționale, ale diferitelor sale ramuri și întreprinderi, de resurse materiale dintr-o nomenclatură concretă, identificarea tuturor resurselor de care dispune economia socialistă pentru satisfacerea unor trebuințe date; repartiția planificată, fundamentată științific, a resurselor materiale (împreună cu organele care planifică producția); amplasarea teritorială rațională a comenzilor, repartizarea optimă a consumatorilor pe furnizori; asigurarea furnizării la timp și complete pentru toți consumatorii a mijloacelor de producție și crearea condițiilor pentru utilizarea lor rațională și păstrarea lor corespunzătoare; mobilizarea maximă a resurselor interne de producție cu destinație tehnico-productivă; accelerarea vitezei de rotație a mijloacelor circulante și reducerea pe toate căile a cheltuielilor de circulație a mijloacelor de producție.

Comitetul de Stat pentru Aprovizionarea Tehnico-Materială al U.R.S.S. elaborează balanțe materiale și planuri de repartiție pentru aproximativ 13 mii de denumiri de produse. Începînd din anul 1968, cea mai mare parte a acestor produse se repartizează între consumatori, nemijlocit pe teren, de către organele republicane și teritoriale de aprovizionare tehnico-materială ale Comitetului de Stat pentru Aprovizionarea Tehnico-Materială al U.R.S.S. În acțiunea de perfecționare a metodei balanțelor în domeniul planificării aprovizionării tehnico-materiale a dobîndit în ultimii ani o mare importanță utilizarea *balanțelor legăturilor dintre ramuri și dintre produse*. În prezent, balanțele legăturilor dintre ramuri se elaborează de către Comitetul de Stat al Planificării al U.R.S.S., în expresie naturală și în expresie valorică, iar Centrul principal de calcul al Comitetului de Stat pentru Aprovizionarea Tehnico-Materială al U.R.S.S. se ocupă cu elaborarea balanțelor legăturilor dintre produse. Organele de aprovizionare tehnico-materială înfăptuiesc specificarea fundamentată economic a fondurilor de produse alocate utilizatorilor. La baza acestei activități, extrem de laborioase și de mare răspundere, stă repartizarea, la timp și completă, a fondurilor de produse către destinatar. Fondurile alocate fiecărui destinatar trebuie să corespundă întru totul necesităților sale reale de resurse materiale, pornind de la planurile de producție și de construcții aprobate. Specificarea fondurilor reprezintă detalierea necesității de resurse materiale pe tipuri, sorturi, mărci, profile, dimensiuni etc. De gradul în care specificarea a fost efectuată în mod corect depinde, în mare măsură, întreaga activitate ulterioară de aprovizionare tehnico-materială.

Organizarea amplasării raționale a comenzilor în industrie și utilizarea optimă a capacităților de producție constituie, de asemenea, una din problemele importante ale sistemului Comitetului de Stat al Aprovizionării Tehnico-Materiale al U.R.S.S. Rezolvarea ei cuprinde un complex larg de măsuri legate de stabilirea unor planuri pe nomenclaturi desfășurate, întocmite pentru întreprinderile producătoare pe baza identificării necesităților sortimentale și a repartizării comenzilor primite. O importanță deosebită o are stabilirea unor legături directe între furnizori și beneficiari pe perioade îndelungate.

Organele de aprovizionare și desfacere au de prelucrat un volum uriaș de informație, care pe măsura extinderii proporțiilor producției sociale crește necontenit. În aceste condiții, rezolvarea eficientă a acestor probleme este practic de neconceput fără utilizarea metodelor economico-matematice și a tehnicii de calcul moderne.

E. A. Hruțki

Planificarea economiei naționale (metodologie). Metodologia **p.e.n.** dezvăluie logica internă a procesului planificării, principiile și metodele fundamentale de alcătuire a planului, succesiunea și ordinea de prioritate a etapelor de elaborare a indicatorilor de plan.

Trebuie să se facă distincție între **p.e.n.** și *metodica planificării*, care reprezintă totalitatea procedeelor și instrumentelor de lucru, aplicate în procesul calculelor de plan concrete. Problema-cheie a metodologiei planificării este problema punctului de pornire al planificării. În mod convențional, se pot distinge trei concepții privind logica construirii planului economiei naționale, care se deosebesc una de alta prin punctul de pornire al planificării:

1. planificarea pe baza *proiectărilor pe ramuri*, în care punctul de pornire este sarcina cu privire la producția celor mai importante categorii de produse, a produselor-cheie, îndeosebi din ramurile industriei grele;
2. planificarea *complexă și în variante multiple*, pe baza unui sistem de modele, care cuprinde modele macroeconomice ale creșterii economice și balanța de plan a legăturilor dintre ramuri ca bază a lor, cînd punctul de pornire al planului este consumul final al societății;
3. planificarea *optimă*, care are ca punct de pornire restricțiile la resursele de producție, iar criteriul de optim, sub o formă sau alta, este maximizarea nivelului bunăstării poporului. Întocmirea planului economiei naționale pe baza proiectelor pe ramuri s-a conturat la sfîrșitul anilor '20. Pe baza sarcinilor de plan privind dezvoltarea diferitelor ramuri s-au întocmit planurile cincinale antebelice și primele planuri cincinale

postbelice de dezvoltare a economiei naționale a U.R.S.S. Această logică a planificării corespundea posibilităților și sarcinilor din acele perioade cînd se crea potențialul industrial al U.R.S.S. și se desfășura refacerea postbelică a economiei.

În prezent, cînd există un puternic aparat de producție al țării, o structură ramificată a producției, cînd a apărut necesitatea obiectivă a orientării economiei spre nevoile consumului populației, planificarea trebuie să pornească nu de la diferitele sarcini de producție a principalelor mijloace de producție, ci de la necesitățile sociale. Ca obiectiv de planificare a dezvoltării sociale se ia numai acea parte a bunurilor materiale reproductibile, care satisfac realmente necesitățile productive și neproductive finale ale societății. În continuare apare posibilitatea de a se trece la o planificare, în care, ca punct de pornire, se iau necesitățile de bunuri de consum neproductiv ale societății, iar investițiile sînt considerate ca un consum „amînat" pentru viitor.

Logica planificării complexe impune determinarea, într-un stadiu prealabil, a parametrilor fundamentali ai planului de dezvoltare a economiei naționale: pornindu-se de la acești parametri, se trece apoi la întocmirea detaliată a planului pe toate ramurilor de producție. În același timp, în stadiul final, pe baza sintetizării proiectelor detaliate pe diferite ramuri și regiuni, se precizează indicatorii sintetici ai planului. Așadar, trecerea de la general la particular, la concret, și mișcarea inversă de la particular la general constituie logica planificării complexe a economiei naționale.

O dezvoltare și completare a planificării complexe și în variante multiple este planificarea optimă. Înglobînd în sine tot ceea ce conține planificarea complexă în variante multiple, planificarea optimă se deosebește de aceasta prin două trăsături importante: în primul rînd, prin existența unei funcții obiectiv (criteriale), care caracterizează țelul fundamental al producției socialiste în perioada planificată; în al doilea rînd, prin ipoteza cu privire la existența unor căi diferite și a unor alternative de realizare a obiectivelor propuse, a unor variante economice și tehnologice diferite, ceea ce oferă posibilitatea de a se asigura echilibrul și proporționalitatea dezvoltării economice pe baza cea mai eficientă.

L. I. Berri

Bibl. V. I. Lenin, *Opere complete*, v. 42; 2. *Planirovanie narodnogo hozeaistva SSSR*, „Ekonomika", 1973; 3. *Kompleksnoe narodnohozeaistvennoe planirovanie*, „Ekonomika", 1974.

Populație. În sensul larg și îndeobște admis al cuvîntului, totalitatea oamenilor, care trăiesc pe un anumit teritoriu. În sensul mai îngust și mai special, în care populația este examinată în *demografie*, ea reprezintă totalitatea oamenilor, delimitată într-un anumit mod (teritorial, social etc.) şi care posedă o serie de atribute, legate de *reproducerea* ei continuă. Reproducerea **p.** este una din numeroasele genuri de reproducere, din natură şi societate; ea are următoarele două trăsături specifice: în primul rînd, reprezintă reproducerea oamenilor înşişi, şi nu a unor anumite trăsături sau caracteristici ale acestora (de pildă, a caracteristicilor antropologice sau sociale), iar în al doilea rînd, este o reproducere de natură biosocială, şi nu pur şi simplu socială, în virtutea cărui fapt ea nu înglobează nici unul din tipurile de deplasări pur sociale (migraţia teritorială, mobilitatea socială ş.a.m.d.). Cea din urmă afirmaţie este adeseori contestată, îndeosebi în ceea ce priveşte migraţia teritorială. Procesele legate de reproducerea **p.** în sensul restrîns al cuvîntului — procesele demografice — constituie aspectul demografic al vieţii societăţii şi se află în cea mai strînsă conexiune cu toate celelalte aspecte ale sale (sociale, economice, ecologice etc.). Conexiunea este bilaterală. Pe de o parte, procesele demografice suferă influenţa foarte puternică a tuturor fenomenelor vieţii sociale, iar pe de altă parte, procesele în care este angrenată **p.** exercită ele însele influenţă asupra multora dintre laturile vieţii societăţii, fapt care trebuie neapărat luat în consideraţie cu ocazia determinării obiectivelor şi căilor dezvoltării sociale.

Una dintre caracteristicile cele mai importante ale reproducerii **p.** este *regimul de reproducere*, care se caracterizează în modul cel mai complet prin *funcţiile demometrice (→Modele demografice)* ale fertilităţii şi mortalităţii. Intensităţile fertilităţii şi mortalităţii pe vîrste determină integral structura pe vîrste a **p.** care, la rîndul său, în condiţiile unor intensităţi date ale fertilităţii şi mortalităţii determină numărul total de naşteri şi decese şi ritmul de creştere a **p.** Aşadar, procesul de reproducere a **p.**, din punct de vedere formal, reprezintă reînnoirea efectivului şi structurii generaţiilor sub influenţa diferitelor intensităţi ale natalităţii şi mortalităţii. Dependenţele interne dintre regimul de reproducere, pe de o parte, şi structura **p.**, pe de altă parte, constituie o însuşire importantă a **p.** ca o colectivitate ce se autoregenerează, însuşire care permite, printre altele, să se construiască modelul ergodic al acesteia. Regimul de reproducere a **p.**, structura ei pe vîrste şi dinamica efectivului ei, care constituie rezultatul interacţiunii celor dintîi sînt considerate, de obicei, ca fiind principalele caracteristici ale *situaţiei demografice* (deşi în cazul unei examinări mai detaliate este necesar să se ia în consideraţie şi alte caracteristici ca, de pildă, nupţialitatea). Reunirea funcţiilor de fertilitate $\varphi(x)$ (densitatea repartiţiei pe vîrste a naşterilor) şi de supravieţuire $l(x)$ (proporţia supravieţuitorilor pînă la vîrsta x din numărul celor născuţi) — de obicei numai pentru **p.** feminină — oferă caracterizarea regimului de reproducere:

$$R = \delta \int_0^\infty l(x)\, \varphi(x)\, dx,$$

unde δ reprezintă ponderea fetelor în rîndul noilor născuţi, adică *coeficientul net al reproducerii populaţiei (CNR)*. Mărimea *CNR* are o semnificaţie reală, dacă se menţine o perioadă îndeajuns de îndelungată. În acest caz, pentru $R > 1$, are loc o reproducere lărgită, pentru $R = 1$, o reproducere simplă, iar pentru $R < 1$, o reproducere restrînsă a populaţiei. Trebuie de asemenea să avem în vedere că **p.** poate dispune de un anumit *potenţial demografic,* adică de posibilitatea măsurării efectivului de-a lungul unei anumite perioade de timp numai pe seama particularităţilor structurii pe vîrste, independent de valoarea lui R. Natalitatea şi mortalitatea sînt procese biosociale. Deşi fertilitatea potenţială şi durata maximă a vieţii individuale sînt determinate din punct de vedere biologic sub influenţa condiţiilor sociale, natalitatea şi mortalitatea reală se abat întotdeauna, în mod substanţial, de la nivelurile biologic realizabile. De-a lungul istoriei omenirii, atît natalitatea cît şi mortalitatea devin, într-o măsură din ce în ce mai mare, obiectul unei înrîuriri conştiente. În funcţie de măsura în care aceste procese se află sub controlul conştient al oamenilor, se pot distinge mai multe tipuri istorice de natalitate şi mortalitate şi deci şi de reproducere a **p.** în ansamblu. Trecerea de la un tip de reproducere a **p.** la altul reprezintă o *revoluţie demografică*. Situaţia demografică din lumea contemporană este determinată, în special, de faptul că diferitele părţi ale **p.** lumii parcurg diferite etape ale acestei revoluţii.

Revoluţia demografică contemporană a început în Europa Occidentală la sfîrşitul secolului al XVIII-lea, în strînsă legătură cu dezvoltarea capitalismului industrial, iar către mijlocul secolului al XX-lea s-a extins practic asupra întregii lumi. În cursul acestei revoluţii are loc conturarea unui nou *tip* de reproducere a **p.** ale cărei trăsături fundamentale sînt: un control eficient asupra mortalităţii şi natalităţii (aceasta din urmă în sînul familiei). Aceasta înseamnă o raţionalizare considerabilă a procesului de reproducere a **p.**, o creştere a eficienţei sale: aceleaşi valori ale *CNR* pot fi obţinute cu un număr mult mai mic de naşteri. Stabilirea unei noi balanţe a naşterilor şi deceselor duce la o serie de deplasări ireversibile în structura pe vîrste a **p.**, la „îmbătrînirea“ ei, care, pînă în momentul de faţă, a fost aproape exclusiv consecinţa reducerii natalităţii. Revoluţia demografică a cuprins treptat diferitele părţi ale p. lumii şi, în afară de aceasta, parcurge ea însăşi în dezvoltarea sa o serie de etape succesive, fapt care explică, dealtfel, marea diversitate a situaţiei demografice contemporane.

În majoritatea ţărilor dezvoltate din punct de vedere economic revoluţia demografică este în linii generale încheiată. Cu toată varietatea regimurilor concrete de reproducere a p., toate acestea se înscriu în cadrul tipului actual de reproducere şi anume: de regulă, la fiecare 100 de femei se nasc în medie 240—330 de copii, dintre care aproximativ 110—150 fete supravieţuiesc pînă la vîrsta medie a unei mame, T ($\approx$ 28 ani). Aceasta duce la o estimare aproximativă, însă suficient de concludentă în cazul de faţă a limitelor modificărilor posibile ale CNR: $1,1 < R < 1,5$. Întrucît într-o p. stabilă (→ *Modele demografice*) se întruneşte corelaţia aproximativă $R \approx e^{rT}$, unde r reprezintă ritmul de creştere a populaţiei stabile, valorilor menţionate ale lui R le corespund ritmuri medii anuale de creştere a numărului p. care oscilează de la 0,003 — 0,005 pînă la 0,014 — 0,015. Ponderea p. în vîrstă de pînă la 20 de ani rareori depăşeşte 35%, iar a populaţiei în vîrstă de 60 de ani şi peste se apropie adeseori de 20%.

Ţările în curs de dezvoltare sînt, de regulă, încă departe de desăvîrşirea revoluţiei demografice, în cadrul lor predominînd caracteristicile de tranziţie ale proceselor demografice; în linii generale, statornicirea unui nou tip de mortalitate s-a produs sau se produce în prezent, însă vechiul tip de natalitate continuă să aibă o poziţie dominantă. De aceea, aici predomină şi regimurile tranzitorii de reproducere; la 100 de femei se nasc, în medie, pînă la 500—700 copii (ca şi înainte, iar uneori chiar şi mai mult decît înainte), pînă la vîrsta medie a mamei supravieţuiesc uneori 200—280 de fete (cu mult mai multe decît înainte). CNR atinge valori fără precedent — în unele cazuri depăşeşte 2,0 şi chiar 2,5, ceea ce corespunde unui ritm mediu anual de creştere de circa 0,03 şi chiar mai mult. Întrucît p. ţărilor cu regim demografic de tranziţie reprezintă circa 70% din populaţia lumii, aceste ţări determină trăsătura fundamentală a situaţiei demografice actuale — aşa-numita „explozie demografică“ mondială. P. acestor ţări este foarte tînără, ponderea persoanelor în vîrstă de pînă la 20 de ani reprezintă 50% şi chiar mai mult, iar populaţia în vîrstă de peste 60 ani, 4—6%.

În U.R.S.S., statornicirea noului tip de reproducere a p. a avut loc, în linii generale, după Revoluţia din Octombrie şi acest proces nu este încă încheiat. Dacă noul tip de mortalitate este dominant pe întregul teritoriu al ţării, noul tip de natalitate se extinde mai lent, în unele zone se constată caracteristici de tranziţie ale natalităţii, în altele (mai ales în Asia Centrală) predomină încă natalitatea de vechiul tip. Ca urmare, în U.R.S.S. există mari deosebiri în regimul de reproducere, ca atare şi în ritmul de creştere, precum şi în structura pe vîrste a p. diferitelor părţi ale ţării. Cu toate acestea, pentru majoritatea p. U.R.S.S. predomină noul tip de reproducere, caracteristicile de tranziţie ale regimului de reproducere sînt pe cale de a fi depăşite şi, ca urmare a acestui fapt, valorile coeficientului net de reproducere au scăzut de la 1,680 în anii 1926—1927 pînă la 1,498 în anii 1938—1939, pînă la 1,262 în anii 1958—1959 și 1,126 în anii 1969—1970. Ponderea persoanelor în vîrstă de pînă la 20 de ani a scăzut de la 49,3% în anul 1926 pînă la 38% în anul 1970, iar ponderea persoanelor în vîrstă de 60 de ani și peste a crescut de la 6,7% în 1926 la 11,8% în 1970.

Deoarece în cadrul unuia și aceluiași tip de reproducere a **p.** este posibilă o mare varietate a regimurilor sale concrete, iar caracteristicile dinamicii efectivului și structurii **p.**, care decurg din ele nu sînt indiferente din punctul de vedere al dezvoltării sociale și economice, apare problema alegerii regimului celui mai bun dintre toate regimurile posibile. Dacă regimul real de reproducere a **p.** se abate de la regimul optim, poate să apară necesitatea promovării unei *politici demografice* active, îndreptate spre înlăturarea acestei abateri. Caracterul limitat al resurselor necesare pentru promovarea unei asemenea politici impune anumite restricții în calea realizării obiectivului demografic propus. Necesitatea corelării obiectivului demografic cu restricțiile obiective ridică problema aflării *optimului demografic*, considerat ca un optim local în raport cu optimul economico-social global.

A.G. Vișnevski

Prelucrarea datelor. Pregătirea purtătorilor de informație care cuprind datele inițiale și executarea, în conformitate cu anumite reguli (algoritmul de rezolvare a problemei), a operațiilor de clasificare, sortare, calcul, stocare și imprimare a rezultatelor.

Ca măsură cantitativă a **p.d.** se ia *volumul lucrărilor de calcul* prin care se înțelege numărul total de operații elementare diferite ale calculatorului electronic, necesare pentru realizarea unui algoritm sau a unei grupe de algoritmi.

După gradul de mecanizare a lucrărilor de calcul, **p.d.** se subîmparte în prelucrare manuală, prelucrare mecanizată și prelucrare automatizată (automată). Automatizarea **p.d.** se efectuează pe baza utilizării mijloacelor moderne ale tehnicii electronice de calcul. Procesul de **p.d.** economice la calculatorul electronic are, de obicei, caracterul de prelucrare a unor masive, deoarece datele se utilizează în grupe mari. **P.d.** cuprinde următoarele operații principale:

1. *Introducerea datelor* în calculatorul electronic, care reprezintă procesul de transpunere a informației de pe *purtătorul de informație** în celulele memoriei operative a calculatorului.
2. *Ordonarea și sortarea masivului* în conformitate cu o schemă dată. Ordonarea înregistrării se face în funcție de o caracteristică a ei. În cazul cel mai general se folosește cheia de sortare, adică un cuvînt din

cadrul înregistrării, utilizat pentru fixarea adresei relative a înregistrării, înregistrarea cu valoarea cea mai mică fiind prima, iar cea cu valoarea cea mai mare, ultima.
3. *Contopirea masivelor,* adică reunirea a două sau mai multe masive, ordonate în prealabil după un cuvînt-cheie comun, într-un singur masiv, ordonat după aceeași cheie.
4. *Căutarea informației**.
5. *Prelucrarea masivelor,* proces în care se realizează, printr-un procedeu oarecare, transformarea masivului. Prelucrarea masivului poate modifica componența elementelor sale, conținutul înregistrărilor sau structura masivului. În speță, prelucrarea cuprinde următoarele operații: a. introducerea unei noi înregistrări în masiv; b. eliminarea unei înregistrări din masiv; c. modificarea semnificației unui cuvînt sau a unui rînd din înregistrare; d. modificarea structurii înregistrării; e. modificarea ordinii de așezare a înregistrărilor în masiv; f. schimbarea purtătorului pe care a fost înregistrată informația cuprinsă în masivul respectiv.
6. *Schimbul de informație* între memoria operativă a calculatorului și dispozitivele de stocare externe.
7. *Extragerea datelor* din calculatorul electronic (inclusiv obținerea rezultatelor), adică procesul de transfer al informației din memorie pe un purtător de informație de pe perifericele calculatorului electronic. Mijloacele de creștere a eficienței **p.d.** sînt: 1. reducerea neuniformității utilizării diferitelor elemente ale sistemului de calcul *(→Multiprogramare)*; 2. reducerea volumului total al schimbului de informație cu mediul extern (cu cît sistemul de calcul dispune de un grad mai mare de independență cu atît sînt necesare mai puține date pentru rezolvarea unei probleme propuse; acest principiu își găsește reflectare în organizarea unor *sisteme integrate de prelucrare a datelor**; 3. mărirea capacității sistemelor de calcul (în cazul general eficiența sistemului de **p.d.** crește odată cu mărirea capacității lor); 4. mărirea specializării sistemelor de calcul și a software-ului (elaborarea unor limbaje algoritmice orientate pe probleme, a unor algoritme specializate etc.).

B. S. Kuțik

Bibl. 1. M. A. Korolev, *Obrabotka ekonomiceskoi informații na elektronnîh mașinah,* „Ekonomika", 1964; 2. A. I. Kitov, *Programmirovanie ekonomiceskih i upravlenceskih zadaci,* „Sovietskoe radio", 1971; 3. Ch. Meadow, *The Analysis of Information Systems,* Wiley, 1967.

Principiul complementului extern. A fost enunțat de Stafford Beer [1], ca bază teoretică a mecanismului de compensare a consecințelor determinate de caracterul incomplet al schemelor formalizate de *conducere**. În forma sa generală, schema de conducere cuprinde prognoza stărilor mediului și determinarea normativă a acțiunilor de conducere (aici se poate aplica și prognoza stărilor obiectului comenzii dacă pentru caracterizarea lui sînt necesare metodele descriptive). Dacă obiectul comenzii este foarte complex, prognoza și modelarea normativă cu ajutorul metodelor formale pot fi realizate numai aproximativ. De aceea este necesar un control de conținut al schemei de conducere formalizată, a cărui consecință vor fi decizii adoptate în mod neformal pentru corectarea acțiunilor de comandă elaborate formal și a prognozelor privind starea mediului. Aceste corecții pot fi privite ca ieșiri ale unei *cutii negre**, inserate între subsistemul de comandă formalizat și sistemul comandat. Latura constructivă a **p.c.e.** constă tocmai în propunerea de a se utiliza modelarea prin metoda cutiei negre în vederea compensării incompletitudinii modelelor de conducere (comandă).

Trebuie menționat faptul că Stafford Beer pune în legătură caracterul incomplet al oricărui model ca mijloc de comandă (conducere) cu teorema lui K. Gödel (→ [2]) cu privire la incompletitudinea sistemelor („limbajelor", după Beer) logice formalizate. Acest lucru nu este justificat, deoarece insuficiența mijloacelor existente de modelare a sistemelor mari decurge din imposibilitatea, la nivelul actual al cunoașterii, de reflectare adecvată la nivel calitativ, a structurii și comportamentului acestora, nefiind nici o proprietate imanentă a formalizării, nici vreo consecință a ei. Cu atît mai mult, pentru această inadecvare, nu are nici o importanță existența, demonstrată de K. Gödel, în sistemele formale suficient de bogate, de propoziții ale căror adevăr sau falsitate nu pot fi stabilite „în interiorul" sistemului respectiv.

Faptul că un model numeric concret nu este adecvat obiectului său își poate avea originea, de exemplu, în imposibilitatea de a măsura suficient de precis parametrii modelului; inventarea unor dispozitive tehnice de măsurat corespunzătoare înlătură inadecvarea și necesitatea complementului extern, fără ca limbajul de modelare să sufere vreo modificare.

De obicei, se numește complement extern totalitatea procedurilor neformale de corectare a deciziei de comandă, obținute în mod formalizat, precum și introducerea parametrilor exogeni în modelul de comandă. În *sens larg*, prin **p.c.e.** se înțelege necesitatea ca la conducerea unui *sistem mare** să se recurgă la asemenea proceduri neformale.

B. I. Danilov-Danilian, M. G. Zavelski

Bibl. 1. S. Beer, *Cybernetics and Management*, The English Universities Press, 1959; 2. S. K. Kleene, *Introduction to Metamathematics*, 1952.

Principiul punctului fix. Teoremele *punctului fix** sînt unul din cele mai puternice mijloace ale matematicii moderne, atît ale celei pure, cît și ale celei aplicate. Dat fiind rolul fundamental pe care îl joacă teoremele punctului fix în diferite cercetări ştiinţifice, teza privind punctul fix a fost denumită **p.p.f.** În analiza modelelor matematice ale economiei se utilizează teoremele punctului fix ale lui Brouwer şi Kakutani.

Teorema lui Brouwer. Fie M o mulţime nevidă, convexă, închisă şi mărginită din spaţiul E_n şi fie $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), ..., f_n(\mathbf{x}))$ o funcţie vectorială definită pe mulţimea M aplicînd pe M în M, $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ fiind continuă pe M. În aceste condiţii funcţia vectorială $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ are un punct fix x^*, adică $\mathbf{x}^* \in \mathrm{M}$ şi $\mathbf{x}^* = \mathbf{f}(\mathbf{x}^*)$; sau, în coordonate: $x_i^* = f_1(x_1^*, ..., x_n^*, ..., x_n^* = f_n(x_1^*, ... x_n^*)$.

Teorema lui Kakutani. Fie M o mulţime nevidă convexă închisă şi mărginită în spaţiul E_n şi fie $\mathbf{g}$: $x \rightarrow G(\mathbf{x}) \subseteq M, \mathbf{x} \in M$, o aplicaţie punct, mulţime care satisface condiţiile: a) pentru orice punct $\mathbf{x} \in M$ mulţimea corespunzătoare $G(\mathbf{x})$ este o submulţime nevidă convexă a lui M; b) aplicaţia $\mathbf{g}$ este închisă. În aceste condiţii aplicaţia $\mathbf{g}$ are un punct fix $\mathbf{x}^*$, adică $\mathbf{x}^* \in M$ şi $\mathbf{x}^* \in G(\mathbf{x}^*)$ (→ *Funcţii vectoriale şi aplicaţii punct — mulţime*).

I. N. Cerennih

Problemă de extremum. Problema găsirii *extremumului unei funcţii** $f(\mathbf{x})$, definită pe o mulţime M din spaţiul n-dimensional $E_n((\mathbf{x} = x_1, ..., x_n), n \geqslant 1)$. **P.e.** sînt de două feluri: probleme de maximizare şi probleme de minimizare. Problema maximizării se formulează în felul următor: să se găsească maximul (local sau global) al funcţiei $f(\mathbf{x})$ pe mulţimea M. În mod analog se formulează problema minimizării: să se găsească minimul (local sau global) al funcţiei $f(\mathbf{x})$ pe mulţimea M. Unele tipuri de **p.e.** s-au rezolvat cu ajutorul analizei clasice încă în secolul al XVIII-lea. Pentru fixarea ideilor, vom prezenta numai problemele de maximizare, deoarece minimul funcţiei $f(\mathbf{x})$ este egal cu maximul funcţiei $h(\mathbf{x}) = -f(\mathbf{x})$, înmulţit cu -1. Deoarece diversele probleme aplicative (în particular, cele de planificare şi de conducere) conduc la probleme de găsire a extremului *global* al unei funcţii $f(\mathbf{x})$ pe o mulţime M (→*Extremum al funcţiei*), pretutindeni în cele ce urmează vom înţelege prin **p.e.** următoarea problemă: să se găsească maximul global al funcţiei $f(\mathbf{x})$ de variabilele $x_1, ..., x_n$ pe mulţimea M din spaţiul n-dimensional. Funcţia $f(\mathbf{x})$ se numeşte funcţie obiectiv a problemei respective. De obicei, mulţimea M se dă cu ajutorul unor ecuaţii şi inegalităţi:

$$g_i(\mathbf{x}) = 0, \quad i = 1, ..., k; \tag{1}$$

$$g_i(\mathbf{x}) \leqslant 0, \quad i = k + 1, ..., l; \tag{2}$$

$$g_i(\mathbf{x}) \geqslant 0, \quad i = 1 + 1, ..., m; \tag{3}$$

($g_i(\mathbf{x}) = g_i(x_1, ..., x_n)$ fiind date pe E_n), precum și cu ajutorul unor condiții suplimentare de natură diversă. O asemenea condiție suplimentară poate fi, de exemplu, aceea că variabilele $x_1, ..., x_n$ să ia numai valori întregi. Ecuațiile, inegalitățile și condițiile suplimentare care dau mulțimile M se numesc restricții ale problemei respective. În diferite clase de **p.e.** unele restricții pot să nu fie prezente. De exemplu, mulțimea M poate fi dată numai cu ajutorul ecuațiilor (1) și al inegalităților (3). Punctul $\mathbf{x} = (x_1, ..., x_n)$ ale cărui coordonate $x_i (i = 1, ..., n)$ satisfac restricțiile se numește *punct admisibil (soluție admisibilă)* al **p.e.**, iar mulțimea M se numește mulțimea soluțiilor admisibile (mulțime admisibilă). Punctul $\mathbf{x}^0$ al maximului global al funcției obiectiv $f(\mathbf{x})$ pe mulțimea M se numește punct optim (soluție optimă sau, pur și simplu soluție) al **p.e.**, iar maximul global $f(\mathbf{x}^0)$ al funcției obiectiv $f(\mathbf{x})$ pe mulțimea M se numește valoare optimă a funcției obiectiv sau optim al **p.e.** (uneori, se numește soluția optimă a **p.e.**). Din această cauză, **p.e.** se mai numesc și probleme de optimizare. Se spune că **p.e.** este rezolvată, dacă s-a găsit soluția optimă $\mathbf{x}^0$ și, prin urmare, optimul $f(\mathbf{x}^0)$ al **p.e.** Dacă funcția $f(\mathbf{x})$ pe mulțimea M are un singur maxim local și dacă acest maxim este global, problema se numește *uniextremală*. Problema se numește *multiextremală*, dacă funcția $f(\mathbf{x})$ are pe M mai mult decît un maxim local *(→Probleme multiextremale)*. Extremul (atît cel local cît și cel global) al funcției $f(\mathbf{x})$ poate fi atins atît în interiorul, cît și pe frontiera mulțimii admisibile M.

Problemele *programării liniare** și cele ale *programării convexe** sînt probleme uniextremale.

Metodele analizei clasice sînt rareori adecvate pentru rezolvarea numerică a **p.e.** și se utilizează în principal pentru analiza lor teoretică. Teoria și metodele de rezolvare numerică a **p.e.** sînt elaborate în cadrul *programării matematice**.

Metodele actualmente cunoscute de rezolvarea numerică a **p.e.** folosesc în mod esențial diversele proprietăți ale funcțiilor $g_i(\mathbf{x})$ și $f(\mathbf{x})$.

Cel mai bine sînt studiate problemele de *programare liniară* adică **p.e.**, în care funcțiile $g_i(\mathbf{x})$ și $f(\mathbf{x})$ sînt liniare:

$$g_i(\mathbf{x}) = a_{i1}x_1 + ... + a_{in}x_n - b_i, \quad f(\mathbf{x}) = c_1x_1 + ... + c_nx_n.$$

Teoria generală a **p.e.** studiază problema aflării extremumurilor (maximelor sau minimelor) ale funcționalelor în diferite spații funcționale.

*Calculul variaţional**, *teoria matematică a proceselor optime** sînt părţi ale acestei teorii generale. (→ şi *Criterii vectoriale de optim.*)

I. V. Nit

Problemă de repartiţie. Problemă specială de programare liniară de tipul *problemelor de transporturi**, care are multiple aplicaţii în planificare, conducere şi proiectare. Formularea unei **p.r.** este următoarea: să se afle minimul

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m} c_{ij}x_{ij}, \tag{1}$$

în condiţiile

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_{ij} = a_i,\ \ i_i = 1, \dots, m; \tag{2}$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j,\ \ j = 1, \dots, n; \tag{3}$$

$$x_{ij} \geqslant 0,\ \ i = 1, \dots, m;\ j = 1, \dots, n. \tag{4}$$

În condiţiile (2) şi (3) în locul egalităţilor pot figura şi inegalităţi. Problema (1) — (4) are variate interpretări economice, tehnice şi de altă natură.

Exemplu. Planificarea transportului unor produse interschimbabile. Să admitem că se cere să se întocmească un plan de transport al unei cantităţi de combustibil de diferite sorturi din punctele de producţie $B_1, \dots, B_n$ în punctele de consum $A_1, \dots, A_m$. Să notăm prin a_i cererea punctului i (în unităţi de energie termică), iar cu b_j — cantitatea de combustibil obţinut în punctul B_j. Vom considera că numărul de sorturi de combustibil coincide cu numărul punctelor de producţie. Coeficientul de randament termic a_{ij} depinde de sortul de combustibil (de categoria în care se încadrează punctele de producţie) şi de condiţiile de utilizare (de categoria în care se încadrează punctele de consum). Să admitem că x_{ij} este cantitatea de combustibil de sortul j livrată consumatorului i, iar c_{ij} — cheltuielile ocazionate de transportul unei tone de combustibil de sortul j către consumatorul i. Problema constă în alcătuirea celui mai raţional plan de transport al combustibilului, care să asigure satisfacerea cererii de energie termică a tuturor consumatorilor. Problema se încadrează în schema (1) — (4). Forma liniară (1) determină cheltuielile totale pentru transportul combustibilului. Restricţiile (2) înseamnă că cantitatea de combustibil transportată la punctul A_i în unităţi recalculate de randament termic este egală cu cererea acestui punct. Condiţiile (3), care în cazul de faţă este normal să le transpunem sub forma unor inegalităţi, înseamnă că cantitatea totală de combustibil, expediată spre toate punctele de consum din punctul de producţie j, nu depăşeşte stocurile de combustibil de sortul j.

În publicaţiile periodice, de specialitate, sînt reduse, de obicei, la o **p.r.** următoarele probleme: problema repartiţiei produselor între întreprinderi; problema repartiţiei avioanelor pe diferite linii aeriene; problema utilizării raţionale a parcului de maşini şi tractoare în întreprinderile agricole; problema repartiţiei macaralelor turn între şantierele de construcţie; problema planificării activităţii flotei fluviale; problema determinării structurii raţionale a balanţei energetice; problema repartiţiei suprafeţelor cultivate pe culturile agricole; problema amestecului raţional al produselor petroliere pentru obţinerea benzinelor cu caracteristici tehnice date şi multe alte probleme.

Pentru rezolvarea **p.r.** s-au elaborat o serie de metode convenabile. Cele mai eficiente dintre ele sînt: metodele care generalizează metoda ungară şi metoda potenţialelor pentru soluţionarea *problemei de transport*. Spre deosebire de problema de transport, la rezolvarea problemei de repartiţie apar dificultăţi suplimentare ocazionate de necesitatea de a asiura exprimarea planului optim în numere întregi.

D. B. Iudin

Bibl. 1. E. G. Golstein, D. B. Iudin, *Zadaci lineinogo programmirovania transportnogo tipa*, „Nauka", 1969; 2. E. B. Trius, *Zadaci matematiceskogo programmirovania transportnogo tipa*, „Sovietskoe radio", 1967.

Problemă de transporturi. Problemă cu privire la cel mai raţional plan de transport al unui produs omogen sau al unui set de produse interschimbabile de la punctele de producţie (staţiile de expediţie) la punctele de consum (staţiile de destinaţie). Reprezintă cel mai important model particular de programare liniară, cu vaste aplicaţii practice nu numai la problemele de transporturi.

P.t. se formulează în termenii următori: un produs omogen sau un set de produse interschimbabile se produc în m puncte de producţie A_1, $A_2, \ldots, A_m$. Se dă volumul producţiei a_i al punctului A_i. Produsul fabricat trebuie să fie transportat în n puncte de consum $B_1, \ldots, B_n$. Se cunoaşte cererea b_j al punctului B_j. Se dau, de asemenea, cheltuielile de transport c_{ij}, legate de transportul unei unităţi de produs din punctul A_i în punctul B_j. Se cere să se întocmească un plan de transporturi, care să asigure satisfacerea cererii tuturor punctelor de consum pe seama produsului fabricat în toate punctele de producţie cu minimizarea cheltuielilor de transport. Să notăm cu x_{ij} cantitatea de produs transportat din A_i în B_j. Atunci, expresia matematică a **p.t.** se reduce la minimizarea formei liniare:

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \tag{1}$$

în condițiile:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i, \quad i = 1, \ldots, m, \tag{2}$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, \ j = 1, \ldots, n, \tag{3}$$

$$x_{ij} \geqslant 0. \tag{4}$$

Condiția necesară și suficientă pentru rezolvarea problemei (1) — (4) este respectarea echilibrului producției și consumului, adică îndeplinirea egalității $\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$. Semnele de egalitate în condițiile (2)—(3) pot fi înlocuite prin inegalități. Asemenea modele se numesc modele de transport deschise. Ele se reduc la modele de tip (1)—(4) prin introducerea unui punct de producție fictiv sau a unui punct de consum fictiv. În schema (1)—(4) se încadrează și așa-numitele probleme de transport *cu interdicții*, în care nu fiecare două puncte A_i și B_j sînt legate prin mijloace de comunicație. Transporturile corespunzătoare x_{ij} sînt dinainte considerate egale cu zero. În cazul în care este necesar să se țină seama de capacitățile de tranzit limitate ale mijloacelor de transport, la condițiile (2)—(4) ale **p.t.** se adaugă restricții de tipul:

$$x_{ij} \leqslant d_{ij}. \tag{5}$$

Metodele de rezolvare a **p.t.** reprezintă interpretări compacte ale metodelor generale de programare liniară pentru structura extrem de simplă a matricei condițiilor. În fiecare coloană a matricei condițiilor **p.t.** (1)—(4) două elemente sînt unități, iar celelalte — zerouri. Una dintre unitățile de pe coloană este cuprinsă neapărat pe liniile matricei corespunzătoare punctelor de consum, iar cealaltă aparține liniei corespunzătoare unui punct de producție. Fiecărui plan al **p.t.** i se atașează un sistem de comunicații, de-a lungul căruia se efectuează transporturile. Planul **p.t.** este un plan de sprijin, dacă și numai dacă din comunicațiile pe care s-a planificat efectuarea transporturilor este imposibil să se alcătuiască un itinerar închis.

P.t. posedă următoarea proprietate importantă, adeseori utilizată în aplicaţii. Dacă volumul producţiei şi cel al consumului se exprimă în numere întregi, atunci orice plan de sprijin al problemei este determinat de un număr întreg de transporturi. Problema duală în raport cu **p.t.** (1)—(4), este problema de maximizare a formei liniare:

$$\sum_{j=1}^{n} b_j v_j - \sum_{i=1}^{m} a_i u_i \tag{6}$$

în condiţiile

$$v_j - u_i \leqslant c_{ij} \quad i = 1, \ldots, m;\ j = 1, \ldots, n. \tag{7}$$

Din teorema dualităţii decurge următorul principiu de optim al planului **p.t.** (1)—(4).

Planul (x^*_{ij}) al problemei (1)—(4) este soluţia ei optimă dacă şi numai dacă există potenţiale ale punctelor de producţie şi ale punctelor de consum, u^*_i şi v^*_j, care satisfac condiţiile:

$$v^*_j - u^*_i \leqslant c_{ij},\ i = 1, \ldots, m;\ j = 1, \ldots, n.$$

$$v^*_j - u^*_i = c_{ij} \text{ în cazul } x_{ij} > 0.$$

Cele mai eficiente metode finite de rezolvare a **p.t.** pot fi împărţite în două grupe, bazate, respectiv, pe metoda îmbunătăţirii succesive a planului *(→Metoda simplex)* şi pe metoda reducerii succesive a neconcordanţelor. Din prima grupă face parte *metoda potenţialelor,* din grupa a doua, *metoda ungară.*

Problema (1)—(4) se numeşte **p.t.** în formulare matriceală, întrucît condiţiile şi planurile ei sînt date sub formă de matrice. Se ia în consideraţie, de asemenea, formularea mai generală, aşa-numita *formulare în reţea* a **p.t.** Se studiază o reţea de transporturi cu un număr finit de linii de comunicaţie, care unesc punctele de producţie, punctele de consum şi punctele de transbordare. Fiecare punct este caracterizat printr-un număr S_i, care reprezintă volumul producţiei fabricate în acel punct. Pentru un punct de producţie, $s_i > 0$, pentru un punct de consum, $s_i < 0$, iar pentru un punct de transbordare, $s_i = 0$. Pentru fiecare reţea de comunicaţie se dau costurile transporturilor şi capacităţile de tranzit în ambele sensuri. Un transport este caracterizat prin volum şi prin direcţie. Problema constă în alcătuirea unui plan admisibil de transporturi (în condiţiile căruia pentru fiecare punct diferenţa dintre volumul produsului expediat şi al produsului primit este egală cu s_i, iar mărimile transporturilor nu depăşesc capacităţile de tranzit ale mijloacelor de comunicaţie respective), care să necesite cheltuieli de transport minime. **P.t.** enunțată sub formă matriceală poate fi considerată ca o problemă enunțată sub forma de rețea, în care lipsesc punctele de transbordare. Reciproc, orice **p.t.** enunțată sub formă de rețea se poate reduce la o problemă echivalentă enunțată sub forma matriceală, numai că dimensiunile problemei echivalente pot crește considerabil în comparație cu problema inițială. Orice metodă de rezolvare a **p.t.** enunțată sub forma matriceală se generalizează la probleme enunțate sub forma de rețea. În termenii **p.t.** enunțate sub formă matriceală sau sub formă de rețea se formulează un mare număr de probleme economice, tehnice și militare variate (problema ordonanțărilor, problema drumului celui mai scurt, problema fluxului maxim, problema repartiției pe obiective). O generalizare firească a problemei clasice de transporturi o constituie **p.t.** multiindexate, respectiv modelele de transport al unui produs neomogen cu diverse mijloace de transport.

D. B. Iudin

Bibl. 1. E. G. Golstein, D. B. Iudin, *Zadaci lineinogo programmirovania transportnogo tipa*, „Nauka", 1969; 2. E. B. Trius, *Zadaci matematiceskogo programmirovania transportnogo tipa*, „Sovietskoe radio", 1967.

Probleme de tip transport. Prin **p.t.t.** se înțelege acele probleme speciale ale *programării matematice**, la care matricele condițiilor sînt slab completate (ponderea elementelor nenule este mică) și care posedă anumite particularități de structură. Cea mai caracteristică, cea mai importantă și cea mai bine studiată problemă de acest gen este *problema de transport**, a cărei structură, semnificație a conținutului și principii de analiză au oferit temeiuri pentru reunirea unei serii de probleme speciale sub denumirea de **p.t.t.** Experiența acumulată dovedește că 80—90% din problemele de planificare, conducere și proiectare, rezolvate prin metodele de programare matematică sînt **p.t.t.**

În categoria **p.t.t.** se includ, de obicei: 1. *problemele de transport**; 2. problemele de alegere a destinației; 3. *problemele de repartiție**; 4. problemele de repartiție pe obiective; 5. problemele de deplasare cu centre intermediare ale prelucrării; 6. problemele de transport cu restricții suplimentare; 7. problemele de transport cu rezervare; 8. problemele fluxului maxim; 9. problemele celui mai scurt drum; 10. problemele multidimensionale de transport ș.a. Se studiază, de asemenea, variantele neliniare ale problemelor enumerate.

Variantele cele mai simple ale **p.t.t.** clasice sînt cele de transporturi cu capacități de transmitere limitate și de transport cu interdicții. Problemele de destinație reprezintă formal un caz particular al **p.t.t.**, în care volumul producției și al consumului tuturor nodurilor rețelei de transporturi sînt egale cu unitatea. Multe **p.t.t.**, ca de pildă problema de transporturi cu centre de transbordare (sau de prelucrare intermediară), problema de transporturi cu rezervare, pot fi reduse, într-o serie de cazuri cu ajutorul unor artificii, la problema clasică de transport. Problema liniară de repartiţie pe obiective se exprimă formal ca o problemă de transport. Matricea condiţiilor unei probleme de repartiţie, întocmai ca şi matricea condiţiilor problemei de transport, conţine în fiecare coloană cîte două elemente nenule, însă acestea nu trebuie să fie neapărat egale cu unitatea. Problema de flux maxim şi problema celui mai scurt drum se încadrează în categoria aşa-numitelor *probleme de transport în condiţii de reţea*. La asemenea probleme se reduc toate problemele referitoare la construcţia economicoasă a sistemelor de irigaţii, a reţelelor energetice, a conductelor de gaze, a conductelor de transport al ţiţeiului, a căilor ferate şi şoselelor, a liniilor de telecomunicaţii, problemele de organizare a aprovizionării, problemele de planificare în reţea, problemele de automatizare a proiectării subansamblelor maşinilor de calcul (montajul cu circuite imprimate, trasarea plachetelor etc.). Problemele multidimensionale de transport formalizează planificarea transporturilor unui produs neomogen cu diferite mijloace de transport. Specificul structurii restricţiilor **p.t.t.** permite să se simplifice substanţial metodele generale de programare liniară şi *programare convexă**. Forma deosebită a condiţiilor sugerează, de asemenea, căile de elaborare a unor scheme speciale de rezolvare, pentru care nu se pot afla analogii printre metodele generale de programare matematică. Semnificaţia conţinutului aplicaţiilor concrete joacă, de asemenea, un rol important la elaborarea metodelor de rezolvare a **p.t.t.** Metodele economicoase de rezolvare a acestora necesită cu mult mai puţin timp şi cu mult mai puţine celule de memorie decît metodele generale şi, în comparaţie cu acestea, permit să se rezolve probleme de dimensiuni cu mult mai mari.

Metodele de rezolvare a **p.t.t.** liniare sînt legate, într-un fel sau altul, de metodele de rezolvare (matriceale sau reţea) a problemei clasice a transporturilor. Algoritmii de rezolvare a problemelor de transport cu un număr mic de restricţii suplimentare, de formă generală, utilizează principiile *programării pe blocuri* şi *programării parametrice**. Metodele programării pe blocuri permit, de asemenea, să se reducă la analiza problemelor clasice de transporturi rezolvarea unei clase ample de probleme multidimensionale (aşa-numitele *probleme cu sume axiale*). Pînă în prezent însă nu există metode eficiente de cercetare a aşa-numitelor probleme multidimensionale de transporturi cu *sume planare*.

Dificultăţi suplimentare se ivesc la rezolvarea **p.t.t.** cu funcţii-obiectiv neliniare. Aici se utilizează metodele de căutare aleatoare, care ţin seama de specificul condiţiilor problemei. Pentru **p.t.t.** neliniare cu indicatori convecşi ai calităţii, s-a elaborat o metodă precisă de rezolvare care asigură reducerea necorelărilor și o metodă care generalizează metoda ungară de rezolvare a problemei clasice de transporturi.

În prezent există programe de rezolvare a unui șir de **p.t.t.** de dimensiuni destul de mari.

D.B. Iudin

Bibl. 1. E. G. Golstein, D. B. Iudin, *Zadaci lineinogo programmirovania transportnogo tipa*, „Nauka", 1969; 2. E. B. Trius, *Zadaci matematiceskogo programmirovania transportnogo tipa*, „Sovietskoe radio", 1967; 3. D. B. Iudin, E. G. Golstein, *Zadaci i metodî lineinogo programmirovania*, „Sovietskoe radio", 1964; 4. E. G. Golstein, D. B. Iudin, *Novie napravlenia v lineinom programmirovanii*, „Sovietskoe radio", 1966.

Probleme multiextremale. *Noțiuni de bază.* **P. m.** (polimodale) au început să fie intens studiate după ce elaborarea teoriei programării liniare și a celei convexe a fost practic încheiată. Aceasta se explică prin relativa complexitate a **p.m.** și prin deosebirea lor principială față de problemele din sfera de aplicare a programării liniare sau a celei convexe. Aproape toate metodele de rezolvare a problemelor liniare sau convexe, cu toată varietatea lor exterioară, se bazează pe o idee comună care se reduce la următoarele: Se ia un punct inițial admisibil și se caută, cu ajutorul unui procedeu de calcul sau al altuia, un alt punct, într-un anumit sens apropiat de primul și în care valoarea funcției obiectiv este mai apropiată de valoarea optimă decît în cel dintîi. Punctul găsit servește drept punct de pornire pentru repetarea procesului. La fiecare pas are loc o optimizare locală într-o mică vecinătate a punctului și succesiunea de îmbunătățiri locale conduce la rezolvarea problemei, adică la un punct care conferă funcției obiectiv o valoare extremală pe o mulțime admisibilă (extremum global). În acest sens problemele de programare liniară și convexă ar putea să fie numite uniextremale. Este larg cunoscută metoda simplex în programarea liniară, metoda simplex duală, diferitele variante ale metodei gradientului pentru rezolvarea problemelor de programare convexă ș.a. Toate acestea realizează, sub diverse forme, aceeași idee a optimizării locale într-o vecinătate mică.

Caracteristica principală a **p.m.** constă în aceea că o asemenea procedură locală de optimizare nu conduce, în general, la un extremum global. Pentru fixarea ideilor, în cele ce urmează ne vom ocupa de problema minimizării. În cazul **p.m.** procesul poate conduce numai la unul din multe minimuri locale. Punctul de minim local se caracterizează prin aceea că el dă un minim funcției obiectiv, dar nu neapărat pe întreaga mulțime admisibilă. Mulțimea de puncte inițiale admisibile, de la care, cu ajutorul procesului de minimizare locală, se poate obține un minim local dat, se numește „domeniu de atracție" al acestui minim local. Pentru a rezolva o **p.m.** trebuie găsit cel mai mic dintre minimele locale.

Un asemenea minim se numeşte minim global. În cazul general, el nu poate fi găsit făcîndu-se apel numai la metode locale. Metoda locală va conduce la minimul global numai dacă punctul iniţial aparţine domeniului său de atracţie.

Punerea generală a problemei şi metodele generale. 1. În forma sa cea mai generală, **p.m.** poate fi formulată ca o problemă de găsire a minimului global al funcţiei $f(\mathbf{x})$ pe mulţimea M din spaţiul n-dimensional E_n, cînd funcţiei f şi mulţimii M nu li se impun nici un fel de alte condiţii (de tipul liniarităţii, al convexităţii etc.). În acest caz minimele locale corespund „văilor“ din graficul funcţiei $f(\mathbf{x})$ sau „crestelor“ mulţimii neconvexe M. Evident că într-o asemenea formulare generală a problemei nu este posibilă o analiză serioasă a **p.m.** Totuşi acest tip de probleme este comod pentru a ilustra ideea unei metode generale de rezolvare a **p.m.** Dacă minimul global este—printre minimele locale — sensibil mai mic decît celelalte, atunci este mare probabilitatea ca el să fie găsit netezind într-un anumit sens funcţia de minimizat $f(\mathbf{x})$. O realizare a acestei idei se găseşte, de exemplu, în [1]. Rolul de factor de netezire îl joacă „zgomotul“ suprapus pe procesul determinat de căutare şi care reprezintă un proces stochastic ce dă „impulsuri“ suplimentare punctului **x** aflat într-o „vale“ locală. Sub acţiunea unor asemenea impulsuri, punctul **x** poate să treacă peste bariera care desparte domeniul de atracţie al minimului local de mulţimea unde $f(\mathbf{x})$ continuă să scadă. 2. O clasă de **p.m.** importantă din punctul de vedere al aplicaţiilor economice sînt aşa-numitele probleme de programare concavă. Această denumire s-a statornicit pentru problemele la care mulţimea admisibilă M este un poliedru convex, iar funcţia $f(\mathbf{x})$ este convexă în sus (este vorba de o problemă de minimizare). Funcţia $f(\mathbf{x})$ se numeşte convexă în sus sau concavă dacă graficul ei nu se situează sub nici o coardă a sa. Din definiţie rezultă imediat că graficul unei funcţii convexe în sus nu poate avea „văi“ şi „creste“ succesive. Totuşi problema minimizării unei funcţii convexe în sus pe o mulţime poliedrică convexă este o **p.m.**, deoarece şi aici există minime locale. Totuşi, în problemele de programare concavă minimele locale se pot afla numai în punctele extreme ale mulţimii M. De aceea, pentru găsirea minimului global, este suficient să se analizeze mulţimea de vîrfuri ale poliedrului.

Matematicianul vietnamez Hoang Tui a propus o metodă generală de rezolvare a problemelor de programare concavă, bazată pe ideea *retezării* [2]. În principiu, deşi această metodă permite să se găsească soluţia optimă a oricărei **p.m.** de programare concavă, nu se poate considera că problema metodelor programării concave este închisă. Eficienţa metodei retezării [2] nu este cercetată În particular, aici există pericolul de degenerare în triere totală. În acest caz metoda nu oferă nici un fel de avantaj în comparaţie cu examinarea succesivă a tuturor vîrfurilor şi cu compararea valorilor funcţiei obiectiv în aceste vîrfuri. Aplicabilitatea practică a metodei la rezolvarea problemelor din această clasă va fi lămurită numai prin experienţa de calcul.

Problemele multiextremale în economie. Ca urmare a formalizărilor posibile, multe probleme economice importante conduc la **p.m.** de un tip sau altul. Spre exemplu, este bine cunoscută problema amplasării optime a producţiei care generează o **p.m.** clasică de programare concavă [3], [4]. Problemele discrete (în particular, cu numere întregi), larg răspîndite în domeniul conducerii şi al dezvoltării producţiei, în teoria ordonanţării, în planificarea calendaristică etc., sînt, într-un anumit sens, **p.m.** De aceea, programarea discretă (cu metodele sale), ramură a programării matematice, joacă un rol important în crearea unor algoritmi eficienţi de rezolvare a **p.m.**

B. I. Aleinikov

Bibl. 1. R. Z. Hasminski, *Primenenie sluceainogo şumă v zadaceah optimizaţii i opoznania*, „Problemî peredaci informaţii" no. 3, 1965; 2. Hoang Tui, *Vognutoe programmirovanie pri lineinîh ograniceniah*, „Dokladî Akademii Nauk SSSR", v. 159, no. 1, 1964; 3. B. I. Aleinikov, *Zadacea optimalnogo razmeşcenia proizvodstva produkţii odnogo vida*, „Ekonomika i matematiceskie metodî", vol. II, fas. 2, 1966; 4. V. P. Cerenin, V. R. Haceaturov, *Reşenie metodom posledovatelnîh rascetov odnogo klassa zadaci o razmeşcenii proizvodstva*, „Ekonomika i matematiceskie metodî", fas. 2, „Nauka", 1965.

Proces Markov. Proces stochastic $\xi(t)$ a cărui proprietate distinctivă constă în aceea că, pentru o anumită valoare $\xi(t_1) = s_1$, mărimile aleatoare $\xi(t)$, $t > t_1$ nu depind de valorile $\xi(u)$, calculate pentru orice $u \leqslant t_1$. Cu alte cuvinte, se presupune că, *dacă prezentul este cunoscut, viitorul nu depinde de trecut.*

Clasificarea **p.M.** este determinată de natura spaţiului stărilor S şi de parametrul de timp T. Se disting următoarele clase de **p.M.**:

1. **P.M.** discrete în spaţiul stărilor S şi în timpul T.

Fie ca şirul $\xi(0) = s_0$, $\xi(1) = s_1$ ..., reprezintă în spaţiul de fază S mulţimea finită sau numerabilă a stărilor posibile ale unui sistem fizic (de exemplu, un proces tehnologic de producţie, o întreprindere, o ramură a economiei naţionale etc.). În fiecare dintre stările posibile $s_0, s_1, \dots$, sistemul se poate afla la un moment $n = \{0, 1, 2, \dots\}$. Dacă $\mathbf{P}\{\xi(n) = s_n/\xi(n-1) = s_{n-1}, \dots, \xi(0) = s_0\}$ este probabilitatea ca în momentul n să aibă loc $\xi(n) = s_n$ cu condiţia ca în momentele anterioare $\xi(n-1) = s_{n-1}, \dots, \xi(0) = s_0$, atunci se numeşte *lanţ Markov* succesiunea de stări $\{s_0, s_1, \dots\}$ ale procesului studiat pentru care $\mathbf{P}\{\xi(n) = s_n/\xi(n-1) = s_{n-1}, \dots, \xi(0) = s_0\} = \mathbf{P}\{\xi(n) = s_n/\xi(n-1) = s_{n-1}\}$. Numărul $p_{ij} = \mathbf{P}\{\xi(n) = j/\xi(n-1) = i\}$, $i, j = 0, 1, 2, \dots$, se numeşte *probabilitatea de* *trecere* a sistemului din starea i în starea j, efectuată de sistem într-un pas. Aici $p_{ij} \geqslant 0$ pentru toţi i, j şi $\sum_{j=0}^{\infty} p_{ij} = 1$, $i = 0, 1, 2, \ldots,$; s_j este înlocuit prin indici întregi $j = \{0, 1, 2, \ldots\}$.

Matricea $\mathbf{P} = (p_{ij})$, $i, j = 0, 1, 2, \ldots$ se numeşte *matricea probabilităţilor de trecere*. Pentru o mulţime numărabilă de stări, această matrice pătrată este de ordin infinit, iar pentru o mulţime finită ordinul ei este egal cu numărul de stări.

Un lanţ Markov se numeşte omogen dacă probabilităţile de trecere nu depind de momentul n, adică $p_{ij}(n) = p_{ij}$, $i, j = 0, 1, 2, \ldots$ Asemenea probabilităţi de trecere se numesc *staţionare*.

Pentru a descrie complet un lanţ Markov omogen într-o singură iteraţie este suficient să cunoaştem:

a) $p(i) = \mathbf{P}\{\xi(0) = i\}$, repartiţia stărilor iniţiale ale procesului; b) $\mathbf{P} = (p_{ij})$, matricea probabilităţilor de trecere. Dacă în momentul iniţial sistemul se află în starea i cu probabilitatea $p(i)$, atunci probabilitatea necondiţionată a faptului că în momentul $t=n$ sistemul se va afla în starea j se calculează după formula $p_j^{(n)} = \sum_{i=0}^{\infty} p(i)\, p_{ij}^{(n)}$. Fie ν o stare intermediară a sistemului, $p_{i\nu}^{(m)}$, probabilitatea ca trecerea din starea „iniţială" i în starea ν să aibă loc în m paşi, iar $p_{\nu j}^{(k)}$, probabilitatea de trecere din starea ν în starea j în k paşi. Atunci este satisfăcută ecuaţia lui Kolmogorov-Chapman: $p_{ij}^{(m+k)} = \sum_{\nu} p_{i\nu}^{(m)} p_{\nu j}^{(k)}$. Pentru un proces Markov omogen are loc următoarea relaţie:

$\pi_n = \pi_0 \mathbf{P}^n$, în care $\pi_n = p_1^n, p_2^n, \ldots, p_r^{(n)}$

este repartiţia probabilităţilor valorilor $\xi(t)$, în al n-lea pas, $\mathbf{P} = (p_{ij})$, iar π_0 este repartiţia iniţială.

Se disting următoarele stări ale lanţurilor Markov:

1) neesenţiale, dacă pentru $t_0 > 0$, $p_{ij}(t_0) > 0$ şi $p_{ij}(t_0) = 0$, pentru orice t întreg: 2) comunicante, dacă există numere întregi $t > 0, l > 0$, astfel încît $p_{ij}(t) > 0$ şi $p_{ij}(l) > 0$; 3) absorbante, dacă $p_{ii} = 1$; $p_{ij} = 0$, $i \neq j$; 4) mulţimea de stări S se numeşte *închisă* dacă din orice stare a mulţimii S este imposibilă o trecere într-un pas în orice stare a mulţimii $\overline{S}$, complementul lui S.

Un lanţ Markov se numeşte *decompozabil* dacă spaţiul stărilor conţine mai mult decît două mulţimi închise [1].

2. P.M. discrete în spaţiul stărilor S şi continue în timp.

Dacă trecerea sistemului dintr-o stare în alta este posibilă în orice moment t, iar probabilitatea $p_{ik}(t_1, t_2)$ de trecere a sistemului din s_i în momentul t_1 în starea s_k în momentul $t_2 > t_1$ nu depinde de comportamentul sistemului înainte de momentul t_1, atunci procesul stochastic $\xi(t)$ se numește **p.M.** cu un număr finit sau numărabil de stări, continuu în timp.

Probabilitatea $p_j(t)$ ca în momentul t sistemul să se afle într-una din stările posibile j, repartiția inițială a probabilităților fiind p_i°, $i = 1, 2, \ldots$ se calculează după formula $\sum\limits_i p_i^0 p_{ij}(t)$, $j = 1, 2, \ldots$, în care $p_{ij}(t)$ satisface relația $p_{ij}(t+s) = \sum p_{ik}(t)\, p_{kj}k(s)$, $i, j = 1, 2, \ldots, p_{ij}(0) = \begin{cases} 1, & i = j. \\ 0, & i \neq j. \end{cases}$

În anumite condiții [3] $P_{ij}(t)$ satisface ecuațiile diferențiale ale lui Kolmogorov:

$$p'_{ij}(t) = \sum_k \lambda_{ik} p_{kj}(t) \text{ — (sistemul direct) și}$$

$$p'_{ij}(t) = \sum_k p_{ik}(t) \lambda_{kj} \text{ — (sistemul invers),}$$

în care λ_{ij} este densitatea de trecere. Numeroase probleme de teoria firelor de așteptare sînt exemple de asemenea procese Markov.

3. **P.M.** continue atît în spațiul de stări S', cît și în timp T. **P.M.** continue se întîlnesc în studiul proceselor de difuzie, a căror proprietate distinctivă constă în aceea că stările unui asemenea proces se schimbă într-un interval de timp Δt oricît de mic.

Procesele de difuzie se studiază cu ajutorul ecuației lui Kolmogorov, în care necunoscutele sînt probabilitățile de trecere (pentru ecuația inversă) și densitatea probabilităților de trecere (pentru ecuația directă) [7]. Dintre toate clasele de procese stochastice, **p.M.** sînt cel mai bine studiate, atît din punct de vedere teoretic, cît și din punct de vedere aplicativ. În ultimul timp, **p.M.** sînt utilizate pe scară largă pentru studiul unor sisteme complexe cu diverse destinații [8].

A. I. Zenkin

Bibl. 1. A. N. Kolmogorov, *Țepi Markova so scetnîm cislom vozmojnih sostoianii*, Biulleten M.G.U., 1, nr. 3, 1937; 2. V. I. Romanovski, *Diskretnîe țepi Markova*, Gostehizdat, 1949; 3. I. A. Rozanov, *Sluceainîe proțessî*, „Nauka", 1971; 4. G. Kemenyi, G. Snell, *Finite Markov Chains*, Princeton University Press, 1960; 5. A. T. Bharucha-Reid, *Elements of the Theory of Markov Processes and their Applications*, John Wiley, 1958; 6. S. Karlin, *First Course in Stochastic Processes*, Academic Press, 1966; 7. I. V. Prohorov, I. A. Rozanov, *Teoria veroiatnostei*, „Nauka", 1967; 8. N. P. Buslenko, V. V. Kalașnikov, I. N. Kovalenko, *Lecții po teorii slojnîh sistem*, „Sovietskoe radio", 1973.

Proces stochastic (aleator). Schimbare în timp a oricărui sistem fizic, determinată de influența unor factori întîmplători necontrolabili.

Din punct de vedere analitic, **p.s.** sau aleator se definește printr-o funcție reală finită $\xi(t)$, $t \in T$, ale cărei valori formează un șir aleator $\xi(t_i) = x_i$, $i = 1, 2, \ldots$. **P.s.** poate fi privit ca o funcție de două variabile $\xi(t, \omega)$, în care ω este un punct în spațiul evenimentelor elementare: $\omega \in \Omega$. Dacă ω este fixat, funcția stochastică $\xi(t)$, $t \in T$ reprezintă realizarea sau traiectoria **p.s.** respectiv. Realizarea este un **p.s.**, observat în cazul unui rezultat dat ω. Se numesc stări ale sistemului stochastic valorile funcției stochastice $\xi(t_0) = s_0\xi(t_1) = s_1, \ldots, \xi(t_n) = s_n$, iar $s = (s_0, s_1, \ldots, s_n)$ este spațiul stărilor.

Natura lui S, T și funcția comună de repartiție a termenilor șirului aleator $\xi(t_i) = x_i$ determină tipurile și clasele **p.s.** Se disting următoarele tipuri de **p.s.**: **p.s.** *de tip general,* dacă t și ξ (t) iau valori continue; **p.s.** *discret,* dacă t este continuu și $\xi(t)$ ia valori discrete; șir stochastic de tip general, dacă t este discret și $\xi(t)$ ia valori continue; șiruri stochastic discrete, dacă t și $\xi(t)$ sînt discrete. Caracteristicile probabilistice ale **p.s.** sînt perfect definite prin funcția comună de densitate a probabilității valorilor:

$$\xi(t_i) = x_i, \quad i = 1, 2, \ldots, n;$$

$$p_n(x_1, x_2, \ldots, x_n);$$

$$(t_1, t_2, \ldots, t_n) = p\{\xi(t_1) \leqslant x_1, \ldots, \xi(t_n) \leqslant x_n\}. \tag{1}$$

Probabilitatea $p_n \, \mathrm{d}x_1 \ldots \mathrm{d}x_n$ caracterizează respectarea condițiilor

$$x_1 < \xi(t_1) < x_1 + \mathrm{d}x_1, \ldots, x_n < \xi(t_n) < x_n + \mathrm{d}x_n.$$

Dacă $n = 1$ avem o lege unidimensională de repartiție pentru $\xi(t_1)$, adică $p_1(x_1, t_1)$; dacă $n = 2$, legea de repartiție este bidimensională $p_2(x_1, t_1, x_2, t_2)$ pentru $\xi(t_1), \xi(t_2)$ în diferite momente t_1, t_2 etc.

Împărțirea pe clase a **p.s.** se bazează pe proprietățile lor esențiale, integral determinate de familia de repartiții cu un număr finit de dimensiuni ale repartițiilor (1) ale procesului respectiv [1].

Se consideră că un **p.s.** este normal distribuit dacă legile de repartiție ale termenilor șirului urmează legea normală.

Dacă termenii șirului aleator sînt independenți, atunci

$$p_n(x_1, x_2, \ldots, x_n;\ t_1, t_2, \ldots, t_n) = p_1(x_1, t_1)\ p_2(x_2, t_2) \ldots p_n(x_n t_n). \tag{2}$$

Dacă dependența dintre termenii șirului aleator se referă la un număr redus de termeni vecini, atunci procesul se numește proces Markov și

$$p_n(x_1, x_2, \ldots, x_n;\ t_1, t_2, \ldots, t_n) = p_1(x_1, t_1) \prod_{i=1}^{n} p_2(x_i t_i / x_{i-1},\ t_{i-1}). \tag{3}$$

Dacă dependenţa dintre termenii $\xi(t_i) = x_i$, $i = 1, 2, \ldots$ este de o asemenea natură, încît pentru orice mulţime $t_1 < t_2 < \ldots < t_n$ $(n > 3)$ diferenţele $\xi(t_2) - \xi(t_1), \ldots, \xi(t_n) - \xi(t_{n-1})$ sînt reciproc independente, procesul aleator se numeşte cu incremente independente. Dacă expresiile pentru funcţiile de repartiţie de orice ordin nu depind de poziţia punctului iniţial de referinţă procesul se numeşte staţionar şi

$$p_n(x_1, x_2, \ldots, x_n; t_1, t_2, \ldots, t_n) = p_n(x_1, x_2, \ldots, x_n; t_1 + \tau, \ldots, t_n + \tau),$$

în care τ este deplasarea valorilor $t_1, t_2, \ldots, t_n$.

Speranţa matematică şi dispersia **p.s.** staţionare nu depind de timp şi sînt constante, iar funcţia de corelaţie a procesului depinde numai de deplasarea $t_i - t_{i-1} = \tau$. Asemenea procese se numesc staţionare în sens larg. **P.s.** $\xi(t)$ se numeşte proces cu increment staţionar, dacă oricare ar fi τ, Δ, fixate, $\xi(t) - \xi(t - \tau)$ este un **p.s.** staţionar.

Subclasa de **p.s.** staţionare pentru care media mulţimii de realizări, adică speranţa matematică, este egală cu o probabilitate egală cu unitatea, cu media în timp, se numeşte **p.s.** ergodic.

A. I. Zenkin

Bibl. 1. I. Rozanov, *Sluceainîie proţessî*, „Nauka", 1971; 2. B. V. Gnedenko, *Kurs teorii veroiatnostei*, Fizmatghiz, 1961.

Produs intermediar. Parte a produsului social total destinată compensării consumului productiv curent de obiecte ale muncii. Din punctul de vedere al rezultatului final al procesului reproducţiei sociale, exprimat prin mărimea *produsului final**, **p.i.** reprezintă înregistrarea repetată a producţiei produse şi consumate în decursul unui ciclu de producţie. În acelaşi timp, **p.i.** reflectă circuitul de producţie real în procesul producţiei materiale, care trebuie luat în consideraţie pentru planificarea proporţiilor materiale ale procesului de reproducţie. Mărimea totală a **p.i.** este egală cu valoarea totală a fluxurilor de obiecte ale muncii între ramuri, reprezentate în primul cadran al *balanţei legăturilor dintre ramuri**.

Din punct de vedere material, produsul intermediar este mai mic decît fondul de înlocuire cu mărimea înlocuirii fondurilor de producţie fixe scoase din funcţiune. În expresie valorică, produsul intermediar se obţine scăzînd din cheltuielile materiale totale în cadrul produsului social total cotele de amortizare din sfera producţiei materiale.

E. F. Baranov

Produs social final. Parte a produsului social total, care caracterizează rezultatul final al procesului producţiei sociale.

P.s.f. este alcătuit din producţia ramurilor producţiei materiale destinată consumului neproductiv—individual şi social—, pentru acumularea fondurilor fixe şi circulante, înlocuirea fondurilor fixe scoase din funcţiune şi cuprinde, de asemenea, soldul dintre export şi import. **P.s.f.** depăşeşte mărimea venitului naţional utilizat pentru consum şi acumulare cu valoarea de înlocuire a fondurilor fixe ieşite din funcţiune şi cu soldul dintre export şi import. Echivalentul valoric al **p.s.f.** este mărimea producţiei convenţional nete, produse în economia naţională (venitul naţional creat plus cotele de amortizare din sfera productivă). Suma **p.s.f.** şi *a produsului intermediar** formează valoarea totală a produsului social total.

P.s.f. este unul dintre elementele cele mai importante ale *balanţei legăturilor dintre ramuri** a producţiei şi repartiţiei produselor şi ale *macromodelelor creşterii economice.*

E. F. Baranov

Prognoză (în planificarea economiei naţionale). Etapă ştiinţifico-analitică a procesului de planificare a economiei naţionale. Sarcinile principale ale **p.** la elaborarea planurilor economice sînt: a. analiza ştiinţifică a proceselor şi tendinţelor sociale, economice şi ştiinţifico-tehnice, a legăturilor obiective dintre fenomenele social-economice în condiţii istorice concrete, estimarea situaţiei existente şi determinarea problemelor esenţiale ale dezvoltării economice; b. estimarea acţiunii acestor tendinţe în viitor şi previziunea unor noi situaţii economice, a unor noi probleme care necesită a fi rezolvate; c. identificrea alternativelor posibile de dezvoltare în perspectivă pentru alegerea fundamentată a unei anumite posibilităţi de dezvoltare şi adoptarea unei decizii de plan optime.

P. schiţează domeniul şi posibilităţile în cadrul cărora pot fi formulate sarcini şi obiective realiste, identifică orientările, care trebuie să devină obiect de studiu şi de adoptare a deciziilor de plan. În cadrul ei se examinează variantele de intervenţie activă asupra factorilor obiectivi ai dezvoltării viitoare. **P.** au un caracter preliminar, de variante, iar orizontul lor nu se limitează la perioada de plan. Datele **p.** servesc ca material de pornire pentru realizarea etapei următoare a procesului de planificare — alegerea obiectivelor dezvoltării într-o anumită perioadă de plan şi elaborarea concepţiei economico-politice a planului de perspectivă.

Prin urmare, elaborarea **p.** şi alcătuirea planului sînt etape corelate între ele ale activităţii de planificare în procesul general de planificare a economiei naţionale. O trăsătură distinctivă esenţială a planului constă în faptul că el, fiind un rezultat al tuturor categoriilor şi etapelor lucrărilor de planificare, trebuie să fie calitativ univoc, să fie orientat spre realizarea obiectivelor deja alese; în esenţă, el stabileşte o variantă calitativă de realizare a obiectivelor, cea mai acceptabilă (optimă) în condiţiile economice date, ţinînd seama şi de cerinţele dezvoltării eficiente în perioada de perspectivă, care urmează după perioada de plan. În acest context **p.** poate fi apreciată ca un stadiu de predirectivă a activităţii de planificare. Ea nu-şi propune anumite sarcini concrete, dar conţine materialul necesar pentru elaborarea acestora.

P. economice pot fi pe termen scurt (pînă la 3 ani), pe termen mijlociu (de obicei pe 5—7 ani) şi pe termen lung (peste 10 ani). Orizontul de timp al fiecărei **p.** concrete este determinat în funcţie de caracterul problemei; **p.** complexe ale dezvoltării economice se elaborează ţinînd seama de orizonturile şi duratele de elaborare a planurilor economiei naţionale. În procesul planificării se elaborează **p.** ale îndeplinirii planului de perspectivă în vigoare, ale căror rezultate oferă baza de pornire pentru planificarea în perioada de perspectivă următoare; **p.** pe durata perioadei de planificare viitoare, ale căror rezultate sînt utilizate ca material ştiinţific pentru elaborarea planului următor; **p.** pe durate ce depăşesc perioada de plan următoare, care dau estimarea consecinţelor deciziilor de plan adoptate şi care scot la iveală condiţiile şi problemele noi ale dezvoltării într-o perspectivă îndepărtată.

În planificarea economiei naţionale, se utilizează un sistem de **p.**: **p.** demografice; **p.** ale dezvoltării ştiinţei şi tehnicii; **p.** ale resurselor naturale şi ale atragerii lor în circuitul economic, ale modificării stării biosferei sub influenţa dezvoltării producţiei, a urbanizării şi a altor factori; **p.** sociale (sociologice); **p.** economice. Acestea din urmă, la rîndul lor, cuprind un complex de **p.** din următoarele domenii principale: 1. resursele de muncă, utilizarea şi reproducţia acestora, productivitatea muncii; 2. reproducţia avuţiei sociale şi, în primul rînd, a fondurilor fixe de producţie; 3. nivelul de trai al populaţiei, formarea necesităţilor neproductive, volumul şi structura consumului populaţiei, dinamica şi structura veniturilor populaţiei; 4. dinamica economiei naţionale şi deplasările structurale (ritmurile, proporţiile economice generale şi eficienţa dezvoltării economiei naţionale); 5. dezvoltarea sferelor şi ramurilor economiei naţionale, volumul, dinamica, componenţa şi nivelul tehnic al producţiei obţinute, perfecţionarea aparatului de producţie al ramurilor, legăturile dintre ramuri; 6. amplasarea teritorială a producţiei, punerea în valoare a resurselor naturale şi dezvoltarea regiunilor economice ale ţării, formarea complexelor teritoriale de producţie, legăturile economice interregionale; 7. prognozele dezvoltării economiei mondiale şi a legăturilor economice externe ale ţării; 8. perfecţionarea mecanismului economic de funcţionare a economiei naţionale, dezvoltarea sistemului de conducere planificată a economiei naţionale. Domeniile enumerate ale **p.** sînt legate între ele şi se condiţionează reciproc. **P.** în domeniul ştiinţei şi tehnicii, al resurselor naturale şi al populaţiei caracterizează potenţialul ştiinţific şi resursele iniţiale necesare pentru dezvoltarea producţiei în perspectivă. Rolul **p.** sociale este întrucîtva diferit: rezultatele lor ajută să se formuleze unele obiective generale ale dezvoltării social-economice. Din punctul de vedere al formulării obiectivelor dezvoltării în perspectivă au importanţă, de asemenea, **p.** ştiinţifico-tehnice, cele demografice, parţial **p.** resurselor naturale. Într-adevăr, dezvoltarea ştiinţei, creşterea populaţiei, utilizarea intensivă a bogăţiilor naturale nu numai că deschid noi posibilităţi în faţa producţiei, dar ridică anumite cerinţe în faţa economiei naţionale (alocarea de resurse materiale, pregătirea cadrelor, modificarea structurii producţiei etc.). La rîndul lor, rezultatele **p.** economice permit caracterizarea condiţiilor economice ale dezvoltării ştiinţei şi tehnicii, a acţiunii proceselor demografice, a resurselor posibile pentru punerea în valoare a bogăţiilor naturale. De aceea, **p.** în domeniul ştiinţei şi tehnicii, populaţiei şi resurselor naturale pot şi trebuie să fie precizate după rezultatele estimării în perspectivă a dezvoltării producţiei, ale estimării resurselor pentru acumulare, consum etc.

În sfîrşit, există o anumită legătură reciprocă şi între **p.** care joacă rolul de **p.** de bază în raport cu cele economice propriu-zise. De pildă, gradul de asigurare cu resurse naturale influenţează într-un anumit mod orientarea cercetărilor ştiinţifice şi elaborarea mijloacelor tehnice şi a tehnologiei; de ritmul şi caracterul modificării numărului populaţiei depinde procesul de punere în valoare a teritoriilor şi, drept urmare, procesul de exploatare a bogăţiilor naturale situate pe aceste teritorii (→ *Planificare social-economică*).

V. V. Kiricenko

Bibl. 1. *Naucinîie osnovî ekonomiceskogo prognoza*, „Mîsl", 1971; 2. *Metodologhia prognozirovania ekonomiceskogo razvitia SSSR*, „Ekonomika", 1971; 3. *Planirovanie narodnogo hozeaistva SSSR*, „Ekonomika", 1968.

Program. Plan al procesului de prelucrare automată a informaţiei la calculatorul electronic. În raport cu un anumit echipament electronic concret, **p.** întocmit în limbajul acestui echipament se numeşte **p.** *de lucru* (obiect), iar **p.** întocmit într-un alt limbaj de programare se numeşte **p.** *iniţial* (sursă), întrucît pentru rezolvarea unei probleme un asemenea **p.** trebuie mai întîi introdus într-un *translator* (compilator)*, care îl va transforma într-un **p.** de lucru executabil.

K. S. Kuzmin

Programare convexă. Capitol al *programării neliniare**, în care se studiază problemele de *minimizare a funcțiilor convexe* (*de maximizare a funcțiilor concave*) pe o mulțime *convexă*, dată printr-un sistem de inegalități.

În teoria **p.c.**, ca problemă fundamentală se examinează problema aflării vectorului $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, care satisface condițiile:

$$x_j \geqslant 0, \; j = 1, 2, \ldots, n, \tag{1}$$

$$g_i(\mathbf{x}) \leqslant 0, \; i = 1, 2, \ldots, m \tag{2}$$

și asigură *minimul global* al funcției f. Funcțiile date $f, g_1, g_2, \ldots, g_m$, definite pe niște vectori n-dimensionali $\mathbf{x}$ cu componente nenegative, se presupun convexe.

Vectorii care satisfac condițiile (1) și (2) se numesc *admisibili* iar vectorii căutați, *optimi*.

În problemele de **p.c.**, pentru optimalitatea vectorului admisibil, este suficient ca el să fie cel mai bun dintre vectorii admisibili din vecinătatea sa. Aceasta înseamnă că această clasă de probleme de programare neliniară nu conține *probleme multiextremale**. Legătura dintre aceste probleme și funcțiile Lagrange corespunzătoare

$$L(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = f(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^{m} u_i g_i(\mathbf{x}),$$

definite pe perechile de vectori $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ și $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \ldots, u_m)$ cu componente nenegative ($\mathbf{x} \geqq 0$, $\mathbf{u} \geqq 0$), se dovedește cu mult mai profundă decît în cazul general. În anumite condiții suplimentare (dintre care cea mai simplă este ipoteza cu privire la existența vectorului admisibil $\mathbf{x}$ în așa fel încît, $g_i(\mathbf{x}) < 0$, $i = 1, 2, \ldots, m$) pentru problemele de **p.c.** este adevărată *teorema Kuhn-Tucker: condiția necesară și suficientă a optimalității vectorului* $\mathbf{x}^0 \geqq 0$ este existența vectorului $\mathbf{u}^0 \geqq 0$, în așa fel încît perechea $\mathbf{x}^\circ$ și $\mathbf{u}^0$ să fie pereche șa pentru funcția Lagrange corespunzătoare, $\mathbf{x} \geqq 0$, $\mathbf{u} \geqq 0$.

Pentru problemele de **p.c.** s-au elaborat o serie de metode numerice eficiente. În unele dintre ele, problema inițială se înlocuiește prin problema aflării punctului șa al funcției Lagrange. Asemenea probleme sînt, de regulă, legate de ideile clasice ale *celei mai rapide descreșteri*. În alte metode se utilizează nemijlocit împrejurarea că în problemele de **p.c.** este suficient să se afle acel vector admisibil, care este cel mai bun dintre vectorii admisibili din *vecinătatea* sa. Varietatea metodelor este determinată aici de numărul mare de procedee diferite de construire a seriilor de vectori admisibili, care minimizează monoton funcția obiectiv. În aceste metode, la fiecare pas, cu ocazia alegerii direcţiei mişcării, se rezolvă, de regulă, o problemă ajutătoare de **p.c.**, cu mult mai simplă decît problema iniţială (într-o serie de metode, o problemă de *programare liniară*). În unele dintre aceste metode mişcarea are loc în domeniul admisibil *(metodele direcţiilor posibile)*, în altele se admite ieşirea din acest domeniu cu reîntoarcerea ulterioară la frontieră *(metodele proiecţiilor gradientului)*. Această abordare permite, de asemenea, să se rezolve problemele în care funcţiile $g_1, g_2, \ldots, g_m$ nu sînt convexe, însă mulţimile determinate de condiţiile $g_i(\mathbf{x}) \leqslant 0$ sînt convexe.

În *metodele penalizărilor**, aflarea vectorului optim în problema iniţială se reduce la rezolvarea succesivă a unor probleme ajutătoare de extremum necondiţionat. Funcţiile minimizate în aceste probleme se obţin prin adăugarea la funcţia f a penalizărilor pentru încălcarea restricţiilor (1) şi (2).

Dintre metodele generale de rezolvare a problemelor de **p.c.** vom mai releva, de asemenea, clasa importantă a *metodelor de secţiune (retezare)*, în care mulţimea realizabilă din vecinătatea soluţiei se aproximează printr-o serie de poliedri introduşi. Datorită acestui fapt, problemele ajutătoare pot fi rezolvate la fiecare pas prin metode de programare liniară.

În practica economică se întîlnesc adeseori probleme de minimizare a unei funcţii convexe cu restricţii liniare. Pentru asemenea probleme s-au elaborat o serie de metode speciale, care se bazează în mod substanţial pe metodele de programare liniară. În speţă, pentru minimizarea unei *funcţii pătratice convexe*, există algoritmi finiţi. O altă clasă importantă o formează aşa-numitele *probleme separabile de* **p.c.** În aceste probleme funcţiile f şi g_i sînt reprezentate sub forma unor sume de funcţii convexe de o variabilă. După o aproximare liniară pe porţiuni convenabilă a fiecăreia dintre funcţii, aceste probleme pot fi rezolvate aproximativ prin metode de programare liniară

G. Ş. Rubinstein, A. A. Kaplan

Bibl. 1. S. I. Zuhoviţki, L. I. Avdeeva, *Lineinoe i vîpukloe programmirovanie*, „Nauka", 1964; 2. K. J. Arrow, L. Hurwicz, H. Uzawa, *Studies in Linear and Nonlinear Programming*, Stanford University Press, 1958; 3. G. Zoutendijk, *Methods of Feasible Directions. A Study in Linear and Nonlinear Programming*, Elsevier Pub. Co., 1960, 4. G. Hadley, *Nonlinear and Dynamic Programming*, Addison-Wesley Publishing Co., 1964; 5. A.V. Fiacco, G. P. McCormick, *Nonlinear Programming*, Wiley, 1968.

Programare dinamică. Domeniu al matematicii care elaborează teoria şi metodele numerice de aflare a unor comenzi în mai mulţi paşi, optime în raport cu o anumită funcţie obiectiv. **P.d.** este o parte a programării matematice, fiind caracterizată prin metode proprii şi printr-un mod propriu de a pune problemele, cu utilizarea esențială a adoptării dinamice a deciziilor, adică pas cu pas.

Principala metodă **p.d.** este *metoda relațiilor recurente*, elaborate de matematicianul american R. Bellman. La baza acestei metode stă următorul principiu al optimului: dacă comanda unui proces este optimă, ea va rămîne optimă și după efectuarea primului pas, pentru procesul care va urma. Acest principiu (care nu este valabil pentru toate problemele, ci numai pentru probleme la care dependența comenzilor la diferiți pași ai procesului are o anumită structură și pentru funcții obiectiv avînd o formă specială — așa-zisele *funcționale aditive de traiectorie*) permite să se stabilească raportul dintre valorile de extremum ale funcției obiectiv în probleme cu durată diferită a procesului și diferite stări inițiale.

Să explicăm acest principiu și utilizarea lui pe baza unui exemplu. Să presupunem, că trebuie să repartizăm producția unui produs într-o cantitate totală X pe n uzine, cheltuielile pentru producția unei cantități x de produs la uzina i fiindu-ne cunoscute și egale cu $\varphi_i(x)$. Trebuie să alegem o mulțime de x_i nenegativi a căror sumă să fie egală cu X, astfel încît cheltuielile totale $\sum_i \varphi_i(x_i)$ să fie minime. Odată cu aceasta, să examinăm o problemă identică pentru repartizarea unei cantități y de producție pe primele k uzine. Aici y este o cantitate, între 0 și X, iar k este o cantitate arbitrară care nu depășește n. Să notăm minimul acestei funcții cu $f_k(y)$ (pentru început ne interesează $f_k(X)$).

Funcțiile $f_k(y)$ pentru k diferiți sînt legate între ele prin relația de recurență a lui Bellman

$$f_k(y) = \min_{0 \leqslant x \leqslant y} (\varphi_k(x) + f_{k-1}(y - x)),$$

care permite ca acestea să fie calculate succesiv începînd cu

$$f_1(y) = \varphi_1(y).$$

Dacă cunoaștem toate funcțiile $f_k(x)$ și valorile $y_k(x)$ pentru care calculînd $f_k(x)$ se realizează minime, se pot afla, succesiv, toți x_k. Pentru aceasta trebuie să punem

$$x_n = y_n(X) \text{ și } X_{n-1} = X - x_n$$

și apoi

$$x_{n-1} = y_{n-1}(X_{n1}) \text{ și } X_{n-2} = X_{n-1} - x_{n-1}$$

etc. pînă la x_1.

Alte exemple de utilizare a schemei **p.d.** este problema drumului celui mai scurt într-un graf, problema drumului critic într-un graf de reţea, problema debitării optime a unui material *(→Croirea materialelor). Modelele matematice ale dinamicii economice** pot fi, de asemenea, privite ca probleme de **p.d.** şi cercetate cu aceleaşi metode.

În căutarea valorilor numerice pentru comenzile optime se întîmplă adeseori ca procesul obţinut să aibă prea multe stări, astfel încît în problemele care se obţin calculul nemijlocit al funcţiilor lui Bellman devine imposibil. În unele cazuri procesul de calcul poate fi organizat în aşa fel încît să fie păstrată numai o informaţie comprimată pe baza căreia se pot reconstitui valorile necesare ale funcţiilor $f_k(x)$. Asemenea metode, dezvoltate într-un mod deosebit de intens de matematicienii sovietici V.S. Mihalevici şi N.Z. Şor *(metoda analizei succesive a variantelor* sau *metoda prelucrării listei de stări)* [2], se pot utiliza şi pentru rezolvarea unor probleme care nu ţin de **p.d.** În schema **p.d.** se încadrează şi diverse procese cu treceri aleatoare. Un exemplu caracteristic de asemenea procese este aşa-numitul model al *gestiunii stocurilor**, în care se consideră că politica optimă de completare a depozitului este aceea care minimizează pierderile totale aşteptate din cauza deficitului de produs, atunci cînd cererea este mare şi păstrarea unor cantităţi cînd cererea este redusă. Modele mai generale de **p.d.** cu treceri aleatoare sînt cunoscute sub denumirea de *procese de decizie markoviene* şi *semimarkoviene.* În schema pe care acestea o descriu se încadrează un cerc larg de probleme ale teoriei fiabilităţii, ale teoriei profilaxiei şi înlocuirii utilajului etc. Studiul proprietăţilor asimptotice ale proceselor de **p.d.** a condus la aflarea unor regimuri staţionare de care se apropie o parte semnificativă a oricărei traiectorii optime. Asemenea regimuri staţionare se caută prin rezolvarea unei probleme specifice de programare liniară. Asemenea fapte (stabilite şi pentru modele de creştere economică) au fost numite *teoreme ale magistralei.* Pentru procese cu timp continuu, **p.d.** de obicei se consideră ca variantă limită a unui sistem discret; se obţin astfel rezultate apropiate de cele furnizate de teoria lui L.S. Pontreaghin *(→ Teoria matematică a proceselor optime).*

I. V. Romanovski

Bibl. 1. R. Bellman, S. Dreyfus, *Applied Dynamic Programming*, Princeton University Press, 1965; 2. V. S. Mihalevici, *Posledovatelnîe algoritmî optimizaţii i ih primenenie*, „Kibernetika“, 1965, nr. 1—2; 3. I. V. Romanovski, *Optimizaţia staţionanogo upravlenia diskretnîm determinirovannîm proţessom*, „Kibernetika“, nr. 2, 1967; 4. R. Howard, *Dynamic Programming and Markov Processes*, Technology Press & John Wiley, 1960.

Programare discretă. Ramură a programării matematice, care se ocupă cu studierea *problemelor de extremum** pe reţele de numere întregi şi mulţimi finite. (Adeseori se întîlneşte, de asemenea, termenul mai puţin exact de *programare în numere întregi.*) În cadrul matematicii, problematica **p.d.** se apropie de matematica discretă şi în numere întregi (teoria numerelor, analiza discretă, logica matematică, teoria grafurilor, analiza combinatorie). În termenii **p.d.** se formalizează numeroase probleme importante de economie, conducere, planificare, proiectare şi ştiinţă militară, precum şi o serie de alte probleme ca de pildă: problema repartizării teritoriale şi a specializării întreprinderilor; problema optimizării complexului de mijloace tehnice pentru transportul de mărfuri; unele probleme de proiectare optimă; optimizarea redundanţei; unele probleme importante din domeniul agriculturii etc.

Caracterul discret şi exprimarea în numere întregi apar şi în problemele cu condiţii logice. În cadrul **p.d.** se formalizează, de asemenea, unele *probleme multiextremale.*

Unele surse de apariţie a caracterului discret şi a exprimării în numere întregi în problemele de optimizare sînt:

1. *indivizibilitatea fizică a factorilor.* De pildă, nu se pot construi 1,5 furnale, nici nu se pot achiziţiona 3,8 avioane. De obicei, se obţine o problemă de programare liniară în numere întregi de genul: să se maximizeze funcţia:

$$c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \tag{1}$$

în condiţiile

$$\left.\begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leqslant b_1, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leqslant b_m, \end{array}\right\} \tag{2}$$

$$x_1 \geqslant 0, \dots, x_n \geqslant 0, \tag{3}$$

$$x_1, \dots, x_n, \text{ fiind întregi.} \tag{4}$$

2. *problemele combinatorii* (problemele cu mulţimi finite). De pildă, problema negustorului ambulant sau a voiajorului comercial (*→ teoria grafurilor*). Un alt exemplu de problemă combinatorie este cunoscuta *problemă a teoriei ordonanţării (problema planificării calendaristice).* Încă un exemplu important: problema extrem de simplă a variantelor de specializare a întreprinderilor $A_1, \dots, A_n$ (proiectate sau reconstruite), care trebuie să producă m feluri de produse $P_1, \dots, P_n$ în cantităţi nu mai mici de respectiv $b_1, \dots, b_m$. Fiecare dintre întreprinderile $A_i (i = 1, \dots$ $\dots, m)$ poate fi construită (sau reconstruită) după una dintre r variante de proiect, elaborate anterior, varianta k pentru întreprinderea A_i, v_i^k, caracterizîndu-se prin următorii indicatori ai mărimii producției: a^k_{i1}, ..., a^k_{im} pentru toate categoriile de produse $P_1, \ldots, P_m$; cheltuielile recalculate reprezintă R^k_i.

Se cere să se satisfacă cu consumuri minime necesarul la toate categoriile de produse.

Introducînd variabilele:

$$x^k_i = \begin{cases} 1, & \text{dacă varianta } v^k_i \text{ se realizează,} \\ 0, & \text{în caz contrar,} \end{cases}$$

vom scrie modelul matematic (liniar în numere întregi). Să se minimizeze funcția:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{r} R^k_i x^k_i \tag{5}$$

în condițiile

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{r} a^k_{ij} x^k_i \geqslant b_j, \quad j = 1, \ldots, m, \tag{6}$$

$$\sum_{k=1}^{r} x^k_i = 1, \quad i = 1, \ldots, n, \tag{7}$$

$$x^k_i \geqslant 0, \quad k = 1, \ldots, r; \; i = 1, \ldots, n, \tag{8}$$

$$x^k_i \text{ — întreg}, \quad k = 1, \ldots, r; \; i = 1, \ldots, n. \tag{9}$$

În rezolvarea problemelor de **p.d.** sînt posibile unele procedee de simplificare: 1. rezolvarea în locul problemei de programare liniară în numere întregi (1) — (4) a problemei corespunzătoare de programare liniară (1) — (3); 2. reordonarea completă (de pildă, în problema voiajorului comercial); 3. rezolvarea, în locul problemei de programare liniară discretă (1) — (4), a problemei corespunzătoare de programare liniară (1) — (3) cu „rotunjirea" ulterioară pînă la soluția aproximativă discretă.

Primul procedeu nu garantează, în cazul general, caracterul discret. Al doilea procedeu este irealizabil pentru probleme de dimensiuni ceva mai mari.

Al treilea procedeu poate nu numai să ne ducă la o abatere simțitoare de la optim, dar și să ne scoată din domeniul soluțiilor admisibile.

Cu toate acestea, procedeele simplificate amintite cuprind ideile metodelor fundamentale de rezolvare a problemelor de **p.d.**: *metoda secționării; metodele combinatorii*; metodele aproximative* [1].

Metoda secţionării se bazează pe adaptarea aparatului bine elaborat al programării liniare pentru soluţionarea problemelor de programare liniară discretă. În varianta iniţială, ideea metodei secţionării este următoarea: în problema (1) — (4) se neglijează condiţia exprimării în numere întregi (4) şi se rezolvă problema (1) — (4). Dacă soluţia **x*** a problemei (1) — (3) satisface condiţia de exprimare în numere întregi, atunci ea este de asemenea şi o soluţie a problemei iniţiale (1) — (4). Dacă **x*** nu satisface condiţia de exprimare în numere întregi, atunci se introduce o *restricţie liniară suplimentară* pe care o satisfac evident toate planurile problemei (1) — (4) şi nu o satisface **x***; hiperplanul restricţiei liniare suplimentare îl „secţionează" cumva pe **x*** de planurile în numere întregi ale problemei (1) — (4). Hiperplanul se asociază condiţiilor problemei (1) — (4) şi se obţine o nouă problemă de programare liniară discretă la care aplicăm din nou acelaşi procedeu.

Există şi alte căi de aplicare a aparatului programării liniare la problemele de programare liniară discretă (cu utilizarea ideii secţionării). În toate cazurile, trebuie să se construiască restricţii liniare suplimentare, să se asigure caracterul finit al procesului de calcul, să se ia măsuri împotriva măririi excesive a numărului de restricţii liniare suplimentare. Diverşi algoritmi rezolvă în mod diferit aceste probleme.

Multe dintre metodele aproximative se bazează pe utilizarea *căutării aleatoare* (a căutării aleatoare cu optimizare locală). S-au preconizat şi metode aproximative *deterministe*, care utilizează specificul diferitelor probleme şi diverse procedee euristice. În sfîrşit, unele dintre procedeele aproximative se bazează pe diferite metode exacte.

Rezolvarea problemelor de **p.d.** prezintă însemnate dificultăţi (de acelaşi tip ca şi la problemele multiextremale). Metodele de rezolvare a problemelor de **p.d.** sînt, deocamdată, mai puţin elaborate decît metodele de programare liniară. În ultima vreme însă s-au obţinut succese însemnate în această direcţie. Apariţia **p.d.** este legată de lucrarea lui Dantzig, Fulkerson şi Johnson, în care a fost preconizată ideea metodei secţionării. Dar adevărata dezvoltare a **p.d.** a început după apariţia lucrării lui Gomory [3], în care a fost preconizat primul algoritm care realizează ideea secţionării. Intensitatea cercetărilor în domeniul **p.d.** creşte necontenit.

Monografiile [1], [2] sînt consacrate **p.d.** O bună introducere în **p.d.** găsim în [1].

I. I. Finkelstein

Bibl. 1. A. A. Korbut, I. I. Finkelstein, *Diskretnoe programmirovanie*, „Nauka", 1969; 2. T. Hu, *Ţelocislennoe programmirovanie i potoki v seteah*, „Mir", 1974. 3. R. E. Gomory, *Outline of an Algorithm for Integer Solution to Linear Programs*, Bull. Amer. Math. Soc., 1958, 64, nr. 5, 275—278.

Programare economică. Sistem specific de dirijare de către stat a economiei capitaliste.

Noţiunea de **p.e.** are un dublu sens: pe de o parte, este vorba de sistemul, propriu ţărilor capitaliste, de asigurare de către stat a programelor pe termen mijlociu de dezvoltare naţională, realizat prin metodele controlului în afara pieţei, iar pe de altă parte, de tehnica de elaborare a acestor programe cu ajutorul metodelor de modelare economico-matematică. **P.e.** reclamă un sistem informaţional special — sistemul conturilor naţionale *(→ Conturi naţionale)*.

Ca sistem de control de stat în afara pieţei, **p.e.** se deosebeşte principial de planificarea socialistă prin faptul că, în primul rînd, ea acţionează asupra producţiei nu în mod nemijlocit (normativ), ci exclusiv prin sfera operaţiilor financiare (subvenţii, credite, politică fiscală etc.) şi nu afectează planurile (programele), de producţie ale întreprinderilor; în al doilea rînd, baza sa economică o constituie nu întreprinderile industriale de stat (a căror pondere în economia capitalistă nu depăşeşte 15—20%), ci controlul funcţional al statului (fără dreptul de proprietate) în sfera finanţării investiţiilor; în al treilea rînd, măsurile de asigurare de către stat a programelor pe termen mijlociu poartă un caracter indicativ (neobligatoriu). Companiile particulare, cointeresate în sprijinul financiar al statului, se străduiesc să urmeze recomandările stabilite în programe, în caz contrar ele fiind private, parţial sau integral, de acest sprijin. De aici rezultă că sistemul de **p.e.** nu poate funcţiona în acele ţări capitaliste în care cointeresarea întreprinderilor private în finanţarea de către stat a investiţiilor este mică, adică acolo unde rata de autofinanţare privată este ridicată (de pildă, în S.U.A.).

În perioada de după cel de-al doilea război mondial, toate ţările capitaliste, în afară de S.U.A. şi Canada, au trecut la un sistem de **p.e.** pe termen mijlociu. Acest sistem este cel mai dezvoltat în Franţa, Anglia, Italia şi Japonia.

O particularitate distinctivă a modelelor de programare capitalistă este orientarea lor prin excelenţă *financiară*. Prin aceasta se explică apariţia unei serii întregi de noi instrumente în practica programării economico-matematice cum sînt: *tabelul operaţiilor financiare*, *tabelul operaţiilor economice*, *tabelul economic sintetic*, matricea bloc a *conturilor naţionale*, care sînt chemate să lărgească sfera de utilizare a metodelor matematice de analiză a economiei şi totodată să deplaseze accentul pe estimarea fluxurilor financiare. În esenţă, este vorba aici de o analiză aprofundată şi mai detaliată a conţinutului cadranelor II, III, IV ale *balanţei legăturilor dintre ramuri**.

Este important de remarcat că deplasarea accentului, care s-a produs în perioada postbelică în lumea capitalistă, spre **p.e.** ca sistem special al conducerii de perspectivă a economiei capitaliste a constituit o mărturie a înnoirii strategiei economice generale a imperialismului contemporan, provocată nu numai de creşterea forţelor de producţie, de dezvoltarea ştiinţei şi tehnicii, ci şi de etapa actuală, extrem de complexă, a întrecerii dintre cele două sisteme.

A. I. Pokrovski

Bibl. 1. *Ekonomiceskoe programmirovanie v stranah Zapadnoi Evropî*, „Nauka", 1969; 2. B. L. Isaev, *Integrirovannîe balansovîe sistemî v analize i planirovanii ekonomiki*, „Nauka", 1969.

Programare infinit dimensională. Secţiune a *programării matematice**, care studiază problemele de optimizare (maximizare sau minimizare) în spaţii infinit dimensionale. Problema generală de **p.i.d.** constă în maximizarea funcţionalei $f(\mathbf{x})$, definită pe o mulţime oarecare K din spaţiul topologic liniar X cu restricţiile $\mathbf{F}(\mathbf{x}) \leqslant 0$, $\mathbf{H}(\mathbf{x}) = 0$. Aici $\mathbf{F}$: $X \to V$, $\mathbf{H}$: $X \to W$ reprezintă nişte aplicaţii (operatori); V, W sînt, în general, alte spaţii topologice liniare; în V este dat conul convex K_V, iar inegalitatea $\mathbf{v}_1 \leqslant \mathbf{v}_2$ în V înseamnă, prin definiţie, că $\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1 \in K_V$. Vectorii $\mathbf{x} \in K$, care satisfac restricţiile $\mathbf{F}(\mathbf{x}) \leqslant 0$, $\mathbf{H}(\mathbf{x}) = 0$, se numesc *admisibili*, iar cei căutaţi, *optimi*. De obicei, se presupune că spaţiile K şi K_V sînt închise, iar f, $\mathbf{F}$ şi $\mathbf{H}$ continue. Problemele de minimizare, precum şi problemele în care restricţia este dată printr-o inegalitate opusă, se încadrează în această schemă, deoarece prin înmulţirea cu (-1) a funcţionalei sau a inegalităţii ele se reduc la o problemă de maximizare cu restricţie de tipul menţionat. Uneori se examinează probleme cu mai multe restricţii de tipul inegalităţilor şi egalităţilor:

$$\mathbf{F}_1(\mathbf{x}) \leqslant 0, \ldots, F_{m_1}(\mathbf{x}) \leqslant 0, \quad \mathbf{H}_1(\mathbf{x}) = 0, \ldots, \mathbf{H}_{m_2}(\mathbf{x}) = 0,$$

unde:

$$\mathbf{F}_i : X \to V_i (i = 1, \ldots, m_1), \quad \mathbf{H}_k : X \to W_k (k = 1, \ldots, m_2)$$

şi inegalităţile în V_i se definesc printr-un con convex $K_i \subset V_i$. Această problemă este un caz particular al celei iniţiale şi formal se reduce la ea, dacă admitem că $V = V_1 \times \ldots \times V_{m_1}$, $W = W_1 \times \ldots \times W_{m_2}$, $K_V = K_1 \times \ldots \times K_{m_1}$ şi considerăm aplicaţiile $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = (\mathbf{F}_1(\mathbf{x}), \ldots, \mathbf{F}_{m_1}(\mathbf{x}))$, $\mathbf{H}(\mathbf{x}) = (\mathbf{H}_1(\mathbf{x}), \ldots, \mathbf{H}_{m_2}(\mathbf{x}))$, însă în practică o asemenea reducere nu este întotdeauna indicată. O clasă importantă de probleme de **p.i.d.** o constituie problemele cu un număr finit de *restricţii funcţionale*, cînd V şi W sînt spaţiile liniare finit dimensionale $V = E_{m_1}$, $W = E_{m_2}$, iar conul K_V este *regiunea nenegativă* din E_{m_1}, adică conul K_V este mulţimea vectorilor $\mathbf{v} = (v_1, \ldots, v_{m_1})$ cu componentele nenegative $v_1 \geqslant 0, \ldots$

$\dots, v_{m_1} \geqslant 0$. În acest caz *restricțiile operaționale* $\mathbf{F}(\mathbf{x}) \leqslant 0$, $\mathbf{H}(\mathbf{x}) = 0$ se transformă în $m = m_1 + m_2$ restricții funcționale $f_1(\mathbf{x}) \leqslant 0, \dots, f_{m_1}(\mathbf{x}) \leqslant 0$, $h_1(\mathbf{x}) = 0, \dots, h_{m_2}(\mathbf{x}) = 0$, unde funcționalele $f_1, \dots, f_{m_1}$, $h_1, \dots, h_{m_2}$ sînt legate de operatorii **F** și **H** prin relațiile:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), \dots, f_{m_1}(\mathbf{x})), \ \mathbf{H}(\mathbf{x}) = (h_1(\mathbf{x}), \dots, h_{m_2}(\mathbf{x})).$$

Dacă cu acest prilej și X este un *spațiu n-dimensional* E_n, iar K este regiunea nenegativă din E_n, atunci obținem o problemă de programare matematică finit dimensională.

O problemă de **p.i.d.**, fără nici un fel de precizare suplimentară asupra formei funcționalei f și a aplicațiilor **F**, **H**, este, desigur, prea generală, pentru a constitui obiectul unei teorii semnificative. Sub aspect teoretic, mai bine studiate sînt *programarea infinit dimensională convexă* [1], [2], [4] și secțiunea acesteia, *programarea infinit dimensională liniară* [1], [3], deși unele rezultate (de pildă, teorema generalizată a dualității) s-au obținut și pentru problema generală de **p.i.d.** [2]. Programarea infinit dimensională convexă studiază problemele în care aplicația **H** este liniară, iar mulțimea K, funcționala f care se minimizează și aplicația **F** sînt *convexe*. Problemele în care mulțimea K este convexă, iar f, **F** și **H** sînt liniare fac parte din programarea infinit dimensională liniară. Un rezultat fundamental al programării infinit dimensionale convexe îl constituie teorema cu privire la punctul șa, care generalizează teorema Kuhn-Tucker din programarea convexă finit dimensională (→ *Programare convexă*). Să examinăm *spațiul conjugat* V', ale cărui elemente sînt funcționale liniare continue în V. Valoarea funcționalei $\mathbf{v}' \in V'$ pe vectorul $\mathbf{v} \in V$ se notează prin $<\mathbf{v}, \mathbf{v}'>$. În cazul $V = E_m$ spațiul conjugat V' este în mod firesc identificabil cu V, iar $<\mathbf{v}, \mathbf{v}'>$ se transformă în *produsul scalar* $(\mathbf{v}, \mathbf{v}')$ al vectorilor **v** și **v**'. În cazul infinit dimensional spațiile V și V' sînt însă, în general, diferite. Teorema punctului șa afirmă că într-o problemă care conține numai restricții de tipul inegalității $(\mathbf{H}(\mathbf{x}) \equiv 0)$, optimalitatea vectorului $\mathbf{x}_0 \in K$ este echivalentă cu existența funcționalei $v_0' \in V'$, nenegativă pe K_V, astfel încît perechea $(\mathbf{x}_0, \mathbf{v}_0')$ este *punctul șa* al funcției lui Lagrange.

$$L(\mathbf{x}, \mathbf{v}') = f(\mathbf{x}) + <\mathbf{F}(\mathbf{x}), \mathbf{v}'>, \ \mathbf{x} \in K, \mathbf{v}' \geqslant 0, \ \mathbf{v}' \in V',$$

în ipoteza că este îndeplinită *condiția lui Slater:* există un $\mathbf{x}_* \in K$, pentru care $\mathbf{F}(\mathbf{x}_*)$ este un punct interior al spațiului K_V. Există diverse extinderi ale acestei teoreme la probleme care nu satisfac condiția lui Slater: [2], [3], [4], precum și la probleme care cuprind restricții de tipul egalităților [2], [3]. De teorema privitoare la punctul șa și generalizările sale este legată *teoria dualității,* care studiază interdependența perechii de probleme de **p.i.d.**, problema inițială și problema duală, asociată în mod standard problemei inițiale. Această teorie este analoagă cu teoria finit dimensională a dualității din *programarea matematică**, însă posedă o serie de trăsături specifice, determinate de spațiul infinit dimensional.

P.i.d. este strîns legată de o serie de discipline matematice ca *teoria aproximațiilor, teoria jocurilor strategice, teoria matematică a proceselor optime** și *programarea dinamică**. Metodele utilizate în **p.i.d.** sînt metodele *analizei funcționale* și, în primul rînd, ale *analizei convexe*, care studiază proprietățile funcțiilor convexe și ale mulțimilor în spații liniare.

Dintre aplicațiile **p.i.d.** în economia matematică trebuie menționate *problemele de transport continue* (în primul rînd trebuie amintită problema clasică a lui Monge cu privire la deplasarea maselor, cercetată de acad. L.V. Kantorovici, ca problemă de programare liniară infinit dimensională), precum și *modelele dinamice și stochastice ale economiei*.

V. L. Levin

Bibl. 1. K. J. Arrow, L. Hurwicz, H. Uzawa, *Studies in Linear and Nonlinear Programming*, Stanford University Press, 1958; 2. E.G. Golstein, *Teoria dvoistvennosti v matematiceskom programmirovanii i eio prilojenia*, „Nauka“, 1971; 3. V. L. Levin, *Uslovia ekstremuma v beskonecinomernîh lineinîh zadaceah s operatornîmi ograniceniami*, în culegerea *Issledovania po matematiceskomu programmirovaniu*, „Nauka“, 1968; 4. G. Ș. Rubinstein, *Dvoistvennost v matematiceskom programmirovanii i nekotorîe voprosî vîpuklogo analiza*, „Uspehi matematiceskih nauk“, t. 25, Nr. 5, 1970.

Programare liniară. Domeniu al matematicii, care elaborează teoria și metodele numerice de rezolvare a problemelor de aflare a extremumului (maximumului sau minimumului) unei funcții liniare de mai multe variabile, în condițiile în care există niște restricții liniare, adică niște egalități sau inegalități liniare, ce fac legătura între aceste variabile. În categoria problemelor de **p.l.** se încadrează o sferă vastă de probleme ale planificării proceselor economice și tehnico-economice, în care se pune problema aflării soluției optime. Apariția și dezvoltarea **p.l.** este nemijlocit legată de problematica economică.

Termenul **p.l.** a apărut în anul 1951, în lucrările unor oameni de știință americani (G.B. Dantzig, T. Koopmans). Utilizarea termenului de programare se explică prin faptul că setul de variabile, care urmează a fi aflate, determină, de obicei, programul (planul) de lucru al unei anumite unități economice.

Primele studii de **p.l.** (principalele probleme și aplicații, criteriul de optim, interpretarea geometrică, metodele de aflare a soluției optime, tratarea economică a rezultatelor analizei matematice) au fost efectuate în anii '30 la Universitatea din Leningrad (L. V. Kantorovici). P.l. s-a dezvoltat cel mai intens în perioada 1955–1965 în U.R.S.S. şi S.U.A., cînd ea devenise unul din domeniile „la modă" ale matematicilor aplicate.

În economie, problemele de extremum apar în legătură cu numărul mare de variante posibile de funcţionare a unei unităţi economice concrete, cu posibilităţile utilizării unor materii prime şi materiale diferite, a unor tehnologii diferite, a unor repartizări diferite a mijloacelor pentru obţinerea aceleiaşi producţii, în acest domeniu fiind esenţială alegerea unei variante optime după un anumit criteriu, caracterizată de o funcţie obiectiv corespunzătoare (de pildă, cheltuielile să fie minime sau să se obţină o cantitate maximă de produse). Utilizarea modelelor de **p.l.** se bazează pe posibilitatea descompunerii planului de producţie pentru unitatea respectivă în procese de producţie elementare, care se pot aplica cu frecvenţă *(intensitate)* diferită. Fiecare plan se caracterizează printr-un set de asemenea intensităţi, care trebuie alese în aşa fel încît să fie respectate *restricţiile (cerinţele)* necesare — planul să fie *realizabil* —, iar funcţia obiectiv să atingă nivelul maxim sau minim — planul să fie *optim.*

Prezentăm tipurile caracteristice de probleme de **p.l.**

1. *Problema folosirii complexe a materiilor prime.* Materiile prime şi materialele iniţiale se pot prelucra prin diverse procedee tehnologice, obţinîndu-se, în combinaţii diferite, mai multe tipuri de produse. Se cere să se afle setul de intensităţi ale acestor procedee (planul de prelucrare), în condiţiile căruia volumul dat de producţie finală să se obţină cu consumuri minime de materiale iniţiale.

Să presupunem că avem n procedee de prelucrare a materiei prime şi cantităţile de produse obţinute dintr-o unitate de materie primă pentru fiecare din cele m tipuri de produse date sub formă de matrice.

	Procedeul 1	Procedeul 2		Procedeul n	Volumul producţiei
Produsul 1	a_{11}	a_{12}	$\cdots$	a_{1n}	b_1
Produsul 2	a_{21}	a_{22}	$\cdots$	a_{2n}	b_2
....	....	....	....	....	....
Produsul m	a_{m1}	a_{m2}	$\cdots$	a_{mn}	b_m
Intensitatea	x_1	x_2	$\cdots$	x_n	

Se dau cantităţile de produse ce urmează a fi obţinute: b_1 — pentru produsul 1, b_2 — pentru produsul 2, ..., b_m — pentru produsul m. De aceea, pentru aflarea planului optim, trebuie să se afle intensitatea aplicării diferitelor procedee $x_1, \ldots, x_n$ din următoarele condiţii:

1) $x_1 \geqslant 0, \; x_2 \geqslant 0, \ldots, \; x_n \geqslant 0$

(numărul x_j de unităţi de materie primă la care se aplică procedeul j este nenegativ);

2) $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \geqslant b_1,$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \geqslant b_n$$

(fiecare produs se fabrică într-o cantitate nu mai mică decît cea dată);

3) $y = x_1 + x_2 + \ldots + x_n = \min$

(consumurile totale de materie primă sînt minime).

Grupa de condiţii (1) şi (2) reprezintă *restricţiile* problemei, iar y este *funcţia* sa *obiectiv*.

Un exemplu important de probleme de acest tip este problema *croirii raţionale a materialelor*, întrucît materialele sub formă de foi se pot croi prin mai multe procedee în semifabricatele necesare (*→ Croirea materialelor*). Probleme de acest tip se întîlnesc şi la prelucrarea minereurilor polimetalice.

2. *Problema folosirii capacităţii utilajelor*. Avem o serie de agregate (maşini-unelte), la fiecare dintre ele putîndu-se executa mai multe tipuri de lucrări. Se dau productivităţile fiecărui agregat pentru fiecare categorie de lucrări şi volumul de lucrări care urmează a fi executate. Se cere să se stabilească un asemenea plan de folosire a utilajelor, în condiţiile căruia se respectă proporţionalitatea cerută şi se obţine productivitatea totală maximă. Este posibilă şi o altă enunţare a aceleiaşi probleme în cazul în care se dau cheltuielile pentru executarea fiecărei lucrări la fiecare agregat şi se cere să se afle repartiţia care minimizează cheltuielile totale (problema de repartiţie sau problema λ). Acest tip de probleme se întîlneşte la repartizarea comenzilor pe întreprinderi de acelaşi gen, la repartizarea suprafeţelor cultivate etc.

3. *Problema amestecurilor (a raţiilor)*. Avem mai multe produse iniţiale în anumite cantităţi date. Se utilizează mai multe tipuri de amestecuri din aceste produse şi se cunosc preţurile de livrare ale fiecărui amestec. Se cere să se aleagă amestecurile în aşa fel încît ele să se obţină din cantităţile date de produse iniţiale, iar preţul de livrare total să fie minim. Această problemă se întîlneşte la întocmirea raţiilor furajere în zootehnie, la întocmirea planului de producţie a ţesăturilor etc.

4. Un tip important concret, de probleme de **p.l.** îl reprezintă *problema de transport*, precum şi *problemele de repartizare teritorială*, strîns legate de aceasta.

5. *Problema planificării curente a producţiei* (modelul static). Un sistem economic dispune de mai multe tipuri de resurse de factori de producţie (forţă de muncă, utilaje etc.) şi există o serie de tipuri de produse pe care le poate produce sistemul. Se dă matricea procedeelor de producţie, în condiţiile cărora unele tipuri de produse (factori) se produc, iar altele se consumă. Se cere să se afle planul optim, în condiţiile căruia producţia de componentă necesară se produce în cantitate maximă (poate exista şi un alt criteriu de optim).

6. *Problema planificării optime de perspectivă* (modelul dinamic). Se cere să se alcătuiască un plan pe o perioadă de timp îndelungată, defalcat pe o serie de intervale (ani, trimestre, luni). Unele tipuri de resurse (sistemele reproductibile) sînt date numai pentru momentul iniţial, altele pentru întreaga perioadă. Procedeele de producţie cuprind o serie de intervale de timp şi în fiecare interval, unele tipuri de produse şi factori se consumă, altele se produc. Sistemul trebuie să livreze producţia necesară pentru consum. O caracteristică a calităţii planului este volumul producţiei livrate în diferite momente de timp şi starea de la ieşire a sistemului la sfîrşitul perioadei; pe baza acestor date se stabileşte, de obicei, criteriul de optim.

7. *Problema planificării complexului economic*. Avem un complex format dintr-o serie de întreprinderi interdependente, care dispune de nişte resurse atribuite fiecărei întreprinderi şi complexului în ansamblul său. Se cere să se întocmească nişte planuri, corelate între ele, pentru fiecare întreprindere şi pentru întregul complex, optime din punctul de vedere al funcţionării complexului în ansamblu.

Problema de **p.l.** de tip general are mai multe variante de formulare, echivalente între ele. Cea mai răspîndită este următoarea formă de problemă, numită *canonică*.

Să se afle setul de variabile $\mathbf{x} = (x_1, ..., x_n)$, care satisfac condiţiile $x_j \geqslant 0,\ j = 1, ..., n$,

$$g_i(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_i, \quad i = 1, ..., m \qquad (1)$$

şi care maximizează funcţia

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \ \textit{(funcţia obiectiv)}.$$

Din punct de vedere economic, această problemă poate fi interpretată, de pildă, în felul următor: o întreprindere poate produce n categorii de produse. Producţia fiecărui tip de produse necesită consumul unor materiale, a unor capacităţi de producţie şi a unor resurse de muncă limitate. În total se iau în consideraţie m tipuri de resurse, din care întreprinderea dispune din resursa i de cantitatea b_i. Dacă c_i reprezintă venitul obţinut de întreprindere de pe urma unei unităţi din produsul j, iar a_{ij} sînt consumurile din produsul i pentru producţia unei unităţi din produsul j, atunci x_j poate fi considerat ca volum al producţiei produsului j, iar restricţiile (1) arată că resursele se consumă în proporţiile stabilite.

Un set de variabile care satisfac restricţiile (în cazul de faţă condiţiile (1)), se numeşte *soluţie admisibilă*. Soluţia *admisibilă*, care maximizează funcţia obiectiv, se numeşte *optimă*.

Realizarea fundamentală a analizei matematice în domeniul **p.l.** este criteriul general de optim al soluţiei realizabile, care permit să se stabilească dacă este optimă soluţia realizabilă dată, fără ca aceasta să fie comparată nemijlocit cu toate celelalte soluţii realizabile. Semnificaţia economică a acestui criteriu de optim constă în următoarele: planul optim se caracterizează prin existenţa unor evaluări ale resurselor (pentru resursa utilizată i avem evaluarea v_i), astfel încît eficienţa finală, calculată pe baza lor, a tipului de produse j $r_j = c - \sum_{i=1}^{n} v_i a_{ij}$ este egală cu zero pentru producţia fabricată în soluţia optimă şi nu mai mare de zero pentru producţia care nu se fabrică. Cu alte cuvinte, fiecare tip de produse, fabricat după acest plan, este rentabil (producţia obţinută justifică cheltuielile), iar procedeele de producţie respinse nu sînt mai rentabile decît cele aplicate.

Variabilele $v_1, \ldots, v_m$ se numesc *multiplicatori Lagrange* sau *multiplicatori rezolvanţi*. În problemele economice, multiplicatorii Lagrange dobîndesc sensul unor preţuri interne *(evaluări obiectiv determinate, → Evaluări optime)* pentru toţi factorii şi produsele care intră în model. Pentru aflarea variabilelor $v_1, \ldots, v_m$, care caracterizează planul optim, poate fi formulată o problemă de **p.l.**, care se numeşte *problemă duală*. Problemei canonice de **p.l.** îi corespunde următoarea problemă duală:

Să se afle setul de variabile $v_1, \ldots, v_m$, care satisface condiţiile:

$$r_j = c_j - \sum_{i=1}^{m} v_i a_{ij} \leqslant 0, \quad j = 1, \ldots, n,$$

şi care minimizează funcţia liniară $\sum_{i=1}^{m} v_i b_i$.

Relația dintre problema inițială (primală) și problema duală este descrisă exact de următoarele teoreme:

Teorema dualității. Dacă atît problema primală, cît și cea duală au soluții admisibile, atunci amîndouă au și soluții optime, iar

$$\max \sum_j c_j x_j = \min \sum_i v_i b_i.$$

2. *Criteriul de optim.* Pentru ca fiecare soluție admisibilă $x_1, \ldots, x_n$ a problemei de **p.l.** să fie optimă, este necesar și suficient să se afle o asemenea soluție realizabilă a problemei duale $v_1, \ldots, v_m$, încît $\sum_j c_j x_j = \sum_i v_i b_i$; aici, din $x_j > 0$ rezultă că $r_j = 0$, iar din $r_j < 0$ rezultă că $x_j = 0$.

Relația dintre problema primală și cea duală reiese în mod deosebit de sugestiv în interpretarea geometrică a problemei canonice de **p.l.** Să examinăm conul poliedric convex K, alcătuit din mulțimea punctelor $\mathbf{y} = (g_1(\mathbf{x}), \ldots, g_m(\mathbf{x}), f(\mathbf{x})) \in E_{m+1}$, corespunzînd acelor $\mathbf{x}$ care satisfac condiția $(\mathbf{x} \geqslant 0)$. În acest caz soluției problemei primale îi corespunde punctul $\mathbf{y}^*$, care reprezintă punctul extrem de intersecție al axei $B = \{\mathbf{y} = \mathbf{y}_0 + \lambda \mathbf{z}\}$ $(-\infty < \lambda < +\infty)$, unde $\mathbf{y}_0 = (b_1, \ldots, b_m, 0)$; $\mathbf{z} = (0, 0, \ldots, 0, 1) \in E_{m+1}$.

Soluția problemei duale $(v_1, \ldots, v_m)$ se interpretează geometric prin sistemul coeficienților planului de sprijin al conului K, care trece prin punctul $\mathbf{y}^*$.

Dintre metodele de aflare a soluției optime, cea mai mare răspîndire a căpătat-o metoda îmbunătățirii succesive a soluției realizabile (MIS), cu care s-au obținut numeroase realizări în domeniul calculelor: *metoda simplex**, metoda matricei inverse sau metoda simplex modificată, metoda multiplicativă, metoda descompunerii pentru problemele de structură bloc, metoda potențialelor pentru problema de transport și pentru generalizările ei etc. Prin utilizarea calculatoarelor electronice, MIS oferă posibilitatea de a se rezolva probleme de **p.l.** de formă generală cu sute de restricții și practic cu orice număr de variabile, precum și probleme de tip special, cu mii de restricții (procedeele adeseori nu se păstrează în memorie, ci se reproduc sub formă de algoritmi).

La baza MIS stă utilizarea criteriului de optim al soluției admisibile. Schema generală a metodei este următoarea: mai întîi se construiește soluția realizabilă inițială, apoi se parcurg o serie de etape repetate, identice, numite iterații. Fiecare iterație conține verificarea soluției de optim (prin aflarea evaluărilor v_i și verificarea inegalităților $r_j \leqslant 0$) și îmbunătățirea ei în cazul neoptimalității. Iterația se termină prin elaborarea unui nou plan admisibil. După un număr finit de iterații se obține soluția optimă sau se constată că problema este insolubilă.

Noțiunea fundamentală, legată de MIS, este noțiunea de *soluție de bază admisibilă (plan de sprijin)*. Întrucît într-o problemă obișnuită de **p.l.** numărul variabilelor depășește numărul ecuațiilor care le-ar determina, există libertatea de alegere a valorilor unui anumit număr de variabile. Atunci cînd se dă soluția de bază, toate variabilele se împart în variabile *bazice* și *nebazice*, iar acestea din urmă se consideră egale cu zero. Valorile variabilelor bazice se află prin rezolvarea sistemului de restricții ale problemei. Numărul variabilelor bazice este atît de mare încît să existe o soluție și aceasta să fie unica.

Așadar, cu ocazia realizării MIS, în fiecare iterație a procesului se cere să se afle soluția a două sisteme de ecuații liniare de ordin m (pentru variabile bazice și pentru evaluări). Procedeul prin care se află aceste soluții reprezintă trăsătura distinctivă fundamentală a diferitelor variante de calcul ale MIS. De pildă, în metoda potențialelor pentru problema de transport, variabilele care intră în sistem se exprimă în mod succesiv, una prin alta, prin formule recurente. O altă clasă vastă de probleme în care utilizarea specificului restricțiilor lărgește considerabil posibilitățile metodelor numerice o constituie problemele cu restricții în bloc, în care variabilele se împart pe grupe, care posedă restricțiile lor proprii „de grup". Sistemele de restricții liniare în asemenea probleme permit utilizarea unor metode de rezolvare mai eficiente.

În problemele cu un număr mare de variabile se pot utiliza metode speciale (metoda generării coloanelor) pentru verificarea optimului soluției în fiecare iterație. Aici se utilizează metodele *programării dinamice** și ale *programării discrete** și chiar metodele de **p.l.** (principiul de descompunere Dantzig-Wolfe pentru problemele cu restricții în blocuri). Algoritmii de calcul, care realizează MIS pentru problema duală, se numesc *metode duale*. Printre ele poate fi amintită metoda simplex duală și așa-numita metodă ungară pentru problema de transporturi (sau metoda rentelor diferențiale). Pe lîngă metodele enumerate, se utilizează, de asemenea, metodele care converg către o soluție optimă într-un număr infinit de pași.

P.l. este strîns legată de alte domenii ale matematicii, atît contemporane, care au apărut simultan cu **p.l.** sau sub influența ideilor ei (programarea convexă, problemele de extremum din analiza combinatorie și teoria grafurilor, modelele macroeconomice), cît și clasice (teoria aproximării funcțiilor, geometria corpurilor convexe, problema momentelor). Utilizarea metodelor de **p.l.** a deschis orizonturi noi într-o serie de domenii ale matematicii ca rezolvarea problemelor necorecte sau a sistemelor de inegalităţi liniare în problemele aproximării funcţiilor.

L. V. Kantorovici, I. V. Romanovski

Bibl. 1. S. Gass, *Linear Programming, Methods and Applications*, McGraw-Hill, 1958; 2. G. Dantzig, *Linear Programming and Extension*, Princeton-University Press, 1963; 3. S. I. Zuhoviţki, L. I. Avdeeva, *Lineinoe i vîpukloe programmirovanie*, „Nauka", 1967.

Programare liniară pe porţiuni (poligonală). Secţiune a *programării matematice** în care se examinează problema calculului maximului unei funcţii liniare pe porţiuni convexe în sus pe o mulţime poliedrică convexă. **P.l.p.** constituie o metodă intermediară între *programarea liniară** şi *programarea convexă**

Se numeşte funcţie *liniară pe porţiuni (poligonală)* funcţia $f(\mathbf{x})$ de variabile $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n)$ care poate fi reprezentată sub forma $f(\mathbf{x}) = \min\limits_{1 \leqslant i \leqslant S} \{\sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij}x_j - b_i\}$. Prin problema generală a **p.l.p.** se înţelege o problemă de maximizare a funcţiei $f(\mathbf{x})$ cu condiţia ca $g_i(\mathbf{x}) \geqslant 0$, $i = 1, \ldots, m$, unde $g_i(\mathbf{x})$ sînt, de asemenea, funcţii liniare pe porţiuni.

Cauzele utilizării problemelor de **p.l.p.** sînt diferite.

Adeseori, profitînd de o formă specială a restricţiilor, o problemă de programare liniară se poate reduce la o problemă de **p.l.p.**, în care caz se ajunge să se restrîngă considerabil numărul variabilelor şi al restricţiilor. Analiza problemelor de **p.l.p.** obţinute în acest mod conduce, de obicei, la obţinerea cu mult mai rapidă a unei soluţii decît în cazul examinării unor probleme liniare voluminoase. O serie de probleme economice sînt formulate nemijlocit în termeni de **p.l.p.** Dintre aceste probleme fac parte, de pildă, unele probleme de *planificare calendaristică* a producţiei, problemele de *reglare automată*, problemele de *fiabilitate.* Orice problemă de programare convexă poate fi redusă, cu exactitate sau cu aproximare, la o problemă de **p.l.p.**

Deoarece problemele de **p.l.p.** reprezintă un caz particular al problemelor de programare convexă, extremumul local al acestei probleme coincide cu cel global (→ *Extremumul funcţiei*). De aceea, pentru rezolvarea problemelor de **p.l.p.** se pot utiliza diverse metode de ameliorare succesivă a planului, care constituie o generalizare a metodelor de rezolvare a problemelor de programare liniară.

A. V. Lotov, A. A. Petrov

Bibl. E. G. Golstein, D. B. Iudin, *Novîe napravlenia v lineinom programmirovanii*, „Sovietskoe radio", 1966.

Programare matematică. Domeniu al matematicii care elaborează teoria și metodele numerice de rezolvare a problemelor de extremum multidimensionale cu restricții, adică a problemelor de extremum al funcțiilor de mai multe variabile cu restricții în ce privește domeniile de variație. Spre deosebire de teoria clasică a problemelor de extremum, care este o parte a **p.m.**, atenția principală se acordă acelor probleme în care restricțiile sînt de mare importanță.

P.m. și-a luat denumirea de la *programarea liniară**, care intră în cuprinsul ei și în cadrul căreia s-au manifestat în modul cel mai pregnant dificultățile specifice ale aflării extremumului la frontiera domeniului de variație. În urma succeselor repurtate în domeniul programării liniare, au apărut noi modalități de soluționare a problemelor de *minimizare a funcțiilor convexe* pe o mulțime convexă *(programarea convexă*)* și a sporit interesul pentru problemele de extremum neliniare de tip general *(programarea neliniară*)*. O clasă dificilă de probleme de optimizare o formează *problemele discrete*, în care domeniul de variație constă din puncte izolate. Numeroase asemenea probleme au fost formulate, în perioada dezvoltării intense a programării liniare, însă inițial se pretau la rezolvare mai cu seamă problemele înrudite cu *problema de transport**. Ulterior au fost elaborate metode numerice de rezolvare a unor clase destul de vaste de asemenea probleme *(programarea discretă*)*, care în prezent constituie unul dintre capitolele **p.m.** ce se dezvoltă cel mai intens. O clasă vastă de probleme neliniare și discrete se poate rezolva recurgînd la ideea de *recurență* (metodele de tipul *inducției matematice*). Aceste metode sînt reunite sub denumirea de *programare dinamică**. În sfîrșit, rezolvarea problemelor de optimizare cu parametri aleatori în funcțiile care determină restricțiile formează *programarea stochastică.** În **p.m.** se includ, de asemenea (sub denumirea de *programare infinit dimensională**), metodele de rezolvare a problemelor de extremum cu o infinitate de variabile, de pildă, problemele în care setul de variabile este alcătuit dintr-o funcție sau mai multe funcții de un argument continuu.

Aceste domenii ale **p.m.** au apărut și s-au dezvoltat inițial ca discipline distincte cu propriile lor probleme și metode. Legăturile existente între ele, erau, de regulă, unilaterale (de pildă, programarea liniară intră în programarea convexă, care la rîndul ei intră în programarea neliniară). Mai tîrziu, aceste relații s-au lărgit considerabil și **p.m.** începe să semene din ce în ce mai mult cu o *teorie* unitară a *problemelor de extremum.* Cu toate acestea, și acum se pot distinge diferite grupe caracteristice de probleme și de metode de rezolvare a lor.

1. *Problemele convexe.* Problemele de acest gen sînt caracteristice programării liniare și convexe. Această clasă înglobează, de asemenea,

teoria clasică a problemelor de extremum şi aproape în întregime programarea infinit dimensională cu *calculul variaţional**. Problemele din această clasă posedă următoarea proprietate caracteristică: dacă *setul de variabile* satisface toate restricţiile problemei (el se numeşte atunci *soluţie admisibilă*), iar în cazul unor mici variaţii nu se obţine o soluţie admisibilă cu o valoare mai mică a funcţiei minimizate (adică soluţia admisibilă reprezintă un punct al minimului local), acest set oferă valoarea cea mai mică a acestei funcţii pentru toate soluţiile admisibile, adică un *minim global*.

Analiza problemelor convexe este legată de examinarea unor variabile speciale, a *multiplicatorilor rezolvanţi* sau a *multiplicatorilor lui Lagrange*, în termenii cărora se formulează condiţiile necesare şi suficiente pentru ca o *soluţie admisibilă* să fie un *punct de minim (local* şi deci şi *global)*. În problemele economice, acestor multiplicatori li se poate atribui sensul economic de *preţuri interne* (→ *Evaluări optime)*. Multiplicatorii lui Lagrange se utilizează în toate metodele de rezolvare a problemelor de extremum convexe şi cu ajutorul lor se verifică optimalitatea soluţiei admisibile, iar în cazul neoptimalităţii se află direcţia în care trebuie efectuată modificarea soluţiei. *Metodele numerice* pot fi împărţite în trei grupe principale. *Metodele din prima grupă*, care în mod convenţional pot fi denumite *metode ale deplasărilor globale*, sînt caracteristice îndeosebi programării liniare. Acestea sînt metode *iterative* (în mai mulţi paşi) în care, la fiecare pas, se efectuează o trecere de la o soluţie admisibilă neoptimă la o altă soluţie admisibilă cu o valoare mai mică a funcţiei minimizate. Această trecere se face în două etape: *alegerea direcţiei*, în care se efectuează deplasarea (cu ajutorul multiplicatorilor lui Lagrange) şi alegerea soluţiei admisibile optime în această direcţie (metoda îmbunătăţirilor succesive din programarea liniară, metoda direcţiilor posibile în programarea convexă). O variantă a acestui mod de abordare este *metoda secţionării* pentru rezolvarea problemelor de programare convexă. În această metodă problema de programare convexă se înlocuieşte printr-o problemă de programare liniară, după rezolvarea căreia aproximarea poate fi precizată (se înlătură o parte a soluţiilor admisibile ale problemei de programare liniară).

Metodele din grupa a doua, respectiv *metodele* iterative ale *deplasărilor locale*, se disting prin faptul că deplasarea soluţiei admisibile în direcţia aleasă se face cu un pas fixat, îndeajuns de mic. Aceste metode sînt deosebit de eficiente pentru problemele cu funcţii obiectiv strict convexe, însă se pot aplica şi problemelor de programare liniară dacă funcţia obiectiv o facem strict convexă prin unele mici modificări.

În sfîrşit, *grupa a treia* este alcătuită din metodele iterative în care aproximarea succesivă a soluţiei se realizează din afară, iar prima soluţie admisibilă găsită este optimă (metoda precizării treptate a multiplicatorilor Lagrange, metoda proiectării secvențiale).

Metodele de programare liniară și convexă reprezintă o bază standard pentru numeroase metode de rezolvare a problemelor neconvexe și discrete. Ele pot fi de asemenea extinse direct la unele clase de probleme neliniare neconvexe, în care orice extremum local este global (de pildă, *programarea omografică**).

2. *Problemele neconvexe.* În rezolvarea unei probleme neconvexe, cu ajutorul metodelor deplasărilor locale poate fi aflat un minim local. Dificultatea principală în problemele neconvexe rezidă în recunoașterea minimului global în cadrul minimurilor locale; în prezent nu sînt definibile metode suficient de generale pentru acest scop.

3. *Problemele dinamice.* Această clasă reunește probleme cu un mare număr de variabile, în care alegerea valorilor variabilelor se face succesiv, iar alegerile efectuate influențează relativ simplu asupra posibilităților de alegere a celorlalte variabile. În aceste probleme se reușește pentru fiecare dintre variabile (sau grupe de variabile) să se formuleze o problemă locală de maximizare, la rezolvarea căreia se află valoarea acestei variabile, optimă din punctul de vedere al întregii probleme. Așadar, rezolvarea unei probleme mari de optimizare se descompune într-un mare număr de probleme mici care pot fi rezolvate ușor (*programarea dinamică**). Metodele de programare dinamică se utilizează în programarea neliniară (așa-numitele *probleme separabile*), în teoria modelelor liniare din economie, în problemele probabiliste de optimizare (*teoria procedurilor statistice secvențiale, conducerea optimă a unor procese Markov*). Cu ajutorul programării dinamice se rezolvă un mare număr de probleme discrete de optimizare. Problemele de acest gen apar în special la rezolvarea prin metoda îmbunătățirilor succesive a problemelor de programare liniară cu un mare număr de variabile (*problemele de croire optimă, de optimizare a transporturilor auto*). Pe de altă parte, la studierea proprietăților asimptotice ale problemelor de programare dinamică cu ajutorul programării liniare se calculează stările staționare limită ale proceselor.

4. *Problemele de extremum în rețele.* Metodele de optimizare în rețele sînt în majoritatea cazurilor variante ale metodelor de programare liniară și dinamică. De pildă, problema de transport în rețea și problema de transport cu capacități de tranzit limitate reprezintă probleme speciale de programare liniară. Cazuri particulare ale acestor probleme de transport au fost considerate *problema fluxului maxim printr-o rețea* și *problema drumului celui mai scurt printr-o rețea.* Toate metodele de rezolvare a acestor probleme, existente în prezent, sînt particularizări ale metodelor standard de programare liniară, în elaborarea cărora a fost

utilizată experienţa creării algoritmilor pentru problemele de extremum în reţele. Totodată, problema drumului celui mai scurt este o problemă caracteristică de programare dinamică, iar fiecare metodă de rezolvare a ei este un algoritm de programare dinamică. De problema drumului celui mai scurt printr-o reţea este strîns legată problema drumului celui mai lung — a drumului *critic* printr-o reţea. Această problemă constituie baza aşa-numitei *planificări în reţea*, care constituie o abordare matematică a conducerii operative a unor lucrări complexe. Problemele mai complexe ale planificării în reţea se rezolvă cu ajutorul metodelor programării discrete.

5. *Problemele discrete.* Printre metodele de rezolvare a acestor probleme se pot distinge două grupe principale, care se deosebesc prin principiul pe care se bazează metoda.

Prima grupă reuneşte *metodele de secţionare.* Aceste metode, care se dezvoltă pentru problemele de programare liniară cu condiţii suplimentare privind exprimarea variabilelor în numere întregi, se caracterizează prin aceea că mulţimea soluţiilor admisibile se extinde iniţial în aşa mod încît să se simplifice aflarea soluţiei optime (se elimină condiţia de exprimare în numere întregi), iar apoi la obţinerea acestei soluţii optime, dacă ea nu este o soluţie admisibilă a problemei iniţiale, mulţimea pe care se efectuează optimizarea, se restrînge. Dintre aceste metode face parte *metoda lui R. Gomory* pentru rezolvarea unei probleme de programare liniară în numere întregi şi pentru diverse variante ale acesteia.

Un alt mod de abordare a soluţionării problemelor de programare discretă constă în *perfecţionarea trierii variantelor.*

Reducerea trierii se bazează pe estimarea inferioară a valorii funcţiei minimizate pe clase întregi de soluţii admisibile, cu eliminarea ulterioară a acelor clase de soluţii pentru care această evaluare s-a dovedit prea ridicată. Acest gen de metode au căpătat denumirea de *metode ale ramificării şi mărginirii (Branch and Bound) (→ Metode combinatorii).* Încă un tip de metode de triere perfecţionată sub denumirea de *metoda analizei secvenţiale a variantelor* a fost elaborată de V. S. Mihalevici ş.a. Ideea reducerii trierii, utilizată în această metodă, este apropiată de metoda programării dinamice; grupele de variante formate cu ocazia ramificării se compară între ele şi se înlătură grupele pentru care se află variante care le majorează şi asigură aceleaşi rezultate cu valori mai mici ale funcţiei obiectiv.

Metoda ramificării şi mărginirii şi metoda analizei secvenţiale se utilizează practic în toate problemele de programare discretă. Ca una din aplicaţiile principale ale acestor metode trebuie menţionată *planificarea*

calendaristică. Aceste metode pot fi utilizate și la soluționarea unor probleme neconvexe de programare neliniară.
În sfîrșit, trebuie menționate *problemele cu parametri aleatori*. O parte a acestor probleme (procesele markoviene de decizie, inclusiv multe dintre problemele de teorie a fiabilității și de teorie a serviciilor de masă, de gestiune a stocurilor, de teorie a deciziilor statistice) pot fi înglobate în schema generală a programării dinamice. Alte probleme, formal apropiate de enunțurile programării liniare și neliniare, formează o disciplină distinctă — *programarea stochastică** —, care se află în stadiul de constituire.
P.m. este legată, de asemenea, de *teoria jocurilor** și de analiza matematică a modelelor economice.

L. V. Kantorovici, I. V. Romanovski

Bibl. 1. T. L. Saaty, *Mathematical Methods of Operations Reseach*, McGraw-Hill, 1958; 2. G. Hadley, *Nonlinear and Dynamic Programming*, Addison-Wesley Publishing Co, 1964; 3. A. Kaufmann, *Metode și modele ale cercetării operaționale*, Editura științifică, v. I, 1967, v. II, 1968 (→ de asemenea bibl. la termenii citați în text).

Programare neliniară. Secțiune a *programării matematice**, care studiază problemele de determinare a valorii unor parametri, în condițiile cărora funcțiile date, neliniare, spre deosebire de cele studiate de *programarea liniară**, nu depășesc niște mărimi fixate, iar o anumită funcție precizată — așa-numita funcție obiectiv — atinge minimul (maximul) global. Constituirea **p.n.** se explică prin aceea că ipoteza cu privire la dependența liniară de parametrii planificați ai diferitelor caracteristici ale proceselor studiate este inacceptabilă în cercetarea multor probleme practice, inclusiv economice.
Problema fundamentală a **p.n.** poate fi formulată în felul următor: în condițiile unor funcții f date, $g_1, \ldots, g_m$ de n variabile reale, să se determine vectorul n-dimensional $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_m)$, care să satisfacă condițiile:

$$x_j \geqq 0, \quad j = 1, 2, \ldots, n,$$

$$g_i(\mathbf{x}) \leqq 0, \quad i = 1, 2, \ldots, m$$

și care să asigure minimul global al funcției obiectiv $f(\mathbf{x})$.
La orice problemă de **p.n.** este asociată așa-numita *funcție Lagrange:*

$$L(\mathbf{x},\mathbf{u}) = f(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^{m} u_i g_i(\mathbf{x}),$$

considerată pe o mulțime de perechi de vectori $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ și $\mathbf{u} = (u_1, \ldots, u_m)$ cu componente nenegative. Perechea de vectori $\mathbf{x}^0$

şi $\mathbf{u}^0$ se numeşte pereche *şa* pentru funcţia L, dacă pentru oricare vectori $\mathbf{x}$ şi $\mathbf{u}$ cu componente nenegative sînt adevărate inegalităţile:

$$L(\mathbf{x},\mathbf{u}^0) \geqq L(\mathbf{x}^0,\mathbf{u}^0) \geqq L(\mathbf{x}^0,\mathbf{u}).$$

Este lesne de demonstrat că dacă perechea de vectori $\mathbf{x}^0$ şi $\mathbf{u}^0$ este *şa* pentru funcţia Lagrange, atunci $\mathbf{x}^0$ (care furnizează soluţia căutată) este vectorul optim în problema respectivă de **p.n.** Dar acest fapt poate fi efectiv folosit pentru analiza şi rezolvarea problemelor examinate numai în anumite condiţii suplimentare, extrem de restrictive (de pildă, în problemele de *programare liniară* şi *convexă*).

P.n. cuprinde o clasă atît de largă de probleme încît, în principiu, nu pot fi create pentru ele metode numerice universale eficiente. În primul rînd, această situaţie este legată de faptul că în problemele de **p.n.** există, de regulă, asemenea seturi *admisibile* (care satisfac restricţiile) de parametri care sînt optime printre seturile admisibile suficient de apropiate de ele, dar care nu sînt însă optime. Problemele de acest tip sînt numite, de obicei, probleme *multiextremale**.

Metode numerice eficiente s-au elaborat numai pentru unele clase de probleme de **p.n.**, care includ problemele despre care se cunoaşte apriori că nu sînt multiextremale. Aşa sînt, de pildă, problemele de *programare convexă*.

Unele metode numerice de programare convexă pot fi utilizate pentru aflarea extremumurilor locale în problemele multiextremale de programare neliniară. Cu acest prilej, alegînd diverse puncte iniţiale, se poate spera identificarea unor diferite extremumuri locale.

Este important de relevat că, în principiu, orice problemă de **p.n.**, cu ajutorul metodei penalizărilor *(→ Programare convexă)*, poate fi redusă la un şir de probleme de extremum necondiţionat. Aceste probleme auxiliare sînt însă, de regulă, multiextremale, iar rezolvarea lor comportă mari dificultăţi. Totuşi, această metodă este adeseori utilizată pentru rezolvarea unor probleme multiextremale concrete.

În practica planificării producţiei şi în general în practica economică (mai ales în problemele de amplasare teritorială) se întîlnesc în mod sistematic probleme în care restricţiile sînt liniare, iar funcţia maximizată este convexă (funcţia minimizată — concavă). Pentru rezolvarea acestui gen de probleme multiextremale s-au elaborat metode speciale, care utilizează faptul că aici vectorul optim coincide cu unul dintre vîrfurile poliedrului restricţiilor.

G. Ş. Rubinstein, A. A. Kaplan

Bibl. 1. G. Hadley, *Nonlinear and Dynamic Programming*, Addison-Wesley Publishing Co., 1964; 2. A. V. Fiacco, G. P. McCornick, *Nonlinear Programming*, Wiley, 1968.

Programare omografică. Ramură a *programării matematice**, care studiază *probleme de extremum** de următorul tip: să se maximizeze (minimizeze) funcția

$$f(\mathbf{x}) = \frac{\sum_{j=1}^{n} c'_j x_j}{\sum_{j=1}^{n} c''_j x_j} = \frac{f_1(x)}{f_2(x)}, \tag{1}$$

cu condițiile

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b} \tag{2}$$

și

$$\mathbf{x} \geqq 0. \tag{3}$$

Funcția $f(\mathbf{x})$ se numește *pseudoliniară* sau omografică, de unde și denumirea de *programare omografică*.

Matricea **A** avînd ca elemente numere reale are dimensiunile $m \times n$ (*→ Matrice*); $\mathbf{x} \in E_n$, $\mathbf{b} \in E_m$. Se consideră că pe mulțimea dată de restricțiile (2)—(3), $f_2(\mathbf{x}) \neq 0$. De aici, în virtutea continuității funcției $f_2(\mathbf{x})$ și a închiderii mulțimii (2)—(3), rezultă că $f_2(\mathbf{x})$ își păstrează semnul. De aceea, pentru fixarea ideilor vom considera că $f_2(\mathbf{x}) > 0$ pe mulțimea (2)—(3).

În cazul $f_2(\mathbf{x}) = 1$ problema de **p.o.** devine o problemă de programare liniară.

Principalele exemple de probleme economice care se reduc la problema (1)—(3) sînt problemele de optimizare a unor indicatori economici: minimizarea costului sau a consumului de muncă pentru obținerea unei unități de produs, maximizarea productivității, minimizarea costului transporturilor etc.

Ex. Fie $p_j (j = 1, 2, ..., n)$ cantitatea de produse de același fel, fabricate într-o unitate de timp prin utilizarea procedeului j; c_j — cheltuielile totale, în expresie valorică, pe unitate de timp, utilizînd procedeul j; x_j — timpul de utilizare a procedeului j în cursul unei perioade de plan.

Cu aceste notații, costul se determină ca funcție $f(\mathbf{x}) = \dfrac{\sum_{j=1}^{n} c_j x_j}{\sum_{j=1}^{n} p_j x_j}$.

Problema minimizării costului se reduce la determinarea planului $\mathbf{x} = (x_1, x_2, ..., x_n)$, care minimizează funcția $f(\mathbf{x})$ și care satisface restricțiile pentru resursele deficitare în cazul îndeplinirii sarcinii de plan pentru fabricarea producției. Proprietatea fundamentală a funcției omografice utilizate în teoria **p.o.** o constituie monotonia în orice direcție în cadrul mulțimii (2) — (3). Din monotonia funcției $f(\mathbf{x})$ și din convexitatea mulțimii (2)—(3) rezultă că problema (1)—(3) este o problemă *uniextremală*, iar dacă funcția $f(\mathbf{x})$ își atinge maximul (minimumul), atunci acesta se află cel puțin pe unul din vîrfurile mulțimii (2)—(3). În caz că mulțimea (2)—(3) este nemărginită, $f(\mathbf{x})$ poate tinde către o limită sau către ∞. Aceste proprietăți ale funcției $f(\mathbf{x})$ permit să se utilizeze pentru rezolvarea problemelor de **p.o.** o metodă extrem de apropiată de *metoda simplex**. Deosebirea dintre această metodă de metoda simplex constă în verificarea condițiilor de optimalitate. Condiția de maxim pentru problema (1)—(3) se formulează astfel: dacă pentru planul de sprijin $\mathbf{x}^*$ toate

$$d_j = \begin{vmatrix} f_1(\mathbf{x}^*) & r'_j - c_j \\ f_2(\mathbf{x}^*) & r''_j - c_j \end{vmatrix} \leqslant 0, \quad j = 1, \ldots, n, \tag{4}$$

atunci $\mathbf{x}^*$ reprezintă planul optim. Aici $r'_j = \sum_{i \in I} c'_i x_{ij}$; $r''_j = \sum_{i \in I} c''_i x_{ij}$; I este mulțimea numerelor de ordine ale vectorilor bază ai planului $\mathbf{x}^*$; x_{ij} este al i-lea coeficient de descompunere a vectorului a_j după această bază.

După cum se vede din inegalitățile (4), pentru verificarea condițiilor de optimalitate este necesar același tabel simplex(→*Metoda simplex*). Calculul acestui tabel nu depinde de forma funcției minimizate. Procesul de introducere a unui nou vector în bază și de scoatere a unui vector din bază coincide cu procedura metodei simplex (→ *Metoda simplex*). Dacă $\theta \to \infty$, atunci

$$f(\mathbf{x}) = \frac{r'_j - c'_j}{r''_j - c''_j}.$$

S-au elaborat algoritmi care utilizează particularitățile matricei **A** (de pildă, pentru probleme ale căror restricții coincid cu restricțiile problemelor de transport).

G. V. Puhova

Bibl. 1. A. I. Schwartzman, *Ob obnom algoritme drobno-lineinovo programmirovania*, „Ekonomika i matematiceskie metodî", v. I, fas. 4, 1965. 2. I. P. Cernov, *O zadaceah drobnovo programmirovania s lineinîmi separabelnîmi i kvadraticinîmi funkțiami*, „Ekonomika i matematiceskie metodî", v. VI, fas. 5, 1971.

Programare parametrică. Secţiune a *programării matematice**, în care se examinează problemele de extremum cu funcţii obiectiv şi cu restricţii care depind de anumiţi parametri, se elaborează metodele numerice care permit să se afle soluţia simultan pentru totalitatea valorilor parametrilor şi se studiază comportamentul soluţiilor acestor probleme în cazul modificării parametrilor. Cel mai bine studiate sînt problemele de *programare liniară** în care fie coeficienţii formei liniare (funcţiei obiectiv), fie vectorul restricţiilor, fie una dintre liniile matricei condiţiilor depind (nu neapărat liniar) de un parametru. În aceste condiţii, obţinînd soluţia optimă pentru o valoare a parametrului cu ajutorul *metodei simplex**, este uşor de determinat intervalul (domeniul) de valori ale parametrului pentru care baza aflată rămîne optimă. Pentru studierea altor valori ale parametrilor, este necesară (potrivit regulilor aceleiaşi metode simplex) trecerea la altă bază. Această metodă se generalizează pentru cazurile de dependenţă simultană de un parametru atît a formei liniare, cît şi a vectorului restricţiilor şi a matricei condiţiilor, însă devine cu mult mai greoaie. Cazurile mai generale nu au deocamdată o soluţie. Metoda **p.p.** permite să se estimeze stabilitatea (sensibilitatea) soluţiei unei probleme în raport cu modificarea datelor iniţiale, care în problemele practice sînt cunoscute, de regulă, destul de imprecis. În cazurile în care există o libertate de alegere pentru unele dintre datele iniţiale ale problemei, **p.p.** constituie un aparat util, care permite să se calculeze pe o cale economicoasă influenţele admisibile cele mai raţionale asupra condiţiilor problemei. Pentru unele probleme particulare de programare matematică, o parte a datelor iniţiale pot fi considerate ca parametri pentru celelalte şi, în asemenea cazuri, prin aplicarea metodelor **p.p.**, rezolvarea problemei respective se reduce uneori la rezolvarea unei probleme mai simple. Primele cercetări în domeniul **p.p.** au fost efectuate de Gass şi Saaty cu ocazia studierii unei probleme de planificare a producţiei (ei au propus şi termenul de *programare parametrică*).

I. P. Orevkov

Bibl. 1. S. Gass, *Linear Programming, Methods and Applications*, McGraw-Hill Book Co., 1958; 2. E. G. Golstein, D. B. Iudin, *Novîe napravlenia v lineinom programmirovanii*, „Sovietskoe radio", 1966.

Programare pătratică. Subdisciplină a programării neliniare care studiază probleme în care se cere să se găsească un maxim global al unor funcţii pătratice pe o mulţime poliedrică. Orice *problemă de* **p.p.** poate fi scrisă într-o formă matriceală după cum urmează:

să se găsească maximul funcţiei $\mathbf{x}'\,\mathbf{D}\,\mathbf{x} + (\mathbf{c}', \mathbf{x})$ (1)

cu condiţiile $\mathbf{A}\,\mathbf{x} = \mathbf{b}, \mathbf{x} \geqq 0.$ (2)

Aici $\mathbf{x}$ este un vector coloană n-dimensional; $\mathbf{x}'$ — un vector linie n-dimensional; $\mathbf{c}'$ — un vector linie n-dimensional; $\mathbf{b}$ — un vector coloană n-dimensional; $\mathbf{A}$ — o matrice $m \times n$; $\mathbf{D}$ — o matrice pătrată simetrică de ordinul n, $\mathbf{x}'\mathbf{D}\mathbf{x} = (\mathbf{x}'\mathbf{D}, \mathbf{x}) = (\mathbf{x}, \mathbf{D}\mathbf{x})$. Dacă $\mathbf{D} = 0$, avem o *problemă de programare liniară.* Se știe că nu orice extrem local al problemei studiate (1)—(2) este un maxim global. Se poate însă demonstra că dacă funcția obiectiv a problemei de **p.p.** este superior mărginită, problema are neapărat o soluție optimă (adică un punct de maxim global). Nu există metode de calcul eficiente pentru găsirea maximului global al problemei generale (1)—(2) de **p.p.** Mult mai bine dezvoltate sînt teoria și metodele **p.p.** *convexe,* care este o subdiviziune a *programării convexe.* **P.p.** convexă studiază probleme în care trebuie găsit maximul global al unei funcții convexe (în sus) pe o mulțime poliedrică. Prin urmare, în această clasă de probleme se presupune că matricea $\mathbf{D}$ este negativ semidefinită. Dacă matricea $\mathbf{D}$ este negativ definită, funcția obiectiv (1) este superior mărginită și, ca atare, problema (1)—(2) are o soluție optimă unică (cu condiția ca mulțimea admisibilă să nu fie vidă).

În conformitate cu principiul general al dualității în programarea convexă, pentru problema (1)—(2) de **p.p.** convexă *problema duală* se scrie astfel:

$$\text{să se găsească minimul funcției } -\mathbf{x}'\mathbf{D}\mathbf{x} + (\lambda, \mathbf{b}) \tag{3}$$

$$\text{cu condițiile } -2\mathbf{D}\mathbf{x} + \mathbf{A}'\lambda \geqslant \mathbf{c}, \ \mathbf{x} \geqslant 0. \tag{4}$$

Aici $\mathbf{A}'$ este matricea transpusă față de $\mathbf{A}$; $\mathbf{c}$ — un vector coloană n-dimensional; λ—un vector coloană m-dimensional.

În cazul liniar ($\mathbf{D} = 0$) definiția dată a problemei duale coincide cu cea adoptată în programarea liniară. Ca și în cazul programării liniare, în **p.p.** are loc următoarea *teoremă de dualitate.*

Dacă una dintre problemele perechii duale are soluție, atunci are soluție și cealaltă problemă. Valorile extreme ale celor două probleme sînt egale.

Dacă $\mathbf{x}^0$ este soluția optimă a problemei primale, componentele vectorului $\mathbf{x}^0$ coincid cu componentele corespunzătoare ale soluției optime ale problemei duale. Reciproca este adevărată numai dacă matricea $\mathbf{D}$ este negativ definită.

Condiția Kuhn-Tucker pentru problema convexă (1)—(2) este de forma:

$$\left.\begin{aligned} &\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}, \\ &2\mathbf{D}\mathbf{x} - \mathbf{A}'\lambda + \mathbf{v} = -\mathbf{c}, \\ &x_j v_j = 0, \ j = 1, \ldots, n, \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

cu alte cuvinte, pentru ca vectorul $\mathbf{x}^0$ să fie o soluţie a problemei (1)—(2), este necesar şi suficient să se găsească un vector $\mathbf{v}^0 \geqslant \mathbf{0}$ şi un vector $\boldsymbol{\lambda}^0$, astfel încît sistemul de vectori $\mathbf{x}^0$, $\mathbf{v}^0$, $\boldsymbol{\lambda}^0$ să satisfacă condiţia (5). Se observă cu uşurinţă că orice vector $2n+m$-dimensional $(\mathbf{x}, \mathbf{v}, \boldsymbol{\lambda})$, care este o soluţie a sistemului (5) cu condiţia $\mathbf{x} \geqslant \mathbf{0}$, $\mathbf{v} \geqslant \mathbf{0}$, este o soluţie de bază (punct de margine) a sistemului:

$$\mathbf{A}\,\mathbf{x} = \mathbf{b}$$

$$2\mathbf{D}\,\mathbf{x} - \mathbf{A}'\boldsymbol{\lambda} + \mathbf{v} = \mathbf{c}.$$

Această observaţie reduce rezolvarea problemei de **p.p.** la găsirea unor soluţii de bază ale unor mulţimi poliedrice, ceea ce se poate realiza cu ajutorul *metodei simplex** a programării liniare după un număr finit de paşi.

Pe lîngă metodele generale ale programării convexe s-au elaborat în mod special pentru problema de **p.p.** convexă un număr mare de metode numerice printre care şi metode finite [1]. Amintim aici doar trei dintre cele mai utile metode finite: *metoda simplex a lui Beale, metoda gradienţilor conjugaţi, metoda simplex a lui Wolfe.*

Eficienţa acestor metode depinde în mare măsură de specificul problemei de rezolvat şi de mijloacele de calcul la dispoziţie.

E. G. Belousov

Bibl. 1. Künzi G.P., Krelle W., *Nichtlineare Programmierung*, Springer Verlag, 1962; 2. Hadley J., *Nonlinear and dynamic programming*, Addison-Wesley, 1964. 3. B. Dennis, *Mathematical Programming and Electrical Networks*, Technology Press and John Wiley, 1959; 4. W. I. Zangwill, *Nonlinear Programming: A Unified Approach*, Prentice Hall, 1969.

Programare pe blocuri. Secţiune a *programării matematice**, care studiază proprietăţile şi metodele de rezolvare a problemelor de optimizare, ce pot fi reprezentate sub forma unui sistem de două sau mai multe subprobleme-blocuri legate între ele *(→ Planificarea de decompoziţie)*. Metodele de **p.b.** sînt adeseori universale şi în principiu sînt aplicabile problemelor care nu pot fi descompuse printr-un procedeu natural. Practic, aplicarea acestor metode este însă justificată numai atunci cînd cel puţin una din subproblemele delimitate are proprietăţi care permit rezolvarea ei cu ajutorul unui algoritm eficient, a cărui utilizare nu este posibilă pentru problema generală. Metodele de **p.b.** pot fi atît exacte cît şi aproximative şi prevăd realizarea unui şir de *iteraţii**, astfel încît în cadrul fiecărei iteraţii se rezolvă, ţinînd seama de rezultatele iteraţiilor anterioare, toate subproblemele delimitate.

Pe lîngă utilitatea practică a metodelor de **p.b.** ca algoritmi de calcul, ele prezintă o mare importanţă în analiza economico-matematică ca modele ale proceselor de planificare şi de funcţionare a sistemelor economice. Din acest punct de vedere, cel mai mare interes îl prezintă *metoda de descompunere Dantzig-Wolfe* şi *metoda de planificare la două niveluri Kornai-Liptak*. Ambele metode sînt destinate rezolvării următoarei probleme de *programare liniară**:

$$\mathbf{x}^k \geqq 0, \ k = 1, 2, \ldots, K; \tag{1}$$

$$\mathbf{A}^k\mathbf{x}^k = \mathbf{b}^k, \ k = 1, 2, \ldots, K; \tag{2}$$

$$\sum_{k=1}^{K} \mathbf{D}^k\mathbf{x}^k = \mathbf{b}; \tag{3}$$

$$\sum_{k=1}^{K} \mathbf{c}^k\mathbf{x}^k \to \max. \tag{4}$$

Aici $\mathbf{x}^k$ este un vector n^k-dimensional, $\mathbf{b}^k$ — un vector m^k-dimensional, $\mathbf{b}$ — un vector m-dimensional, c^k — un vector n^k-dimensional, $\mathbf{A}^k$ — o matrice $(m^k \times n^k)$, $\mathbf{D}^k$ — o matrice $(m \times n^k)$.

Aşadar, matricea problemei (1) — (4) conţine submatricea-bloc diagonală *(→ Matricea-bloc)*, corespunzătoare restricţiilor (2). Aceasta determină oportunitatea descompunerii problemei. Se delimitează două subprobleme: pe baza restricţiilor (1)—(2) — *o problemă periferică* şi pe baza restricţiilor (3) — *o problemă a centrului*. La rîndul său, problema periferică reprezintă un ansamblu de *probleme locale* (pentru diverşi k).

Modelul (1)—(4) apare foarte frecvent în cazul optimizării planului de repartiţie a unor resurse limitate sau (şi) a unor sarcini pentru realizarea de produse între unităţile locale ale unui complex tehnologic de producţie, precum şi în problemele de planificare dinamică. În primul caz, k este numărul de ordine al unităţii, ecuaţia (2) reprezintă restricţiile locale, ecuaţia (3), restricţiile globale (de legătură) privind resursele totale (fie pentru sarcinile de producţie, fie pentru schimbul dintre unităţile locale); criteriul de optimi (4) măsoară, de obicei, beneficiul total. În cazul al doilea, k reprezintă momentul de timp sau perioada de plan, iar restricţiile au un sens analog: (2) reprezintă condiţiile care determină activitatea sistemului în momentul (intervalul) k, iar (3) reprezintă restricţiile de legătură, care determină dependenţa capacităţilor sistemului de stările sale precedente şi cerinţele integrale faţă de procesul de funcţionare în timp. În continuare se utilizează interpretarea problemei (1)—(4), corespunzătoare primului caz.

În metoda de descompunere Dantzig-Wolfe, problema centrului se bazează pe ipoteza că se cunosc o serie de planuri locale care satisfac restricţiile (1)—(2): $\mathbf{X}_1^k, \mathbf{X}_2^k, \ldots, \mathbf{X}_{s^k}^k$ pentru fiecare $k = 1, 2, \ldots, K$. Întrucît mulţimile Q^k determinate de restricţiile (1)—(2) sînt convexe, orice combinaţie convexă

$$\mathbf{x}^k = \lambda_1^k \mathbf{X}_1^k + \lambda_2^k \mathbf{X}_2^k + \ldots + \lambda_s^k k X_{s^k}^k \tag{5}$$

satisface, de asemenea, aceste restricţii ($\lambda_s^k \geqslant 0, s = 1, 2, \ldots S^k ; \sum_{s=1}^{S^k} \lambda_s^k = 1$).

În problema centrului se stabileşte care combinaţii convexe ale planurilor $\mathbf{X}^k, \mathbf{X}^k, \ldots, \mathbf{X}_{S^k}^k$, $k = 1, 2, \ldots, K$ optimizează criteriul (4) în cazul unor restricţii globale.

Problema centrului: Să se afle λ_s^k, $s = 1, 2, \ldots, S^k$, $k = 1, 2, \ldots, K$, care să satisfacă condiţiile:

$$\lambda_s^k \geqslant 0 ; \tag{6}$$

$$\sum_{k=1}^{S^k} \lambda_s^k = 1, \quad k = 1, 2, \ldots, K ; \tag{7}$$

$$\sum_{k=1}^{K} \sum_{s=1}^{S^k} \lambda_s^k \cdot (\mathbf{D}^k \mathbf{X}_S^k) = \mathbf{b} ; \tag{8}$$

$$\sum_{k=1}^{K} \sum_{s=1}^{S^k} \lambda_s^k \cdot (\mathbf{c}^k \mathbf{X}^k) \rightarrow \max. \tag{9}$$

Aici $\mathbf{D}^k \mathbf{X}^k$ reprezintă vectorul consumurilor de resurse globale de către unitatea k în cazul realizării planului local $\mathbf{X}^k$; $\mathbf{c}^k \mathbf{X}^k$ — beneficiul în cazul realizării acestui plan. Problema centrului (6) — (9) reprezintă o *problemă canonică* de programare liniară în raport cu necunoscutele λ_s^k. Coloana matricei coeficienţilor acestei probleme în cazul λ_s^k este un vector $(K+m)$-dimensional, la care primele K componente, corespunzătoare restricţiilor (7), sînt determinate de al s-lea versor K-dimensional, iar celelalte m componente sînt date de vectorul m-dimensional $(\mathbf{D}^k \mathbf{X}^k)$. În acest caz ecuaţiile (8) corespund ecuaţiilor (3) din problema generală, iar fiecare ecuaţie de forma (7) reprezintă o grupă de restricţii (2) cu un k fixat. Prin urmare, problema centrului are un număr cu mult mai mic de ecuaţii decît problema iniţială (1)—(4). Problema centrului ar fi echivalentă cu problema iniţială dacă orice soluţie admisibilă a problemei (1)—(4) ar putea fi reprezentată sub forma (5), adică dacă setul de planuri locale $\mathbf{X}_s^k$, $s = 1, 2, \ldots, S^k$, $k = 1, 2, \ldots, K$ ar fi suficient de mare. Dar numărul de planuri locale necesar pentru un asemenea set depinde exponențial de dimensiunile problemei și în cazuri reale este practic imens. De aceea, la fiecare iterație a metodei Dantzig-Wolfe se utilizează numai $K + m$ planuri $\mathbf{X}_s^k$, astfel încît coloanele în cazul λ_s^k formează baza problemei (6) — (9). Baza inițială a problemei (6)—(9), care în metoda Dantzig-Wolfe se rezolvă printr-un algoritm simplex după schema cu utilizarea matricei inverse (→ *Metode numerice de programare liniară*) poate fi formată prin diverse procedee, inclusiv prin introducerea unor variabile artificiale. În cazul trecerii la o nouă bază se utilizează probleme locale și folosind soluțiile acestora se formează o nouă coloană a problemei centrului.

Problema locală a unității k:

$$\mathbf{x}^k \geqq 0\,; \tag{10}$$

$$\mathbf{A}^k\mathbf{x}^k = \mathbf{b}^k\,; \tag{11}$$

$$(\mathbf{c}^k - \mathbf{p}\mathbf{D}^k)\,\mathbf{x}^k \rightarrow \max. \tag{12}$$

Aici $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots p_m)$ este vectorul m-dimensional al estimațiilor resurselor globale (al factorilor simplex corespunzători restricțiilor (8) → *Metode numerice de programare liniară*), obținut pentru baza curentă a problemei centrului. Tocmai prin vectorul $\mathbf{p}$ centrul dirijează planificarea activității unităților locale; criteriul (12) implică scăderea din beneficiul $\mathbf{c}^k\mathbf{x}^k$ a unității k a „valorii" resurselor globale consumate de ea în estimațiile p_i, $i = 1, 2, \dots, m$. Prin aceasta centrul stimulează alegerea unor asemenea planuri locale care țin seama în mod indirect de caracterul deficitar al resurselor globale, în ciuda absenței unor restricții pentru utilizarea lor în problemele locale (10)—(12).

Recurgerea la problemele locale (10)—(12) pentru determinarea vectorului introdus în baza problemei centrului constituie o adaptare la structura problemei inițiale (1)—(4) a acelui procedeu al metodei simplex care prevede introducerea în bază a coloanei cu elementul cel mai mare al ultimului rînd (**c**—**z**) al tabelului simplex (dacă printre ele există elemente pozitive). Criteriul de optim al bazei în metoda simplex îl constituie absența unor elemente pozitive pe rîndul (**c**—**z**); utilizarea acestei reguli în cazul de față conduce la următoarea formulare; o bază curentă a problemei centrului este optimă dacă cu ocazia rezolvării problemelor locale cu valori ale estimațiilor $\mathbf{p}$ corespunzătoare acestei baze s-a constatat pentru fiecare k o egalitate între valoarea optimă a criteriului (12) și estimația q^k a restricției (7) în problema centrului. Stabilirea faptului că soluția pentru criteriul (12) (prin urmare și pentru (4) în problema inițială) este infinită are loc la fel ca în metoda simplex obișnuită. Prin urmare, metoda de descompunere Dantzig-Wolfe constituie o variantă modificată a metodei simplex (cu utilizarea factorilor simplex), aplicată la problema (1)—(4). În cadrul fiecărei iterații se rezolvă problema centrului (6)—(9) în vederea determinării combinațiilor convexe optime ale planurilor locale de bază $\mathbf{X}_s^k$ a estimațiilor (factorilor simplex) ale resurselor globale p_i și a estimațiilor q^k, ce caracterizează aportul unității k la criteriul optimului sistemului. În continuare, cu noile valori p_i se rezolvă problemele locale comparînd valorile optime ale criteriilor lor cu q^k și se stabilește dacă este posibil să se îmbunătățească soluția existentă, iar dacă da, atunci se trece la o nouă bază în problema centrului etc. Metoda Dantzig-Wolfe asigură nemicșorarea monotonă a valorii criteriului de optim (9), respectiv (4), și permite să se obțină o soluție exactă printr-un număr finit de iterații. Metoda de descompunere Dantzig-Wolfe permite să se realizeze procesul planificării centralizate, repartizînd funcțiile de prelucrare a informației între sistemul de calcul de la centru și sistemele periferice, întrucît nu implică concentrarea întregii informații tehnologice și de producție la centru, ci se bazează pe un fel de dialog între centru și unitățile locale. Același merit îl are și metoda de planificare la două niveluri Kornai-Liptak; în timp ce în cadrul metodei de descompunere centrul comunică unităților periferice valorile estimărilor resurselor globale, iar ca răspuns primește planurile unităților locale și în primul rînd necesitățile determinate de ele, $\mathbf{D}^k\mathbf{X}^k$ și indicatorii beneficiului $\mathbf{c}^k\mathbf{x}_s^k$, pe baza cărora se formulează problema (6) — (9), aici centrul stabilește repartizarea resurselor globale între unitățile locale în indicatori naturali, iar ca răspuns primește estimările locale ale eficienței resurselor globale. Să presupunem că unității k i s-au alocat resurse globale în cantitățile $\mathbf{d}^k$($\mathbf{d}^k$ fiind un vector m-dimensional). Atunci *problema locală* a unității k în metoda Kornai-Liptak capătă forma următoare:

$$\mathbf{x}^k \geqq 0; \tag{13}$$

$$\mathbf{A}^k\mathbf{x}^k = \mathbf{b}^k; \tag{14}$$

$$\mathbf{D}^k\mathbf{x}^k = \mathbf{d}^k; \tag{15}$$

$$\mathbf{c}^k\mathbf{x}^k \to \max. \tag{16}$$

La rezolvarea problemei duale în raport cu problema (13) — (16) se determină, printre altele, estimațiile optime p_i^k, $i = 1, 2, \dots, m$, corespunzătoare ecuațiilor (15). Fiecare dintre ele caracterizează eficiența utilizării în unitatea k a resurselor globale în cazul fondurilor $\mathbf{d}^k$, adică creșterea criteriului (16) și deci și a criteriului (4) în cazul modificării lui d_i^k. În felul acesta, estimațiile p_i^k caracterizează eficiența repartiției resurselor globale: realizarea condițiilor $p_i^{k_1} = p_i^{k_2}$; $i = 1, 2, \dots, m$, k_1,

$k_2 = 1, 2, \ldots, K$ dovedeşte că această repartiţie s-a efectuat optim (aceste condiţii sînt suficiente; condiţiile necesare şi suficiente sînt întrucîtva mai complexe). În caz contrar se realizează o redistribuire a resurselor rezolvînd *problema centrului*:

$$\mathbf{d}^k \geqq 0, \quad k = 1, 2, \ldots, K; \tag{17}$$

$$\sum_{k=1}^{K} \mathbf{d}^k = \mathbf{b}; \tag{18}$$

$$\sum_{k=1}^{K} \mathbf{p}^k \mathbf{d}^k \to \max. \tag{19}$$

(Aici se presupune că $\mathbf{b} > 0$, întrucît se examinează cazul în care restricţiile de legătură (3) descriu numai repartiţia resurselor globale.) Întrucît ecuaţiile (18) pentru diferite tipuri de resurse globale sînt independente, soluţia optimă a problemei centrului (17) — (19) se află în mod banal:

$$\overset{\circ}{d}{}_i^k = \begin{cases} 0, \text{ dacă } p_i^k < \max\limits_{k'} p_i^{k'}, \\ b_i, \text{ dacă } p_i^k = \max\limits_{k'} p_i^{k'}. \end{cases} \tag{20}$$

(Dacă maximul în (20) se obţine în cazul cîtorva valori ale indicelui unităţii k', atunci întregul fond b_i al resursei i poate fi alocat fiecăreia dintre aceste unităţi, de pildă, celei care are număr de ordine cel mai mic.) Cu alte cuvinte, întregul stoc b_i al resursei i se alocă acelei unităţi k în care, conform iteraţiei curente, eficienţa p_i^k a utilizării acestei resurse este maximă.

Pentru a continua descrierea metodei Kornai-Liptak este necesar să introducem numărul de ordine al iteraţiei, t; îl vom scrie între paranteze după semnul mărimii variabile: de pildă, $p_i^k(t)$ este estimarea eficienţei utilizării resursei globale i în unitatea locală k, potrivit iteraţiei t. Dificultatea constă în aceea că utilizarea nemijlocită a repartiţiei (20) ar duce la instabilitatea procesului; de aceea, se utilizează o repartiţie medie după toate iteraţiile executate:

$$d_i^k(t) = \frac{t-1}{t} d_i^k(t-1) + \frac{1}{t} \overset{\circ}{d}{}_i^k(t). \tag{21}$$

Prin urmare, $\overset{\circ}{d}{}_i^k(t)$ nu reprezintă decît mărimea corecţiei repartiţiei utilizate în iteraţia precedentă. Cu noile valori d_i^k se rezolvă din nou problemele locale (13) — (16) etc. O medie analoagă celei din (21) se poate face şi în calculul valorilor $p_i^k(t)$ pentru criteriul (19), pe baza valorilor lor anterioare $p_i^k(t-1)$ şi a soluţiei $\overset{0}{p}{}_i^k(t)$ a problemei locale (13)—(16) în iteraţia curentă t. Aproximaţia iniţială $\overset{0}{d}{}_i^k(0)$ poate fi arbitrară. În procesul de calcul se prevede determinarea estimaţiei inferioare şi a celei superioare a valorii optime a criteriului (4); procesul se încheie cînd diferenţa ε a acestor estimaţii atinge precizia dorită. Pentru justificarea matematică a metodei Kornai-Liptak, problema (1) — (4) se reduce la un joc poliedric, pentru soluţionarea căruia se utilizează algoritmul Brown. Metoda este aproximativă, permiţînd după un număr de paşi $T(\varepsilon)$ să se obţină o soluţie care să se deosebească de soluţia optimă cel mult cu mărimea ε.

Metodele Dantzig-Wolfe şi Kornai-Liptak sînt generalizate pentru problemele neliniare, structural similare problemei (1) — (4). Toate metodele **p.b.** sînt *metode de planificare centralizată de decompoziţie* deşi, în primul rînd, presupun că efectuarea calculelor este repartizată elementelor sistemului şi nu reclamă concentrarea informaţiei, iar în al doilea rînd, pot îngloba modelarea unor elemente de conducere descentralizată. Astfel, metoda Dantzig-Wolfe modelează, într-un anumit sens, „vînzarea" resurselor globale la preţuri p_i. În ultimă analiză însă, planurile unităţilor locale se stabilesc nu la periferie, ci la centru, în cazul soluţionării problemei (6) — (9), în timp ce problemele locale (10) — (12) sînt necesare pentru stabilirea informaţiei care reflectă în mod sintetic capacităţile locale. Centralismul metodelor **p.b.** îşi găseşte expresia în faptul că criteriul de optim şi părţile din dreapta ale restricţiilor problemelor locale sînt determinate prin algoritmul de rezolvare a problemei iniţiale, sînt „prescrise" unităţii locale reprezentînd o *reducere* la unitatea locală a criteriului global (în metoda Dantzig-Wolfe) sau a restricţiilor globale (în metoda Kornai-Liptak) şi nu sînt identificate prin analiza ei ca un *sistem cu autoorganizare* şi urmărirea funcţionării sale reale (→ *Planificare de decompoziţie, Metode iterative de planificare optimă*).

V. I. Danilov-Danilian

Bibl. 1. G. Dantzig, *Linear Programming and Extensions*, Princeton-University Press, 1963; 2. B. G. Golstein, D. B. Iudin, *Novîe napravlenia v lineinom programmirovanii*, „Sovietskoe radio", 1966; 3. I. Kornai, T. Liptak, *Planirovanie na dvuh urovneah*, în culegerea *Primenenie matematiki v ekonomiceskih issledovaniah*, v. 3, „Mîsli", 1965; 4. V. M. Polterovici, *Blocinîie metodî vognutogo programmirovania i ih matematiceskaia interpretaţia*, „Ekonomika i matematiceskie metodî", v. V, fas. 2, 1969.

Programare stochastică. Secţiune a programării matematice, care studiază teoria şi metodele de rezolvare a problemelor de extremum condiţionat în situaţiile în care informaţia asupra parametrilor condiţiilor problemei este incompletă.

Informaţia iniţială pentru planificarea, proiectarea şi conducerea economiei este insuficient de exactă. Planificarea producţiei se efectuează, de obicei, în condiţii de informaţie incompletă cu privire la împrejurările în care se va îndeplini planul şi se va realiza producţia fabricată. Funcţionarea instalaţiilor automate este însoţită de perturbaţii aleatoare neprevăzute, ale căror caracteristici statistice nu pot fi întotdeauna determinate şi luate în seamă la calculul acţiunilor de conducere. Lucrările se complică şi mai mult în situaţiile conflictuale, în care, pe lîngă insuficienţa firească de informaţie, apare şi posibilitatea dezinformării.

Aşadar, în modelele de programare matematică, la cercetarea cărora se reduc problemele de planificare, proiectare şi conducere, unii sau toţi parametrii indicatorului calităţii şi (sau) ai restricţiilor pot fi nedeterminaţi sau aleatori. În unele cazuri experienţa, statistica şi cercetarea proceselor, care determină modificarea datelor iniţiale şi formează condiţiile în care se realizează planul, proiectul sau sistemul de conducere, permit să se stabilească diferitele caracteristici probabiliste ale parametrilor condiţiilor problemei. În alte cazuri nu există temeiuri pentru nici un fel de aprecieri asupra particularităţilor statistice ale fenomenelor, capabile să modifice valorile presupuse ale parametrilor condiţiilor problemei. Situaţiile de primul tip se numesc *situaţii de risc*, iar situaţiile de tipul al doilea — *situaţii nedeterminate* (incerte). Atît unele, cît şi celelalte constituie obiectul de cercetare al **p.s.** În **p.s.**, dificultăţi considerabile îl pîndesc pe cercetător nu numai la elaborarea metodelor de rezolvare a problemelor, dar şi la punerea lor, care trebuie să reflecte aspectele destul de subtile ale situaţiilor pe care le comportă planificarea în condiţii de risc sau de incertitudine.

Într-un mare număr de probleme aplicative, ale căror scheme de rezolvare se reduc la modele de programare matematică, parametrii funcţiilor obiectiv sau ale restricţiilor sînt mărimi aleatoare. Calea, firească la prima vedere, de analiză a problemelor stochastice, care constă în înlocuirea parametrilor aleatori prin valorile lor medii şi calcularea planurilor optime ale problemelor deterministe obţinute în acest mod, nu este întotdeauna justificată. În cazul în care se lucrează cu mediile parametrilor condiţiilor problemei, modelul se poate dovedi inadecvat fenomenului studiat. Soluţia obţinută pe această cale poate să nu satisfacă condiţiile problemei pentru diferitele realizări ale parametrilor restricţiilor. Se pot menţiona modelele de alegere a soluţiilor în condiţii de informaţie incompletă, în care restricţiile problemei trebuie să fie satisfăcute, oricare ar fi realizările parametrilor aleatori. Formulările corespunzătoare ale problemelor de **p.s.** se numesc formulări *rigide.* Asemenea formulări nu au întotdeauna sens, întrucît mulţimea punctelor, care satisfac restricţiile problemei în condiţiile tuturor realizărilor cazului, poate fi vidă.

În numeroase probleme de conducere în condiţii de informaţie incompletă, legate de situaţii repetabile, nu există necesitatea ca restricţiile să fie satisfăcute la fiecare realizare a cazului. Cheltuielile pentru stocarea informaţiei sau alte cheltuieli, care asigură lichidarea abaterilor în condiţiile problemei, pot depăşi efectul obţinut cu acest prilej. Adeseori, conţinutul concret al problemei cere doar ca probabilitatea ca soluţia să se situeze în domeniul admisibil să depăşească un anumit număr dat în prealabil $\alpha > 0$. În cazurile în care eventualele necorelări între anumite restricţii provoacă un prejudiciu diferit, este raţional să se abordeze în mod diferenţiat diferitele condiţii. Pentru a compensa prejudiciul determinat de necorelări, în diverse condiţii, este firesc să se limiteze inferior probabilitatea îndeplinirii fiecăreia dintre ele prin diferite numere $\alpha_i > 0$. De obicei, $\alpha_i > \frac{1}{2}$. Asemenea formulări ale problemelor de **p.s.** se numesc modele cu restricţii probabiliste.

Ca funcţie obiectiv a unor asemenea modele se alege, de obicei, speranţa matematică a realizărilor valorii indicatorului calităţii soluţiei sau probabilitatea de depăşire de către valoarea aleatoare a indicatorului de calitate a unui anumit prag fixat.

În funcţie de conţinutul concret al problemei, se poate considera planul şi rezolvarea unei probleme de **p.s.** ca vectori determinaţi sau aleatori sau ca serii de vectori determinaţi şi aleatori. În ultimul caz un vector determinat corespunde unei soluţii prealabile, adoptate înainte de realizarea condiţiilor problemei, iar un vector aleator corespunde corecţiei introduse în soluţie după realizarea parametrilor condiţiilor problemei. Asemenea formulări ale problemelor stochastice se numesc *modele în două etape.*

Problema planificării producţiei în condiţii de cerere incertă la producţia obţinută reprezintă o problemă caracteristică de **p.s.** în două etape. Planul optim de producţie trebuie să conţină valorile cel puţin a două grupe de parametri. Prima grupă de parametri reprezintă soluţia prealabilă cu privire la volumul produselor fabricate după un anumit procedeu tehnologic. Informaţia cu privire la aceşti parametri permite conducerii întreprinderii să pregătească echipamentele de producţie, să încheie contractele cu executanţii, să efectueze întreaga pregătire organizatorică şi tehnologică necesară şi să înceapă fabricarea producţiei. După stabilirea cererii (după realizarea parametrilor aleatori ai

condiţiilor problemei) se calculează a doua grupă de parametri ai soluţiei — planul corectat. Corecţia este provocată de necesitatea compensării necorelărilor prin înlăturarea neconcordanţei dintre cerere şi volumul producţiei determinat de planul preliminar. Compensarea necorelărilor se efectuează prin intermediul unui ansamblu de procedee tehnologice stabilit în prealabil.
Fiecărei realizări a cererii îi corespunde un plan propriu de compensare a neconcordanţelor. Este firesc să se considere că compensarea unei necorelări implică cheltuieli mai mari decît producţia aceluiaşi volum al producţiei în conformitate cu planul preliminar. De aceea, elaborarea planului preliminar trebuie să ţină seama de întreaga informaţie apriorică cu privire la caracteristicile statistice ale cererii pentru a reduce la minim cheltuielile totale pentru fabricarea producţiei solicitate.
Generalizările fireşti ale problemei în două etape duc la formulări ale **p.s.** în mai multe etape şi la procese aleatoare dirijate.

Problemele stochastice în mai multe etape se deosebesc prin forma funcţiei obiectiv, prin caracterul restricţiilor şi prin structura informaţiei. Cea din urmă determină, în speţă, setul de realizări ale parametrilor aleatori ai condiţiilor de care depinde planul optim — *regula de decizie* sau *repartiţia de decizie* din etapa K. În fiecare problemă de conducere, în condiţii de informaţie incompletă, alegerea modelului de **p.s.** adecvat ei implică o analiză neformală şi este determinată de conţinutul concret al problemei.

Metodele de rezolvare a problemelor de **p.s.** se dezvoltă în trei direcţii. Pentru unele clase de probleme stochastice se construiesc probleme echivalente de programare matematică de tip determinist şi se utilizează schemele de calcul elaborate pentru ele. Pentru alte clase de probleme stochastice se elaborează metode speciale de rezolvare. Aceste metode utilizează, de obicei, interpretarea în sensul teoriei mulţimilor a problemelor de teorie a probabilităţilor. Baza teoretică a acestor metode o constituie teoria dualităţii din *programarea convexă** în spaţii funcţionale. În sfîrşit, pentru rezolvarea unei clase mari de probleme de **p.s.** se elaborează metode de adaptare, care permit să se construiască şi să se perfecţioneze regulile de rezolvare pe cale iterativă după realizările secvenţiale ale unor seturi de parametri aleatori ai condiţiilor. Aceste metode se bazează pe principiile aproximării stochastice şi pe generalizările ei.

D. B. Iudin

Bibl. E. G. Golstein, D. B. Iudin, *Noviie napravlenia v lineincm programmirovanii*, „Sovietskoe radio", 1966; 2. G. B. Dantzig, *Linear Programming and Extensions*, Princeton University Press, 1963; 3. D. B. Iudin, *Matematiceskie metodî upravlenia v usloviah nepolnoi infcrmaţii*, „Sovietskoe radio", 1974.

Proprietate. Categorie filozofică care poate fi raportată la categoriile *obiect* (lucru) şi *relaţie*. Există mai multe definiţii ale **p.** cu ajutorul acestor categorii. Astfel, în logica modernă, se cunoaşte interpretarea **p.** drept o clasă de lucruri. De exemplu, **p.** de „a fi roşu" se identifică cu clasa obiectelor roşii. Dar aceeaşi clasă de obiecte poate avea **p.** diferite. Astfel izogonalitatea şi echilateralitatea se percep intuitiv ca două **p.** diferite ale triunghiurilor. Există o altă definiţie, mai largă, a **p.** În conformitate cu aceasta, **p.** corespunde unei *funcţii* de un fel deosebit, *predicatul cu un loc*, care pune în corespondenţă obiectele dintr-o mulţime *M* cu valorile „adevărat" sau „fals". De exemplu, predicatul „a fi raţional" în propoziţia „omul este raţional" asociază clasei oamenilor valoarea „adevărat", iar în propoziţia „piatra este raţională" asociază mulţimii clasei pietrelor valoarea „fals"; Dat fiind că orice funcţie este o relaţie, definirea **p.** cu ajutorul conceptului de predicat cu un loc (de un argument) este o definiţie prin obiect şi relaţie. Aceasta face posibilă distincţia dintre proprietăţi care caracterizează aceeaşi clasă. Astfel, o **p.** exprimată printr-o funcţie propoziţională de un argument se identifică cu ceea ce *determină clasa*.

Neajunsul definirii **p.** drept predicat cu un loc constă în faptul că se ia drept unică deosebire dintre **p.** şi relaţie numai deosebirea cantitativă (numărul argumentelor). Or, această deosebire nu este întotdeauna cea mai importantă pentru a distinge **p.** de relaţii. De exemplu, predicatul cu trei argumente $P(x, y, z)$ definit pe o mulţime de trei obiecte (x — o variabilă desemnînd uzina 1, y — uzina 2 şi z — uzina 3) poate exprima o **p.** dacă P înseamnă „a fi o întreprindere industrială" şi o relaţie, dacă P înseamnă „a constitui o firmă industrială". Diferenţa constă în faptul că, într-un caz, obiectele se reunesc într-un singur întreg, un obiect nou, iar în al doilea caz, nu se reunesc. Pornind de la aceasta, o **p.** raportată la obiecte, spre deosebire de relaţie, *nu formează un obiect nou*. Toate aceste definiţii nu sînt exhaustive, ele prezentînd categoria **p.** sub diferite aspecte.

În funcţie de modul de variaţie, **p.** se împart în **p.** care nu au intensitate sau punctuale (de exemplu, „electric", „de lemn", „material"); **p.** cu intensitate, care variază într-o singură direcţie de ordonare, denumite liniare (de exemplu, „inteligent", „masă", „lungime", „temperatură"); **p.** cu intensitate ce variază în două sau mai multe direcţii, în general **p.** *n*-dimensionale (de exemplu, „viteza").

A. I. Uemov

Bibl. 1. A. A. Zinoviev, *Osnovî loghiceskoi teorii naucinîh znanii*, „Nauka", 1967; 2. N. F. Ovcinnikov, *Kacestva i svoistva*, „Voprosî filosofii" nr. 6, 1960; 3. A. I. Uemov, *Veşci, svoistva i otnoşenia*, Izd, A. N. S.S.S.R., 1963.

Psihologie socială. Știința cu privire la fenomenele psihologice care apar în procesul relațiilor dintre oameni în cadrul grupurilor sociale și care caracterizează atît psihologia grupului, cît și însușirile psihice ale personalității omului care acționează în cadrul grupului. **P.s.** marxistă se întemeiază pe tezele materialismului dialectic și istoric cu privire la personalitatea umană ca ansamblu al tuturor relațiilor sociale și rolul decisiv al modului de producție, al structurii social-economice, politice (în primul rînd, de clasă) a societății în determinarea bazei proceselor psihologice, care se desfășoară în procesul asocierii și interacțiunii oamenilor în cadrul grupelor sociale concrete.

Dintre noțiunile și categoriile fundamentale ale **p.s.** fac parte următoarele:

Socializarea individului — proces de însușire de către om a normelor și valorilor mediului social ambiant, care se desfășoară atît la nivel rațional-conștient, cît și la nivel emoțional-reflexiv (inconștient); integrare a omului în mediul social. Ca mecanisme psihologice și ca mijloace de socializare servesc imitația, identificarea (identificarea personalității proprii cu „modelul"), „contaminarea" psihică, conducerea, convingerea, „moda" etc. „Agenții" promotori ai socializării sînt părinții, familia, indivizii de aceeași vîrstă, grupele și colectivele sociale. Socializarea se realizează atît în cadrul procesului de învățare, adică de însușire de către om a celor mai eficiente și raționale forme de comportament (comportamentul instrumental sau operant), cît și ca urmare a „condiționării", atunci cînd actul de comportament apare ca o reacție de reflex condiționat, altoită persoanei anterior, în cursul „antrenamentului social" (comportamentul respondent sau reactiv). Socializarea asigură includerea individului în sistemul de noțiuni, evaluări, norme, reprezentări și alte valori ale culturii, contemporane cu el.

Grupele și comunitățile sociale sînt colectivele, asociațiile de oameni, în cadrul cărora se desfășoară întreaga viață și activitate a omului și se realizează interacțiunile și comunicările dintre oameni. Ele servesc ca sursă de control social, adică ca acțiune imperativă asupra conștiinței și comportamentului individual, această acțiune fiind proporțională cu gradul de coeziune a membrilor grupului respectiv. Amenințarea pierderii posibilității de comunicare cu grupul, posibilitate care este mult apreciată de către individ, asigură respectarea normelor grupului. Indicatorul gradului de coeziune se determină pe baza unei metodologii speciale, prin calculul numărului de preferințe și de respingeri reciproce în rîndurile membrilor grupului. Cercetarea atmosferei psihologice din grup, depistarea liderilor „neformali" permite să se aprecieze capacitatea grupului respectiv de a soluționa sarcinile care-i stau în față și să se determine nivelul eficienței activității sale.

Orientarea personalității — capacitate stabilizată a individului de a reacționa într-un anumit mod, legată de deprinderi, atitudini, convingeri profund asimilate („interiorizate").

Orientarea este relativ stabilă și independentă de acțiunile externe ale mediului, ceea ce asigură o anumită autonomie a personalității în cadrul procesului de socializare, care are un caracter general. Caracterul orientării se determină cu ajutorul metodologiei testelor. Orientarea personalității influențează caracterul perceperii de către om a mediului social, fapt care determină în mare măsură reacția sa la situația socială.

P.s. utilizează pe scară largă metode de cercetare experimentale. Dintre acestea face parte metoda observației, care se desfășoară după un anumit program, cu generalizarea materialului obținut pe baza unei scheme stabilite. Obiectul de observație poate fi comportamentul oamenilor, interacțiunea lor, care se desfășoară în condițiile unei situații semnificative pentru ei. Cu acest prilej se determină caracterul comunicațiilor din cadrul grupului, tipurile de comportament ale membrilor săi etc. Prin metoda experimentului de grup pot fi depistate consecințele modificării situației existente în cadrul grupului (în afara lui), variatele forme de influență a colectivului asupra individului, deosebirile dintre comportamentul omului izolat și comportamentul în grup. Metodele de anchetă se practică pentru analiza opiniei sociale. Metoda măsurătorilor sociologice se utilizează pentru determinarea structurii psihologice a grupului în vederea modificării și perfecționării ei. Este important ca rezultatele studiilor de **p.s.** să capete o exprimare cantitativă adecvată cu ajutorul scărilor corespunzătoare (scări de ordonare, de evaluare, de relații etc.). Datele se prelucrează cu ajutorul diferitelor metode matematice, în primul rînd a analizei de corelație.

Aplicarea principiilor **p.s.** la domeniul economiei este legată de necesitatea optimizării funcționării grupelor și colectivelor în sfera conducerii și producției. Psihologia socială a demonstrat în mod experimental că asupra productivității muncii exercită, de asemenea, o influență importantă factorii social-psihologici specifici (autoaprecierea și aprecierea reciprocă a membrilor grupului), a căror depistare, urmărire și reglare este capabilă să ducă la o creștere serioasă a potențialului individual și de grup. Asemenea factori sînt, de pildă, orientarea personalității individului, caracterul și nivelul de coordonare a forțelor în cadrul procesului muncii productive (procesele de însumare, de egalizare și de ordonare a forțelor individuale), rolul conducerii în înfăptuirea acestor procese, stilul de conducere, starea proceselor de comunicare interpersonală, tipurile structurilor de comunicare existente.

A. M. Iakovlev

Bibl. 1. D. D. Parighin, *Osnovî soţialno-psihologhiceskoi teorii*, „Mîsli", 1971; 2. K. K. Platonov, *Cito izuciaet obşcestvennaia psihologhia*, „Znanie", 1971; 3. B. F. Porşnev, *Soţialnaia psihologhia i istoria*, „Nauka", 1968; 4. A. M. Iakovlev, *Prestupnost i soţialnaia psihologhia*, „Iuridiceskaia literatura", 1971; 5. G. Gibsh, M. Forverg, *Vvedenie v marksistskuiu soţialnuiu psihologhiu*, „Progress", 1972.

Punct fix. Fie $\mathbf{x} = (x_1, ..., x_n)$ un vector n-dimensional şi fie funcţia vectorială $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), ..., f_n(\mathbf{x}))$, conţinînd n componente scalare $f_i(\mathbf{x}) = f_i(x_1, ..., x_n)$. Se numeşte **p.** (element) **f.** al aplicaţiei $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ orice soluţie a sistemului de ecuaţii $x_i = f_i(x_1, ..., x_n)$, $i = 1, 2, ..., n$ sau sub formă vectorială $\mathbf{x} = \mathbf{f}(\mathbf{x})$.

Teoremele **p.f.** (teoremele lui Brouwer şi Kakutani, → *Principiul punctului fix*) au o largă utilizare în cercetarea modelelor *balanţei legăturilor dintre ramuri*, în teoria echilibrului economic etc.

V. M. Polterovici

Bibl. 1. K. Lancaster, *Analiză economică matematică*, Editura ştiinţifică, 1973; 2. H. Nikaido, *Convex Structures and Economic Theory*, Academic Press, 1968.

Purtător de informaţie. Orice mediu material stabil pe care se fixează informaţia. **P.i.** servesc pentru păstrarea acesteia şi realizează legătura dintre oameni sau maşini. Se utilizează în toate genurile de activitate umană, inclusiv în cea economică şi de producţie (în sistemele de prelucrare a informaţiei economice, în dirijarea proceselor tehnologice, în cercetările de laborator, în lucrările de secretariat ş.a.m.d.). În momentul de faţă, pe lîngă **p.i.** sub formă de manuscrise şi imprimate, o largă răspîndire au căpătat purtătorii tehnici de informaţie. Lista purtătorilor tehnici, de producţie internă şi străină, utilizaţi în prezent, este extrem de diversă şi cuprinde peste cincizeci de denumiri.

În sistemele de prelucrare a informaţiei economice, **p.i.** servesc pentru:
— înregistrarea datelor iniţiale. Cele mai utilizate ca mijloace de înregistrare a informaţiei primare de toate felurile sînt formularele, documentele de orice formă, cartelele informative, cartelele cu semne grafice (cartele duale), banda magnetică (în cazul culegerii automate a datelor);
— pregătirea datelor iniţiale în vederea prelucrării, care cuprinde transpunerea informaţiei iniţiale într-o ordine convenabilă prelucrării, cu includerea prealabilă a datelor constante. Cele mai utilizate ca mijloc de stocare sînt cartelele perforate (de 80 şi 45 de coloane în U.R.S.S., de 90 de coloane în R.S. Cehoslovacă, de 21 şi 40 de coloane în Anglia etc.), banda perforată, etichetele perforate, banda magnetică, cartelele magnetice. Într-o serie de ţări, pentru completarea portofoliului de comenzi, cartoteca de adrese ale clienţilor este întocmită pe cartele perforate compatibile cu banda perforată;

— introducerea directă în maşină a datelor pregătite în vederea prelucrării. Cele mai utilizate mijloace de introducere sînt benzile perforate, cartelele perforate, pelicula cinematografică, banda magnetică. Cartelele pe care se fac notaţii cu cerneluri magnetice sînt considerate ca unul din mijloacele de introducere directă a datelor pentru prelucrarea în calculatorul electronic de pe originalele documentelor. În majoritatea ţărilor dezvoltate ele se utilizează pentru prelucrarea unei vaste documentaţii bancare;

— organizarea memoriei externe a calculatorului. În acest scop se utilizează banda magnetică, cartelele perforate (pentru păstrarea unor mici masive de date constante). Mijloacele actuale de organizare a memoriei externe a calculatorului electronic sînt cartelele magnetice şi discurile magnetice. Tamburele magnetice şi cu bandă servesc în general pentru organizarea memoriei operative a calculatorului electronic;

— fixarea rezultatelor prelucrării informaţiei. Cele mai utilizate în acest scop sînt cartelele perforate şi banda magnetică. Rezultatele finale ale prelucrării datelor sînt tabelele pe imprimantă, într-o formă accesibilă.

În prezent, în documentaristică, pentru păstrarea sistematică a informaţiei tehnologice şi de proiectare, se utilizează pe scară largă cartelele perforate cu perforaţie marginală şi cu fante, cartelele cu superpoziţie, cu microfilm şi cu clasor, microfilmele pe role, microcartelele, microfişele, microbenzile.

În ultima vreme, a crescut considerabil rolul **p.i.** ca mijloc de comandă a maşinilor. Odată cu răspîndirea maşinilor-unelte de aşchiere a metalelor, a liniilor în flux cu comandă-program a apărut o nouă sferă de aplicare a benzii magnetice şi perforate: înregistrarea programelor de funcţionare a acestora.

L. A. Timoşciuk

R

Rata eficienţei investiţiilor. Instrument de alegere a variantelor optime de investiţii şi de formare a preţurilor. Sfera calculelor de plan cu aplicarea ratei eficienţei este limitată la evaluarea aşa-numitelor măsuri „minore", care nu exercită o influenţă esenţială asupra planului şi asupra preţurilor în ansamblu. A fost introdusă în practica calculelor tehnico-economice pentru compararea cheltuielilor de o singură dată (investiţiile) cu cheltuielile curente. Semnificaţia economică a ratei eficienţei şi rolul său funcţional ies în evidenţă în modul cel mai complet în contextul teoriei planificării optime. Contribuţia fundamentală la studiul ratei eficienţei de pe poziţiile teoriei optimului aparţine lui L.V. Kantorovici şi adepţilor săi [1], [2], [3], [4].

Potrivit teoriei planificării optime, evaluarea raţionalităţii executării unei măsuri „minore" oarecare, de pildă a unui proiect de investiţii, se poate face prin compararea cheltuielilor cu rezultatele. Dacă cheltuielile şi producţia sînt calculate în evaluări optime, iar producţia depăşeşte cheltuielile, investiţiile sînt raţionale. Pentru adoptarea unei decizii este suficientă informaţia „locală" asupra proiectului, informaţia asupra raţionalităţii la nivelul economiei naţionale fiind concentrată în evaluările optime.

Calculul cheltuielilor totale de producţie în evaluări optime se efectuează prin însumarea tuturor componentelor lor, întrucît orice cheltuieli de 1 rublă sînt *echivalente* din punctul de vedere al economiei naţionale, indiferent de structura lor naturală şi de timpul cînd ele se efectuează. Preţurile reale se deosebesc de evaluări. În primul rînd, proporţiile preţurilor se abat de la proporţiile evaluărilor în fiecare moment de timp. În al doilea rînd, este deosebită dinamica lor. Să examinăm mai întîi cazul în care proporţiile preţurilor, în fiecare moment de timp, sînt apropiate de proporţiile evaluărilor; aceasta constituie ipoteza de lucru principală în calculele care utilizează rata eficienţei, ipoteză justificată de tendinţa cheltuielilor necesare de a se reflecta în preţul de producţie. Din apropierea dintre proporţiile preţurilor şi ale evaluărilor rezultă că o rublă de cheltuieli la un moment dat este echivalentă cu oricare alta. Toate componentele unor cheltuieli de investiţie efectuate la un moment dat pot fi însumate.

Prețurile sînt proporționale cu evaluările, însă care este relația dintre coeficientul de proporționalitate și timp? Se poate oare considera că acest coeficient este constant și că se pot însuma cheltuieli efectuate la momente de timp diferite? Experiența arată că în acest caz însumarea nu este admisibilă. Cheltuielile de aceeași mărime, efectuate la momente diferite, nu sînt echivalente, putîndu-se însuma numai acele cheltuieli, în care fiecare unitate este echivalentă. Cauza neechivalenței constă în faptul că mărimile evaluărilor optime descresc cu timpul, iar prețurile pot fi considerate stabile.

Dacă la un moment dat coeficientul de proporționalitate este egal cu $\beta(0)$, iar în momentul t valoarea sa este $\beta(t)$, atunci o cheltuială (producție) de 1 rublă în momentul inițial este echivalentă cu o cheltuială (producție) de $s(t)$ ruble în momentul t, în care $s(t) = \beta(t)/\beta(0)$. O cheltuială de L_i ruble în momentul t_i este echivalentă cu o cheltuială de $L_i(s(t_i))^{-1}$ ruble în momentul inițial. Unor cheltuieli $L_1, \ldots, L_k$ în momentele $t_1, \ldots, t_k$ le corespund cheltuielile echivalente $L_i/s(t_i)$, $i = 1, \ldots, k$ în momentul inițial. Suma $R = \sum_{i=1}^{k} L_i/s(t_i)$ poartă denumirea de *cheltuieli recalculate** (actualizate). Cheltuielile recalculate (actualizate) la momentul inițial se deosebesc numai prin coeficientul constant $\beta(0)$ de cheltuielile calculate în evaluări optime.

Recalcularea cheltuielilor la un singur moment de timp este larg utilizată la evaluarea eficienței comparative a investițiilor. Într-o serie de cazuri, îndeosebi la formarea prețurilor, este mai convenabil să se recalculeze cheltuielile de o singură dată în cheltuieli anuale echivalente. Semnificația unei asemenea recalculări și noțiunea de eficiență a investițiilor este ușor de explicat pe baza următoarei scheme abstracte. Într-un proces tehnologic oarecare se utilizează fondurile K în decurs de un an $(t - 1, t)$. Dacă n-ar fi fost făcute investiții mai înainte, atunci în momentul $t - 1$ ar fi fost necesare cheltuieli de K ruble pentru achiziționarea de fonduri, echivalente unor cheltuieli de $\frac{\beta t}{\beta(t-1)} K$ ruble în momentul t. În același moment fondurile utilizate pot fi realizate pentru suma de K ruble (fondurile nu se uzează). Așadar, investiții de o singură dată în valoare de K ruble sînt echivalente unor cheltuieli anuale de $\left(\frac{\beta(t)}{\beta(t-1)}\right) K$ ruble. Cu alte cuvinte fiecare unitate de investiții, în cazul utilizării lor optime, diminuează cheltuielile de exploatare anuală cu mărimea $E_t = \frac{\beta(t)}{\beta(t-1)} - 1$, numită *rata eficienței investițiilor*.

Generalizînd schema descrisă, se poate afirma că rata eficienţei reprezintă creşterea relativă a valorii în condiţiile utilizării ei optime în producţie în decursul unui an.

Rata eficienţei este unul dintre cei mai importanţi indicatori economici care caracterizează dinamica economiei naţionale. Ea este utilizată pentru egalizarea valorii cheltuielilor efectuate la momente de timp diferite, caracterizează viteza cu care sînt asigurate cheltuielile viitoare, determină cota-parte din valoarea fondurilor (pe lîngă amortizare) care trebuie inclusă în preţul de producţie cu ocazia formării preţurilor. Mărimea ei este influenţată de ritmul de creştere a economiei, de dinamica structurii economice, de politica preţurilor. În calculele care se fac în practică se poate considera, cu suficientă precizie, că rata eficienţei nu depinde de timp, adică $E_t = E$. În literatura de specialitate se întîlnesc şi alte definiţii ale ratei eficienţei [2], [4]. De pildă, se consideră că rata eficienţei reprezintă evaluarea optimă a unei resurse limitate de investiţii într-o problemă statică de minimizare a cheltuielilor curente în condiţiile unui volum dat al producţiei. Această abordare, mai particulară, concordă cu cea descrisă mai sus în anumite condiţii. Problema repartizării unor investiţii limitate într-un complex economic, de pildă într-o ramură, apare în cazul unei organizări ierarhice a planificării. Resursele de investiţii, limitele de producţie şi preţurile componentelor cheltuielilor curente ale complexelor sînt stabilite pe baza rezolvării unei probleme dinamice de planificare la nivelul superior. În cazul rezolvării ei optime evaluările unor investiţii limitate de pe diferite complexe coincid. În expresie numerică ele sînt egale cu diminuarea cheltuielilor curente cu o unitate suplimentară de investiţii, adică cu rata eficienţei, definită mai sus. Prin urmare, rata eficienţei este un indicator economic unitar.

Deciziile adoptate pe baza calculelor în care se utilizează rata eficienţei E reflectă exact interesele economiei naţionale, dacă preţurile pot fi considerate proporţionale cu evaluările. În cazul unor diferenţe însemnate între proporţiile preţurilor şi ale evaluărilor, a dispersării ritmurilor de scădere a evaluărilor diferitelor produse şi a unor preţuri stabile, însumarea elementelor componente ale unor cheltuieli simultane devine inadmisibilă. Înainte de a le însuma, la fel ca şi în cazul cheltuielilor nesimultane, ele trebuie făcute echivalente. Cheltuielile recalculate la momentul iniţial pentru realizarea unui proiect, care necesită investiţii de o singură dată K şi cheltuieli anuale c, vor fi egale nu cu $R = K + \frac{c}{E}$

ca în cazul în care proporţiile preţurilor şi ale evaluărilor coincid, ci cu $R^* = K + \frac{c}{E^*}$, unde mărimea E^* depinde de structura cheltuielilor anuale.

S.M. Movşovici

Bibl. 1. L. V. Kantorovici, *Calcul economic al folosirii optime a resurselor*, Editura ştiinţifică, 1967; 2. L. V. Kantorovici, *Ob oţenke effectivnosti kapitalnîh zatrat*, „Ekonomika i matematiceskie metodî", v. VI, fas. 6, 1970; 3. A. L. Lurie, *Ekonomiceskii analiz modelei planirovania soţialisticeskogo hozeaistva*, „Nauka", 1973; 4. V.V. Novojilov, *Măsurarea cheltuielilor şi rezultatelor în planificarea optimă*, Ed. ştiinţifică, 1969.

Recunoaşterea tipurilor. Capitol al ciberneticii, situat la hotarul dintre cibernetica matematică şi cibernetica tehnică, care elaborează metodele de rezolvare şi cercetare a problemelor de clasificare şi prognoză. Întreaga varietate a problemelor de **r.t.** poate fi împărţită în mod convenţional în patru mari grupe.

I. Se dă o colectivitate de obiecte şi o mulţime finită de clase. Prin clasă se înţelege o colecţie de obiecte, dată într-un anumit mod. Se cere să se indice din care clasă face parte fiecare din obiectele date. De pildă, să admitem că se face prognoza desfăşurării construcţiei unor întreprinderi industriale de un profil dat. Clasele sînt: 1. întreprinderea va fi construită la termen sau înainte de termen; 2. întreprinderea va fi construită cu o mică întîrziere; 3. termenele de construcţie nu vor fi respectate. Fiecare dintre aceste clase se dă pe baza unei descrieri amănunţite a unui anumit număr de obiecte deja construite. Să admitem că fiecare obiect de un anumit profil se construieşte în decurs de cîţiva ani. Sînt date descrierile construcţiei noilor obiecte în decursul primului an de producţie. Pentru fiecare dintre ele se cere să se stabilească (pe baza materialelor din primul an), din ce clasă de obiecte va face parte obiectul la sfîrşitul construcţiei. Din acelaşi capitol fac parte problemele de prognozare a noilor zăcăminte de minerale utile în geologie, de prognozare a nivelului morbidităţii în medicină ş.a.m.d. Pentru soluţionarea problemelor din această grupă se utilizează metode matematice moderne, îndeosebi ale unor discipline ca *statistica matematică**, *logica matematică**, *teoria jocurilor**.

II. Se dă o colectivitate de obiecte. Se cere să se împartă aceste obiecte pe clase, care să nu aibă obiecte comune. Numărul de clase poate fi dat în prealabil sau poate să nu fie fixat. Totodată se cere ca obiectele dintr-o clasă să se asemene unul cu altul şi dimpotrivă, obiectele din clase diferite să se deosebească substanţial între ele. Problemele din grupa a doua se numesc adeseori probleme de taxonomie sau *probleme de construire a clasificărilor*. Fără utilizarea metodelor matematico-cibernetice, asemenea probleme se rezolvau în diferite domenii ale ştiinţelor naturii. Ca exemplu poate servi clasificarea plantelor, preconizată de biologul C. Linné. În cadrul **r.t.** problemele de taxonomie se rezolvă pe baza aplicării procedeelor matematice; sfera de aplicare a problemelor de clasificare extinzîndu-se considerabil. Probleme de clasificare apar, de pildă, la prelucrarea anchetelor sociologice. Examinînd un chestionar ca un obiect, este firesc să se pună întrebările: care chestionare sînt apropiate între ele şi care se deosebesc substanţial, care chestionare formează o colectivitate omogenă ş.a.m.d.

Metodele matematico-cibernetice de rezolvare a problemelor de clasificare pot avea o mare însemnătate în rezolvarea problemelor privitoare la structura colectivelor.

Aparatul matematic al problemelor de taxonomie este mai slab dezvoltat decît pentru problemele din grupa I. Aici, un rol important îl au metodele *euristice,* metode care sînt eficiente în rezolvarea problemelor practice, dar care nu au o fundamentare matematică riguroasă. Anumite dificultăţi apar în precizarea unor noţiuni aparent simple, cum sînt asemănarea sau deosebirea esenţială dintre obiecte.

III. Se dau descrierile neformale ale obiectelor pentru care urmează să se rezolve nişte probleme de clasificare sau prognoză. Se cere să se transforme aceste descrieri în descrieri formale, şi anume în aşa fel încît pe baza descrierii formale obţinute să se poată rezolva cu succes probleme din prima sau a doua grupă.

În **r.t.** descrierea formală se întocmeşte după următoarea schemă. Se schiţează un ansamblu de caracteristici sau proprietăţi ale obiectului. Pentru fiecare caracteristică se stabileşte ce valori sau gradaţii poate lua aceasta. Se introduce o codificare pentru gradaţiile sau valorile caracteristicii. Caracteristicile se aranjează într-o anumită ordine. După aceea, obiectul este descris cu ajutorul şirului de valori ale caracteristicilor alese. Acest şir este codul sau descrierea formală a obiectului. Astfel, dacă obiectul este exprimat prin şirul 1; 0; 0,7, aceasta poate însemna că prima caracteristică a obiectului este îndeplinită, a doua nu este îndeplinită, iar a treia ia valoarea 0,7.

De obicei se obişnuieşte să se împartă caracteristicile în *cantitative* şi *calitative. Caracteristicile cantitative* se măsoară în anumite unităţi şi se dau în valori măsurabile (temperatura corpului, procentul de îndeplinire a planului etc.). *Caracteristicile calitative* nu au o exprimare numerică directă. Ele pot avea gradaţiile „da", „nu", codificate, de obicei, prin 1, 0 (exemple: s-a adoptat decizia de a se include şantierul de construcţie în prima categorie; furnizorul expediază produsele la termen) sau un număr mai mare de gradaţii codificate, de obicei, prin numere întregi. De pildă, să admitem că obiectul este o zonă agricolă.

Caracteristica: condiţii meteorologice; gradaţii: secetă puternică, cantitate normală de precipitaţii, cantitate de precipitaţii cu mult peste normal. Codurile corespunzătoare: 0, 1, 2, 3.

În majoritatea covîrşitoare a cazurilor, alegerea caracteristicilor pentru efectuarea descrierii formale a obiectelor, împărţirea lor în cantitative şi calitative, precum şi stabilirea gradaţiilor caracteristicilor calitative se asigură de către un specialist din domeniul în care se încadrează problema. De aceea, pentru rezolvarea problemelor de recunoaştere, se creează, de obicei, grupe complexe alcătuite din specialişti în domeniul cercetat, specialişti în cercetarea operaţională şi matematicieni.

În multe cazuri rezolvarea problemelor din grupa III are o importanţă fundamentală la soluţionarea problemelor aplicative reale. Aşa se întîmplă, de pildă, la rezolvarea problemelor „clasice" de recunoaştere — recunoaşterea imaginilor vizuale sau a imaginilor auditive.

IV. Din ultima grupă fac parte problemele de corectare a mulţimilor de obiecte alese prin rezolvarea problemelor din grupa III. Justeţea alegerii sistemului de caracteristici, a alcătuirii listei claselor, a alegerii obiectelor etalon se verifică prin rezolvarea unor probleme concrete de recunoaştere. În cazul unei precizii nesatisfăcătoare a soluţiei se efectuează o *corecţie*. Ea se poate realiza pe două căi. Prima cale constă în modificarea radicală a caracteristicilor, claselor, obiectelor etalon alese. Aparatul formal al acestei corecţii este puţin studiat.

A doua cale constă în a estima cît de utile, pentru rezolvarea problemei de recunoaştere, sînt de pildă caracteristicile sau obiectele etalon introduse. În acest scop se introduce o caracterizare numerică, care estimează această utilitate, numită de obicei *informativitate* sau *pondere informaţională* a obiectului etalon sau a caracteristicii. Există numeroase procedee diferite de introducere a informativităţii. Pentru ilustrare ne vom opri numai asupra uneia dintre ele. Să presupunem că în rezolvarea problemelor de recunoaştere s-a ajuns la o anumită precizie (de pildă 90%). Trecem la o nouă rezolvare a aceloraşi probleme înlăturînd din descrierile formale ale obiectelor etalon şi ale obiectelor care sînt supuse recunoaşterii valorile caracteristicii testate. Stabilim precizia recunoaşterii în noua situaţie (să presupunem, de pildă, că s-a obţinut o precizie de 75%). Diferenţa dintre vechea şi noua precizie este declarată măsură a utilităţii (informativitate sau pondere informaţională) a caracteristicii (în exemplul nostru 90 — 75 = 15). În acelaşi mod se poate determina şi informativitatea obiectului etalon. După determinarea informativităţilor caracteristicilor şi ale obiectelor etalon, din descrieri se elimină acelea dintre ele a căror informativitate este negativă sau apropiată de zero. Cu ajutorul metodelor de **r.t.** se rezolvă un mare număr de probleme importante de prognoză și de clasificare în sociologie, economie, tehnică, geologie, medicină etc.

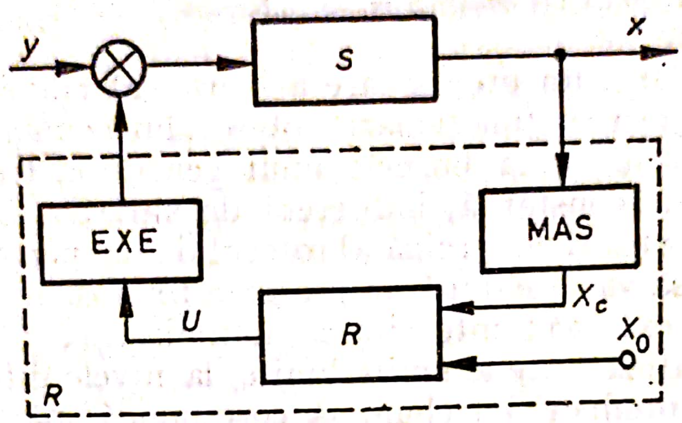
I. I. Juravlev

Bibl. 1. V. I. Vasiliev, *Raspoznaiuşcie sistemî*, „Naukova dumka", 1969; 2. *Raspoznavanie obrazov v soțialnîh issledovaniah*, „Nauka", 1968; 3. K. Phu, *Posledovatelnie metodî v raspoznavanii obrazov i obucenii mașin*, „Nauka", 1971.

Reglare. În sens larg, un proces care asigură valorile cerute ale variabilelor esențiale, pentru funcționarea obiectului comenzii *(→Comandă, Homeostază)*. Tensiunea la bornele unui generator trebuie menținută egală cu o mărime constantă, indiferent de variația diferiților factori, de exemplu a curentului de sarcină al rotorului; temperatura unui cuptor de călire trebuie să varieze după un program fixat dinainte, independent de temperatura externă; intensitatea luminii care pătrunde în ochi trebuie să se mențină între anumite limite, la nivele diferite de luminozitate; volumul producției trebuie să corespundă mărimii planificate. În toate aceste exemple figurează un indicator reglat, care trebuie menținut constant sau modificat într-un anumit mod. Să notăm valoarea dorită, dată de programul de conducere, cu X_0, iar valoarea efectivă cu X. Problema **r.** constă în a asigura egalitatea $X = X_0$, în prezența unor perturbări aprioric necunoscute, determinate de condițiile exterioare de funcționare a obiectului sau de variațiile parametrilor săi. Se pot preciza două principii fundamentale ale **r.**, care se disting prin informația utilizată, prin modul de elaborare a acțiunii de reglare și organizarea interacțiunii informaționale între obiectul comenzii S și sistemul de **r.** (regulatorul) R.

Primul principiu: **r.** prin *compensarea* perturbării. Atunci cînd apare perturbarea se formează o acțiune reglatoare (asupra intrării sau asupra stării obiectului), aleasă în așa fel încît abaterea $\Delta X = X - X_0$, provocată de perturbare și de compensare, să fie egală cu zero. Pentru o asemenea **r.** este necesară o informație cu privire la sursa și mărimea efectivă a perturbării. Trebuie determinată mărimea acțiunii compensatoare și o modalitate eficientă de realizare a acesteia. Adeseori, problema conducerii operative a unor procese tehnico-economice, în a căror realizare joacă un rol decisiv omul, care îndeplinește funcțiile de elaborare a acțiunii reglatoare, se reduce la **r.** prin compensare. Deoarece la **r.** prin compensare abaterea ΔX nu se utilizează în mod direct pentru elaborarea acțiunii reglatoare, ea se realizează prin schema deschisă a interacțiunii informaționale între S și R.

În sistemele de **r.** automată a obiectelor tehnice a căpătat cea mai largă răspîndire al doilea principiu, cel al **r.** în funcție de abaterea valorii efective a mărimii reglate de la valoarea ei dorită. Schema acestui principiu este dată în fig. de mai jos: S este obiectul **r.** avînd intrarea Y,



și ieșirea X, iar R este sistemul de **r.**, constînd din cel puțin trei elemente: elementul de măsură, MAS, regulatorul propriu-zis, R, și elementul de execuție EXE. Elementul de măsură înregistrează valoarea efectivă a variabilei de ieșire transformînd-o într-un semnal informațional proporțional X_c, convenabil pentru prelucrarea ulterioară. Acest semnal intră în reglator, în care se introduce un program care determină mărimea dată X_0. Reglatorul elaborează semnalul $U = K(X_0 - X_c)$, care se transmite la elementul de execuție. Acesta din urmă realizează acțiunea de **r.** asupra intrării obiectului (în schemă intrarea este notată cu $\otimes$), asigurînd anularea abaterii ΔX. În cazul de față, *conexiunea inversă** informațională este negativă: acțiunea de **r.** determină o schimbare a ieșirii de semn contrar semnului abaterii. În felul acesta, aici interacțiunea dintre S și R se realizează într-o schemă închisă.

În funcție de caracterul programului de comandă și de modul de formare a acestuia se disting trei variante de **r.** automată: *prin program*, *prin stabilizare* și *prin urmărire*. **R.** prin program este aceea care asigură variația mărimii reglate în funcție de timp (sau de alt argument depinzînd de timp). Sistemul de **r.** a temperaturii cuptorului de călire este de acest gen; un alt exemplu este sistemul de **r.** a unei mașini-unelte de așchiere cu comandă programată. Sistemele de stabilizare mențin constantă mărimea de ieșire, cînd condițiile de funcționare a obiectului variază (în anumite limite). Din această categorie fac parte diferiți stabilizatori de tensiune electrică, temperatură, viteză, direcție etc.

Stabilizatorul automat se poziţionează pe valoarea calculată a indicatorului reglat (fixarea **r.**), care devine pentru el program. În sistemul urmăririi automate (sistem de urmărire) programul este dat de comportamentul efectiv al unui obiect extern faţă de *S*. De aceea, el nu poate fi calculat cu anticipaţie şi se constituie în procesul de urmărire a obiectului observat; **r.** asigură o realizare cît se poate de precisă a acestui proces. Sistemul de urmărire automată a unui avion în zbor de către antena radiolocatorului este un asemenea sistem.

Sistemele de **r.** automată sînt foarte variate în ceea ce privește destinația, principiile constructive, structura, construcţia și caracteristicile lor funcţionale și de exploatare. În ultimele decenii, teoria **r.** automate, cuprinzînd problemele analizei și sintezei sistemelor de **r.**, a cunoscut o puternică dezvoltare.

Automatismul este un atribut al multor procese de **r.** la organismele vii, precum și al mecanismelor de reglare prin piață. Cu ajutorul unui sistem dezvoltat de conexiuni inverse, în mod reflex se redresează urmărirea de către ochi a unui obiect observat, lărgirea și mișcarea pupilei în funcţie de luminozitate, stabilizarea conţinutului de bioxid de carbon în sînge și a multor altor parametri biologici și fiziologici. Urmărirea cererii, modificarea preţului în funcţie de cererea excedentară, acțiunea multiplicatorului și o serie de alte mecanisme de **r.** prin piață au elemente de automatism și pot fi analizate în mod eficient cu ajutorul metodelor oferite de teoria **r.** automate.

N.E. Kobrinski, N.I. Danilina

Bibl. 1. N. Wiener, *Cibernetica sau știința comenzii și comunicării la ființe și mașini*, Ed. științifică, 1966; 2. *Sovremennaia teoria sistem upravlenia*, „Nauka", 1970; 3. A. A. Feldbaum, A. G. Butkovski, *Metodî teorii avtomaticeskogo upravlenia*, „Nauka", 1971; 4. I. N. Roitenberg, *Avtomaticeskoe upravlenie*, „Nauka", 1971.

Reglare financiară și prin credit. În socialism, reprezintă ansamblul de măsuri promovate de statul socialist în domeniul *finanțelor*, *creditului* și *circulației bănești*, îndreptate spre asigurarea îndeplinirii planului economiei naționale. Instituțiile financiare și băncile constituie o parte inseparabilă a economiei socialiste, întrucît în socialism se mențin relațiile marfă-bani. **R.f.c.** a economiei se înfăptuiește prin intermediul diferitelor măsuri de acordare și rambursare a creditelor bancare, stabilirea modalităților de efectuare a decontărilor bănești pentru mărfuri și servicii, alocarea de mijloace de la bugetul de stat și efectuarea vărsămintelor la buget.

Cu ajutorul creditului se reglează atît procesele curente ale reproducției, cît și cele pe termen lung. Împrumuturile pe termen scurt asigură aproximativ o jumătate din totalul mijloacelor circulante ale întreprinderilor socialiste. Procesele pe termen lung se reglează prin intermediul creditului bancar pentru reconstrucţie şi construcţii noi. Termenele de rambursare a împrumuturilor de 5 şi 6 ani, stabilite în cadrul acestor forme de creditare, servesc drept regulator al eficienţei investiţiilor. Rambursarea la termenul stabilit a împrumutului pe seama beneficiului obţinut din măsurile pentru care s-a acordat creditul poate fi asigurată numai cu condiţia recuperării mijloacelor investite, a creării şi a punerii rapide în funcţiune a capacităţilor. Ca urmare a reformei economice din anul 1965, efectuate în U.R.S.S., rolul regulator al finanţelor şi creditului a crescut substanţial. Trecerea la aprecierea activităţii întreprinderilor cu ajutorul indicatorului producţiei realizate a sporit rolul regulator al decontărilor bancare pentru producţie.

În ultimii ani, a fost adoptat un sistem de acordare de credite directe către colhozuri; un rol dintre cele mai importante îl joacă creditele pentru asigurarea gestiunii economice complete în sovhozuri.

Noua modalitate de acordare a mijloacelor pentru investiţii şi sistemul decontărilor bancare pentru construcţii industriale presupune trecerea de la finanţarea nerambursabilă la creditarea pe termen lung şi de la plata volumului lucrărilor executate la decontări pentru obiectele terminate date în exploatare.

O mare însemnătate are, de asemenea, reglarea financiară a economiei, care se realizează, înainte de toate, prin intermediul diferitelor vărsăminte la buget. Impozitul pe circulaţia mărfurilor limitează cererea la acele mărfuri, în preţul cărora el reprezintă o pondere însemnată, de pildă, la vinuri, tutun etc. Aceasta duce la extinderea cumpărării mărfurilor asupra cărora impozitul pe circulaţie nu se aplică sau se aplică într-o măsură neînsemnată — cărţi, produse lactate etc. Într-o măsură mai mare decît impozitul pe circulaţia mărfurilor, un rol regulator asupra economiei îl exercită vărsămintele la buget din beneficiu. Taxa pentru fonduri stimulează utilizarea lor mai bună. Vărsămintele cu caracter de rentă stimulează utilizarea mai raţională a zăcămintelor de minerale utile.

În procesul decontărilor şi creditării economiei, în sistemul bancar, se concentrează o informaţie economică detaliată şi obiectivă, necesară pentru **r.f.c.** a economiei. Pentru prelucrarea acestei informaţii se utilizează echipamentele electronice de calcul ale centrelor de calcul din sistemul Băncii de Stat.

În capitalism, **r.f.c.** reprezintă acţiunea exercitată de statul burghez asupra ciclului economic printr-o anumită îmbinare a politicii bugetare *(fiscale)* a statului şi a politicii monetare şi de credit a băncii centrale. Scopul **r.f.c.** constă în stimularea sau atenuarea activităţii de afaceri în funcţie de fazele ciclului. Obiectul nemijlocit al **r.f.c.** este procesul de

formare a veniturilor în cadrul diverselor grupe de unităţi economice şi condiţiile utilizării veniturilor pentru consum şi investiţii.
Măsurile de **r.f.c.** se elaborează pornindu-se de la ideea că echilibrul în economie se realizează atunci cînd posibilităţile de investiţii I corespund cu economiile S, adică $I = S$; volumul total al produsului fabricat este egal cu cheltuielile totale:

$$P = C + I + G,$$

unde P este produsul naţional; C — cheltuielile pentru consum; I — investiţiile şi G — cheltuielile statului. Nivelul producţiei P asigură utilizarea deplină a forţei de muncă E.

Grafic această stare este reprezentată în fig. 1 şi fig. 2.

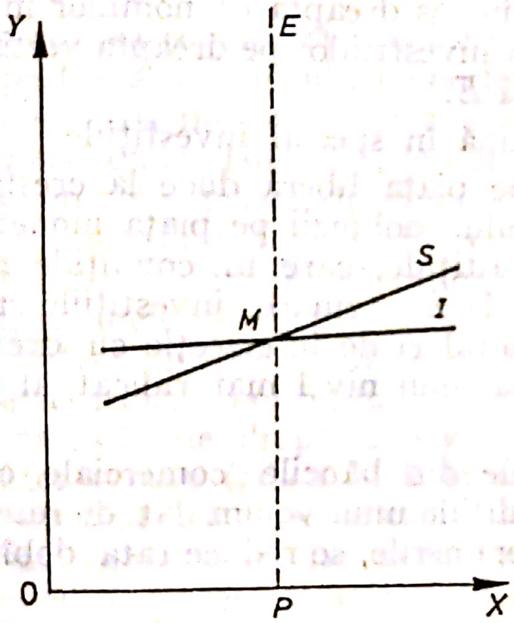


Fig. 1

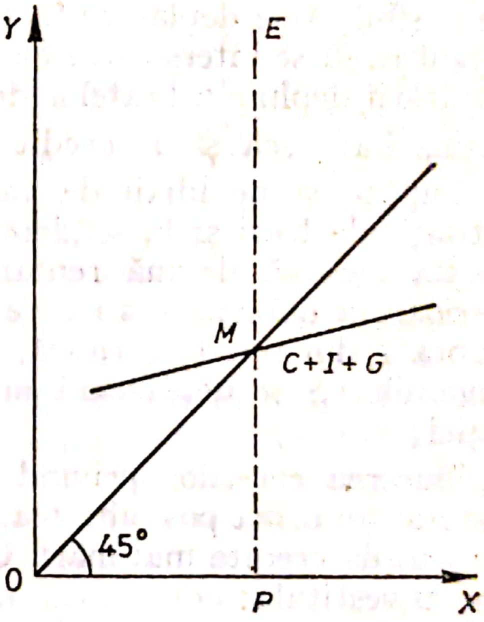


Fig. 2

Orice abatere de la starea de echilibru (inflaţie, depresiune, creştere a şomajului) înseamnă o deplasare relativă a dreptelor, ceea ce face ca intersectarea lor într-un punct M să fie perturbată. O anumită combinaţie de mijloace de **r.f.c.** este chemată să modifice mărimile amintite, în aşa fel încît concordanţa dintre ele să se restabilească.

Mijloacele de politică fiscală sînt cheltuielile de stat şi impozitele. Mijloacele de politică de credit şi bănească constau în achiziţionarea de hîrtii de valoare pe piaţa monetară liberă de către banca centrală, reducerea sau majorarea cuantumului rezervelor la băncile comerciale, modificarea taxei scontului (politica scontului).

Politica fiscală acţionează în special asupra componentelor cheltuieli totale şi economii:

a) creşterea sau reducerea cheltuielilor de stat exercită o influenţă nemijlocită asupra cheltuielilor totale. Dreapta $C+I+G$ din fig. 2 se ridică sau coboară în mod corespunzător. Punctul de echilibru se deplasează în acest caz spre dreapta sau spre stînga (spre o nouă linie de utilizare deplină a forţei de muncă);

b) creşterea impozitelor are drept consecinţă reducerea consumului populaţiei şi creşterea excedentului veniturilor statului faţă de cheltuielile sale. Aceasta duce la o deplasare în sus a dreptei economiilor din fig. 1. Reducerea impozitelor exercită o influenţă contrarie. Dacă utilizarea deplină a braţelor de muncă se realizează în condiţiile unei noi valori a mărimii P, atunci, în principiu, modificînd nivelul impozitelor este posibil să se deplaseze în sus sau în jos dreapta economiilor în aşa fel încît ea să se intersecteze cu dreapta investiţiilor pe dreapta verticală a utilizării depline a braţelor de muncă E.

Politica bănească şi de credit determină în special investiţiile:

a) cumpărarea de hîrtii de valoare pe piaţa liberă duce la creşterea cantităţii de bani şi la scăderea nivelului dobînzii pe piaţa monetară. Aceasta face să devină rentabile investiţiile, care în condiţiile ratei anterioare a dobînzii erau nerentabile. Drept urmare, investiţiile cresc, dreapta I din fig. 1 se ridică, iar punctul ei de intersecţie cu dreapta economiilor S se deplasează în direcţia unui nivel mai ridicat al producţiei;

b) reducerea cererilor privind rezervele din băncile comerciale oferă acestora din urmă posibilitatea, în condiţiile unui volum dat de rezerve, de a acorda credite mai mari. Cresc depunerile, se reduce rata dobînzii, cresc investiţiile;

c) reducerea taxei scontului de către banca centrală extinde posibilităţile de credit ale băncilor comerciale, creditele devin mai accesibile, investiţiile se măresc.

Realizarea acestor măsuri în sens contrar are un efect invers în domeniul investiţiilor.

O politică fiscală dură (impozite ridicate), combinată cu o politică de credit expansionistă (o dobîndă scăzută — bani „ieftini“), duce la o rată înaltă a economiilor şi a investiţiilor în condiţiile aceluiaşi volum al produsului. Tot astfel, o politică fiscală liberală (impozite scăzute) şi o politică de credit restrictivă stimulează, la acelaşi nivel al producţiei, creşterea consumului şi duce la stabilirea unei concordanţe între economii şi investiţii la un nivel relativ scăzut al unora, cît şi a celorlalte. Orice

r.f.c. în capitalism este îndreptată spre asigurarea unui nivel îndeajuns de ridicat al profitului pentru capitaliști.

V. D. Belkin, B. L. Isaev

Reglementare juridică în economie. Formă de conducere de către stat a economiei naționale, care se exprimă prin instituirea și aplicarea în practică a normelor de drept, ce reglementează raporturile economice din societate. Prin intermediul acestor norme, statul socialist stabilește condițiile și regulile generale de conducere a economiei naționale, caracterul și formele fundamentale ale raporturilor din sfera producției și circulației, determină temeiurile și modalitățile de rezolvare a situațiilor litigioase și a altor situații conflictuale, care apar în cadrul acestor raporturi și, în felul acesta, asigură funcționarea economiei ca un sistem unitar pentru societate.

Conducerea economiei la orice nivel trebuie să asigure, înainte de toate, respectarea complexului de norme de drept existente, ceea ce constituie condiția cea mai generală a unei funcționări ordonate a întregului sistem economic. Totodată, în conducerea de zi de zi a economiei, organele competente și personalul de conducere adoptă numeroase decizii concrete după criteriile raționalității economice. Conținutul acestor decizii, deși este în mare parte discreționar (adică neprescris în mod nemijlocit prin normele de drept), trebuie totuși să se încadreze în limitele unor normative juridice dinainte stabilite. Dacă la un anumit nivel de adoptare a deciziei conceptul de raționalitate economică intră în conflict cu normele de drept în vigoare, atunci pînă în momentul abrogării acestor norme (adică pînă în momentul în care norma respectivă va fi considerată în mod oficial și, după procedura stabilită, ca nevalabilă) decizia trebuie să fie subordonată prevederilor acestor norme. Din punctul de vedere al ordinii de stat, este inadmisibil să se ignore aceste prevederi. În acest mod, în cadrul conducerii economiei își găsește întruchipare unul dintre principiile cele mai importante ale conducerii în general — principiul legalității socialiste. Sarcinii de asigurare a legalității socialiste îi este subordonată, în principal, reglementarea juridică din sfera conducerii economiei.

Dreptul (într-o anumită parte a sa) poate fi considerat și ca o descriere logic formalizată a raporturilor economice care se stabilesc în realitate în societate. Normele de drept îmbracă aceste raporturi într-o anumită formă, introduc în cadrul lor anumite elemente specifice și, ceea ce este esențial, delimitează în cadrul acestor raporturi ceea ce este permis de ceea ce nu este permis. Așadar, dreptul reflectă raporturile economice nu în mod pasiv. El îngăduie să capete viață nu toate raporturile economice posibile obiectiv în societatea respectivă, ci numai acelea care sînt îngăduite de către stat. Realizarea unor raporturi economice neîngăduite de către stat este reprimată prin constrîngere, iar într-o serie de cazuri prevăzute de lege, cei în cauză sînt pasibili de sancţiuni penale. Aşadar, dreptul este un element organizator al funcţionării sistemului economic al societăţii, care asigură dezvoltarea şi autoreglarea ei în limitele şi formele pe care statul, ca instrument al dominaţiei de clasă, le consideră admisibile şi raţionale. Imprimînd raporturilor economice o determinare juridică şi prescriindu-le forme şi limite obligatorii de realizare, dreptul, din punct de vedere formal, transformă ansamblul raporturilor economice într-un sistem legalizat de raporturi de drept dinainte „programate". În acest sens, despre drept se poate vorbi ca despre un fel de „matrice", care stabileşte parametrii în care urmează să se desfăşoare procesele economice reale. Reprezentînd însă un anumit grad de formalizare a raporturilor economice, dreptul introduce elemente de automatism în reglementarea lor.

Informaţia cu privire la încălcarea automatismului **r.j.e.** constituie baza care îi permite statului să realizeze, pe baza regulilor de conexiune inversă, corecţia atît a unor raporturi economice concrete, cît şi, în cazul în care există temeiuri suficiente pentru aceasta, a înseşi normelor de drept, care sînt elemente ale sistemului de reglare automată a acestor raporturi. Statul dispune de organe speciale atît pentru manifestarea ordinii de drept (organe judecătoreşti, arbitrale etc.), cît şi pentru modificarea şi perfecţionarea ei (organe legislative, de dispoziţie).

Reglementarea juridică îmbrăţişează toate laturile vieţii economice şi se realizează prin întregul complex de ramuri ale dreptului (atît material, cît şi procesual). Activitatea întreprinderilor pe linia desfacerii producţiei lor, a achiziţionării materiilor prime şi a materialelor, a operaţiilor cu fondurile băneşti şi alte resurse materiale este reglementată de către dreptul civil. În relaţiile sale economice cu terţii, întreprinderea apare, aşadar, întotdeauna, ca subiect al raporturilor de drept civil. Activitatea întreprinderilor în domeniul încadrării în muncă a personalului, al organizării regimului de lucru al acestuia, precum şi toate problemele raporturilor dintre administraţie şi colectivul oamenilor muncii, se reglementează de normele dreptului muncii, care au o importanţă călăuzitoare pentru organizarea conducerii în interiorul întreprinderii. Structura organizatorică a întreprinderilor, sistemul conducerii lor de către stat, modul de rezolvare a problemelor de conducere, inclusiv a celor referitoare la stabilirea directivelor de plan sînt reglementate de normele dreptului constituţional şi administrativ. Prelevările din veniturile întreprinderilor, aşezarea impozitelor şi alte prevederi sînt reglementate de normele dreptului financiar. În **r.j.e.** o importanţă esențială au și normele dreptului penal, precum și acele norme ale dreptului administrativ și civil, care stabilesc sancțiuni pentru încălcarea în sfera economică a interdicțiilor stabilite de lege, inclusiv pentru exercitarea ilegală a unor anumite tipuri de activitate economică. Ramurile dreptului procesual reglementează modalitatea și temeiurile activității organelor statului în domeniul menținerii ordinii de drept, a reprimării cazurilor de încălcare a ordinii de drept și a soluționării litigiilor dintre partenerii raporturilor economice; normele dreptului procesual reglementează tocmai modul cum anume și forma în care statul reacționează la încălcările automatismului reglementării de drept a proceselor sociale și corectează consecințele acestor încălcări.

La soluționarea problemelor actuale legate de perfecționarea complexă a sistemului de conducere a economiei naționale, trebuie să se aibă în vedere și să se utilizeze pe toate căile experiența acumulată în domeniul reglementării prin norme de drept a economiei. Pe de altă parte, orice inițiativă în domeniul perfecționării în continuare a conducerii trebuie să se bazeze pe regimul legalității socialiste, ceea ce înseamnă că trebuie să se țină seama de așezămintele și instituțiile de drept corespunzătoare, și să fie modelată funcționarea lor. Practic, devine actuală, în speță, problema reglementării juridice a sistemelor automatizate de conducere care se proiectează în prezent la toate nivelurile. În această ordine de idei este evidentă și necesitatea abordării complexe a tuturor problemelor de conducere a economiei, inclusiv perfecționarea unora dintre normele de drept în vigoare și instituirea unor noi norme de drept.

În prezent, în știința juridică s-a conturat o orientare care a căpătat denumirea convențională de *cibernetică juridică*. În instituțiile științifice juridice au fost create și se dezvoltă compartimente speciale care se ocupă cu problemele aplicării ciberneticii în domeniul dreptului, printre care și cu aspectele legate de **r.j.e.** Astfel, în cadrul Institutului unional de cercetări științifice în domeniul expertizelor judiciare, s-a organizat un laborator care are ca sarcină crearea unor sisteme de regăsire a informației în domeniul legislației cu ajutorul calculatoarelor electronice și adaptarea lor în vederea utilizării la rezolvarea problemelor juridice a diferitelor cazuri ce apar în domeniul conducerii economiei. Utilizarea calculatoarelor electronice ușurează în mare măsură orientarea în materialul normativ foarte voluminos și adeseori extrem de complex, scoate în evidență, în mod eficient, lacunele legislației, imprecizia, lipsurile și caracterul contradictoriu al unora dintre prevederile sale. Cercetări asupra unor asemenea probleme desfășoară oamenii de știință de la Universitatea din Tartu, de la Institutul politehnic din

Chişinău şi de la alte cîteva instituţii ştiinţifice din Uniunea Sovietică. În aceeaşi direcţie îşi orientează lucrările unii oameni de ştiinţă din alte ţări socialiste.

I. D. Bluvştein

Bibl. 1. K. Marx, F. Engels, *Opere*, v. 4, 20; 2. V. I. Lenin, *Opere complete*, ed. a 5-a, v. 33, 36; 3. *Pravovaia kibernetika*, „Nauak", 1970.

Regresie. Analiza unor forme de legătură, care determină relaţii cantitative între mărimile aleatoare ale unui proces aleator studiat. În acest sens, teoria regresiei constituie o parte a teoriei corelaţiei.

Fie $X = x_i$; $Y = y_j$; $i = 1, 2, \ldots, n$; $j = 1, 2, \ldots, m$ sînt nişte mărimi aleatoare cu repartiţia $p(x_i, y_j)$. Prin definiţie, se numeşte **r.** lui Y în X funcţia

$$\bar{y}(x) = \mathrm{M}\left(\frac{Y}{x}\right) = \sum_{j=1}^{m} y_j p\left(\frac{Y_j}{x}\right), \tag{1}$$

unde x este una dintre valorile unităţilor din eşantion $x_1, x_2, \ldots x_n$, iar $\mathrm{M}\left(\frac{Y}{x}\right)$ — speranţa matematică condiţionată a mărimii aleatoare Y în cazul unui x fixat. Variindu-l pe x ca pe un parametru, vom obţine în planul variabilelor $(x, \bar{y})$ locul geometric al centrelor repartiţiilor condiţionate, numit curba de regresie a lui Y în X. Dacă în (1) vom schimba locul variabilelor, vom obţine curba de regresie a lui X în Y. Ca estimaţie a măsurii abaterii mărimii aleatoare faţă de centrul $\bar{y}(x)$ se adoptă mărimea dispersiei condiţionate

$$\sigma^2_{Y/x} = \mathrm{D}\left(\frac{Y}{x}\right) = \sum_{j=1}^{m} (y_j - \bar{y}(x))^2 \, p\left(\frac{y_j}{x}\right). \tag{2}$$

În teoria corelaţiei ecuaţia de **r.** se foloseşte pentru rezolvarea problemei de prognoză a modificării mărimii aleatoare Y pe baza datelor unui experiment sau a unor observaţii $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Precizia prognozei se estimează cu ajutorul mediei dispersiilor condiţionate:

$$\overline{\sigma}^2_{Y/x} = [\mathrm{M}\,[Y - \bar{y}(x)]^2 = \sum_{i=1}^{n} p(x_i)\, \sigma^2_{Y/x}; \tag{3}$$

R. $\bar{y}(x)$ posedă proprietatea de extremum în virtutea căreia media pătratică a abaterilor $\overline{\sigma}^2_{Y/x}$ a mărimii y faţă de $\bar{y}(x)$ va fi mai mică decît pentru orice altă funcţie $f(x)$, diferită de funcţia $\bar{y}(x)$. Pe această proprietate se întemeiază metodele de construire a modelelor sistemelor economice, care corespund în mod optim mulţimii corespunzătoare de date experimentale.

Funcţia de **r.** cea mai simplă este cea liniară:

$$\bar{y}(x) = \alpha + \beta x, \tag{4}$$

unde coeficienţii α şi β se calculează prin metoda celor mai mici pătrate, pornind de la condiţia de minimizare a funcţiei erorii:

$$f(\alpha, \beta) = \mathbf{M}(Y - \alpha - \beta x)^2 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} p(x_i, y_j)\,(y_j - \bar{y}(x_i))^2. \tag{5}$$

Se ştie [1] că $f(\alpha, \beta)$ atinge valoarea sa minimă pe dreapta

$$\bar{y}(x) = a_y + \rho \frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x - a_x), \tag{6}$$

unde a_x, a_y sînt mărimile aleatoare medii X, respectiv Y. Ecuaţia de **r.** obţinută Y în X este aproximativă [1]. Schimbînd locurile variabilelor în ecuaţia (6), vom obţine ecuaţia dreptei de **r.** aproximativă X în Y:

$$\overline{X} = a_x + \rho \frac{\sigma_x}{\sigma_y}(Y - a_y). \tag{7}$$

Coeficienţii $\beta_{Y/x} = \rho \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$, $\beta_{x/Y} = \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$ se numesc *coeficienţi de regresie*, iar ρ — *coeficient de corelaţie*. În cazul în care $\rho = \pm 1$, ecuaţiile (6), (7) coincid. Prin aceasta se confirmă că coeficientul de corelaţie estimează într-adevăr gradul de liniaritate a legăturii dintre mărimile aleatoare Y şi X.

Alegerea funcţiei de **r.** depinde de caracterul procesului aleator studiat. Pentru procese mai complexe se construieşte un model de **r.** liniară multiplă:

$$\bar{y}(x) = a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i x_i. \tag{8}$$

Aici, ca şi în cazul construirii modelului de **r.** pentru o singură variabilă, problema se reduce la determinarea coeficienţilor a_0, a_1, ..., a_n prin minimizarea funcţiei erorilor

$$f(a_0, a_1, \dots, a_n) = \mathbf{M}[Y - a_0 - \sum_{i=1}^{n} a_i x_i]^2. \tag{9}$$

Problema minimizării se rezolvă prin metoda celor mai mici pătrate. O generalizare care permite studierea unor procese mai complexe este extinderea procedeelor expuse mai sus la probleme de **r.** multiplă. De pildă, pentru un model nominal de ordinul al doilea,

$$\bar{y}(x) = \sum_{i=1}^{n} a_i x_i + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} a_{ij} x_i x_j. \tag{10}$$

A. I. Zenkin

Bibl. N. V. Smirnov, I. V. Dunin-Barkovski, *Kurs teorii veroialnostei i matematiceskaia statistika*, „Nauka", 1969.

Reguli de decizie. Formule, tabele sau instrucţiuni care leagă rezolvarea unei probleme de conducere de realizările concrete ale condiţiilor problemei. Din punct de vedere teoretic, **r.d.** reprezintă rezolvarea prealabilă a unor probleme multiparametrice sau stochastice de programare matematică, care descriu problemele de conducere. În speţă, în teoria deciziilor statistice, **r.d.** se obţin în urma rezolvării problemelor de extremum corespunzătoare. În practica de conducere, **r.d.** sau aşanumitele *legi de conducere*, sau legi de comandă, se construiesc de obicei pe baza unor consideraţii euristice. Elaborarea regulilor de decizie implică o muncă extrem de complexă. În schimb, utilizarea lor pentru conducerea operativă este cu mult mai simplă decît rezolvarea respectivelor probleme de extremum.

Un procedeu destul de general de elaborare a **r.d.** pentru probleme de conducere tip, a căror structură poate fi dinainte prevăzută, constă în următoarele: sursa modelului de alegere a deciziei este nu o anumită situaţie, ci o *clasă de situaţii de acelaşi tip*. Optimizarea curentă se înlocuieşte cu *optimizarea în medie*. Noţiunile de *situaţie de acelaşi tip* şi *optimizare în medie* se precizează în funcţie de particularităţile de conţinut ale fiecărei clase concrete de probleme. Aşadar, alegerea deciziei în problemele de conducere necesită analiza prealabilă a unei probleme de programare stochastică. În acest scop este suficient să se cunoască structura problemei şi să se dispună de caracteristicile statistice de repartiţie a valorilor posibile ale parametrilor condiţiilor sau de mecanismul aleator care generează realizările posibile ale seturilor de date iniţiale. În prezenţa caracteristicilor statistice ale parametrilor condiţiilor, la alcătuirea **r.d.** se utilizează metodele teoriei dualităţii pentru probleme de extremum condiţionat în spaţiile funcţionale. În absenţa unor caracteristici statistice apriorice, **r.d.** se alcătuiesc ca urmare a unui proces iterativ de *învăţare* (mai exact, de autoînvăţare) pe baza realizărilor succesive ale datelor iniţiale *(→ Aproximare stochastică)*.

În ultimii ani s-au elaborat **r.d.** pentru problemele de conducere, descrise prin mai multe clase de modele de programare stochastică cu restricții bilaterale; în speță s-au alcătuit **r.d.** pentru analogii stochastici ai problemei generale de programare liniară, ai problemei de programare pătratică, ai unei serii de clase de probleme de programare convexă și pentru unele clase îndeajuns de generale de probleme stochastice cu mai multe etape.

În cazurile în care semnificația conținutului problemelor o justifică, este indicat să se înlocuiască **r.d.** cu repartiții sub formă de formule, tabele sau instrucțiuni de decizie, care determină strategia combinată optimă de conducere *(→ Teoria jocurilor)* după valorile concrete ale parametrilor condițiilor problemei.

Astfel, eficiența conducerii poate să crească substanțial. Pentru o serie de clase de probleme de programare stochastică s-au elaborat metode constructive de alcătuire a repartițiilor de decizie.

D. B. Iudin,

Bibl. D. B. Iudin, *Matematiceskie metodî upravlenia v usloviah nepolnoi informații* „Sovietskoe radio", 1974.

Relație. Se numește **r.** pe mulțimile $A_1, \ldots, A_n$ orice submulțime R a produsului cartezian $A_1 \times \ldots \times A_n$. Dacă $(a_1, \ldots, a_n) \in R$ se spune că elementele $a_1, \ldots, a_n$ *se află în relația* R sau $R(a_1, \ldots, a_n)$ *este adevărat* (simbolic: *a* sau 1). Dacă elementele $a_1, \ldots, a_n$ *nu se află în relația* R, se scrie $\neg R(a_1, \ldots, a_n)$ și se spune că $R(a_1 \ldots, a_n)$ este *fals* (simbolic: *f* sau 0). Dacă $A_1 = \ldots = A_n = A$, R se numește **r.** pe mulțimea A. Relația $R(x_1, \ldots, x_n)$ se numește *proprietate,* dacă $n = 1$, *binară,* dacă $n = 2$ și *ternară,* dacă $n = 3$.

Un exemplu important de **r.** este conceptul de adevăr. În conformitate cu definiția conceptului de adevăr al enunțului α din limbajul L, fiecărei perechi $<N, \alpha>$ în care N este un obiect din clasa K, îi corespunde 1, dacă α este adevărat pe N (simbolic: $N \models \alpha$), și 0 dacă α este fals în N (simbolic: $\neg N \models \alpha$) *(→ Logică matematică).*

R. $R(x_1, \ldots, x_n, y)$ se numește *funcție,* dacă pentru toți $x_1, \ldots, x_n$ din existența unui element y, astfel că $R(x_1, \ldots, x_n, y)$ este adevărată, rezultă unicitatea elementului y.

Oricărei aplicații $f^n: A^n \to B (A^n = A \times \ldots \times A)$ a mulțimii A în B îi corespunde **r.** $R_f n(x_1, \ldots, x_n y)$ astfel încît

$$R_f n(x_1, \ldots, x_n y) = \begin{cases} a, \text{ dacă } f^n(x_1, \ldots, x_n) = y_2 \\ f, \text{ în celelalte cazuri.} \end{cases}$$

Perechea $<A, \sigma>$, în care A este o mulţime nevidă, σ un sistem de **r.** definite pe A, se numeşte *model* sau *sistem relaţional*. De exemplu, un graf orientat G este un model $<A, R(x, y)>$, în care A este mulţimea vîrfurilor grafului G, iar R o **r.** binară, adevărată dacă şi numai dacă vîrfurile x, y sînt unite printr-o muchie în G.
R. binară de adevăr $N \models \alpha$, definită pe clasa $K \times L\ (S)$, în care K este o clasă de modele, $L(S)$ o mulţime de enunţuri ale limbajului L, este importantă în teoria modelelor.
Orice algebră $A_{f^2} = <A, f^2>$ cu operaţia f^2 poate fi privită ca model $A^* = <A, R_{f^2}(x, y, z)$. Limbajul L_{ww} *(→ Logică matematică)* de ordinul întîi, conţinînd numai un simbol de **r.** unare este foarte sărac, iar mulţimea tuturor formulelor identic adevărate (demonstrabile) ale acestui limbaj este *recursivă*, adică există un algoritm care permite să se elucideze pentru fiecare formulă dacă este adevărată sau nu. Limbajul L_{ww}, conţinînd simbolurile unei **r.** binare, este foarte bogat; în el se exprimă (se interpretează) aritmetica numerelor naturale. Aici mulţimea de enunţuri identic adevărate este *nerecursivă*, adică nu există un algoritm care să permită să se elucideze pentru fiecare enunţ din acest limbaj dacă este adevărat sau nu. Teoria grafurilor, teoria grafurilor planare, teoria grafurilor planare finite sînt *recursive*, adică nu există un algoritm care să permită să se elucideze pentru fiecare enunţ α dacă el este adevărat pe toate grafurile planare finite sau este fals pe un graf finit.

A. D. Taimanov

Relaţie de echivalenţă pe mulţimea A. Relaţie binară R *(→ Relaţie)* care satisface următoarele axiome:
$R\,(\mathbf{x}, \mathbf{x})$ (reflexivitate);
dacă $R\,(\mathbf{x}, \mathbf{y})$, atunci $R(\mathbf{y}, \mathbf{x})$ (simetrie);
dacă $R\,(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ şi $R\,(\mathbf{y}, \mathbf{z})$, atunci $R(\mathbf{x}, \mathbf{z})$ *(tranzitivitate)*.
Orice relaţie de echivalenţă $R\,(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ pe mulţimea A *împarte* mulţimea A într-o sumă $A = \bigcup_{x \subset A} |x|$ în mulţimi care nu se intersectează două cîte două $[x] = \{y \in A, R(\mathbf{x}, \mathbf{y})$, denumite *clase de echivalenţă*.
Şi, reciproc, orice împărţire a mulţimii A în sumă $A = \bigcup_{i \in I} A_i$, în care $A_i \cap A_j \neq \varnothing$ pentru $i \neq j$, defineşte o **r.e.** R, punînd $R(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ ca fiind adevărată dacă şi numai dacă $\mathbf{x}$, $\mathbf{y}$ aparţin unei mulţimi A_i, $i \in I$.
Împărţirea mulţimii A este modelul matematic al clasificării mulţimii A utilizate în ştiinţele naturii. De exemplu, clasificarea plantelor sau a animalelor conduce la împărţirea mulţimii de plante, respectiv animale într-o sumă de submulţimi ale mulţimii A care nu se intersectează două cîte două. Mulţimea tuturor claselor de echivalenţă se notează cu A/R şi se numeşte *mulţime cît*.

Aplicaţia $\tau: A \to A/R$, definită de egalitatea $\tau x = [x]$, se numeşte *aplicaţie canonică*. Evident, $\tau(A) = A/R$.

Reciproc, orice aplicaţie $f: A \to B$ defineşte o relaţie de echivalenţă R, dacă punem $R(\mathbf{x}, \mathbf{y}) - f(\mathbf{x}) = f(\mathbf{y})$.

Pentru o aplicaţie dată $f: A \to A$, relaţia de echivalenţă R pe A se numeşte *congruenţă*, dacă întotdeauna din $R(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ rezultă că $R(f(\mathbf{a}), f(\mathbf{b}))$. Conceptul de congruenţă se extinde în mod natural la aplicaţii cu mai multe argumente $f^n: \mathbf{A}^n \to A$.

A. D. Taimanov

Relaţie de ordine. Relaţia binară $R(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ pe mulţimea A *(→Relaţie)* se numeşte *ordine parţială*, dacă această relaţie satisface axiomele: $R(\mathbf{x}, \mathbf{x})$ (reflexivitate);

dacă $R(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ şi $R(\mathbf{y}, \mathbf{z})$, atunci $R(\mathbf{x}, \mathbf{z})$ (tranzitivitate); (1)

dacă $R(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ şi $R(\mathbf{y}, \mathbf{x})$ atunci $\mathbf{x} = \mathbf{y}$ (antisimetrie).

Elementele **a**, **b** ale mulţimii A se numesc *comparabile* în raport cu ordinea parţială R pe S, dacă

$$R(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \text{ sau } R(\mathbf{b}, \mathbf{a}). \tag{2}$$

Ordinea parţială R pe A se numeşte *liniară*, dacă

$$R(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \text{ sau } R(\mathbf{y}, \mathbf{x}), \tag{3}$$

pentru orice **x** şi **y** din A.

Fie $B \subseteq A$, $\mathbf{a} \in A$, atunci **a** se numeşte *margine superioară* pentru B în A, dacă $R(\mathbf{b}, \mathbf{a})$ pentru toţi $\mathbf{b} \in B$. Elementul $\mathbf{a} \in A$ se numeşte *cel mai mare* în A dacă el serveşte drept margine superioară pentru însăşi mulţimea A. Elementul $m \in A$ se numeşte *maximal* în A, dacă fiecare element **x** din A sau nu este comparabil cu m, sau $R(\mathbf{x}, \mathbf{m})$. În mod analog se defineşte *marginea inferioară*, elementul cel mai mic şi elementele minimale. Mulţimea **A**, pe care este dată ordinea parţială (liniară) $R(\mathbf{x}, \mathbf{y})$, se numeşte *parţial (liniar) ordonată* şi se notează cu simbolul $\langle A, R(\mathbf{x}, \mathbf{y})\rangle$.

O mulţime liniar ordonată se mai numeşte *lanţ*.

Zorn a arătat că fiecare element **z** al mulţimii nevide parţial ordonate $\langle A, R(\mathbf{x}, \mathbf{y})\rangle$, în care fiecare lanţ $\langle B, R(\mathbf{x}, \mathbf{y})\rangle$, $B \subseteq A$ are o margine superioară, este conţinut într-un anumit element maximal $\mathbf{m} \in A$, adică $R(\mathbf{z}, \mathbf{m})$ (lema lui Zorn).

O mulţime liniar ordonată se numeşte *complet ordonată*, dacă orice submulţime nevidă B a mulţimii A are *cel mai mic element*. Lema lui

Zorn este logic echivalentă cu următoarea axiomă a ordonării complete: orice mulțime nevidă poate fi complet ordonată.

Enunțurile referitoare la elementele unei mulțimi complet ordonate A pot fi demonstrate prin metoda inducției transfinite, care este o generalizare a inducției matematice complete pentru numerele naturale. Teoria elementară a mulțimilor parțiale ordonate este, prin definiție, mulțimea T_1 a tuturor enunțurilor din limbajul L_{ww} de ordinul unu *(→Logică matematică)*, adevărate pe toate mulțimile parțial ordonate. Mulțimea T_2 a tuturor mulțimilor din limbajul L_{ww}. deductibile din axiomele (1), coincide cu mulțimea T_1 și este *nerecursivă*, adică nu există un algoritm care să permită să se elucideze pentru orice enunț α din L_{ww} dacă incluziunea $\alpha \in T_1$ este adevărată. Teoria mulțimilor liniare ordonate (mulțimea tuturor enunțurilor din L_{ww}, adevărate pe toate mulțimile liniar ordonate, care coincide cu mulțimea tuturor enunțurilor deductibile din axiomele (1) este *recursivă*. Aceasta înseamnă că există un algoritm care permite să se elucideze pentru fiecare enunț dacă el este sau nu adevărat pe toate mulțimile liniar ordonate.

O mulțime liniar ordonată se numește *densă* dacă pentru oricare două elemente neegale **x** și **y** ($\mathbf{x} \neq \mathbf{y}$) se găsește un element **z** situat între ele, adică

$$R(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \wedge R(\mathbf{z}, \mathbf{y}) \wedge \mathbf{x} \neq \mathbf{z} \wedge \mathbf{z} \neq \mathbf{y}.$$

Orice mulțime liniar ordonată, densă și numărabilă, este izomorfă cu una din următoarele mulțimi de numere raționale:

$$\{x|\, x \geqslant 1\}, \quad \{x|\, x \leqslant 1\}, \quad \{x|0 < x < 1\}, \quad \{x|0 \leqslant x \leqslant 1\}.$$

Teoria mulțimilor liniar ordonate și dense este recursivă. Mulțimea liniar ordonată A se numește *discretă* dacă fiecare element are un vecin proxim „mai mic" și un vecin proxim „mai mare" sau este primul sau ultimul element în A. Două sisteme algebrice se numesc elementar echivalente dacă orice enunț dintr-un limbaj de ordinul întîi adevărat într-unul din ele este adevărat în celălalt. Orice mulțime ordonată discret este elementar echivalentă cu una din următoarele mulțimi:

$$\{0, 1, 2, \ldots,\}, \quad \{\ldots, -2, -1, 0\},$$

$$\{0, 1, 2, \ldots \ldots, -2, -1, 0\}, \quad \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2 \ldots\}.$$

Teoria elementară a mulțimilor liniar ordonate discret este recursivă.

A. D. Taimanov

Repartiție binomială. Repartiție discretă a unei mărimi aleatoare ξ, care ia valorile $k = 0, 1, 2, \ldots, n$. Notăm

$$\mathbf{P}_{k,n} = p(\xi = k).$$

Atunci, $\mathbf{P}_{k,n} = C_n^k p^k (1 - p)^{n-k}$

unde C_n^k reprezintă numărul de combinări de n elemente luate cîte k, iar p — un număr dat $(0 < p < 1)$. *Speranța matematică* a unei mărimi aleatoare care are o **r.b.** este egală cu np, iar *dispersia* — $np\ (1-p)$. În cazul în care n este suficient de mare se aplică formula lui Moivre-Laplace

$$\mathbf{P}_{k,n} \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{np(1-p)}} e^{-\frac{x^2}{2}},$$

unde

$$x = \frac{k - np}{\sqrt{np(1-p)}}.$$

R.b. poate fi considerată ca o repartiție a sumei unor mărimi aleatoare, fiecare din ele luînd una din două valori: 1 cu probabilitatea p sau 0. **R.b.** este utilizată pentru controlul selectiv al calității producției, în diferite probleme de teorie a siguranței.

M. V. Filippov, P. T. Smelov

Repartiție exponențială. Repartiție continuă a unei mărimi aleatoare cu funcția de densitate

$$\varphi(x) = \begin{cases} 0, \text{ dacă } x < 0 \\ \lambda l^{-\lambda x} \text{ pentru } x \geqslant 0, \end{cases}$$

unde λ este parametrul de repartiție $(\lambda > 0)$.

Speranța matematică a unei mărimi aleatoare care are o repartiție exponențială este egală cu $1/\lambda$, iar dispersia cu $1/\lambda^2$.

R.e. se aplică în *teoria serviciilor de masă**.

În cazul solicitărilor unor servicii potrivit legii lui Poisson cu parametrul λ, intervalul de timp dintre două solicitări succesive are **r.e.** cu parametrul λ. Este valabilă și reciproca.

M. V. Filippov, P. T. Smelov

Bibl. → bibl. la *Statistica matematică*.

Repartiţie Fisher cu gradele de libertate n_1 şi n_2. Este repartiţia unei mărimi aleatoare

$$F = \frac{n_2\chi_1^2}{n_1\chi_2^2},$$

unde χ_1^2, χ_2^2 sînt mărimile aleatoare care au repartiţia cu gradele de libertate n_1 şi respectiv n_2.

Pentru această repartiţie există tabele. Funcţia de densitate a repartiţiei are forma:

$$f_{n_1,\,n_2}(X) = \frac{\Gamma\frac{(n_1+n_2)}{2}}{\Gamma\left(\frac{n_1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{n_2}{2}\right)}\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^{\frac{n_1}{2}}\cdot X^{\frac{n_1}{2}-1}\left(1+\frac{n_1}{n_2}X\right)^{-\frac{n_1+n_2}{2}}$$

R.F. se utilizează în *analiza dispersională** drept criteriu de apreciere a justeţei afirmaţiilor cu privire la existenţa unor deosebiri semnificative sau nesemnificative între două eşantioane.

M. V. Filippov, P. T. Smelov

Bibl. H. Scheffé, *Dispersionnîi analiz*, Fizmatghiz, 1963.

Repartiţie normală. Unul dintre cele mai importante tipuri de repartiţie a mărimilor aleatoare. Aceasta este o repartiţie continuă; densitatea ei pentru o *mărime aleatoare unidimensională* ξ are forma:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\,e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}},$$

unde m reprezintă *speranţa matematică*, iar σ^2 — *dispersia* mărimii aleatoare.

Pentru o *mărime aleatoare n-dimensională* $(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n)$ densitatea are forma:

$$\varphi(x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n) = \frac{\det\ (\lambda_{ik})^{1/2}}{(2\pi)^{n/2}}\ \exp\left[-\frac{1}{2}\mathbf{y}^T(\lambda_{ik})\,\mathbf{y}\right],$$

unde (λ_{ik}) este o matrice, inversă *matricei de covariație* a mărimii aleatoare n-dimensionale $(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n)$, **y** — vectorul coloană

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_i \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} m_1 \\ \vdots \\ m_i \\ \vdots \\ m_n \end{pmatrix},$$

iar m_i — speranța matematică $\xi_i (i = 1, 2, \ldots, n)$.
Matricea de covariație este matricea simetrică cu elementele:

$$a_{ij} = \mathbf{M}\,(\xi_i - \mathbf{M}\xi_i) \cdot (\xi_j - \mathbf{M}\xi_j),$$

unde **M** reprezintă simbolul speranței matematice.
Aproape fiecare mărime aleatoare care ne interesează în statistică poate fi considerată ca o sumă a unui număr mare de termeni, independenți între ei, fiecare dintre aceștia fiind neînsemnat în comparație cu întreaga sumă și se poate considera că repartiția mărimii aleatoare date se deosebește puțin de repartiția normală (potrivit teoremei limită centrale din teoria probabilităților). Aceasta explică rolul determinant al repartiției normale în statistică, unde aproape toate mărimile se consideră că se repartizează potrivit legii normale. În afară de aceasta, aproape toate metodele din statistica matematică practic elaborate cer să fie îndeplinită condiția de normalitate pentru mărimile aleatoare care intervin în problemă. Pentru repartiția normală unidimensională, valorile funcțiilor de densitate, precum și valorile funcției de repartiție a probabilităților sînt tabulate și se găsesc în aproape toate manualele de teoria probabilităților și de statistică matematică. Cu **r.n.** *unidimensională* sînt asociate două repartiții foarte importante pentru estimarea dispersiei și a speranței matematice a mărimii aleatoare. Fie $x_1, \ldots, x_n$ — un eșantion, corespunzător mărimii aleatoare normale ξ.
Atunci mărimea aleatoare

$$\frac{\bar{x} - M\xi}{S/\sqrt{n}}$$

are așa-numita *repartiție Student* sau repartiția t cu $n-1$ grade de libertate, iar mărimea aleatoare

$$\frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=1}^{n} (x_k - \bar{x})^2$$

are așa-numita repartiție χ^2 cu $n-1$ grade de libertate:

$$S^2 = \frac{\sum_{k=1}^{n} (x_k - \bar{x})^2}{n-1}$$

fiind dispersia de sondaj a mărimii aleatoare ξ, iar

$$\bar{x} = \frac{\sum_{k=1}^{n} x_k}{n}$$

reprezintă media pătratică de sondaj.

M. V. Filippov, P. T. Smelov

Bibl. 1. V. E. Gmurman, *Vvedenie v teoriu veroiatnostei i matematiceskuiu statistiku*, „Vìsșaia școla", 1966; 2. T. W. Anderson, *An Introduction to Multivariate Statistical Analysis*, Wiley, 1958.

Repartiție Poisson. Repartiție discretă a unei mărimi aleatoare ξ susceptibilă de orice valoare întreagă nenegativă k.

$$\mathbf{P} = \{\xi = k\} = \frac{\lambda^k}{k!} l^{-\lambda},$$

λ este parametrul de repartiție și este egal cu *speranța matematică* și *dispersia*. Suma a două mărimi aleatoare care au **r. P.** cu parametrii λ_1 și λ_2 este, de asemenea, o **r. P.**, cu parametrul $(\lambda_1 + \lambda_2)$.

R. P. își găsește cea mai largă aplicație în *teoria serviciilor de masă**.

V. M. Filippov, P. T. Smelov

Bibl. D. R. Cox, W. L. Smith, *Queues*, Methuen, John Wiley, 1961; 2. V. E. Gmurman, *Vvedenie v teoriu veroiatnostei i matematiceskuiu statistiku*, „Vìsșaia școla", 1966.

Repartiție Student. Repartiție a unei mărimi aleatoare $t = \frac{x\sqrt{k}}{\sqrt{\chi^2}}$, în care x este mărimea aleatoare observată care se supune repartiției normale avînd parametrii $a = 0$, $\sigma^2 = 1$, χ^2 este o mărime care nu depinde de x și care are densitatea $p(u) = B_k\left(1 + \frac{t^2}{k}\right)^{\frac{k+1}{2}}$, iar k reprezintă numărul gradelor de libertate.

Densitatea de repartiție a mărimii t se determină prin expresia următoare:

$$p(t) = B_k\left(1 + \frac{t^2}{k}\right)^{-\frac{k+1}{2}} (-\infty < t < \infty),$$

unde $B_k = \dfrac{\Gamma\left(\dfrac{k+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\dfrac{k}{2}\right)\sqrt{\pi k}}$, iar Γ este funcția gamma.

În cazul în care k crește, repartiția $p(t)$ tinde spre repartiția normală cu parametrii $a = 0$, $\sigma = 1$.

În cazul în care k este mic, **r.S.** se deosebește substanțial de repartiția normală [1].

Dacă $\bar{x}$ este media valorilor observate $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, s^2 — dispersia empirică, a și σ — parametrii unei selecții dintr-o colectivitate normală, atunci $t = \dfrac{\bar{x} - a}{s}\sqrt{n-1}$ se numește *criteriul lui Student*.

Pentru **r.S.** s-a elaborat un tabel ale cărui intrări sînt numărul gradelor de libertate k și valorile limitelor abaterii $q\%$.

R.S. este folosită pe scară largă în problemele de prelucrare a rezultatelor observațiilor. De pildă, la rezolvarea unei probleme de verificare a ipotezei cu privire la egalitatea mediilor a două colectivități generale $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ și $y = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$, repartizate după legea normală cu dispersii egale, se utilizează caracteristica

$$t = \frac{\bar{x} - \bar{y} - (a_x - a_y)}{\sqrt{n_1 s_x^2 + n_2 s_y^2}} \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}},$$

a cărei repartiție este subordonată legii lui Student [2]. Aici

$$\bar{x} = \frac{1}{n_1}\sum_{i=1}^{n_1} x_i; \quad \bar{y} = \frac{1}{n_2}\sum_{i=1}^{n_2} y_i;$$

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n_1}\sum_{i=1}^{n_1}(x_i - \bar{x})^2}; \quad s_y = \sqrt{\frac{1}{n_2}\sum_{i=1}^{n_2}(y_i - \bar{y})^2};$$

a_x și a_y reprezintă speranțele matematice ale colectivităților.

R.S. se utilizează la estimarea centrului de repartiție în cazul în care nu se cunoaște σ^2 [1].

A. I. Zenkin

Bibl. 1. N. V. Smirnov, I. V. Dunin-Barkovski, *Kurs teorii veroiatnostei i matematiceskoi statistiki*, „Nauka", 1969; 2. L. Z. Rumșinski, *Elementî teorii veroiatnostei*, 1970; 3. D. Dugué, *Traité de statistique théorique et appliquée*, Mason et C-ie, 1958.

Reprezentare binară a informației. Principala formă de înregistrare a informației pentru păstrarea, transmiterea și prelucrarea ei în mașinile electronice de calcul și în sistemele de teletransmitere. Această înregistrare constă din reprezentarea informației sub forma unui șir de biți. *Bitul* este cea mai mică unitate de **r.b.i.**; acesta poate lua două valori, notate prin 0 și 1 (sau „adevărat" și „fals"). Un șir ordonat din 8 biți se numește *bait*. Seriile ordonate mai lungi de biți de o lungime fixată, care în diferite cazuri concrete este indicat să fie considerate ca un întreg, se numesc *cuvinte*. Uneori se iau în considerare semicuvinte și cuvinte duble. De obicei, cuvintele conțin un număr întreg de baiți. Astfel, în sistemul de calcul IBM/360 un cuvînt conține 4 baiți, un semicuvînt — 2 baiți, un cuvînt dublu — 8 baiți. Un șir ordonat de baiți se numește *cîmp*. Există diverse procedee de **r.b.i.** Vom da două exemple:

1. Reprezentarea binară a valorilor numerice, supuse prelucrării în procesorul central al unei mașini electronice de calcul sau obținute în urma unor operații aritmetice, se bazează pe faptul că, în cazul general, valoarea numerică a lui x poate fi determinată prin următoarele trei elemente: semnul s (s este $+$ sau $-$), un număr întreg p (puterea) și șirul $a_1, a_2, \ldots, a_n$ (mantisa). Dacă n este ordinul de mărime, iar a_i ($i = 1, 2, \ldots, n$) — cifre binare, valoarea lui x se exprimă cu ajutorul semnului puterii și mantisei prin formula:

$$x = sQ^p \times q,$$

unde $q = a_1 \times 2^{-1} + a_2 \times 2^{-2} + \ldots + a_n \times 2^{-n}$. În calculatoarele electronice actuale se admite ca baza $Q = 2$ sau $Q = 16$.

Dacă p este același pentru toate valorile numerice utilizate (virgulă fixă), atunci reprezentarea binară a valorii numerice conține $n + 1$ biți. Un bit se utilizează pentru reprezentarea semnului (plus se reprezintă prin zero, minus — prin 1), iar ceilalți biți — pentru reprezentarea cifrelor binare $a_1, \ldots, a_n$. Dacă p poate lua orice valori întregi din intervalul

$$-2^r \leqslant p \leqslant 2^r - 1$$

(virgulă mobilă), atunci în afară de reprezentarea semnului și a mantisei, în reprezentarea binară a valorii numerice mai intră și reprezentarea binară a numărului întreg p cu semn (sau, așa cum este adoptat în multe calculatoare electronice, reprezentarea numărului nenegativ $p' = p + 2^r$). În acest caz, pentru reprezentarea valorii numerice x, sînt necesari $n + r + 2$ biți.

2. Dacă informația a apărut inițial într-un mediu uman și este reprezentată printr-un șir de simboluri dintr-un alfabet oarecare (informație sub formă de text), atunci, la introducerea informației în calculatorul

electronic, reprezentarea binară se obţine înlocuind fiecare simbol prin codul său binar, adică printr-un şir de valori exprimate în biţi. Pentru alfabetele care conţin cifre zecimale, litere ale alfabetului unui limbaj natural şi semne speciale (de pildă, . , + — % etc.), codificarea se face cu ajutorul unor tabele; fiecare simbol este asociat cu valoarea unui bait. Acest procedeu oferă posibilitatea de a se codifica pînă la 256 de simboluri. În prezent se utilizează tabelele GOST 13052-67 (U.R.S.S.), EBCDTC şi ASC II-8 (S.U.A.) şi altele. Dacă alfabetul este alcătuit numai din cifre octale sau numai din cifre hexazecimale (asemenea alfabete se utilizează pentru scrierea instrucţiunilor şi a constantelor în *limbajele de programare** cu ajutorul calculatorului) codificarea constă în înlocuirea fiecărei cifre prin reprezentarea sa binară corespunzătoare în trei sau patru biţi.

La extragerea informaţiei sub formă de text din memoria calculatorului electronic, pe suporturi de tipul imprimantei, a ecranului etc., se face o recodificare inversă.

Numerele zecimale introduse în calculatorul electronic în vederea prelucrării se introduc mai întîi în memorie sub formă de informaţie binară, care reprezintă cifre şi semne, după care are loc conversia în reprezentare în virgulă fixă sau virgulă mobilă. La extragerea informaţiei din calculatorul electronic, valorile numerice sînt convertite mai întîi din reprezentarea în virgulă fixă sau virgulă mobilă într-un şir de baiţi, care reprezintă cifrele şi semnele, iar apoi în limbajul perceput de oameni.

I. V. Gheronimus

Bibl. C. Germain, *Programming the IBM/360*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1962.

Restricţii. Relaţii matematice cu ajutorul cărora, în modelele matematice, se formalizează unele proprietăţi ale sistemului modelat. **R.** reflectă proprietăţi interne ale obiectelor modelate în relaţie cu factori restrictivi externi. De obicei, în modelele matematice, **r.** sînt un sistem de ecuaţii şi inecuaţii. Valorile variabilelor, care constituie soluţia sistemului de **r.**, determină comportamentele posibile ale obiectului modelat. **R.** modelului matematic reflectă întotdeauna numai parţial proprietăţile reale ale obiectului modelat. De aceea, în procesul de modelare matematică, alegerea sistemului de **r.**, care reflectă caracteristicile cele mai esenţiale ale obiectului studiat, joacă un rol foarte important. În modelele economico-matematice de balanţă, **r.** fac legătura dintre caracteristicile tehnico-economice ale sistemului economic, planurile de acţiune alese şi cantitatea de resurse (produse) destinate consumului (producţiei).

În modelele extremale, posibilităţile sistemului, exprimate prin **r.** şi scopul sistemului, descris de funcţia obiectiv $f(\mathbf{x})$, determină evaluarea gradului de deficit al factorilor restrictivi externi. În problemele de programare liniară aceste evaluări pot fi determinate numeric. Ele se utilizează în calcule pentru a pune în evidență caracterul optim al planurilor obținute. *(→ Evaluări optime).*

I. V. Nit

Resurse de muncă. Populația aptă să presteze o muncă socialmente utilă. Relația dintre categoriile *populație, resurse de muncă, populație ocupată în economia națională* este caracterizată în tabelul următor:

	Se include (+) sau nu se include (—) în cuprinsul categoriei		
	Populație	Resurse de muncă	Populație ocupată în economia națională (fără elevi, studenți și militari)
I. Copii în vîrstă de pînă la 16 ani			
a) de vîrstă preșcolară	+	—	—
b) elevi	+	—	—
c) copii pînă la 16 ani care lucrează în întreprinderi, instituții, organizații de stat, organizații cooperatiste și obștești și în colhozuri	+	+	+
II. Populația aptă de muncă în vîrstă de muncă (bărbați între 16—59 ani, femei între 16—54 ani inclusiv)			
a) ocupați în sfera economiei sociale	+	+	+
b) ocupați în gospodăria agricolă auxiliară personală	+	+	+
c) ocupați în gospodăria casnică	+	+	—
d) elevi ai școlilor de cultură generală, școlilor medii tehnice, studenți ai instituțiilor de învățămînt superior etc. la cursurile de zi	+	+	—
e) militari	+	+	—
f) alte grupe de resurse de muncă	+	+	—
III. Pensionari de invaliditate de gradul I și II de toate vîrstele			
a) ocupați în sfera economiei sociale	+	+	+
b) care nu lucrează	+	—	—
IV. Persoane care au depășit vîrsta de muncă	+	—	—
a) ocupate în sfera economiei sociale	+	+	+
b) pensionari de bătrînețe care nu lucrează	+	—	—

Limitele vîrstei de muncă se stabilesc prin legislația în vigoare. Pentru o serie de categorii de activități care se desfășoară în condiții de muncă grele și vătămătoare, s-au stabilit limite superioare preferențiale, mai reduse, ale vîrstei de muncă, care dau dreptul la obținerea pensiei de bătrînețe.

În tabel se înfățișează modul cum se determină dimensiunile și limitele acestor categorii de populație în statistica muncii și în demografie. Trebuie remarcată o anumită convenționalitate a acestor determinări. Astfel, efectivul populației în vîrstă de muncă nu reflectă ocupațiile populației și locul lor în societate, ci indică doar care este populația dintre anumite limite de vîrstă, stabilite de legislație. Persoanele ocupate în gospodăria casnică, precum și elevii și studenții se consideră că nu participă la munca socială. Pensionarii care participă la gospodăria casnică nu intră în nici o grupă de resurse de muncă sau de populație ocupată. Dacă ei lucrează însă în economia națională, atunci se includ în populația activă din punct de vedere economic. Datele recensămintelor, datele furnizate de evidența curentă și de anchetele privind bugetul de timp pot fi utilizate pentru gruparea pensionarilor după ocupațiile lor reale, după capacitatea de muncă, după invaliditate și după incapacitatea de muncă (socială sau în gospodăria casnică), precum și pentru o determinare mai exactă a rezervelor posibile ale resurselor de muncă [1]. Ca indicatori ai reproducției lărgite a **r.m.** pot servi datele cu privire la creșterea numărului persoanelor ocupate în diferite ramuri ale economiei naționale, pregătirea cadrelor, atragerea unui număr mai mare de femei în producția socială și în alte sectoare de muncă.

Influența progresului tehnic, extinderea mecanizării și automatizării, introducerea tehnicii electronice au sporit considerabil productivitatea muncii și au modificat structura profesională și după calificare, în sensul creșterii muncii mecanizate și a restrîngerii muncii manuale. O serie de profesii care se caracterizau printr-o muncă fizică grea au dispărut cu totul sau s-a modificat caracterul lucrărilor (muncile grele din mine, din industria siderurgică etc.); au apărut și s-au răspîndit mașiniștii de diferite profile, operatorii și reglorii la diferite aparate și mașini etc. Pentru alcătuirea balanțelor statistice și de plan ale muncii, care constituie o parte integrantă a balanței de ansamblu a economiei naționale, este necesară o bogată informație economico-statistică cu privire la evidența numerică și modificarea calitativă a structurii **r.m.** și a utilizării lor.

În condițiile actuale ale perfecționării planificării și conducerii economiei naționale, problemele repartizării **r.m.** între diferitele sfere ale economiei naționale, pe grupe și categorii de muncă, depind de numeroși factori, care sînt supuși unor continue modificări.

Reproducția lărgită a **r.m.** în socialism se realizează în condițiile ocupării depline a forței de muncă, a utilizării raționale a acesteia, ținînd seama de creșterea productivității muncii, de cuceririle revoluției științifice-tehnice și de necesitatea satisfacerii nevoilor materiale și culturale ale membrilor societății socialiste.

Analiza situației **r.m.** se realizează sub trei aspecte:

a. *aspectul demografic*: determinarea efectivului **r.m.** și a structurii lor pe baza analizei repartiției populației după sex, vîrstă, structură profesională, calificare, stare civilă, repartiție teritorială (pe regiuni economice, pe localități urbane și rurale); determinarea limitelor populației apte de muncă (evidența bolnavilor, invalizilor, pensionarilor) și a gradului de participare posibilă la muncă a diferitelor grupe; calculele demografice de perspectivă ținînd seama de factorii care determină mișcarea naturală a populației, de modificările probabile ale natalității, de reducerea mortalității etc., care influențează modificarea gradului de utilizare a forței de muncă în economia socială;

b. *aspectul social-economic:* depistarea și analiza factorilor care influențează nivelul productivității muncii, nivelul retribuției și suma totală a veniturilor diferitelor grupe ale populației în funcție de calificare, nivel de instruire, stare civilă etc., precum și gradul de asigurare cu spațiu locativ; analiza factorilor care influențează mobilitatea **r.m.** între ramuri și între profesii;

c. *aspectul sociologic:* satisfacția în muncă (sub aspectul interesului, al aptitudinilor, al exigențelor sociale etc.), condițiile asigurării climatului cultural-estetic atît în ambianța de producție, cît și în viața de fiecare zi, posibilitățile de utilizare a timpului liber pentru ridicarea nivelului tehnic și cultural etc. Aceste aspecte sînt importante și în analiza problemelor mobilității forței de muncă, a fluctuației, migrației etc. O asemenea analiză trebuie să se efectueze nu numai în medie pe întreaga țară, dar și pe regiuni și zone economice, ceea ce permite (ținînd seama de particularitățile culturale, naționale, climatice, a obiceiurilor etc.) să se scoată în evidență deosebiri semnificative, de pildă, în privința natalității și a altor indicatori. Astfel, dinamica natalității pe ramuri și zone economice prezintă abateri considerabile care au o importanță deosebită pentru calculele de perspectivă privind efectivul și componența **r.m.**

Cu ocazia elaborării modelelor economico-matematice și a pregătirii informației cu privire la existența și necesitățile de **r.m.** de calificări corespunzătoare, cu privire la necesitățile de recalificare a diferitelor grupe, precum și a efectuării cheltuielilor corespunzătoare etc., sînt necesare nu numai date pentru o anumită perioadă de timp anterioară, dar și prognoze. Pentru determinarea necesităților de **r.m.** pe regiuni economice trebuie să se prevadă, în cazul în care este necesară migrația, crearea unor complexe cultural-sociale pentru egalizarea condițiilor în noile regiuni puse în valoare cu cele din regiunile cuprinse anterior în circuitul economic.

Pentru calculul asigurării economiei naționale cu **r.m.** atît pe întreaga țară, cît și pe regiuni economice, este indicat să se utilizeze *modelul balanței legăturilor dintre ramuri a cheltuielilor de muncă* [6].

Pentru modelarea complexă a **r.m.** ținînd seama de aspectele menționate mai sus, este necesar să se sporească cantitatea și să se îmbunătățească calitatea informației statistico-economice. Analiza profundă a aspectului sociologic impune ca informația referitoare la satisfacerea diferitelor nevoi ale omului în societatea socialistă să fie suficient de completă. Aceste nevoi diferă de la o perioadă la alta (fapt care trebuie avut în vedere în modelele dinamice), de la o regiune economică la alta și de la o categorie de oameni ai muncii la alta.

Pentru complexul problemelor legate de utilizarea a **r.m.** sînt de mare importanță ridicarea productivității muncii și ritmurile revoluției științifico-tehnice.

Nu se poate vorbi despre importanța revoluției științifice-tehnice fără a se aminti de făuritorul progresului tehnic — omul, care utilizează tehnica avansată. **R.m.** constituie elementul activ principal, determinant al producției sociale, principial deosebit de toate celelalte tipuri de resurse.

L. E. Minț

Bibl. 1. *Narodnoe hozeaistvo SSSR 1922—1972 gg. Iubileinîi statisticeskii sbornik*, „Statistika", 1972; 2. S.G. Strumilin, *Izbrannîe proizvedenia*, v. 3, „Nauka", 1964; 3. V.S. Nemcinov, *Izbrannîe proizvedenia*, v. 5., „Nauka", 1968; 4. L.E. Minț, *Razmerî i granițî trudovîh resursov*, în culegerea *Problemî ekonomiceskoi nauki i praktiki*, „Nauka", 1972; 5. B.Ț. Urlanis, *Dinamika i struktura naselenia SSSR i SȘA*, „Nauka", 1964; 6. *Mejotraslevoi balans ekonomiceskogo raiona*, „Nauka"; 1967; 7. *Ekonomiceskaia statistika*, „Statistika", 1970.

Resurse informaționale. Cunoștințele, informațiile, datele obținute și acumulate în procesul dezvoltării științei și în activitatea practică a oamenilor, care pot fi folosite în producția socială și în conducere ca factor de creștere a volumului producției și de mărire a eficienței ei. Ca factor de producție distinct, **r.i.** au fost evidențiate relativ de curînd, în momentul în care în cursul revoluției științifice-tehnice contemporane a început să fie apreciat la justa sa valoare rolul științei ca forță de producție nemijlocită și cînd a devenit limpede că ritmul creșterii economice și eficiența economică depind în mod substanțial de potențialul tehnico-ştiinţific, de nivelul de instruire şi calificare a cadrelor, şi nu numai de existenţa resurselor materiale care alcătuiesc elementele materiale ale avuţiei naţionale.

Prin conţinutul lor, **r.i.** reprezintă reflectarea proceselor şi fenomenelor naturale şi sociale, fixate în rezultatele cercetărilor şi studiilor ştiinţifice, a documentaţiei de proiectare, a datelor statistice şi de evidenţă, a materialelor normative şi metodologice, a instrucţiunilor etc., sub forma de concepte, judecăţi şi modele mai complexe ale realităţii. Calitatea **r.i.** este determinată de caracterul adecvat al reflectării realităţii pe care îl asigură acestea, de posibilităţile utilizării lor în activitatea practică. Ele se stochează în literatura ştiinţifică, în documentele economice şi de conducere, în memoria oamenilor sau a sistemelor informaţionale automatizate (sisteme informatice).

R.i. sînt reproductibile. Procesul reproducerii lor are importante particularităţi în comparaţie cu celelalte categorii de resurse şi constă din următoarele faze: producţie, răspîndire şi utilizare.

Producţia **r.i.** este procesul social de cunoaştere a stării şi a legilor de dezvoltare a naturii şi societăţii. *Observarea* sau *culegerea informaţiei* constituie primul stadiu al procesului de producere a **r.i.** Stadiul următor este *prelucrarea datelor* observării şi analiza lor, a căror menire este sintetizarea factorilor şi stabilirea legăturilor esenţiale dintre fenomene. În aceasta constă funcţia disciplinelor ştiinţifice fundamentale — matematica, fizica, chimia, biologia, economia politică etc. Urmează apoi stadiul *cercetărilor şi elaborărilor aplicative*, care au ca scop concretizarea cunoştinţelor cu privire la acţiunea legilor fundamentale şi a posibilităţilor de utilizare a lor în anumite sfere de activitate. Rezultatele cercetărilor şi elaborărilor aplicative se utilizează nemijlocit în stadiul următor, la proiectarea şi elaborarea diferitelor sisteme tehnice, de producţie, organizatorice, care îndeplinesc diverse funcţii în procesul producţiei sociale. Una din trăsăturile caracteristice ale revoluţiei ştiinţifice-tehnice contemporane o constituie ritmul accelerat de creştere a producţiei **r.i.**, creşterea vertiginoasă a descoperirilor ştiinţifice şi reducerea termenelor de asimilare practică a acestora.

Răspîndirea este specifică **r.i.** Necesitatea ei este legată de o însuşire specifică informaţiei, care constă în aceea că ea nu se consumă în procesul utilizării; transmiterea cunoştinţelor de la sursă la destinatar nu înseamnă că sursa se lipseşte de ele. Unele şi aceleaşi date pot fi utilizate de repetate ori pentru rezolvarea oricărui număr de sarcini. Singura restricţie o constituie timpul în decursul căruia ele îşi păstrează actualitatea. De aici rezultă că volumul **r.i.** de care dispune societatea depinde nu numai de proporţiile producţiei lor, dar şi de amploarea sferei utilizării lor, de numărul utilizatorilor la care ajung cunoştinţele.

Răspîndirea constă în încunoștințarea utilizatorilor și se realizează prin intermediul învățămîntului (de cultură generală și de specialitate), a schimbului de experiență înaintată, prin publicarea literaturii de specialitate, precum și cu ajutorul celorlalte mijloace de informare în masă. O problemă importantă a răspîndirii cunoștințelor o constituie asigurarea conservării cunoștințelor și accesul rapid al specialiștilor la datele concrete necesare pentru rezolvarea diferitelor probleme. În acest scop în ultima vreme se creează sisteme informatice de regăsire (SIR), utilate cu calculatoare electronice, noi purtători de informație, mijloace de transmitere a datelor și instalații terminale.
Utilizarea **r.i.** are loc în sfera producției și a conducerii. Rezultatul ei îl constituie fie deciziile luate, fie produsele fabricate și serviciile prestate. Diversele elemente ale **r.i.** se caracterizează prin diferite perioade de păstrare a actualității sau termene de utilizare. Termenul de utilizare cel mai îndelungat îl au datele științelor fundamentale, cel mai scurt fiind cel al informației operative de producție. Datele cu termen îndelungat de utilizare prezintă multe elemente comune cu fondurile fixe, asemănător cu acestea ele utilizîndu-se în mod repetat în producție și în conducere. Pe acest temei ele ar putea fi numite *fonduri informaționale fixe*. Prin analogie, informațiile, datele cu termen scurt de utilizare (de pildă, sub un an) ar putea fi considerate ca *fonduri informaționale circulante*. La proiectarea și funcționarea diferitelor sisteme de producție și de conducere, fondurile lor informaționale fixe și circulante trebuie să fie tratate cu aceeași atenție cu care este tratată dotarea lor cu resurse materiale. La proiectarea sistemelor automate de conducere, această problemă se rezolvă prin elaborarea unor subsisteme de dotare informațională.

Cercetarea științifică a **r.i.** și a proceselor de reproducere a acestora se află într-un stadiu incipient. Ea se realizează în momentul de față în cadrul unor discipline științifice cum este scientica, informatica, economia învățămîntului ș.a.

E.G. Iasin

Bibl. 1. A.I. Mihailov, A.I. Ciornii, R.S. Pilearevski, *Osnovî informatiki*, „Nauka", 1968; 2. F. Machlup, *Proizvodstvo i raspredelenie znanii v SȘA*, „Progress", 1966; 3. S. Vladimirov, M. Karev, *Informația i mî*, „Znanie", 1970.

Resurse materiale. Muncă materializată, acumulată în mijloace de producție și obiecte de consum, de care dispune societatea la un moment dat; parte principală, ca mărime și importanță, a *avuției naționale* *. În concordanță cu caracterul participării la procesul de producție, în componența lor se pot distinge **r.m.** productive, **r.m.** neproductive, stocuri și rezerve de mărfuri și valori materiale. Cele dintîi participă la procesul de producţie a bunurilor materiale şi apar ca *fonduri de producţie** ale întreprinderilor socialiste. **R.m.** neproductive sînt utilizate în ramurile sferei neproductive şi în gospodăriile casnice ale populaţiei; din punct de vedere economic, ele sînt bunuri de consum şi formează fondurile neproductive. Stocurile şi rezervele de mărfuri şi valori materiale nu participă nemijlocit la procesele consumului productiv şi neproductiv, însă sînt destinate fie să asigure procesul producţiei materiale şi să garanteze funcţionarea sa neîntreruptă (stocurile şi rezervele de mijloace de producţie), fie să asigure continuitatea procesului de consum al populaţiei şi condiţiile normale de funcţionare a instituţiilor şi organizaţiilor din sfera neproductivă (stocurile şi rezervele de bunuri de consum).

Fondurile neproductive, prin natura lor economică, se deosebesc principial de cele productive şi ocupă în procesul reproducţiei produsului social un loc cu totul diferit. Aflîndu-se în circuitul economic, fondurile neproductive, spre deosebire de fondurile de producţie, nu-şi transferă valoarea asupra produsului obţinut şi nu participă la crearea valorii lui; în procesul consumului neproductiv valoarea lor se cheltuieşte, se distruge. Totuşi, prin forma sa exterioară, procesul de consum al fondurilor neproductive este asemănător cu consumul şi funcţionarea fondurilor de producţie şi de aceea, prin analogie cu acestea din urmă, în componenţa lor se pot distinge în mod convenţional fondurile neproductive fixe (bunuri de consum de folosinţă îndelungată) şi fondurile neproductive circulante (bunuri de consum de folosinţă de scurtă durată). La fel ca şi fondurile fixe productive, fondurile fixe neproductive sînt supuse unei uzuri fizice şi „morale" treptate şi ca atare, pe lîngă înlocuirea integrală, necesită şi o înlocuire parţială (reparaţii). În componenţa lor se pot distinge elemente asemănătoare sub aspectul utilizării lor: clădiri (locuinţe şi administrativ-gospodăreşti), construcţii speciale (de pildă, sportive), utilaje pentru instituţii şi organizaţii din domeniul învăţămîntului, ocrotirii sănătăţii, gospodăriei comunale, administraţiei etc., mijloace de transport, plantaţii perene etc.

Din punctul de vedere al destinaţiei lor economice, stocurile şi rezervele de mărfuri şi valori materiale pot fi denumite fonduri productive sau neproductive potenţiale. În legătură cu aceasta, structura lor pe tipuri conţine, în principiu, aceleaşi poziţii, însă într-o serie de cazuri, mult mai detaliate, şi anume: maşini, utilaje, scule; animale (tineret la îngrăşat); materii prime; combustibili (de toate tipurile); materiale şi semifabricate; furaje; producţie neterminată şi construcţii neterminate; ţesături, îmbrăcăminte, încălţăminte (pe tipuri); principalele articole alimentare (pe tipuri); principalele bunuri de folosinţă îndelungată (pe tipuri); alte bunuri.

I.N. Sadohin

Resurse naturale. Bunuri şi forţe ale naturii utilizate ca mijloace de muncă (pămîntul, căile de transport pe apă, apa pentru irigaţii ş.a.), ca surse de energie (energia hidraulică, rezervele de combustibili minerali, ş.a.), ca materii prime şi materiale (stocurile de materii prime minerale, pădurile, resursele de apă tehnologică ş.a.) sau nemijlocit ca obiecte de consum (apa potabilă, fructele florei spontane ş.a.).

În *modelele* economico-matematice ale *ramurii**, *regiunii economice** şi în alte modele ale *dezvoltării şi repartizării teritoriale optime a producţiei*, **r.n.** figurează în cadrul termenilor din dreapta ai restricţiilor (pe categorii de terenuri agricole, parchete de exploatare forestieră, rezerve de minerale utile etc.). În afară de aceasta, în modelele menţionate participă de obicei şi restricţiile ecologice şi sociale referitoare la posibilităţile utilizării economice a resurselor naturale (restricţiile cu privire la condiţiile asolamentelor, protejării solului împotriva eroziunii, în modelele de dezvoltare şi amplasare teritorială a producţiei agricole, restricţiile privitoare la prelucrarea rezervelor de minerale utile conform condiţiilor tehnicii securităţii, în modelele de dezvoltare a ramurilor extractive, poluarea maxim admisibilă a aerului şi a apei, în modelele de dezvoltare şi amplasare teritorială a întreprinderilor productive şi a instituţiilor din sfera neproductivă etc.).

În ultima vreme se elaborează numeroase programe de gestiune a **r.n.**, care înglobează modele de dezvoltare şi repartizare teritorială optimă a ramurilor care exploatează **r.n.**, de pildă modelul dezvoltării şi repartizării teritoriale optime a producţiei agricole, modele ale reproducţiei resurselor naturale reproductibile (a fondului forestier) şi sistemul de pîrghii economice (preţurile produselor obţinute prin exploatarea resurselor naturale, estimările economice ale resurselor, condiţiile relaţiilor economice reciproce dintre utilizatorii resurselor naturale şi stat), care să stimuleze protejarea şi exploatarea raţională a resurselor naturale. Veriga centrală în soluţionarea problemelor perfecţionării gestiunii **r.n.** este elaborarea evaluărilor lor economice. Absenţa unor asemenea evaluări şi ca atare gratuitatea **r.n.** duc adeseori la utilizarea neraţională a bogăţiilor naturale, întreprinderile nefiind cointeresate economic în exploatarea lor raţională.

Evaluarea economică a unei **r.n.** date este egală cu mărimea rentei diferenţiale pe care o aduce aceasta în condiţiile unui regim *optim* de exploatare a ei. Se preconizează următoarea metodică de determinare a mărimii rentei diferenţiale cu ajutorul unei proceduri de efectuare a calculelor de optimizare în două etape [1]. În prima etapă se determină cheltuielile de închidere *(→ Formarea prețurilor)* la produsele ramurilor care exploatează **r.n.** (calculul prețurilor planului optim după modelele de dezvoltare și amplasare teritorială a producției corespunzătoare). În etapa a doua se efectuează evaluarea economică propriu-zisă a **r.n.**, pornind de la nivelurile cheltuielilor de închidere, determinat în prima etapă. În acest scop se efectuează calculul de optimizare privind maximul rentei obținute la resursa efectivă în condițiile respectării restricțiilor dictate de condițiile concrete de exploatare (condițiile tehnologice, organizatorice și de altă natură). De pildă, evaluarea economică a pămîntului se poate determina în felul următor:

$$R_a = \max_{L_i \geqslant 0} \sum_{i=1}^{m} b_i L_i (z_i - s_i),$$

în condițiile restricțiilor care descriu mulțimea de variante admisibile de utilizare a pămîntului după condițiile de ocrotire a solului, de efectuare a asolamentelor etc., unde R_a reprezintă cuantumul rentei anuale de pe terenul respectiv; $i = 1, 2, \ldots, m$ — categoriile de culturi agricole cultivate pe terenul respectiv; z_i — cheltuielile de închidere pe o unitate de cultură i; L_i — suprafața rezervată pentru cultura i; s_i — cheltuielile de producție recalculate pentru cultura i; b_i — producția la hectar a culturii i pe suprafața de teren evaluată.

Evaluarea economică a **r.n.** pentru întreaga perioadă de exploatare a ei este egală cu suma evaluărilor economice anuale (a rentelor diferențiale) ținînd seama de factorul timp. Dacă mărimea anuală a rentei diferențiale rămîne neschimbată în decursul întregii perioade de exploatare, iar această durată este infinit de mare, atunci, utilizînd calculul dobînzii compuse pentru a ține seama de factorul timp, vom obține cunoscuta formulă a „capitalizării“ rentei anuale pentru evaluarea resursei R:

$$R = \frac{R_a}{1+E} + \frac{R_a}{(1+E)^2} + \cdots = \frac{R_a}{E}, \qquad (2)$$

unde E este normativul eficienței economice a investițiilor. Modificările formulei (2) pentru cazul rentelor anuale care variază în timp, precum și a duratei limitate de exploatare a unei resurse sînt descrise în [1]. Pentru durate limitate de exploatare a **r.n.** sau variații considerabile ale rentei anuale, procedeele de determinare a evaluării ei economice sînt descrise în [2].

Evaluările economice ale **r.n.** trebuie să stea la baza determinării cotelor de plată pentru utilizarea lor, de pildă a rentei întreprinderilor agricole care se află în condiţii naturale mai bune, în scopul egalizării condiţiilor economice ale diferitelor gospodării; ele trebuie să fie utilizate cu ocazia alegerii variantelor concrete de atribuire a terenurilor agricole pentru nevoile de construcţie, cu ocazia fundamentării diferiţilor parametri de exploatare a zăcămintelor de minerale utile, a evaluării economice a pierderilor lor ş.a.m.d.

Problema utilizării raţionale a resurselor naturii vii constă în determinarea unui asemenea regim de exploatare a biosistemelor încît, în condiţiile realizării unor rezultate economice maxime, să se menţină capacitatea de reproducţie a acestor sisteme în decursul unor intervale de timp îndeajuns de mari. Deocamdată, lucrările în această direcţie au în mare măsură un caracter explorator [3].

K.G. Gofman, A.A. Gusev

Bibl. 1. *Ekonomiceskie problemî optimizaţii prirodopolzovania*, „Nauka", 1973; 2. K.G. Gofman ş.a., *Ob optimalnom upravlenii zemelnîmi resursami*, „Ekonomika i matematiceskie metodî", 1971, v. VII, fas. 6; 3. *Biosfera i eio resursî*, „Nauka", 1971; 4. V.G. Nesterov, *Opît primenenia optimalnogo programmirovania v lesnom hozeaistve*, „Lesnaia promişlennost", 1970; 5. K. Watt, *Ekologhia i upravlenie prirodnîmi resursami. Kolicestvennîi podhod*, „Mir", 1971.

S

Scări. Pentru a scoate la iveală anumite legături sau relații dintre elementele (obiectele) unui sistem, este necesară alegerea unei anumite caracteristici, a unui anumit criteriu. Procedeul de depistare a tipului de relație îl dau **s.** Criteriile care determină tipul de relație dintre elemente pot fi date pe baza unor **s.** nominale, de ordonare sau cantitative (printre care, de intervale și proporționale).

Evident că nu întotdeauna se poate stabili o anumită relație între elemente, însă aproape întotdeauna se pot cunoaște și se pot distinge aceste elemente. În acest scop, este extrem de simplu să se utilizeze numerele. De exemplu, desenele tehnice se pot deosebi în mod convenabil de schițele de tapete, atribuindu-le numere diferite. În acest caz formulăm criteriile pe baza unei **s.** nominale. Un alt exemplu: diferențierea unui mare număr de documente și formulare de dări de seamă cu ajutorul unor coduri numerice și alfabetice. Cu alte cuvinte, **s.** *nominale* sînt **s.** de *denumiri*, de *clasificare*.

Criteriul este dat după o *scară de ordonare*, dacă pe baza acestui criteriu se poate stabili o relație de ordonare. Un exemplu cunoscut îl constituie scara de *duritate* a lui Moss, pe baza căreia mineralele se clasifică potrivit criteriului de duritate. Brevetele pot fi ordonate după criteriul *timpului de apariție*.

Dacă se ia în considerație ca sistem o secție, atunci relația de ordonare între muncitorii unei anumite specialități se stabilește pe baza scării tarifare. Criteriul de subordonare, dat pe baza unei scări de ordonare, permite să se compare un maistru cu un șef de secție, însă nu cu un lucrător al unui serviciu funcțional al conducerii uzinei. În asemenea cazuri are sens să se separe și să se examineze **s.** de ordonare parțială. Dar nici **s.** nominale și nici **s.** de ordonare nu oferă posibilitatea stabilirii unor relații cantitative între elemente. Acest lucru îl permit **s.** *cantitative*, deoarece criteriul dat în acest caz conține și o unitate de măsură (litrul, centimetrul etc.). Astfel, dacă informația în legătură cu faptul că cineva este strungar, folosește o scară nominală, iar faptul că este strungar de categoria a 5-a, o scară de ordonare, calculul retribuției pe baza coeficientului tarifar utilizează măsurarea după o scară cantitativă.

În [2] se dă definiția formală a scării, utilizîndu-se noțiunea de *sistem cu relații*, introdusă de A. Tarski. La definirea scării participă un sistem empiric cu relații, un sistem numeric cu relații ales într-un anumit mod și o transformare numerică, care reprezintă homomorf un sistem empiric printr-unul numeric. În cazul unei asemenea abordări, definirea tipului de scară se înlocuiește prin definirea transformării numerice date (de pildă, dacă ea este liniară, atunci intervalele măsurate în s. diferite sînt egale). În cazurile în care operațiile de măsurare nemijlocită sînt dificil de executat, această abordare prezintă avantaje evidente.

Clasificarea tipurilor de s. prezentată mai sus nu este singura. În [3], de pildă, se prezintă o clasificare din punctul de vedere al existenței unui început al numerotării și al unei „distanțe" între elemente. Lipsa unei clasificări unitare este determinată de faptul că nu există un punct de vedere unitar asupra procesului de măsurare în general.

A.N. Tiutiunik

Bibl. 1. E.Z. Maiminas, *Proțessi planirovania v ekonomike: informaționîi aspekt*, „Ekonomika", 1971; 2. *Psihologhiceskie izmerenia*, „Mir", 1967; 3. W.S. Torgerson, *Theory and Methods of Scaling*, N.Y., Wiley, 1958.

Schemă aproximativă de optimizare în mai multe trepte. Unul dintre procedeele de planificare optimă a structurii de producție și tehnologice a economiei, bazat pe principiul treptelor multiple. În sistemele de planificare cu mai multe trepte se utilizează pe scară largă metodele comprimării reversibile a informației economice, adică a *agregării** și a *dezagregării* succesive a indicatorilor economici. Există două procedee fundamentale de comprimare reversibilă a informației: agregarea cu ajutorul prețurilor (evaluărilor) optime a resurselor și agregarea pe baza aproximării capacităților de producție ale unităților economice. Ideea fundamentală a schemei de aproximare constă în aceea că capacitățile de producție ale oricărei unități economice — de la un element luat separat pînă la ramuri și grupe de ramuri — pot fi descrise aproximativ cu ajutorul unei restricții liniare. Această restricție poate fi obținută atît cu ajutorul unui hiperplan de aproximare, cît și prin construirea unui poliedru convex.

În primul caz, o unitate economică dată pentru fiecare interval unitar de timp se reprezintă cu ajutorul modelului $\mathbf{hx} \leqslant 1$; $\mathbf{y} = \mathbf{Ax} + \mathbf{a}$, unde $\mathbf{x}$ este vectorul produselor și serviciilor, produse de unitatea respectivă; $\mathbf{y}$ — vectorul cheltuielilor; $\mathbf{h}$ — vectorul coeficienților normați ai hiperplanului aproximator; $\mathbf{A}$ — matricea coeficienților cheltuielilor totale, care aproximează dependența dintre producție și cheltuieli în domeniul modificărilor lor celor mai probabile; $\mathbf{a}$ — vectorul cheltuielilor convențional-constante pentru domeniul aproximat al variației lui $\mathbf{x}$ și $\mathbf{y}$.

În cazul aproximării cu ajutorul poliedrului convex, unitatea economică se reprezintă prin modelul $\mathbf{x} = \mathbf{A}\xi$; $\varepsilon\xi \leqslant 1$, ceea ce în cazul rezolvării problemei în spațiul ξ corespunde, de asemenea, unei restricții. Aici $\mathbf{x}$ reprezintă vectorul unitar al producției și al cheltuielilor unității economice; $\mathbf{A}$ — matricea punctelor de sprijin ale poliedrului care aproximează; ξ — vectorul intensităților utilizării punctelor de sprijin ale poliedrului (a variabilelor interne ale unității economice); ε — vectorul unitar. Asemenea metode de descriere a unităților economice sînt, evident, aproximative. Cu toate acestea ele prezintă însemnate avantaje practice. Participarea practicienilor la procesul de aproximare a unităților economice oferă posibilități pentru a se lua în considerare o serie de factori neformalizabili. Aproximarea cu ajutorul unei restricții liniare se poate aplica la toate nivelurile economice și poate cuprinde, succesiv, complexe din ce în ce mai mari. Verigile inferioare pot furniza, în formă aproximativă, informația inițială cu privire la capacitățile lor de producție. Aproximarea de pe treptele următoare va duce la o comprimare considerabilă a informației inițiale datorită reducerii sensibile a numărului total de restricții și a reunirii tipurilor concrete de resurse în grupe cu ajutorul coeficienților de aproximare (după principiul utilizării unităților convenționale în producție).

În acest cadru, o etapă a comprimării succesive a informației economice trebuie să constea în descrierea grupei de unități economice cu ajutorul hiperplanului sau a poliedrului, cu condiția ca fiecare unitate să fie deja reprezentată cu ajutorul unei restricții. Dacă, de pildă, toate unitățile dintr-o grupă dată se modelează cu ajutorul hiperplanului, iar grupa în ansamblu trebuie modelată în același mod, atunci este necesar să se rezolve o problemă de forma:

$$\mathbf{h}^k\mathbf{x}^k \leqslant 1;$$

$$\sum_k (\mathbf{x}^k - \mathbf{A}^k\mathbf{x}^k - \mathbf{a}^k) \geqslant \mathbf{b};$$

$$W\left[\sum_k (\mathbf{x}^k - \mathbf{A}^k\mathbf{x}^k - \mathbf{a}^k)\right] \to \max,$$

unde $\mathbf{x}^k$, $\mathbf{y}^k$, $\mathbf{h}^k$, $\mathbf{A}^k$, $\mathbf{a}^k$ reprezintă mărimile menționate anterior pentru unitatea k din grupă; $\mathbf{b}$ — vectorul restricțiilor pentru grupă în ansamblu; W — criteriul local exterior de optim. Ca urmare a rezolvării acestei probleme, grupa va fi reprezentată cu ajutorul unei restricții $\mathbf{hx} \leqslant 1$. Dacă, în continuare, introducem noțiunea de produs generalizat al grupei $X = \mathbf{hx}$, care reunește toate tipurile concrete de produse după principiul utilizării unităților convenționale, aceasta va duce simultan și la o reducere considerabilă a nomenclatorului de produse.

Repetînd succesiv toate aceste operații, la nivelul economiei naționale se poate obține o problemă de extremum de dimensiuni acceptabile, a cărei rezolvare, se pare, că nu va comporta dificultăți de principiu. Deciziile adoptate în veriga superioară de conducere pot fi apoi coborîte succesiv spre verigile inferioare și concretizate de către acestea prin contacte directe între organele de conducere ale aceluiași nivel. După defalcarea planului pînă la verigile inferioare poate fi realizat ciclul de optimizare următor ș.a.m.d. Realizarea schemei de aproximare poate fi prezentată după cum urmează:

În conformitate cu directivele generale pe perioada planificată, verigile inferioare ale economiei naționale (întreprinderile, uniunile) furnizează treptei superioare (ramurii) informația primară cu privire la capacitățile lor de producție sub forma unor coeficienți de cheltuieli și a unor restricții (de pildă, sub forma unor poliedre convexe). La nivelul ramurilor are loc agregarea acestor date primare (comprimarea informației), în procesul căreia se ține seama de legăturile din interiorul ramurilor. În consecință, ramura se prezintă sub forma unui număr relativ redus de produse agregate și de restricții (de pildă, sub forma unui hiperplan). Coeficienții de ramură ai cheltuielilor și restricțiile, legăturile dintre ramuri și criteriile de optimizare la nivelul economiei naționale alcătuiesc datele inițiale pentru întocmirea planului optim la nivelul întregii economii naționale. Menționăm că apărarea și cheltuielile economice externe sînt considerate aici ramuri ca toate celelalte; rezultă că la soluționarea problemei planificării optime a economiei naționale trebuie să se ia în considerație resursele necesare pentru aceste scopuri. Ca urmare a rezolvării problemei de extremum a economiei naționale, fiecărei ramuri i se poate indica volumul producției și consumului resurselor pe baza unui nomenclator agregat al planificării economiei naționale. În acest nomenclator se stabilesc și prețurile optime pentru toate categoriile de resurse (ca estimări duale ale problemei de extremum a economiei naționale); nomenclatorul pentru stabilirea indicatorilor în expresie fizică și valorică trebuie să fie unitar, întrucît nu există nici un temei pentru calculul mai detaliat al prețurilor optime. Obținînd datele cu privire la volumul producției și al consumului, pe baza nomenclatorului de planificare a economiei naționale și a prețurilor medii corespunzătoare, ramurile intră în relații directe și detaliază indicatorii fizici și valorici pînă la nomenclatorul planificării pe ramuri. Cu acest prilej, fiecare ramură maximizează acel criteriu local de optimizare, care a fost stabilit de ea pornind de la interesele întregii economii naționale, adică tinde spre cea mai bună realizare a legăturilor cu celelalte ramuri. În felul acesta are loc dezagregarea indicatorilor economiei naționale și revenirea la ansamblul informației inițiale, comprimate anterior, cu privire la capacitățile de producție ale întreprinderilor din ramură; aceasta constituie baza pentru elaborarea unor planuri sintetice ale întreprinderilor. Obținînd planurile și prețurile conform nomenclatorului planificării pe ramură, întreprinderile își detaliază programele lor de producție și prețurile la produsele concrete prin contacte directe cu furnizorii și clienții. Întreprinderile maximizează, de asemenea, criteriul local de optim stabilit de ele și se străduiesc să organizeze legăturile lor directe în mod optim. Întregul proces descris se poate desfășura continuu.

Prin semnificația sa, criteriul local trebuie să fie unic și unitar. Unic înseamnă că fiecărei unități economice îi este necesar un singur criteriu, deoarece în caz contrar nu se poate efectua o alegere univocă a variantei optime de funcționare. Unitar înseamnă că criteriul local trebuie să fie, după forma sa, unul și același pentru toate unitățile economice; acest lucru este evident corect în cazul în care toate unitățile economice se descriu matematic în același mod, iar specificul lor constă numai în concretizarea funcțiilor care le modelează. Procedeul expus mai jos de construire a criteriului local al eficienței economiei naționale este orientat nu numai în direcția planificării în cadrul schemei de aproximare, dar și al funcționării optime a unităților economice.

Pentru a construi *forma generală a criteriului local*, care să corespundă în modul cel mai complet optimului economiei naționale, procesul de dezvoltare a economiei trebuie reprezentat nu ca un regim optim unic de funcționare, ci ca un proces continuu de restructurare de la un regim optim la altul. Criteriul local este necesar pentru ca fiecare unitate economică să poată estima în mod corect noile posibilități, neluate în considerare anterior, de perfecționare a producției, ca urmare a progresului tehnic și a altor factori. Problema criteriului local apare în legătură cu posibilitatea modificării parametrilor inițiali ai modelului (normativelor, restricțiilor ș.a.m.d.). Criteriul local trebuie să servească ca etalon al utilității sociale a tuturor modificărilor posibile ale parametrilor.

Se recomandă ca parametrii modelului regimului optim de funcționare a economiei să fie studiați ca funcții de timp și descriși cu ajutorul unui vector-funcție $\alpha(t)$, iar modificările parametrilor pot fi considerate ca variație a vectorului-funcție $\alpha(t)$. Pentru fiecare parametru $\alpha_i(t)$ se poate construi evaluarea sa $\beta_i(t)$, definită analog cu noțiunea de *evaluări optime* *, iar întregul ansamblu de evaluări ale parametrilor se poate descrie cu ajutorul vectorului-funcție $\beta(t)$. Se poate admite că într-un anumit domeniu al variațiilor posibile ale lui $\alpha(t)$ există un singur sistem de evaluări $\beta(t)$.

Fiecare realizare a parametrilor unității economice k — $\alpha^k(t)$ poate fi pusă în corespondență univocă cu o valoare bine determinată a criteriului de optim al economiei naționale.

$$V = V[\alpha^k(t)]. \tag{1}$$

Prin urmare, dacă este îndeplinită trecerea de la o anumită realizare inițială $\mathring{\alpha}^k(t)$ la o altă realizare $\bar{\alpha}^k(t)$, atunci modificarea corespunzătoare a criteriului pe economia națională

$$\Delta V = V[\bar{\alpha}^k(t)] - V[\mathring{\alpha}^k(t)] \tag{2}$$

nu depinde de transformarea funcției vectoriale $\mathring{\alpha}^k(t)$ în funcția vectorială $\bar{\alpha}^k(t)$.

Creșterea ΔV poate fi aflată și cu ajutorul evaluărilor $\beta\,(t)$ prin integrala:

$$\Delta V = \iint_{(t,\,a)} \beta^k(t,a)\,\frac{\partial \alpha^k(t,a)}{\partial a}\,da\,dt, \tag{3}$$

unde a este parametrul arbitrar de integrare cu ajutorul căruia se efectuează transformarea vectorului funcție $\mathring{\alpha}^k(t)$ în vectorul funcție $\bar{\alpha}^k(t)$; (t, a) este domeniul bidimensional al variațiilor posibile ale timpului t și ale parametrului a. Această integrală reprezintă doar o altă formă de notare a mărimii ΔV. Prin urmare, calculul ei trebuie să ducă la aceleași rezultate oricare ar fi parametrizarea trecerii funcției $\mathring{\alpha}^k(t)$ în $\bar{\alpha}^k(t)$ sau alegerea parametrului a. Cu alte cuvinte, (3) nu depinde de drumul de integrare și de aceea poate servi ca măsură obiectivă a variației vectorului funcției $\alpha(t)$.

Criteriul local al unei unități economice este cu atît mai desăvîrșit cu cît el permite să se determine mai exact influența variației $\alpha^k(t)$ asupra criteriului pe economia națională, adică cu cît reproduce mai exact mărimea ΔV. Teoretic, nu există piedici pentru stabilirea unui criteriu local care să coincidă cu integrala ΔV:

$$W = \iint_{(t,\,a)} \beta^k(t,a)\,\frac{\partial \alpha^k(t,a)}{\partial a}\,da\,dt. \tag{4}$$

Acest criteriu local poate fi numit *eficiența pe economia națională* a perfecționării unității economice. Formula (4) este neconvenabilă pentru scopuri practice întrucît exprimă criteriul local prin variația parametrilor inițiali ai modelului. Este rațional să se exprime prin W variații ale unor indicatori exteriori activității unității economice, și anume prin producția livrată și resursele consumate.

După o serie de transformări ale formulei (4) se poate ajunge la notația următoare:

$$W = \iint_{(t,\,a)} \mathbf{P}(t,\,a)\,\frac{\partial \mathbf{x}^k(t,\,a)}{\partial a}\,da\,dt, \tag{5}$$

unde $\mathbf{x}^k$ este vectorul producției și consumurilor de resurse pentru unitatea k; $\mathbf{P}$ — evaluările optime recalculate ale resurselor; a — parametrul de integrare arbitrar, amintit mai sus. Întrucît formula (5) este obținută din expresia (4), cu ajutorul unor transformări formale, aici se menține, de asemenea, independența integralei față de drumul de integrare.

În modelele statice de optimizare a unităților economice, criteriul local poate fi notat sub forma:

$$W = \int_{(\mathbf{x}^k)} \mathbf{P}(\mathbf{x}^k)\,d\mathbf{x}^k,$$

unde simbolul $(\mathbf{x}^k)$ înseamnă că intrarea în spațiul $\mathbf{x}^k$ se poate efectua de-a lungul oricărei curbe, care unește punctul inițial $\mathbf{x}^k$ cu punctul final $\bar{\mathbf{x}}^k$.

V.F. Pugaciov

Bibl. 1. V.F. Pugaciov, *Optimizația planirovania*, „Ekonomika", 1968; 2. V.F. Pugaciov ș.a., *Mnogostupenciataia optimizația i lokalnîi kriterii*, „Ekonomika i matematiceskie metodî", vol. VIII, fas. 5, 1972; v. IX, fas. 2, 1973.

Schemă-bloc. Procedeu intuitiv de descriere a algoritmilor (programelor). Într-o **s.-b.**, o unitate operațională (un operator) se reprezintă printr-un poligon sau printr-un oval (bloc) în interiorul căruia se descrie, într-un limbaj neformal, apropiat de stilul limbajului natural sau al unui limbaj algoritmic, conținutul operației. Începutul și sfîrșitul unui program se reprezintă de obicei prin ovale, operatorii de atribuire prin dreptunghiuri, subprogramele prin hexagoane cu laturile orizontale. Blocurile logice, care verifică adevărul condiției înscrise în bloc, se reprezintă prin romburi. Operatorii de intrare și ieșire se reprezintă prin trapeze. Dintr-un bloc, avînd formă de oval, dreptunghi, trapez sau hexagon, pornește o săgeată care conduce la succesor, adică la blocul care urmează a fi executat (excepție: din ovalul care reprezintă sfîrșitul unui program nu pornește nici o săgeată). Dintr-un bloc în formă de romb pornesc două săgeți: una, cu notația „da", indică succesorul în cazul în care condiția este adevărată; alta, cu notația „nu", indică succesorul în cazul în care condiția este falsă. Prin urmare, săgețile reprezintă transmiteri de comenzi. Pentru evitarea aglomerării de săgeți și pentru reprezentarea transmiterii de comenzi în blocuri, situate pe alte pagini (pentru **s.-b.** voluminoase) se utilizează „legături", care au forma $\boxed{n}$ sau ⓝ, unde ⓝ este un număr întreg fără semn. Săgeata care se termină cu o asemenea legătură transmite o comandă blocului în care intră săgeata ce pornește din legătura cu același număr. Cercurile leagă blocuri situate pe aceeași pagină. Legăturile de forma $\boxed{\ }$ leagă blocuri situate pe pagini diferite.

S.-b. permit orientarea rapidă în relațiile dintre blocuri și indică mersul executării algoritmului.

I.V. Gheronimus

Schemă structurală a informației. Descriere grafică a proceselor de circulație și transformare a informației în cadrul unui anumit sistem de planificare; cuprinde (→ fig. de la p. 570): *a* — blocuri de transformare a informației; *b* — informația de intrare, sursele informației de intrare, informația de ieșire, obținută ca urmare a efectuării transformărilor în fiecare bloc; *c* — adresele la care circulă informația de ieșire; *d* — blocurile de adoptare a deciziilor de grup; *e* — un exemplu convențional, în care elementele componente ale schemei se reunesc în concordanță cu logica elaborării planului.

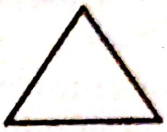
Pe baza schemei structurale a informației pentru elaboratorii *Sistemului automatizat de conducere (SAC)* devine posibil să se precizeze adresele și informația necesară pentru efectuarea transformărilor în fiecare bloc, să se revizuiască ordinea de succesiune a blocurilor; să se înlăture dublarea nejustificată a blocurilor de transformare, a informației și a adreselor.

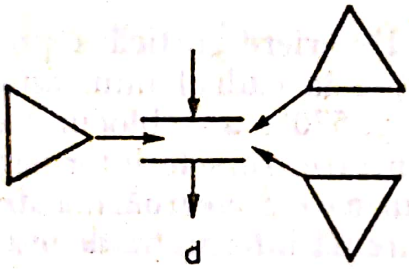
T.K. Kravcenko

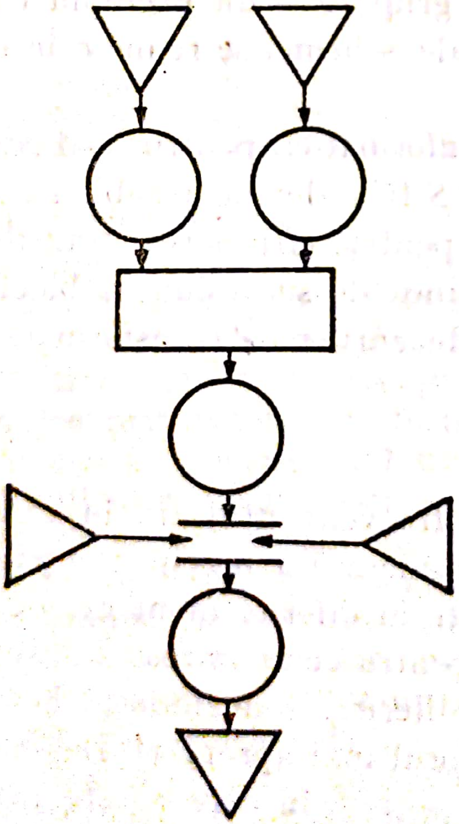
Scontare. (actualizare). Operație frecvent utilizată în calculele economice avînd cascop luarea în considerare a neechivalenței cheltuielilor efectuate și a rezultatelor obținute în diferite momente de timp. Factorul de actualizare (q) servește pentru compararea și însumarea unor mărimi referitoare la momente diferite, reducîndu-le la un moment unic (cel inițial sau unul din viitorul mai apropiat). De obicei, factorul de actualizare are forma $q = (1 + r)^{-t}$, în care r este rata anuală a scontului, iar t este timpul (în ani calendaristici).

Deoarece $r > 0$, $q < 1$. Dacă y_0 este valoarea mărimii economice y în momentul inițial, iar y_t este estimația aceleiași mărimi într-un moment viitor t, atunci valoarea scontată (actualizată) a mărimii y_t în momentul $t = 0$ este

$$y_0 = (1 + r)^{-1}\, y_t.$$







Ex. Beneficiul calculat în anul 5, 6, 7 şi 8 de funcţionare este, respectiv, de 1000, 2000 3000 şi 4000 de unităţi monetare, rata scontului $r = 0,1$; suma beneficiului recalculată în momentul iniţial pentru cei 4 ani indicaţi este egală cu

$$x = \frac{1000}{(1+0,1)^5} + \frac{2000}{(1+0,1)^6} + \frac{3000}{(1+0,1)^7} + \frac{4000}{(1+0,1)^8} \approx \frac{1000}{1,61} + \frac{2000}{1,77} +$$

$$\frac{3000}{1,95} + \frac{4000}{2,14} \cong 621 + 1130 + 1539 + 1869 = 5159.$$

Astfel, beneficiul actualizat din exemplul de mai sus este de aproape două ori mai mic decît cel neactualizat (10 000).

S.(a). joacă un rol deosebit în evaluarea variantelor de investiţii. Aici trebuie să se ţină seama de caracterul limitat al resurselor totale de acumulare şi de creşterea forţei productive a muncii sociale ca urmare a înzestrării tehnice a acesteia din urmă. Prin urmare, cu cît investiţiile se fac mai repede şi cu cît ele încep să funcţioneze mai curînd, cu atît mai mare este efectul lor economic. Pentru a se aprecia valoarea obiectivă a factorului timp, se introduce o rată unică de actualizare pentru cheltuielile şi rezultatele viitoare. Aceasta permite să se reducă cheltuielile curente şi cele de investiţii la un singur moment, să se însumeze aceste cheltuieli şi să se compare variantele pe baza cheltuielilor echivalate şi însumate.

Evident că rata de actualizare, r, nu trebuie să depăşească *normativul de eficienţă a investiţiilor*; în caz contrar, principala masă a investiţiilor ar apărea ca nejustificată din punct de vedere economic.

Dacă rata r este o mărime constantă, toate cheltuielile de producţie curente actualizate pentru data iniţială vor fi

$$s\left(\frac{1}{1+r} + \frac{1}{(1+r)^2} + \cdots\right) = \frac{s}{r},$$

în care s este mărimea cheltuielilor anuale. Dacă considerăm mărimea s drept unitate şi mărimea r egală cu 8% pe an (rata de actualizare stabilită în U.R.S.S.), suma totală a cheltuielilor curente actualizate pentru momentul $t = 0$ va fi de $\frac{1}{0,08} = 12,5$.

În ţările capitaliste, în calculul rentabilităţii investiţiilor scontul se bazează pe rata medie a dobînzii, care se constituie pe piaţa capitalurilor (4—6% pe an). Pentru a se ţine seama de specificul diferitelor ramuri, se aplică un coeficient de corecţie a dobînzii (în sus sau în jos). De exemplu, în Franţa, pentru investiţiile de stat s-a adoptat o rată a scontului egală cu 7—8% pe an. Firmele particulare utilizează rate „interne" mai ridicate pentru a include riscul și alți factori.

Trebuie avut în vedere faptul că o rată a scontului exagerată elimină o mulțime de proiecte de investiții eficiente, în timp ce o rată subdimensionată poate conduce la o suprasolicitare a fondului de acumulare. Dat fiind că banii îndeplinesc rolul de echivalent general, neechivalența diacronică a bunurilor materiale poate fi exprimată prin deprecierea unității monetare pe măsură ce ne îndepărtăm în viitor. Astfel, dacă $r = 8\%$ anual, 100 de unități monetare din momentul inițial cresc pe baza dobînzii compuse la 466 unități peste 20 de ani; în felul acesta, 100 de unități monetare obținute peste 20 de ani vor fi echivalente cu $\frac{100}{4{,}66} = 21{,}5$ unități echivalente în momentul inițial. Pe lîngă importanța aplicativă a scontului, problema neechivalenței diacronice a bunurilor are și o semnificație teoretică și socială. Unii economiști burghezi (de exemplu, E. Böhm-Bawerk) au încercat să justifice exploatarea capitalistă a clasei muncitoare prin argumentul potrivit căruia capitalistul preferă bunuri mai îndepărtate în timp, pe cînd muncitorul caută să-și realizeze salariul imediat („Funcția nerăbdării").

Inconsistența acestei argumentări este evidentă, dar tratarea subiectiv-psihologică a ponderării bunurilor în timp se mai întîlnește și astăzi la economiștii burghezi care invocă cele două tendințe opuse: „a avea cît mai repede, chiar dacă mai puțin" și „a avea cît mai mult, chiar dacă mai tîrziu".

Economiștii sovietici abordează această problemă de pe pozițiile *optimului* social.

Criteriul de optim trebuie să compare între ele atît bunuri de natură diferită, cît și aceleași bunuri pentru momente diferite din viitor. Dacă rata scontului este mică, funcția obiectiv a planului optim considerată în multe lucrări teoretice are următoarea formă:

$$U = \int_0^\infty Q(t) \cdot u[x(t)]\mathrm{d}t,$$

în care $u(x)$ este funcția obiectiv a consumului social, iar $Q(t)$ — o funcție de ponderare care exprimă compararea bunurilor în timp.

Dacă valorile lui t sînt diferite, funcția $Q(t)$ atașează valorilor lui $u[x(t)]$ „ponderi" diferite. În momentul inițial, $Q(0) = 1$, scăzînd pe măsura creșterii lui t.

Analiza unor modele cu mai multe produse ale dinamicii economice a arătat că evaluările optime ale resurselor scad pe măsură ce înaintăm în viitor. În felul acesta ponderarea în timp a bunurilor nu mai este afectată de subiectivism. Ea reflectă valoarea socială a cheltuielilor și rezultatelor în funcție de situarea lor pe scara timpului.

S.M. Vişnev

Bibl. 1. S.M. Vişnev, *Ekonomiceskie parametrî*, „Nauka", 1968; 2. O. Lange, *Decizii optime*, Editura ştiinţifică, 1970; 3. *Narodno hozeaistvenniie modeli. Teoreticeskie voprosî potreblenia*, „Nauka", 1963.

Scop. În cibernetică, o caracteristică convenabilă a comportamentului *sistemelor* complexe, care ordonează într-un anumit mod mulțimea de stări (de linii de comportament) ale sistemului, astfel încît unele stări (linii de comportament) corespund mai bine decît altele **s.** urmărit de sistem. De obicei, expresia finală a **s.** este *funcția obiectiv** sau funcția scop a sistemului. Adeseori este convenabil să se descrie comportamentul sau *homeostaza** în termenii **s.** și ai mijloacelor de realizare a acestuia. De exemplu, se poate spune că **s.** funcționării producției este maximizarea beneficiului, iar mijloacele de realizare a **s.** sînt modalitățile de cheltuire a surselor limitate; un **s.** este realizarea la finele perioadei planificate a unor indicatori. Totuși, o asemenea descriere este destul de convențională, deoarece comportamentul sau homeostaza sistemului se caracterizează, în primul rînd, prin modul de transformare a schimbărilor mediului în valorile variabilelor esențiale. Din această cauză, adeseori, **s.** este în funcție de mijloace, și nu o categorie independentă. În afară de aceasta, în principiu, comportamentul oricărui sistem poate fi descris atît axiologic (în termenii scopului și ai funcționalelor obiectiv), cît și cauzal (în termenii influenței directe a unor variabile asupra altora, fără a se recurge la conceptele de **s.** și mijloace). În primul caz sistemului i se atribuie proprietatea de a tinde spre realizarea propriului său **s.** În al doilea caz nu se presupune că sistemul are un **s.**, iar stările lui viitoare sînt determinate de cele anterioare și de acțiunea mediului extern. Utilizarea categoriei de **s.** poate fi foarte eficientă pentru analiza și sinteza sistemelor cibernetice complexe, deoarece se introduce astfel o caracteristică unică a întregului comportament, invariantă față de diferitele schimbări ale stării mediului. Uneori, comportamentul sistemului poate fi descris presupunîndu-se că există mai multe **s.** sau mai multe funcții. În acest caz homeostaza și integritatea sistemului cer ca între toate **s.** distincte să se statornicească un *echilibru*. În anumite condiții, un asemenea *echilibru* poate fi echivalent cu existența unui singur **s.** (de exemplu, în cazul problemelor de maximizare vectorială), reprezentînd un fel de rezultantă a tuturor **s.** inițiale. Multiplicitatea **s.** poate presupune o ierarhie a acestora. În speță, în acest caz sistemul funcționează realizînd mai întîi **s.** mai importante și apoi pe cele mai puţin importante. Un moment foarte important al problemei **s.** (şi a funcţiei obiectiv) este relaţia dintre cercetător şi sistemul respectiv. Dacă cercetătorul se află în poziţia unui observator extern, examinînd sistemul din afară, abordarea sa poate fi fie axiologică, fie cauzală, după cum este mai convenabil pentru analiză. În acest caz abordarea axiologică va fi numai o modalitate de a descrie funcţionarea (homeostaza) sistemului. Dacă cercetătorul este însă o parte a sistemului cercetat şi are posibilitatea de a exercita o influenţă asupra stării sale, **s.** sistemului va fi determinat de **s.** cercetătorului însuşi. În acest caz comportamentul întregului sistem nu poate fi descris de cercetător într-o terminologie cauzală, el presupunînd o libertate de alegere sau adoptarea unor decizii de către cercetător.

I.N. Gavrileţ

Bibl. 1. St. Beer, *Cybernetics and Management*, The English Universities Press, 1959; 2. *Optimalnoe planirovanie i soverşenstvovanie upravlenia narodnîm hozeaistvom*, „Nauka", 1964.

Semiotică economică. Ştiinţa cu privire la legităţile de elaborare şi utilizare a formelor de schimb de informaţie în sistemele de conducere economică. Apariţia **s.e.** este legată de încercările de utilizare în studierea informaţiei economice a complexului de concepte şi metode ale ştiinţei generale a semnelor şi sistemelor de semne — *semiotica*. După cum semiotica generală este considerată, de obicei, ca o parte componentă a ciberneticii teoretice, **s.e.** este inclusă în complexul de discipline ale ciberneticii economice. Studiind formele de schimb de informaţie în sistemele economice, **s.e.** serveşte ca instrument de cercetare în teoria informaţiei economice şi în sistemele informaţionale ale organelor de conducere a unităţilor economice. Sarcinile **s.e.** sînt: simplificarea şi eliminarea redundanţei, a excesului de informaţie din documentaţie; elaborarea unor forme eficiente de schimb de informaţie între om şi maşină în sistemele de conducere om-maşină; formalizarea limbajului documentelor, pentru crearea unor sisteme automatizate de prelucrare şi păstrare a informaţiei economice.

Obiectul de studiu al **s.e.** îl constituie *limbajul gestiunii economice*, ca sistem care realizează funcţia de schimb al informaţiei, fiind alcătuit structural din mai multe niveluri interdependente: nivelul literelor şi al semnelor elementare; nivelul cuvintelor, al numerelor, al codurilor de clasificare; nivelul propoziţiilor (al indicatorilor şi al altor unităţi ale limbajului economic, care au forma de denumiri ale unor mărimi şi ale valorilor lor) şi nivelul documentelor. **S.e.** permite cercetarea limbajului economic ca un organism unitar, în care elementele fiecărui nivel inferior servesc pentru formarea elementelor nivelului superior, ceea ce constituie premisa necesară pentru asigurarea consecvenței, preciziei și economicității analizei și proiectării sistemelor de documentație economică.

Analiza unui mesaj economic (document, indicator, text) se poate face la oricare dintre niveluri sau la oricare pereche de niveluri ale limbajului economic, sub unul din cele trei aspecte semiotice: sintactic, semantic sau pragmatic.

Aspectul sintactic al examinării mesajelor economice presupune studierea acestora din urmă din punctul de vedere al combinării lor posibile, al îmbinării, al repartiției ca semne ale limbajului. În cazurile în care analiza sensului mesajului sau a utilității lui se dovedește imposibilă sau îngreuiată, de obicei se realizează numai analiza sintactică, în care se utilizează pe larg aparatul statistico-probabilistic al teoriei informației.

Examinarea mesajelor economice sub aspect semantic înseamnă cercetarea semnificațiilor atașate fiecăruia dintre ele ca semne, ceea ce, în speță, presupune clasificarea noțională a obiectelor reflectate în sistemul informațional, precizarea variantelor semantice ale fiecăruia dintre semnele limbajului, în diverse contexte, urmărirea modificărilor acestor semnificații pe măsura dezvoltării sistemului, fixarea încadrării semnelor în diverse subsisteme funcționale ale sistemului de conducere. Întrucît sensul mesajelor este adeseori greu de despărțit de semnificația lor pentru sistem, abordarea semantică la analiza informației se întrepătrunde, în mare măsură, cu abordarea pragmatică.

Aspectul pragmatic al analizei informației necesită o orientare precisă a fiecărui mesaj asupra unui sistem concret și a unei probleme determinate, rezolvate în acest sistem. Abordarea pragmatică presupune evaluarea semnificației fiecăruia dintre semnele limbajului pentru problemele rezolvate în cadrul sistemului, estimarea costului obținerii informației, evidența datelor cu privire la locul de apariție, prelucrarea și volumul de muncă pentru obținerea mesajelor, precum și traseele pe care le parcurg acestea. După caracterul problemelor rezolvate, s.e. se subîmparte în: *analitică*, *descriptivă* și *constructivă*.

Orientarea analitică este legată de analiza informației economice, de investigarea metodelor cantitative de estimare a utilității unităților de informație în sistemele economice concrete, în special, prin metoda calculării cantității de informație din documentele și textele economice. Aceasta deschide perspectiva introducerii unor estimări valorice ale unităților și ansamblurilor de informație, a creării unor sisteme de prioritate la transmiterea și prelucrarea informației, a raționalizării sistemelor informaționale economice pe baza unor criterii economice.

Reprezentanții orientării descriptive elaborează metodele de descriere formală a subsistemelor de semne ale limbajului economic (clasificatoare, complexe de indicatori, documentații), metodele de utilizare a aparatului semioticii pentru identificarea, tipizarea și compararea unităților și a fenomenelor economice, precum și a modelelor lor, unificarea metodelor și limbajelor pentru fixarea lor.

Orientarea constructivă este legată de construirea unor limbaje informaționale pentru sistemele automatizate de conducere, de optimizarea formelor existente de documente economice și de proiectarea sistemelor de documentație pentru sistemele de conducere nou create.

Efectuarea de cercetări în domeniul **s.e.** este o condiție indispensabilă pentru elaborarea sistemelor de variante de plan, care necesită o interpretare precisă a semnificațiilor și stabilirea relațiilor formale și semantice dintre indicatori, sinteza denumirilor de indicatori la ieșirea sistemului și introducerea principiului integrării în prelucrarea informației economice în ansamblu.

V.M. Jerebin

Bibl. 1. I.I. Cerneak ș.a., *Ekonomiceskaia semiotika*, „Ekonomika i matematiceskie metodi" 1965, v. I, fas. 2; 2. C. Cherry, *O loghike sveazi*, *Injenernaia psihologhia*, „Progress" 1964.

Serie de variație. Șir de valori ale unei anumite caracteristici, aranjate în ordine crescătoare, pentru obiectele unei colectivități statistice omogene. Dacă pe axa absciselor se notează numărul de ordine al obiectului, iar pe axa ordonatelor mărimea caracteristicii, **s.v.** reprezintă o *ogivă*. Așa arată, de pildă, o colectivitate de oameni așezați la rînd după înălțime. O ogivă răsturnată va reprezenta graficul funcției empirice de repartiție pe a cărei axă a absciselor se notează valoarea caracteristicii, iar pe axa ordonatelor ponderile obiectelor, care au o mărime a caracteristicii mai mică decît cea indicată. Cînd se analizează o **s.v.**, este indicat să se utilizeze „rețeaua de variație a lui Hasen-Turbin" („hîrtia probabilistă"), pe care se trasează valorile funcției empirice de repartiție.

Axa ordonatelor pe rețeaua de variație este trasată în așa fel încît curba funcției de repartiție normală se transformă într-o dreaptă (→ axa ordonatelor pe fig. din cuprinsul art. *Statistică matematică*). Dacă repartiția se deosebește de cea normală, atunci pe rețeaua de variație se conturează curba funcției care transformă repartiția respectivă într-o repartiție normală.

A.A. Konüs

Bibl.→ bibl. la *Statistică matematică.*

Serie dinamică. Șir de valori ale unui indicator economic (sau de altă natură) în timp (serie de *timp* sau *cronologică*). Se disting *serii de inter-*

vale, cu valori ale indicatorului pe anumite intervale de timp (producția pe luni) și *serii de momente,* în care valorile indicatorului se pot prezenta numai la anumite date (numărul de muncitori). În urma calculării mediilor din valorile indicatorului la anumite momente de timp din cadrul intervalului respectiv, o serie de momente dobîndește trăsăturile unei serii de intervale.

Prelucrarea **s.d.** în vederea analizei și comparării constă în calculul unor mărimi relative și în reprezentarea lor grafică. Dacă graficul indică o denivelare vizibilă a **s.d.**, prezintă interes ajustarea ei și determinarea trendului, adică a curbei care caracterizează tendința generală de modificare a **s.d.** Trendul se poate determina prin metoda celor mai mici pătrate, pornind de la ecuația unei curbe, (a unei drepte sau a unei parabole), pe baza valorilor seriei sau a logaritmilor acestora. În cazul utilizării unei curbe mai complicate este important ca ea să varieze monoton.

Rareori se dovedește necesară cercetarea trendului însuși, luat ca atare. El trebuie însă determinat în mod obligatoriu dacă se cere să se compare dinamica indicatorului respectiv cu dinamica altor indicatori. Atunci se iau abaterile valorilor concrete ale **s.d.** de la trendurile lor și prin înscrierea lor pe diagramă se studiază relațiile dintre indicatori, utilizîndu-se, dacă este necesar, procedeele analizei corelației.

Atunci cînd graficul indică ciclicitatea variației unei **s.d.**, ajustarea analitică poate fi înlocuită cu ajustarea „mediei mobile“, care se constituie dintr-un număr egal cu ciclul. Ciclicitatea se manifestă în modul cel mai pregnant în oscilațiile sezoniere atunci cînd valorile **s.d.** sînt date pe luni sau pe intervale de timp mai mici. În acest caz se calculează medii din luna ianuarie a anului respectiv pînă în luna ianuarie a anului următor, apoi din februarie pînă în februarie ș.a.m.d. Valorile seriei ajustate se scad din **s.d.** inițială, iar rezultatele se înscriu pe diagrama care ilustrează unda sezonieră și modificările ei în timp.

S.d. constituie una din sursele cele mai importante ale studiilor econometrice.

A.A. Konüs

Bibl. 1. V.S. Nemcinov, *Izbrannîe proizvedenia,* v. 2, „Nauka“ 1967; 2. N.S. Cetverikov, *Statisticeskie i stohasticeskie issledovania,* Gosstatizdat, 1963.

Serii. Fie dată o succesiune infinită de numere reale $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ Simbolul $a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ (sau, ceea ce înseamnă același lucru, $\sum_{i=1}^{\infty} a_i$) se numește *serie numerică,* iar numerele $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ se numesc *termenii seriei*. Să notăm cu $S_n = \sum_{i=1}^{n} a_i$ suma primilor n termeni ai seriei numerice; aceste sume se numesc *sume parțiale ale seriei*. Limita finită (sau infinită) S a șirului sumelor parțiale $S_1, S_2, \ldots, S_n, \ldots$ ale seriei $\sum_{i=1}^{\infty} a_i$ pentru $n \to \infty$ $(S = \lim_{n \to \infty} S_n)$ se numește *sumă* finită (sau infinită) a acestei *serii* și se notează $S = \sum_{i=1}^{\infty} a_i$. Dacă șirul sumelor parțiale nu are o limită, atunci seria respectivă nu are sumă. Dacă seria are o sumă finită, ea se numește *convergentă;* în caz contrar (adică dacă suma seriei este egală cu ∞ sau nu există), seria se numește *divergentă*. Dacă seria converge, $\lim_{n \to \infty} a_n = 0$.

Să examinăm alături de seria $\sum_{i=1}^{\infty} a_i$ seria $\sum_{i=1}^{\infty} |a_i|$ formată din valorile absolute ale termenilor seriei $\sum_{i=1}^{\infty} a_i$. Seria $\sum_{i=1}^{\infty} a_i$ se numește *absolut convergentă* dacă seria $\sum_{i=1}^{\infty} |a_i|$ converge. Dacă seria $\sum_{i=1}^{\infty} a_i$ converge, iar seria $\sum_{i=1}^{\infty} |a_i|$ diverge, atunci seria se numește *serie semiconvergentă* (sau *convențional-convergentă*). Dacă seria $\sum_{i=1}^{\infty} a_i$ formată din valorile absolute ale termenilor a_i ai seriei $\sum_{i=1}^{\infty} |a_i|$ converge, atunci converge și seria $\sum_{i=1}^{\infty} a_i$. Într-o serie absolut convergentă ordinea termenilor poate fi schimbată arbitrar fără a se afecta convergența și fără a i se schimba suma *(teorema lui Cauchy)*. De aici urmează că seriile absolut convergente „se comportă“ la fel ca și sumele finite. Dacă seria semiconverge, atunci termenii săi pozitivi, ca și cei negativi luați cu semne schimbate formează cîte o *serie pozitivă divergentă*. Suma unei serii semiconvergente depinde de ordinea în care sînt dispuși termenii. Schimbînd această ordine în mod convenabil putem face ca seria să aibă drept sumă orice număr dat și chiar să fie divergentă *(teorema lui Riemann)*. Aceste proprietăți ne arată că seriile semiconvergente diferă esențial de sumele finite de numere.

Să examinăm seria de puteri de forma $a_0 + a_1 x^1 + a_2 x^2 + \ldots = \sum_{i=0}^{\infty} a_i x^i$, care reprezintă un fel de polinom infinit, ordonat după puterile crescătoare ale variabilei x. Dacă seria de puteri converge pentru o valoare

$x = x_0$, diferită de zero, ea converge absolut pentru orice valoare a lui x care satisface inegalitatea $|x| \leqslant |x_0|$ (*teorema lui Abel*). Să notăm cu R cel mai mare număr cu proprietatea că pentru orice $|x| \leqslant R$ seria de puteri este absolut convergentă. Atunci R se numește *rază de convergență* a seriei de puteri, iar intervalul $(-R, R)$ se numește *interval de convergență*. Dacă $|X| > R$, atunci seria de puteri diverge pentru această valoare a lui x.

Să considerăm *seria de funcții* $u_1(x) + u_2(x) + \ldots = \sum\limits_{i=1}^{\infty} u_i(x)$ ai cărei termeni sînt funcțiile $u_i(x)$ definite pe segmentul [a, b]. Dacă seria de funcții converge pentru orice x din $[a, b]$ se spune că ea converge pe acest segment. În acest caz pentru fiecare x din $[a, b]$ există o sumă $S(x)$ a seriei $\sum\limits_{i=1}^{\infty} u_i(x)$. În general, această sumă depinde de x. Funcția $S(x)$ se numește *sumă a seriei de funcții* $\sum\limits_{i=1}^{\infty} u_i(x)$ pe $[a, b]$. Dacă seria de funcții diverge măcar pentru un singur x din $[a, b]$, ea se numește *divergentă* pe $[a, b]$. Dacă pentru orice $\varepsilon > 0$ (oricît de mic) există un număr $N = N(\varepsilon)$ astfel încît pentru toți x din $[a, b]$ și toți n mai mari decît N este valabilă inegalitatea $|S(x) - S_n(x)| < \varepsilon$, se spune că seria de funcții $\sum\limits_{i=1}^{\infty} u_i(x)$ *converge uniform* pe [a, b]. Cu alte cuvinte, o serie de funcții converge uniform dacă sumele sale parțiale $S_n(x)$ tind către suma $S(x)$ a acestei serii „într-un front unitar". Dacă termenii unei serii uniform converge sînt funcții continue, suma seriei este de asemenea o funcție continuă. Dacă termenii $u_i(x)$ ai unei serii uniform converge pe segmentul [a, b] sînt funcții continue pe acest segment, integrala sumei seriei pe segmentul $[a, b]$ se poate obține integrînd termen cu termen. Dacă termenii $u_i(x)$ ai unei serii converge sînt funcții avînd derivate continue $u_i(x)$ pe segmentul $[a, b]$ și dacă suma formată din aceste derivate $u'(x)$ converge uniform pe $[a, b]$ atunci suma seriei de derivate este egală cu derivata sumei seriei inițiale. Dacă din aceste trei afirmații scoatem cuvîntul „uniform", ele încetează de a mai fi adevărate.

E.M. Levici

Bibl. 1. V.A. Ilin, E.G. Pozneak, *Osnovî matematiceskogo analiza*, I „Nauka", 1971; 2. B.M. Budak, S.F. Formin, *Kratnîe integralî i readî*, „Nauka", 1971. 3. G.M. Fihtengolț, *Osnovî matematiceskogo analiza*, v. I—II, Gostehizdat, 1956.

Simulare la calculator. Proces de experimentare dirijată, efectuat la calculator, asupra *modelului unui sistem*. Prin *sistem* se înțelege, în cazul de față, un ansamblu de obiecte, reunite printr-o formă oarecare de interacțiune și interdependență. În problemele concrete, sistemele sînt reprezentate prin diverse complexe de producție și economice (benzi rulante, secții, uzine, ramuri etc.); unități administrative, de transport, comerciale, militare și altele. Modelul, prin care se reprezintă sistemul cercetat este un program pentru calculator, iar experimentul constă în examinarea comportamentului acestui model în anumite condiții. **S.c.** se utilizează, de regulă, în acele cazuri în care soluționarea analitică a problemei nu este posibilă, iar experimentarea nemijlocită pe un sistem real este, dintr-un motiv sau altul, nerațională. Asemenea situații apar, în primul rînd, la studierea așa-numitelor sisteme complexe, în care este dificil sau imposibil să se prevadă dinainte consecințele diferitelor decizii, modificări structurale și funcționale, precum și a diferitelor influențe din partea mediului înconjurător.

În prezent, simularea cu ajutorul mașinii se utilizează:

1. ca mijloc de studiere a sistemelor, de stabilire și analiză a legilor de funcționare a lor;
2. pentru estimarea diferitelor scheme structurale și funcționale în scopul perfecționării lor;
3. pentru verificarea și estimarea diferitelor procedee și metode de conducere a sistemelor;
4. pentru instruirea specialiștilor în domeniul conducerii sistemelor, uneori în condiții care nu există încă în realitate;
5. ca mijloc de prognoză a comportamentului sistemelor în condiții prezumtive;

Aparatul matematic, utilizat în **s.c.** este practic nelimitat.

Astfel, pentru descrierea diferitelor părți ale sistemului pot fi utilizate procedee analitice. La baza simulării ca metodă experimentală de cercetare stă însă modelarea fenomenelor aleatoare. Ca urmare a simulării se obțin concluzii statistice, care permit să se estimeze diferitele caracteristici ale sistemului.

Lucrările efectuate în cadrul **s.c.** pot fi împărțite convențional în următoarele etape:

1. formularea problemei și a scopului cercetării;
2. elaborarea modelului sistemului în cadrul ipotezelor admise;
3. planificarea experimentării la calculator;
4. testarea modelului în conformitate cu planul stabilit și obținerea rezultatelor;
5. analiza rezultatelor simulării.

Cu ocazia stabilirii scopului cercetării se aleg criteriile necesare, a căror semnificație determină orientarea experimentului.

Conducerea experimentului se realizează cu ajutorul variabilelor de comandă prevăzute în model.

O răspîndire tot mai mare capătă aşa-numitele *jocuri de simulare*, desfăşurate cu participarea nemijlocită a specialiştilor. În acest caz modelul testat la calculator reprezintă sistemul comandat, iar participanţii la joc adoptă deciziile necesare chiar în procesul experimentării. Acest procedeu de simulare se utilizează atît pentru instruirea personalului, cît şi pentru studierea unor sisteme complexe, care funcţionează cu participarea oamenilor, a căror activitate nu poate fi supusă unei descrieri formale.

Pentru uşurarea elaborării modelului sistemului se utilizează limbaje de modelare care permit să se descrie formal sistemele şi să se obţină în mod automat programul pentru calculator. Cele mai cunoscute limbaje sînt „Simscript", „Simula", „GSP", „ŢSL" şi altele.

S.c., fiind un instrument de analiză şi de proiectare a sistemelor, îşi găseşte o largă aplicare în diverse domenii: producţie, economie, cercetări cosmice, în domeniul militar ş.a.m.d.

E.I. Iakovlev

Bibl. 1. N.P. Buslenko, *Modelirovanie slojnih sistem*, „Nauka", 1968; 2. G. Markovits, B. Hausner; G. Carr, *Simscript*, „Sovietskoe radio", 1966; 3. O.I. Dahl, B. Murhaug, C. Newgard, *Simula-67*, „Nauka", 1969.

Sistem. Mulţime pe care se realizează o relaţie dată apriori, *R*, cu priorităţi fixate, *P*. Cu toată importanţa acestui concept pentru ştiinţa contemporană, în prezent nu există o definiţie unanim acceptată a **s.**

Este larg răspîndită definiţia **s.** ca o mulţime de elemente aflate în interacţiune. Dar aceasta nu cuprinde, de exemplu, sistemele logice formalizate. O altă înţelegere, mai largă, este aceea potrivit căreia **s.** este o mulţime pentru care sînt definite relaţii (S. Cleene). Dat fiind însă că în orice mulţime pot fi definite nişte relaţii, această definiţie este prea largă. M. Mesarović propune ca **s.** abstract să fie definit ca o mulţime de enunţuri corecte, selectate într-un limbaj. În definirea **s.** se poate purcede de la analiza comportamentului său şi în loc să se spună ce este un **s.** să se cerceteze cum se comportă **s.** De exemplu, W. Ashby împărtăşeşte o asemenea concepţie behavioristă a **s.** Concepţii apropiate susţin W. Churchman, R. Ackoff şi L. Arnof. Aici **s.** se reprezintă ca posibilitate de construcţie în sens larg, cu presupunerea că există capacitatea de a se da o anumită apreciere rezultatelor construcţiei. Diferitele definiţii ale conceptului de **s.** pot fi generalizate în felul următor: fie *P* o proprietate oarecare, *R* — o relaţie, *m* — o mulţime de obiecte. Dacă pe *m* se constată o relaţie *R*, *m* nu va fi neapărat un **s.** Obiectele *m* formează un **s.** numai în cazul în care pe obiectele *m* se realizează o relaţie care ne interesează. Aceasta înseamnă că relaţia *R* trebuie să aibă o proprietate fixată dinainte. Pentru Bertalanffy, această relaţie este o conexiune, în alte cazuri relaţia este una de ordine. În felul acesta ajungem la următoarea definiţie: o mulţime formează un s. dacă pe ea se realizează o relaţie *R* dată dinainte, cu proprietăţi fixate *P*.De exemplu, dacă se contemplă un dispozitiv electronic, pentru un neiniţiat acesta se va prezenta ca o mulţime de sîrme, lămpi, rezistenţe, iar pentru specialist dispozitivul este o mulţime pe care se realizează anumite relaţii. **S.** pot fi clasificate în diferite feluri, în particular după caracterul proprietăţilor *P*, al relaţiilor *R*, al obiectelor *m*. Dacă definim în felul acesta **s.** de comandă, obţinem clasa de **s.** studiate de cibernetică. Într-un mod analog se pot distinge tipuri de **s.** cum sînt cele stochastice, semiotice, deschise.

A.I. Uemov, V.I. Bogdanovici

Bibl. 1. S. Cleene, *Introduction to Metamathematics*, 1952; 2. W.R. Ashby, *Introducere în cibernetică*, Ed. tehnică, 1972; 3. A.I. Uemov, *Veşci, svoistva i otnoşeniia*, Izd. A.N. S.S.S.R., 1963; 4. C.W. Churchman, R.L. Ackoff, E.L. Arnof, *Introduction to Operations Research*, John Wiley, 1967 (→ şi bibl. la *Teoria generală a sistemelor*).

Sistemul automatizat al variantelor de plan (SAVP). Sistem de elaborare a planurilor economiei naţionale şi de control al îndeplinirii lor în condiţiile utilizării pe scară largă a *metodelor economico-matematice** şi a tehnicii de calcul. *SAVP* urmăreşte realizarea într-un termen dat a numeroase variante ale proiectului de plan al economiei naţionale în condiţiile optimizării deciziilor de plan pe baza unei informaţii fundamentate ştiinţific. *SAVP* îndeplineşte aceste funcţii la nivelul economiei naţionale, la nivel de ramură şi la nivel teritorial, cuprinzînd activitatea de planificare a Comitetului de Stat al Planificării al U.R.S.S., a ministerelor şi departamentelor, comitetelor de stat ale planificării din republicile unionale şi a organelor de planificare locale. *SAVP* este veriga coordonatoare a sistemelor automatizate de conducere, elaborate în U.R.S.S. pentru diferite niveluri şi funcţii şi asigură compatibilitatea lor metodologică, informaţională, tehnică şi organizatorică în procesul proiectării şi funcţionării.

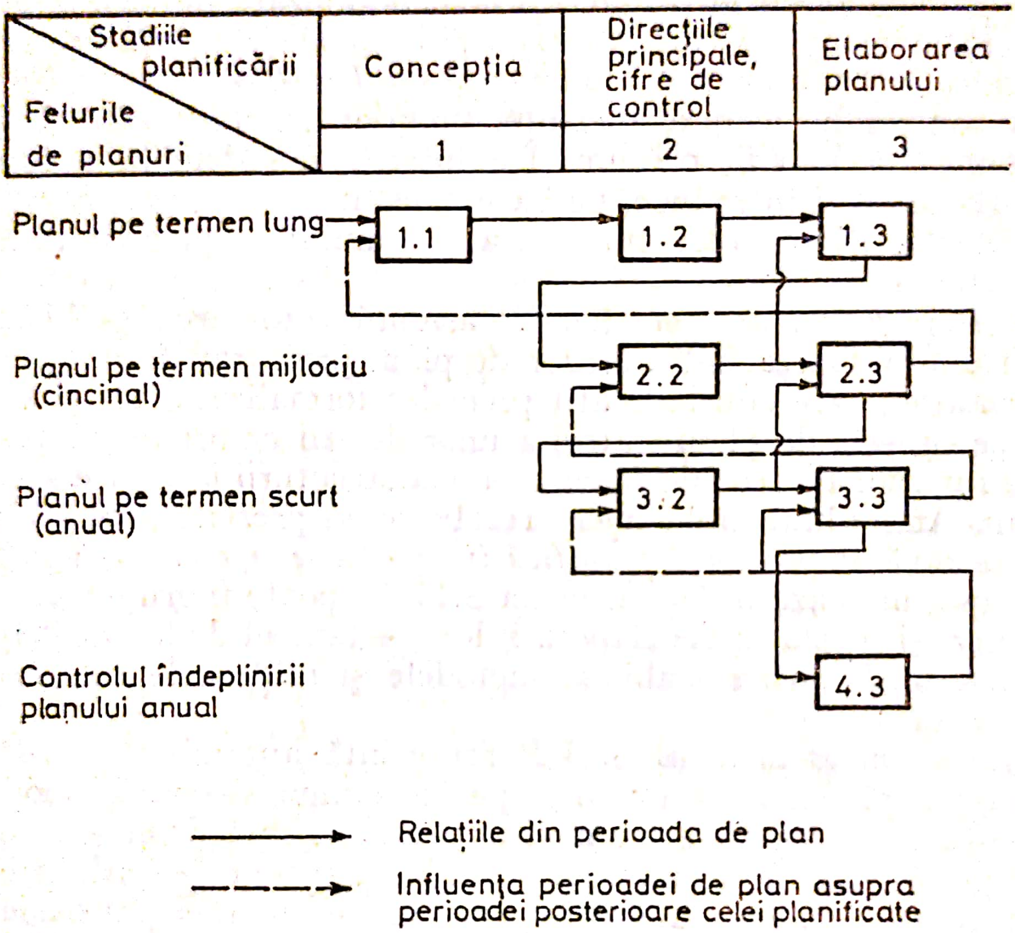
SAVP reprezintă un ansamblu de subsisteme, corelate între ele, care funcţionează în comun, şi anume: 1. subsisteme *funcţionale*, care asigură elaborarea secţiunilor de plan, a programelor complexe de dezvoltare şi a programelor privind complexele economice; 2. subsisteme de *dotare*, care determină resursele metodologice, informaţionale, tehnice, matematice şi de cadre pentru rezolvarea sarcinilor de plan şi pe baza cărora subsistemele funcţionale sînt reunite într-un sistem unitar; 3. subsisteme *tehnologice*, care reunesc mijloacele de rezolvare a problemelor legate de procesele de prelucrare a informaţiei în cursul elaborării planului sau al controlului îndeplinirii lui (culegerea informației, pregătirea ei în vederea introducerii în echipamentele electronice, controlul cuprinderii complete și al exactității, păstrarea și regăsirea internă, prelucrarea informației, rezolvarea problemelor, întocmirea și elaborarea documentelor) și care asigură rezolvarea problemelor în regim de *sistem integrat de prelucrare a datelor**; 4. subsistemul *juridico-organizatoric*, care reunește toate elementele subsistemelor funcționale, de dotare și tehnologice într-o structură și organizare unitară a lucrărilor și asigură interacțiunea lor pe baza unui model de conducere și a unor relații juridice stabilite; 5. subsistemul de *dezvoltare*, care asigură exercitarea controlului asupra eficienței funcționării diferitelor elemente și subsisteme ale *SAVP*, precum și a întregului sistem în ansamblu, și care elaborează și introduce, pe baza acestui control, propuneri fundamentate științific de perfecționare a sistemului de planificare a economiei naționale.

Subsistemele funcționale ale SAVP asigură rezolvarea problemelor de plan și determinarea indicatorilor de plan, prin transformarea dirijată a informației, care cuprinde atît procedee formalizate, cît și adoptarea de către cadrele de planificatori a unor decizii neformalizabile. Subsistemele funcționale trebuie să corespundă structurii ierarhice a sarcinilor de plan. Ansamblul problemelor rezolvate în prezent și al problemelor ce se rezolvă în *sistemul planificării complexe a economiei naționale**, care constituie baza metodologică a *SAVP*, poate fi grupat pe categorii de planuri și pe stadii ale elaborării lor (→ tabelul de la p. 584).

Subsistemele de dotare stabilesc metodele și mijloacele de rezolvare a problemelor.

Software-ul metodologic al SAVP reprezintă ansamblul metodelor de elaborare a planurilor economice pe baza unui sistem de modele economico-matematice ale economiei naționale, a metodelor și algoritmilor calculelor de plan pe termen lung, mijlociu și scurt, coordonate în conformitate cu ordinea elaborării planurilor economiei naționale și care asigură rezolvarea efectivă a întregului complex al problemelor de planificare.

Software-ul informațional al SAVP cuprinde ansamblul de indicatori, ordonați după un sistem de relații și de clasificări, necesari pentru soluționarea problemelor de plan: *limbajele*, care asigură procedee efective de descriere formală a indicatorilor, de clasificare și codificare a lor, de întocmire a *documentelor**, precum și simplitatea utilizării mijloacelor la introducerea informației în sistem și la organizarea interogărilor; fondul informațional al *SAVP*, care asigură păstrarea întregului *masiv de informație**, necesar pentru rezolvarea problemelor de elaborare a planului și de control al îndeplinirii lui; sistemul fluxurilor de informație, care asigură schimbul de informaţie necesară între fondurile informaţionale ale diferitelor sisteme cu o viteză şi cu o fiabilitate prestabilite, precum şi în termene prestabilite; sistemul de documente adaptate pentru prelucrarea automată, care asigură date suficiente pentru rezolvarea problemelor de plan şi evitarea redundanţei în sistem şi care conţin elementele auxiliare necesare.


Stadiile planificării
Felurile de planuri
Concepţia
Direcţiile principale, cifre de control
Elaborarea planului
1
2
3
Planul pe termen lung
1.1
1.2
1.3
Planul pe termen mijlociu (cincinal)
2.2
2.3
Planul pe termen scurt (anual)
3.2
3.3
Controlul îndeplinirii planului anual
4.3
Relaţiile din perioada de plan
Influenţa perioadei de plan asupra perioadei posterioare celei planificate

*Complexul de maşini electronice de calcul**, legate prin mijloacele necesare de transmitere a informaţiei, constituie *hardware-ul SAVP*. El creează condiţiile pentru realizarea automată a majorităţii funcţiilor legate de prelucrarea informaţiei. Structura acestor funcţii, volumul de muncă necesar pentru realizarea lor şi legătura reciprocă dintre ele trebuie să determine cerinţele faţă de structura hardware-ului, amplasarea şi regimul operativ de lucru al acestuia. *Software-ul matematic al SAVP* reprezintă complexul de programe şi ansamblul de mijloace de programare, care asigură rezolvarea problemelor de planificare cu ajutorul calculatoarelor electronice. Software-ul matematic al *SAVP* este structurat pe *software-ul matematic al calculatoarelor electronice**. *Dotarea cu cadre* cuprinde ansamblul specialităților, programelor și metodelor de calificare și ridicare a calificării cadrelor, metodelor de stimulare a calității muncii, metodelor de organizare științifică a muncii și alte mijloace de ridicare a eficienței muncii cadrelor din domeniul planificării.

O importanță foarte mare printre subsistemele tehnologice revine *băncii automatizate de date a SAVP* și *sistemului de regăsire a informației al SAVP*, care asigură stocarea, păstrarea și regăsirea automată a informației. Banca de date reunește toate mijloacele metodologice, informaționale, tehnice, matematice și de cadre, care sînt necesare pentru regăsirea și păstrarea datelor în sistem. Banca de date este memoria sistemului înzestrată cu un grad înalt de organizare. Diferitele zone (filiale) ale băncii de date trebuie să fie amplasate teritorial în diverse localități și trebuie să fie conectate la subsistemele *SAVP* ale diferitelor niveluri de conducere (Comitetul de Stat al Planificării al U.R.S.S., comitetele de stat ale planificării din republicile unionale, subsistemele de planificare ale *SAC* de ramură și departamentale, organele de planificare locale). Reunirea acestor zone în memoria unitară a sistemului trebuie să fie asigurată prin crearea posibilității de acces la informația din orice zonă, în orice moment, în conformitate cu dreptul atribuit de a obține informații de o anumită categorie. Odată cu conectarea *SAVP* la Sistemul unional automatizat de culegere și prelucrare a informației, banca de date a *SAVP* va intra ca o zonă în *banca națională de date**. Banca de date trebuie să constituie un sistem, care se autoperfecționează pe baza statisticii exploatării sale, în vederea asigurării minimului de timp sau de cheltuieli pentru accesul la memoria sistemului.

Crearea *SAVP* trebuie să asigure: efectuarea cu ajutorul unor pupitre și dispozitive de comandă de la distanță, conectate cu calculatoarele electronice prin canale de telecomunicații, a tuturor calculelor de plan în regim de „dialog" cu mașina; obținerea, pe baza informației introduse în sistem, a tuturor indicatorilor de plan, a documentelor de plan și a soluțiilor analitice care se bazează pe ele; respectarea obligatorie a tehnologiei adoptate pentru obținerea fiecărui indicator planificat și asigurarea gradului necesar de exactitate a rezultatelor calculului, prevăzut de metodele utilizate pentru determinarea lor; elaborarea calculelor de plan în mai multe variante; creșterea complexității deciziilor de plan adoptate și *optimizarea* lor.

O condiție importantă pentru creșterea substanțială a eficienței *SAVP* este dezvoltarea continuă a teoriei *planificării optime*, elaborarea pe această bază și prelucrarea experimentală a sistemelor de modele ale planificării, a metodelor de calcul și a schemei de elaborare a planului optim al economiei naționale. Rezolvarea acestor probleme și realizarea lor în practica planificării vor permite transformarea *SAVP* într-un sistem automatizat de conducere planificată a dezvoltării economiei naționale.

O.M. Iun

Bibl. 1. B.A. Volcikov, *Avtomatizirovannaia sistema planovîh rasciotov (Nekotorîie voprosî sozdania i vnedrenia)*, „Ekonomika", 1970; 2. E.Z. Maiminas, *Proțessî planirovania v ekonomike: informaționnîi aspekt*, „Ekonomika", 1971; 3. V.P. Vorobiev, *O tehniceskom zadanii na razrabotku ASPR*, „Planovoe hozeaistvo" nr. 8, 1972.

Sistem cibernetic. *Sistem** față de care se adoptă ipoteza unei izolări relative din punct de vedere informațional și a unei penetrabilități absolute din punct de vedere material și energetic. Aceasta presupune că în acest sistem cantitatea de informație este finită, că orice intrare de informație din mediu în sistem (intrare informațională) și orice ieșire de informație din sistem în mediu (ieșire informațională) sînt controlabile sau observabile; fluxurile materiale și cele energetice se examinează numai în calitate de purtători de informație. Admiterea unor asemenea ipoteze ca și a altor construcții teoretice în raport cu **s.c.** se motivează prin considerentul de simplitate a examinării unor obiecte deosebit de dificile și de complexe, cum sînt procesele de comandă. În **s.c.**, se presupun sau se observă o serie de proprietăți noi care nu sînt proprii sau nu sînt neapărat proprii sistemelor de alte clase: multitudinea de comportamente; dirijabilitatea; prezența unui dispozitiv de comandă, capacitatea de a interacționa cu mediul înconjurător atît în mod direct, cît și prin intermediul dispozitivului de comandă; existența unor canale informaționale atît în interiorul sistemului, cît și între acesta și mediu; existența unor conexiuni inverse în canalele de informație; comportamentul finalizat al sistemului; caracterul probabilist al comportamentului sistemului; proprietatea de echilibru; proprietatea de autoorganizare. (→ *Comandă*, *Cibernetică*, *Teoria generală a sistemelor*, *Sistem mare*, *Sistem complex*, și bibl. aferentă).

I.I. Cerneak

Sistem cu autoorganizare. Denumire dată de unii autori unor clase de *sisteme cibernetice (biologice, economice, sociale)* despre care se poate spune că își măresc ordinea sau își modifică organizarea. După G. Förster [1], un **s.a.** se caracterizează prin faptul că redundanța lui, în sensul lui Shannon, crește odată cu scurgerea timpului. Dat fiind că redundanța

(R) este determinată de formula $R = 1 - \frac{H}{H_m}$, în care H este *entropia* sistemului, iar H_m — entropia maxim posibilă, pentru un **s.a.** are loc relația

$$H \frac{\delta H_m}{t} > H_m \frac{\delta H}{\delta t}.$$

G. Pask [2] consideră ca fiind cu autoorganizare sistemele cibernetice despre elementele cărora se poate spune că adoptă decizii. Ca urmare, între elementele-jucători apar coaliții care le oferă anumite avantaje, adică se formează o structură, o *organizare* a sistemului. În cadrul unei asemenea definiții a **s.a.** elementele sistemului trebuie privite ca niște *cutii negre**.

În prezent, nu există încă o teorie închegată a **s.a.**

I.N. Gavrileț

Bibl. 1. *Samoorganizuiușciesea sistemî*, „Mir", 1964; 2. *Prințîpî samoorganizații*, „Mir", 1966; 3. *Issledovania po obșcei teorii sistem*, „Progress", 1969.

Sistem de calcul. Sistem alcătuit din mai multe dispozitive de calcul, reunite sub o comandă comună. Ca un exemplu de **s.c.** simplu poate servi un sistem format dintr-un procesor central, din dispozitive externe (periferice) și dintr-un *sistem de operare**, care asigură conducerea acestui **s.c.**

S.c. se numește, de asemenea, o serie de mașini electronice de calcul, reunite printr-un sistem unificat de comenzi, printr-o structură a memoriei și prin dispozitive externe (de pildă, sistemul IBM/360). Programul scris pe baza regulilor stabilite pentru un sistem poate fi în principiu executat la orice mașină electronică de calcul din cadrul sistemului (restricții pot să introducă numai resursele, diferite pentru diverse mașini electronice de calcul din sistem).

I.V. Gheronimus

Bibl. 1. C. Germain, *Programming the IBM/360*, Prentice-Hall Englewood Cliff, 1962; 2. *IBM System 360. Principles of Operation*, 1964 Ed.

Sistem de căutare a informației. Sistem de *software informațional**, în care predomină procesul de căutare, de regulă, bazat pe utilizarea *tezaurului**. În condițiile creșterii actuale a volumului informației semantice a sporit rolul procesului de *căutare a informației**. De aceea, pe lîngă teoria generală a informației și teoria sistemelor, a început să se dezvolte *teoria sistemelor de căutare*.

S.c.i., în funcție de destinația și caracterul organizării informației păstrate și furnizate la cerere, se împart în cîteva tipuri.

După destinație, se disting **s.c.i.** tehnico-științifice și **s.c.i.** de conducere. **S.c.i.** tehnico-științifice sînt destinate selectării aproximative a materialelor, corespunzătoare unei scheme tematice date, care pot contribui la rezolvarea unei anumite probleme de cercetare sau de studiu. **S.c.i.** de conducere sînt destinate selectării informației pe anumite probleme de conducere strict determinate și structurate, pentru care, în majoritatea cazurilor, datele sînt specifice și cunoscute după denumire.

S.c.i., aplicate în cadrul sistemelor automatizate de conducere (SAC), se subîmpart în *documentografice* și *factografice*. Sistemele documentografice răspund la cererile utilizatorilor prin furnizarea unor ansambluri de informație, de regulă, cu un conținut mai complex decît o expresie singulară, dar indivizibile din punctul de vedere al sistemului. Conținutul acestor ansambluri de informație nu se analizează și nu se utilizează cu ocazia analizei automate. Căutarea se realizează pe baza unor caracteristici aproximative din punctul de vedere al semnificației documentului, dar întru totul formalizate. Modelul de căutare a documentului are întotdeauna un conținut mai sărac decît documentul cuprins în masivul de informație.

Printre **s.c.i.** documentografice, utilizate în conducere, se pot distinge sisteme *rigide*, în care pentru anumite probleme se selectează documente cu denumiri cunoscute și un conținut reglementat: documente de conducere, documentație de proiectare și tehnologică, și **s.c.i.** *elastice*, în care pentru anumite probleme se selectează ansambluri de informație cu un conținut nereglementat: informație de conjunctură comercială privind cererea, piețele, oferta, starea obiectelor de informație externe în raport cu sistemul.

În sistemele informaționale factografice informația păstrată se subîmparte în comunicări elementare și este accesibilă pentru analiză și transformări în interiorul sistemului. Drept criterii de căutare se utilizează nemijlocit părțile componente ale comunicărilor păstrate în masiv.

În prezent, majoritatea covîrșitoare a informației sistematizate de conducere economică există și se prelucrează sub formă de documente. Dar, încă de pe acum, ca urmare a introducerii pe scară tot mai largă în practica planificării și conducerii a modelelor economico-matematice și a calculatoarelor electronice, se conturează tendința de a se considera ca unitate fundamentală de prelucrare nu documentele, ci indicatorii. Această tendință se referă, în primul rînd, la informația de evidență și raportare, informația statistică, cea de plan, iar în viitor acest proces va cuprinde treptat informația normativă, cea de conjunctură și prognoză, deși în decursul unei perioade însemnate, în domeniul prelucrării informației de aceste tipuri, se vor utiliza și sisteme de căutare documentografice. Informația cu privire la noile metode și mijloace de conducere și de prelucrare a datelor și în parte informația de conjunctură se vor prelucra și în viitor în conformitate cu metodele clasice, elaborate de teoria informației tehnico-științifice și de căutare automată a materialelor bibliografice. Crearea sistemelor de căutare tip este legată, în primul rînd, de întocmirea unor dicționare de cuvinte-cheie, de construirea cu ajutorul lor a unor modele de căutare și selectare pe baza lor a documentelor, ținînd seama de valorile de prag ale coincidenței cuvintelor-cheie și a descriptorilor în textul documentului sau al denumirii lui.

În dezvoltarea **s.c.i.** se disting trei etape. În prima etapă, din masive se extrag numai obiecte cunoscute, de cele mai multe ori pe baza algoritmului unui tabel cu o singură intrare (căutarea unilaterală). În etapa a doua, se fac selecții de obiecte necunoscute, pe baza unui model de căutare cerut (căutarea multiplă). În etapa a treia, etapa actuală, utilizatorul poate obține nu numai documente-obiecte, dar și date prelucrate pe baza lor, fixate, dacă este necesar, în noi documente.

În conformitate cu aceste etape, se disting următoarele clase de **s.c.i.**:

— *sisteme de evidență curentă și retrospectivă* pentru extragerea pe grupe și individual a obiectelor pe baza unor seturi de criterii date. Pe baza cererilor stereotipe se elaborează sisteme de informare, inclusiv variante ale acestora integral automatizate;

— *sisteme de diagnoză* pentru identificarea obiectelor cu modelele lor. Această problemă se rezolvă prin mărirea modelului de căutare a obiectului pînă la o limită care-l face unicat. În sistemele de teste, problema identificării se rezolvă în mod automat prin compararea secvențială a obiectului necunoscut cu un set standard de obiecte-modele, precizia identificării depinzînd de numărul criteriilor obiectului-model;

— *sistemele dispecer* compară perechi de obiecte dintr-un flux și un masiv, *sistemele cliring*, din două fluxuri. Astfel, de pildă, problema cliringului profesional se reduce la ocuparea locurilor de muncă vacante, care satisface optim ambele părți;

— *sistemele de corelație* asigură aranjarea unor obiecte impersonale, în scopul depistării corelației dintre criterii, de pildă, cu ocazia elaborării schemelor tehnologice optime prin organizarea unor experimente numeroase.

În sistemele de jocuri, obiectele informației sînt situațiile și, prin combinarea lor în lanț, se croiește drumul spre rezolvarea problemei de teorie a jocurilor. În sistemele de învățare se propune un țel analog, și anume să se combine obiectele-lecții într-un program de învățare.

Fiecare dintre clasele de **s.c.i.** se realizează la diferite niveluri de mecanizare și cu utilizarea unor forme diferite de purtători matriceali în funcţie de profilul, problemele funcţionale, volumul şi posibilităţile economice ale sistemului de conducere respectiv. Cu acest prilej este extrem de important ca mijloacele de mare mecanizare să se îmbine în mod organic cu cele de mică mecanizare, iar atunci cînd acest lucru nu este necesar, să nu se substituie acestora.

G.G. Vorobiev, V.M. Jerebin

Bibl. 1. F.W. Lancaster, *Informaţionno-poiskovîie sistemî*, „Mir", 1972. 2. *Osnovî informatiki*, „Nauka", 1968.

Sistem de conducere om-maşină. Sistem în care semnalele de comandă se elaborează în procesul interacţiunii omului şi a maşinii de calcul. Dacă în domeniul automatizării prelucrării informaţiei tehnico-economice posibilităţile calculatoarelor electronice sînt de pe acum nelimitate şi practic sînt determinate de gradul de oportunitate economică, în domeniul adoptării deciziilor lucrurile se prezintă altfel. Cu toate că nici în acest domeniu nu se pot stabili anumite limite ale posibilităţilor calculatoarelor electronice, se poate afirma că acestea sînt determinate, în primul rînd, de gradul de precizie a concordanţei modelului, pe baza căruia se elaborează decizia, cu obiectul real descris, iar în al doilea rînd, de precizia şi rapiditatea algoritmului utilizat pentru elaborarea deciziei. Analiza unui sistem complex nu poate conduce la un model formal, care să descrie sistemul în mod adecvat. Poate fi vorba doar de a încerca să se descrie atributele sale fundamentale şi reacţia la acţiunile de conducere. Omul nu poate fi exclus din procesul de conducere, deoarece el reprezintă sursa fundamentală de formulare a ipotezelor cu privire la comportamentul sistemului. Pentru rezolvarea multor probleme complexe de conducere, unicul algoritm exact de elaborare a semnalului de conducere constă în trierea tuturor variantelor, ceea ce constituie o sarcină principial irealizabilă chiar şi cu ajutorul unui calculator electronic de cea mai mare capacitate posibilă.

Ieşirea din această dilemă o poate constitui elaborarea unor algoritmi aproximativi cu caracter euristic, care în esenţă utilizează experienţa şi intuiţia omului.

Un exemplu clasic de **s.c.o.-m.** îl constituie sistemele elaborate după principiile simulării. În acest caz are loc un proces de autoperfecţionare a sistemului om-maşină. Omul, utilizîndu-şi cunoştinţele şi experienţa, descrie în linii generale obiectul de conducere şi ipotezele cu privire la comportamentul acestuia. Calculatorul electronic simulează funcţionarea obiectului în funcţie de deciziile de conducere adoptate. Omul analizează rezultatele finale ale simulării şi precizează descrierea şi ipotezele de reacţie a obiectului, iar apoi începe din nou simularea la calculatorul electronic. În condiţiile conducerii reale a unor sisteme complexe, asemenea procese se desfăşoară neîntrerupt. Momentul alegerii deciziilor definitive este determinat de om, pornind de la estimarea experţilor cu privire la reacţia sistemului la semnalul de conducere şi la oportunitatea economică a cheltuielilor pentru elaborarea deciziei.

I.A. Oleinik

Sistem de funcţionare optimă a economiei. Obiectul teoriei funcţionării optime a economiei îl constituie *economia socialistă planificată, ca sistem dinamic complex, structurat după principiul ierarhic.* **S.f.o.e.** trebuie să asigure funcţionarea optimă a acestui sistem. Dat fiind că **s.f.o.e.** se realizează cu ajutorul unui sistem de conducere (cuprinzînd planificarea şi utilizarea pîrghiilor economice şi administrative de conducere a activităţii economice), se mai poate vorbi de un sistem de conducere optimă a economiei socialiste.

Sistemul economic poate fi definit ca o parte dintr-un sistem de ordin superior, care este sistemul social-economic. În sens larg, sistemul economic se defineşte ca sistemul producţiei sociale, adică ansamblul forţelor de producţie şi al relaţiilor de producţie. Caracterul legăturilor dintre elementele sistemului este determinat de procesele de producţie, de schimb, de repartiţie şi de consum care, la rîndul lor, depind de tipul relaţiilor de producţie. În felul acesta, în sens restrîns, prin sistem economic se înţelege sistemul relaţiilor de producţie, corespunzător modului de producţie respectiv.

Pentru caracterizarea sistemului economic, trebuie descrise principalele sale componente şi conexiunile dintre acestea şi mediul înconjurător. Sistemul economic poate fi reprezentat ca ansamblul a cel puţin cinci grupe fundamentale de componente: a. resursele de muncă; b. resursele naturale; c. resursele materiale, inclusiv aparatul de producţie; d. resursele informaţionale (cunoştinţele ştiinţifice, tehnologice etc.); e. transformatorii de conducere economică.

Suprasistemul social acţionează asupra sistemului economic prin fluxuri informaţionale, care caracterizează structura şi volumele nevoilor societăţii, în ceea ce priveşte produsul social final şi modalităţile de satisfacere a acestora în cadrul structurii sociale respective. Fluxurile materiale de resurse naturale, de producţie şi de muncă constituie *intrarea* sistemului economic, iar fluxurile materiale de obiecte de consum, de mijloace de apărare, de produse destinate acumulării, înlocuirii şi exportului formează *ieşirea* sistemului.

Să examinăm principalele proprietăţi ale sistemului economic.

Complexitatea economiei este determinată nu numai de numărul uriaş de componente ale sistemului economic şi al legăturilor dintre acestea, ci şi de particularităţile calitative ale fenomenelor şi proceselor economice.

De exemplu, toate procesele economice trebuie considerate dinamice. Pe de altă parte, desfăşurarea acestor procese, în fiecare moment, depinde esenţial de starea lor anterioară. Atît dinamismul, cît şi stabilitatea proceselor şi fenomenelor economice exercită o influenţă imensă nu numai asupra structurii calitative a legăturilor economice, dar schimbă în mod esenţial şi caracteristicile lor cantitative, mărind numărul de elemente ale sistemului, care urmează să fie investigate şi definite (valoarea oricărei variabile trebuie definită pentru fiecare moment în viitor, astfel încît să fie cea mai bună dintre toate cele posibile; ea se determină, de obicei, ţinîndu-se seama de dinamica anterioară a dezvoltării).

Sistemul economic se distinge printr-o considerabilă profunzime (forţă) şi în acelaşi timp printr-un grad diferit de soliditate a conexiunilor informaţionale şi materiale dintre elemente. Este important să se precizeze că fiecare element al sistemului economic poate să intre în interacţiune directă nu cu întreaga mulţime a celorlalte elemente, ci numai cu o parte sau alta a acestei mulţimi. În ceea ce priveşte intensitatea conexiunilor dintre elemente, ea este foarte diferită.

Profunzimea şi soliditatea conexiunilor între elementele economiei sînt o caracteristică definitorie pentru identificarea subsistemelor care pot fi privite ca sisteme locale, relativ independente, în cadrul unor sisteme de ordin superior, dispunînd de grade de libertate suplimentare (principiul ierarhic al structurii).

Din acest punct de vedere, prin subsistem economic se înţelege un ansamblu de elemente între care există legături de o asemenea intensitate care o depăşeşte considerabil pe cea a legăturilor dintre ansamblul distinct şi mediul înconjurător. În felul acesta, o întreprindere sau o uniune de întreprinderi, o ramură sau un complex economic, pot fi privite ca subsisteme.

Fluxurile informaţionale şi materiale pot pune în legătură elementele sistemului (subsistemului economic) în mod direct sau prin intermediul unor verigi intermediare. Legăturile economice dintre elementele sistemului se pot realiza atît pe orizontală, cît şi pe verticală. Întregul sistem poate fi reprezentat sub forma unui *şir* ordonat de elemente, fiecare dintre acestea fiind un subsistem independent în raport cu celelalte elemente situate pe aceeaşi orizontală; elementele aceleiaşi orizontale sînt componente în raport cu subsistemul de ordinul superior, situat la un nivel mai înalt pe verticală. Dirijarea dezvoltării economiei socialiste (conducerea acesteia), funcţionarea sistemului într-un anumit regim se realizează pe baza unui plan centralizat finalizat (avînd caracter de directivă) şi cu ajutorul unui mecanism economic complex sau al unui sistem de pîrghii economice (preţuri, normative, taxa pentru fonduri, resurse naturale și de muncă, dobînda pentru credite etc.). Proprietățile calitative și estimația lor cantitativă constituie o consecință a planului centralizat orientat spre realizarea scopurilor adoptate.

O caracteristică specifică a sistemului economic socialist și a subsistemelor sale este apartenența lor la clasa sistemelor dirijabile. Pe de altă parte, înăuntrul lor pot avea loc procese care se dezvoltă după principiul autoreglării. În ultimă analiză, cînd pîrghiile economice și expresia lor cantitativă, precum și utilitatea socială (pe care se întemeiază, printre altele, formarea prețurilor și proporțiilor producției materiale) sînt derivate din criteriul global de optim al planului centralizat (care ține seama de maximizarea satisfacerii nevoilor membrilor societății socialiste) se poate realiza o deplină armonie între scopurile generale ale dezvoltării economiei și cele ale celulelor de producție, ceea ce înseamnă că se poate înfăptui regimul optim de funcționare a economiei.

Această proprietate a sistemului economic și a componentelor sale este strîns legată de caracterul dinamic și de stabilitatea lor. Posibilitatea de a dirija în mod planificat procesele economice rezultă din variabilitatea lor în timp. Totuși, nu toate procesele care au loc în realitatea economică pot fi modificate în orice direcție, într-un timp suficient de scurt; elementele sistemului se formează sub influența unor schimbări interne care au loc în economie (de exemplu, procesul de creștere a coeficientului de fonduri al produsului social poate conduce la o creștere compensatoare a ratei de acumulare pentru producție).

Aceste schimbări exercită o influență asupra elementelor „vecine" ale sistemului, dar intensitatea de reacție a acestora din urmă asupra „perturbațiilor" externe și interne variază mult. Iată de ce este foarte dificil să se prevadă toate consecințele posibile ale unei decizii economice, cu atît mai mult cu cît aceste consecințe pot interveni la un mare interval de timp față de decizia care le-a determinat.

Sistemul economic se mai caracterizează prin caracterul stochastic al legăturilor dintre elemente, ceea ce complică și mai mult obținerea caracteristicilor cantitative ale proceselor și fenomenelor economice. Orice modificare a unei caracteristici a procesului produce modificări într-un șir întreg de elemente legate de aceste caracteristici care, la rîndul lor, determină o reacție în lanț și, în ultimă instanță, influențează părțile cele mai îndepărtate ale sistemului, deși gradul de intensitate variază. Pentru fiecare parte a sistemului economic se pot identifica o serie de elemente care o influențează direct. Această influență poate fi considerată, în mod convențional, ca fiind deterministă, putîndu-se pune în evidență caracterul ei cantitativ și putîndu-se măsura influența reciprocă a verigilor „vecine". În același timp, *funcționarea marilor sisteme economice* are un caracter stochastic, determinat de influența însumată a unui uriaș număr de factori, care, uneori, deformează într-un mod considerabil tabloul general al proceselor economice. Acești factori acționează cu forțe diferite și în direcții diferite. De aceea, acțiunea lor însumată (integrală) asupra obiectului supus studiului poate fi considerată ca fiind rezultantă. Abaterile dezvoltării reale a sistemelor economice de la legi dominante au drept urmare faptul că studiul proceselor economice poate fi eficient dacă se ia în considerare caracterul lor probabilist. Tocmai din cauza acestor particularități ale conexiunilor economice este necesară utilizarea *abordării sistemice la studiul economiei*, care constă în cercetarea modului de organizare a elementelor producției ca un tot unitar și a acțiunii proceselor de funcționare a sistemului întreg asupra verigilor sale.

Abordarea sistemică permite elaborarea principiilor fundamentale pe baza cărora devine posibilă nu numai definirea traiectoriei optime a dezvoltării economice, dar și aplicarea principalelor rezultate ale teoriei planificării optime în practica economică. Unul din capitolele importante ale teoriei funcționării optime a economiei este *analiza proceselor de conducere* a sistemului economic.

Crearea teoriei funcționării optime a economiei înseamnă *posibilitatea* de a se pune în evidență parametrii dezvoltării economice la fiecare nivel al ierarhiei economice, care reacționează în mod direct la acțiunea de conducere, de a *determina* acea variație a lor care să corespundă în cel mai înalt grad scopurilor social-economice și de a *prevedea* consecințele uneia sau alteia dintre deciziile de plan.

Este important să se observe că *întreaga dezvoltare economică poate fi optimă numai în cazul în care scopurile dezvoltării economiei naționale sînt determinate de scopurile globale ale societății*. Dar, uneori, scopurile dezvoltării celulelor de producție și de consum ale economiei naționale pot să nu coincidă cu scopurile globale ale dezvoltării, care sînt determinate nu numai de obiectivele curente, ci și de cele de perspectivă cu care este confruntată întreaga societate.

Deși o asemenea necoincidență a scopurilor în economia socialistă nu are un caracter antagonist, totuși problema constă în a elabora un mecanism de conducere care să reducă la minimum aceste contradicții neantagoniste, deoarece ele reduc eficiența deciziilor adoptate *(→ Armonizarea intereselor)*.

Cercetarea principalelor proprietăți ale sistemului economic arată că lărgirea producției sociale se poate realiza pe căi diferite, una de alta deosebindu-se atît prin consumurile de resurse naturale, de muncă, de producție etc., cît și prin cantitățile de bunuri materiale și de altă natură, inclusiv timpul liber, obținute ca rezultat al procesului de producție. Prin urmare, pentru a compara fie și numai două moduri (feluri) de dezvoltare economică, este necesar un indicator care să caracterizeze, în cazul general, gradul de concordanţă a fiecărei variante de plan cu scopurile adoptate ale dezvoltării economice.

Existenţa obiectivă a unui asemenea indicator (criteriu de calitate a planului) — dat fiind că acest proces presupune o comparare explicită a unor variante de plan diferite — rezultă din însăşi esenţa procesului de planificare. Elaborarea şi aplicarea în etape a sistemului de planificare şi conducere optimă a producţiei presupun formalizarea atît a criteriului optimului global, cît şi a celui local pentru subsistemele economice, precizarea lui pe măsura aprofundării cunoştinţelor noastre în fiecare etapă de dezvoltare a economiei socialiste, pornind de la sarcinile generale ale dezvoltării sistemului economic şi de la analiza şi prognoza consumului individual şi social.

O etapă importantă a realizării practice a principiilor **s.f.o.e.** este aplicarea metodei *scop-program*. Construirea arborelui de scopuri ale dezvoltării ţării şi, în particular, ordonarea acestora asigură o orientare mai completă spre scopul urmărit a întregului proces de elaborare a planului economiei naţionale şi, în special, a verigilor sale generatoare de structuri reprezentate prin programe complexe pentru realizarea anumitor obiective. Paşii următori sînt utilizarea optimizării vectoriale şi apoi şi a celei scalare pentru blocuri tot mai mari de decizii de plan. În aceste cazuri partea care nu poate fi tratată extremal şi ale cărei scopuri nu pot fi comparate în mod direct poate fi exprimată sub forma unor restricţii corespunzătoare aplicate scopurilor; aceste restricţii se adaugă celor privind resursele în problema optimizării.

Este limpede că indicatorul calităţii planului nu poate lua o valoare oricît de mare: *creşterea acestui indicator este limitată în fiecare moment de cantităţile de resurse ale dezvoltării economice.* (Cu alte cuvinte, teoria dezvoltării economiei în regim optim porneşte de la caracterul limitat, în fiecare perioadă de plan, al resurselor naturale şi de muncă, al mijloacelor de producţie şi al aparatului de producţie, precum şi al cunoştinţelor ştiinţifice şi tehnice.)

Munca vie ocupă un loc aparte în procesul de producţie: pe de o parte, volumul de muncă al oamenilor existenţi limitează producţia şi apare ca o resursă restrictivă iar, pe de altă parte, este strîns legat de nevoile societăţii. În felul acesta, într-o măsură sau alta, criteriul calităţii planului trebuie să ia în considerare postulatul maximizării (evident pînă la un anumit nivel) a timpului liber al oamenilor muncii, şi, în acelaşi timp, al minimizării cheltuielilor de muncă vie.

Sistemul de funcţionare optimă a economiei poate fi realizat numai pe baza proprietăţii sociale asupra mijloacelor de producţie. Această relaţie de producţie primară şi fundamentală a socialismului conduce, prin intermediul cîtorva trepte de mediere, la situația în care întregul sistem de relații sociale în socialism asigură caracterul optim al dezvoltării economiei naționale și, în particular, condițiile cele mai favorabile pentru aplicarea metodelor raționale de planificare și conducere a producției, în scopul realizării valorii extreme a criteriului de optim.

Printre condițiile obiective cele mai importante pentru aplicarea sistemului de planificare și conducere optimă în practica economică se află nivelul general de dezvoltare a forțelor de producție ale țării, precum și ritmurile înalte de creștere a producției și progresului tehnic și științific. Pentru elaborarea și aplicarea **s.f.o.e.** socialiste este necesară utilizarea pe scară largă a principiilor gestiunii economice și crearea unor stimulente materiale și morale pentru personalul muncitor.

În economie trebuie să se prevadă în permanență comportamentul posibil al omului, a cărui muncă cheltuită în procesul de producție este întotdeauna o condiție obligatorie pentru crearea bunurilor materiale necesare societății în ansamblu.

Tocmai de aceea, utilizarea principiului autogestiunii economice în planificare, care permite fiecărei întreprinderi să-și pună în valoare cît mai deplin posibilitățile de producție, împreună cu principiul stimulării materiale și morale a personalului muncitor reprezintă o verigă importantă a **s.f.o.e.**

În etapa actuală de dezvoltare a producției materiale, avînd în vedere proporțiile uriașe și complexitatea ei, construirea și aplicarea **s.f.o.e.** sînt posibile numai dacă sînt îndeplinite o serie de condiții. Printre acestea o importanță primordială o au elaborarea și utilizarea metodelor și modelelor economico-matematice, existența unei baze tehnice corespunzătoare (reprezentată prin tehnica electronică de calcul împreună cu resursele matematice corespunzătoare), precum și a fluxurilor informaționale.

Oricărui flux material, care leagă între ele blocurile sistemului economic (subsistemele), i se poate pune în corespondență un flux informațional. Transmiterea informației privind activitatea de producție a tuturor verigilor economice trebuie ordonată în conformitate cu structura ierarhică a economiei. Celulele productive de la nivelul cel mai de jos al ierarhiei economice și, respectiv, de la nivelul inferior de planificare și conducere, transmit informația privind posibilitățile lor de producție și utilizarea lor organului de planificare de ordin superior (uniune, ramură); la rîndul lor, verigile de ramură ale sistemului de planificare și conducere, după ce prelucrează și agregă această informație, o transmit organelor de planificare ale economiei naționale, care sînt legate prin conexiuni inverse corespunzătoare (sarcini de plan cu caracter administrativ-director și parametrii comportamentului economic) cu verigile inferioare. La acest proces de colectare, prelucrare și analiză a informației și de adoptare a deciziilor privitoare la elaborarea planului optim și a regimului optim de funcționare a economiei, regiunile economice participă în condiții de egalitate.

Așadar, **s.f.o.e.** presupune un asemenea mod de organizare a activității economice, a întregii economii naționale și a tuturor verigilor sale productive, care se caracterizează prin: realizarea consecventă în practica economică a principiului leninist al centralismului democratic, care asigură îmbinarea organică a conducerii planificate centralizate cu independența economică a verigilor de producție; dezvoltarea și perfecționarea gestiunii economice, care asigură armonizarea scopurilor imediate ale verigilor economice și ale intereselor morale și materiale ale oamenilor muncii cu scopurile dezvoltării economiei în ansamblu; utilizarea pe scară largă a instrumentelor economice — prețurile, creditul, beneficiul și altele — în elaborarea și înfăptuirea planurilor.

Teoria funcționării optime este fundamentul pe care trebuie să se întemeieze procesul implantării complexe și treptate în practica economică a sistemului de planificare și conducere optimă a producției.

Planificarea economiei naționale poate fi apropiată de optim numai în cazul în care ea se va întemeia pe un complex de cunoștințe cu privire la starea cea mai bună (optimă) a economiei, în cadrul nivelului tehnic realizat, al gradului de asigurare cunoscut cu resurse naturale, de producție etc. și al condițiilor de menținere a proceselor economice în stare optimă (avînd în vedere atît modificările posibile ale condițiilor tehnice ale producției, cît și modificarea scopurilor în diferite etape de dezvoltare a societății). Construirea **s.f.o.e.** are loc în etape: prima etapă este utilizarea pe scară largă a modelelor economico-matematice de balanță, care permit să se obțină un plan echilibrat al activității productive și financiare a sistemului și a blocurilor sale. Etapa a doua constă în aplicarea în practica economică a modelelor locale de planificare a dezvoltării și de conducere optimă a producției (a ramurilor și subramurilor, a întreprinderilor cu caracter productiv și neproductiv). În prezent a început etapa a treia care se caracterizează prin elaborarea și aplicarea treptată a sistemului complex de planificare și conducere optimă a întregii economii naționale și a părților ei componente.

N. P. Fedorenko

Bibl. 1. K. Marx, F. Engels, *Opere*, v. 20, 23; 2. V. I. Lenin, *Opere complete*, ed. a 5-a, v. 33, 36, 42.

Sistem de indicatori ai planului de dezvoltare a economiei naționale. Complex de caracteristici cantitative, intim corelate, care exprimă rezultatele activității complexelor economice (pe ramuri și teritoriale), precum și funcționarea economiei naționale în ansamblu. Toți indicatorii planului se împart în două grupe: aprobați și de calcul. Indicatorii aprobați se elaborează de către fiecare verigă a economiei (întreprindere, minister) și se aprobă de către veriga administrativă superioară. Pe baza acestor indicatori se realizează controlul îndeplinirii planului economiei naționale. Indicatorii de calcul se prezintă alături de cei aprobați, pentru fundamentarea lor.

Sistemul de indicatori este acel element al planificării care se modifică cel mai frecvent. În urma creșterii și consolidării economiei, a dezvoltării continue a metodelor economice în conducerea producției, a creșterii gradului de calificare a lucrătorilor, nomenclatorul indicatorilor aprobați manifestă o tendință de continuă restrîngere. Baza acestei tendințe o constituie accentul ce se pune pe indicatorii sintetici, care oferă o estimare complexă a dezvoltării economiei. În consecință, crește necontenit rolul indicatorilor valorici.

Reducerea nomenclatorului indicatorilor aprobați se îmbină cu creșterea continuă a numărului indicatorilor de calcul. Acest proces se intensifică în legătură cu dezvoltarea largă a sistemelor automatizate de conducere, pentru funcționarea cărora este necesară o informație extrem de detaliată asupra posibilităților de dezvoltare a producției. Creșterea numărului indicatorilor de calcul nu știrbește drepturile verigilor în subordine, ci permite să se fundamenteze deciziile de plan la un nivel calitativ superior și să se desfășoare pe scară largă activitatea de îndeplinire cu succes a acestora pe baza principiului centralismului democratic.

Indicatorii planului economiei naționale se structurează după secțiunile planului, care, la rîndul lor, sînt determinate de sarcinile sale. De obicei, în cadrul planului economiei naționale, se disting următoarele secțiuni:

— planificarea lucrărilor de cercetare științifică și de utilizare a realizărilor științei și tehnicii în economia națională, care prevede sarcini cu privire la asimilarea unor noi tipuri de produse și introducerea tehnologiei avansate în economia națională, cu privire la mecanizarea și automatizarea producției, introducerea tehnicii de calcul, pregătirea și reciclarea cadrelor științifice, cumpărarea și vînzarea de licențe;

— planificarea pe ramuri ale producției materiale (exclusiv construcțiile), care stabilește volumul producției ce urmează să se producă, în expresie naturală. Datele cu privire la volumul producției sînt însoțite de un sistem de indicatori tehnico-economici, care caracterizează particularitățile fiecărei ramuri luate în parte;

— planificarea construcţiilor (investiţiilor, a lucrărilor de proiectare-explorare şi a producţiei de construcţii), planificarea lucrărilor de explorări geologice;
— planificarea muncii şi a cadrelor (resursele de muncă, productivitatea muncii, retribuirea muncii, balanţele de pregătire şi repartizare a specialiştilor);
— planificarea beneficiului, a rentabilităţii, a cheltuielilor de producţie şi circulaţie;
— planificarea prestărilor de servicii către populaţie şi a gospodăriei comunale;
— planificarea învăţămîntului public, a culturii şi ocrotirii sănătăţii;
— planificarea nivelului de trai al populaţiei;
— balanţa economiei naţionale;
— balanţele materiale şi planurile de repartiţie a producţiei;
— planificarea dezvoltării complexe a economiei naţionale a republicilor unionale;
— planificarea relaţiilor economice externe.

Conţinutul secţiunilor depinde de tipurile de planuri, aspect care este înfăţişat în cadrul sistemului de indicatori. O particularitate a planului pe termen lung o constituie existenţa în cadrul lui a unei secţiuni programatice speciale, care conţine lista principalelor programe şi indicatorii de bază ai acestora.

Întregul sistem de indicatori ai planului se împarte în două grupe. Indicatorii în expresie naturală se utilizează în secţiunile de planificare a producţiei, în balanţele şi planurile de repartiţie a producţiei, în secţiunea de construcţii (capacităţile de producţie), în planificarea nivelului de trai (consumul principalelor produse), în planificarea relaţiilor economice externe. Indicatorii valorici se utilizează pentru elaborarea caracteristicilor sintetice ale dezvoltării economiei naţionale (producţia realizată pe ramuri, produsul social şi venitul naţional), pentru estimarea posibilităţii de îndeplinire a planului din punctul de vedere al resurselor financiare, de pildă corelarea fondurilor de marfă destinate pieţei cu veniturile băneşti ale populaţiei. În legătură cu aceasta prezintă un deosebit interes modelele de tipul balanţei legăturilor dintre ramuri în expresie naturală şi valorică, care asigură corelarea indicatorilor în expresie naturală şi valorică privind producţia.

Osatura planului o constituie nomenclatura producţiei ce urmează a fi obţinută, în expresie naturală. Aceasta cuprinde: producţia, care determină principalele orientări ale dezvoltării economiei naţionale şi a progresului tehnico-ştiinţific, principalele mărfuri destinate consumului populaţiei; principalele categorii de produse destinate exportului; producţia care are o importanţă deosebită pentru apărare. O mare importanță prezintă alegerea unor unități de măsură corespunzătoare pentru caracterizarea însușirilor de întrebuințare și a calității producției. Pe baza sarcinilor privind volumul producției în expresie naturală se stabilesc indicatorii valorici. Indicatorul valoric fundamental este volumul producției realizate, care se stabilește sub formă de plan ministerelor, departamentelor și republicilor unionale. Ca indicator de calcul se utilizează producția marfă, iar pentru unele ministere (în condițiile unor deosebiri substanțiale între producția globală și producția marfă) și producția globală. Producția marfă se utilizează pentru determinarea ritmurilor de creștere și a structurii producției industriale. Ea se calculează în prețuri constante ale întreprinderilor, ținînd seama de scăzăminte și adaosuri, precum și în prețuri ale anului planificat. Producția realizată se calculează numai în prețurile anului planificat. Prețurile anului planificat se disting prin modificările de prețuri efectuate în cadrul perioadei examinate. În cadrul planului anual și al celui cincinal, indicatorii producției realizate și ai producției marfă se calculează pe ministere, departamente, republici unionale și ramuri. În cadrul planului pe termen lung se utilizează numai indicatorul producției marfă, care se determină pe ramuri și pe republici unionale.

La planificarea producției agricole, elementul fundamental îl constituie planul de achiziții, iar indicatorul producției globale este un indicator de calcul. Spre deosebire de industrie, ca indicator valoric al producției se utilizează producția globală, care se calculează în prețuri curente și în prețuri constante.

Principalii indicatori ai planului la investiții sînt: darea în funcțiune a noilor capacități de producție, imobile de locuit și obiective cu destinație neproductivă; darea în funcțiune a fondurilor fixe, volumul investițiilor și al lucrărilor de construcții-montaj. Această secțiune a planului se corelează cu secțiunile de producție prin balanțele capacităților de producție. Pe baza planului de dare în funcțiune a capacităților de producție și a obiectivelor neproductive se alcătuiește planul de dare în funcțiune a fondurilor fixe, prin intermediul căruia se asigură corelarea indicatorilor în expresie naturală și valorică a secțiunii respective a planului. Utilizarea modelelor legăturilor dintre ramuri permite să se îmbine, într-un ansamblu unitar, calculele indicatorilor săi fundamentali. Planul de dare în funcțiune a fondurilor fixe constituie baza de calcul a necesarului de investiții, inclusiv pentru realizarea măsurilor tehnico-organizatorice și pentru menținerea în stare de funcționare a capacităților existente, precum și pentru construcții noi. Investițiile pentru construcții noi se determină pornindu-se de la: încheierea construcțiilor începute anterior și darea în funcțiune în anul planificat a noilor capacități; necesarul de capacități suplimentare în perioada planificată;

necesitatea încheierii lucrărilor la capacitățile date în funcțiune anterior; necesitatea creării unui stoc tampon de construcții pentru viitor. Volumul total al investițiilor se repartizează pe surse de finanțare. Indicatorii structurii tehnologice a investițiilor servesc pentru stabilirea lucrărilor de construcții-montaj și a utilajelor, pe baza cărora se întocmesc planurile de producție corespunzătoare. Planificarea producției de construcții constituie una din cele mai importante forme de asigurare a investițiilor. Această secțiune a planului cuprinde lucrările de construcții-montaj, executate în antrepriză și în regie proprie. Una din cele mai importante părți ale acesteia este planul lucrărilor de construcții în antrepriză. Calculul întregii producții a ramurii construcții se realizează în cadrul întocmirii balanței economiei naționale.

Planul privind munca și cadrele este reprezentat prin următorul sistem de indicatori: productivitatea muncii, care reprezintă indicatorul planificat pentru ramuri în planul cincinal; numărul muncitorilor și altor lucrători pe ramuri ale economiei naționale, inclusiv balanțele de repartiție a forței de muncă; fondul de retribuire; balanța resurselor de muncă; pregătirea muncitorilor calificați în instituțiile de învățămînt profesional și tehnic. Conținutul concret al acestor grupe de indicatori depinde de felul planului. Ei sînt mai detaliați în planul anual și mai agregați în planul de perspectivă.

În secțiunea de plan consacrată beneficiului, rentabilității, cheltuielilor de producție și circulației se determină un indicator important — beneficiul. În scopul fundamentării sarcinilor privind beneficiul se elaborează datele cu privire la cheltuielile de producție și circulație, care sînt indicatori de calcul. Indicatorul rentabilității (în procente față de fondurile fixe productive și față de mijloacele circulante normate) se calculează pentru estimarea eficienței producției. Această secțiune are o deosebită importanță pentru planul anual și cel cincinal.

Consacrarea unei secțiuni speciale a planului pentru prestările de servicii și gospodăria comunală constituie o reflectare a rolului important pe care îl joacă acestea în ridicarea nivelului de trai al populației, fapt asupra căruia se atrage în permanență atenția în hotărîrile de partid. Cu ajutorul indicatorilor aprobați se determină volumul total al lucrărilor (în expresie valorică și pe principalele categorii) și darea în funcțiune a capacităților pe principalele categorii de servicii și pe surse de investiție (centralizate și necentralizate). În această secțiune se elaborează și o serie de indicatori de calcul pentru corelarea ei cu celelalte secțiuni.

Planificarea învățămîntului public, a culturii și ocrotirii sănătății conține indicatori care determină dezvoltarea acestei părți a sferei neproductive. Dezvoltarea ei se planifică pe baza calculelor demografice.

Aici se pot utiliza pe scară largă, îndeosebi în planificarea învățămîntului, modelele economico-matematice.

Planificarea nivelului de trai al populației reprezintă o secțiune de sinteză, care caracterizează bunăstarea populației.

Aici se determină veniturile reale ale populației și indicatorii balanței veniturilor și cheltuielilor bănești ale populației. O mare importanță pentru fundamentarea lor trebuie s-o joace balanța diferențiată a veniturilor și a consumului populației.

Balanța economiei naționale sintetizează în date agregate rezultatele elaborării tuturor celorlalte secțiuni ale planului. Indicatorii săi fundamentali sînt: venitul național, utilizat pentru consum și acumulare, și produsul social.

Balanțele materiale și planurile de repartiție constituie elementul de legătură al tuturor secțiunilor planului economiei naționale. Lista balanțelor și planurilor de repartiție elaborate în planul anual se precizează în fiecare an ținîndu-se seama de sarcinile dezvoltării economiei naționale. În planurile de perspectivă, balanțele materiale se întocmesc pe principalele categorii de produse.

Pentru modelarea întregului sistem de balanțe materiale se utilizează balanța legăturilor dintre ramuri. După cum arată experiența, planurile de repartiție a producției se pot calcula cu ajutorul modelelor, care optimizează direcțiile de utilizare a celor mai importante categorii de materiale.

Planificarea dezvoltării complexe a economiei naționale a republicilor unionale se realizează pentru întregul ansamblu de întreprinderi situate pe teritoriul lor, cuprinzînd indicatorii referitori la cele mai importante normative și proporții sintetice (venitul național, produsul social, eficiența producției sociale), producția celor mai importante categorii de produse în expresie naturală, investițiile, resursele de muncă, nivelul de trai. Pentru elaborarea lor se utilizează balanțele regionale ale legăturilor dintre ramuri și modelele interregionale ale legăturilor dintre ramuri.

Planificarea relațiilor economice externe se înfăptuiește, în general, prin planificarea importului și exportului producției, inclusiv planul de livrări de utilaje și materiale pentru obiectivele care se construiesc prin cooperare în alte țări. Planurile de export și de import și planurile pentru celelalte operații economice externe se sintetizează în planul valutar centralizator (balanța de plăți). În planurile de perspectivă se schițează orientările fundamentale ale relațiilor economice externe, iar în planul anual se prezintă defalcarea lor concretă.

Pentru planurile de export și import sînt destinate modelele de optimizare a structurii lor geografice.

V. V. Kossov

Sistem de operare. Parte a *software-ului calculatorului electronic**. **S.o.** (în sensul restrîns al acestui termen) are menirea să dirijeze procesul de executare a programelor finisate la calculatorul electronic. Dar, în virtutea faptului că **s.o.** gestionează în linii generale executarea unor programe sistemice cum sînt programele de traducere, programele aplicative de prelucrare a datelor, programele de căutare a informației etc., el poate fi considerat ca un mijloc universal de acces la diferite facilități pe care i le oferă utilizatorului hardware-ul și întregul software. De aceea, uneori se numește **s.o.** întregul complex al software-ului. Expunerea care urmează se referă exclusiv la sensul restrîns al acestui termen. Fiecare tip de calculator electronic generează un **s.o.** propriu. Uneori, pentru același tip de calculator electronic, se creează mai multe **s.o.** de diferite „calificări".

Prima funcție a **s.o.** constă în servirea utilizatorului. Se disting următoarele categorii de servire:

Gestiunea sarcinilor de execuție a programelor. Fiecare sarcină *(task)* reprezintă un anumit text în limbajul de gestiune a sarcinilor, care definește programul ce urmează a fi executat, datele ce urmează a fi utilizate ca date inițiale, modul de stocare și utilizare a rezultatelor obținute prin executarea programului; acest text poate să conțină, de asemenea, o informație auxiliară (resursele necesare pentru executarea sarcinii, prioritatea sarcinii etc.). În funcție de structura **s.o.** și de posibilitățile echipamentului, sarcinile fie că se transmit prin claviatura pupitrului central sau individual, fie se transpun pe cartele sau benzi perforate și se introduc în memoria calculatorului prin dispozitivele de citire. Sarcina primită se execută de către **s.o.** imediat sau este așezată să aștepte la rînd. Ordinea de executare a sarcinilor se stabilește cu ajutorul unui algoritm de planificare care ține seama de prioritățile atribuite sarcinilor, de resursele sistemului necesare pentru executarea fiecărei sarcini și de obiectivul urmărit prin funcționarea sistemului (de pildă, reducerea întreruperilor în funcționarea utilajelor, rezolvarea operativă a unor mici sarcini etc.). Unele **s.o.** pot executa sarcini în regim de *multiprogramare** și în regim de *divizare a timpului**.

A doua formă de servire a utilizatorilor este *gestiunea problemelor*, adică reacția la cerințele (macrocomenzi, directive) pe care programele în curs de execuţie le adresează **s.o.** Ca exemple tipice pot fi menţionate următoarele:

— macrocomenzile pentru introducerea unor ansambluri de date (înregistrări) de pe suporţii externi în memoria operativă şi macrocomenzile de extragere a rezultatelor, acumulate în memoria operativă, adică transmiterea lor către suporţi externi, imprimantă, cartele perforate, benzi perforate sau zone din memoria externă a calculatorului electronic;

— macrocomenzile care pun la dispoziţia programului zone din memoria operativă disponibilă;

— macrocomenzile care dau noi sarcini de executare a unor programe (generarea unor probleme subordonate).

A treia formă de servire a utilizatorilor este *gestiunea datelor* din memoria operativă şi a seturilor externe de date.

În prezent, **s.o.** preia asupra sa o mare parte din activitatea de repartizare a memoriei operative şi a celei externe a calculatorului electronic pentru amplasarea datelor. În speţă, **s.o.** gestionează cataloage de fişiere, care sînt organizate în aşa fel încît utilizatorul poate indica seturile de date cu ajutorul unui sistem de identificare care nu depinde de amplasarea datelor în memorie. La nevoie, **s.o.** protejează datele unor utilizatori de alţi utilizatori şi execută indicaţiile utilizatorilor cu privire la termenul de păstrare a fişierelor în sistem. **S.o.** poate avea de a face cu fişiere care au fie una dintre structurile standard (de pildă, cu fişiere în care înregistrările sînt ordonate după amplasarea lor fizică în memorie sau după valoarea unui criteriu special), fie o structură nestandard, determinată de utilizator.

Celelalte funcţii ale **s.o.** sînt legate de gestiunea echipamentului electronic (pornirea şi oprirea echipamentelor periferice; reacţia la semnalele de întrerupere; evidenţa zonelor libere ale memoriei operative şi externe şi repartizarea memoriei între utilizatori; evidenţa echipamentelor periferice în stare de funcţionare şi în stare de nefuncţionare etc.). În sfîrşit, **s.o.** furnizează personalului informaţia cu privire la starea sistemului de calcul şi reacţionează la comenzile venite din partea operatorului-om.

I.V. Gheronimus

Bibl. I.B.M. System /360 — Functional Characteristic, 1968 Edition.

Sistem deschis. *Sistem** care, în conformitate cu scopul cercetării, nu poate fi considerat ca fiind complet izolat de *mediul** ambiant sub un anumit aspect: informaţional, al substanţei, energetic etc.

S.d. interacţionează în mod activ cu mediul exterior, *observatorul** neputînd să urmărească integral această interacţiune. În anumite condiţii, un **s.d.** poate realiza o stare de echilibru dinamic cu mediul, echilibru în care structura sau principalele caracteristici structurale *(→Organizare)* rămîn constante, în timp ce sistemul realizează un continuu schimb de informaţie, substanţă sau energie cu mediul. În procesul de interacţiune cu mediul, **s.d.** pot realiza o stare echifinală *(→Echifinalitate)*, determinată exclusiv de structura sistemului.

Spre deosebire de sistemele închise care se supun celui de-al doilea principiu al termodinamicii şi care tind către o dezordine maximă (maximizează entropia), **s.d.** realizează aşa-numita *introducere de negentropie;* ele pot menţine un grad înalt de organizare şi evolua în sensul accentuării ordinii şi complexităţii, ceea ce constituie una din principalele particularităţi ale proceselor vitale.

Conceptul de **s.d.** este unul din conceptele fundamentale ale *teoriei generale a sistemelor** în varianta a cărei elaborare i se datorează lui Ludwig von Bertalanffy şi este orientată, în primul rînd, spre aplicaţii biologice. Sistemele economice şi sociale trebuie, de asemenea, privite ca **s.d.**, conexiunile lor cu mediul avînd o importanţă de prim ordin pentru modelare.

A. I. Ciuhnov

Bibl. → bibl. la *Teoria generală a sistemelor.*

Sistem integrat de planificare a economiei naţionale. *Sistem om-maşină** de calcul al indicatorilor fundamentali ai dezvoltării economiei naţionale. Principiul de integrare în acest sistem se realizează în două direcţii: 1. integrarea diferitelor modele economico-matematice de planificare a economiei naţionale într-un sistem unitar (modele de prognoză demografică, determinări ale resurselor de muncă, ale veniturilor şi cheltuielilor populaţiei, ale consumului individual şi social, ale balanţei legăturilor între ramuri, ale repartiţiei venitului naţional etc.); 2. integrarea fluxurilor informaţionale, care au loc atît în cadrul acestor modele, cît şi între ele, cu procesele de adoptare a deciziilor. Integrarea modelelor într-un complex unitar face ca toţi indicatorii să capete forma de balanţă, deoarece indicatorii de ieşire ai unui model sînt simultan indicatori de intrare pentru alt model, îndeosebi în cazul integrării fluxurilor informaţionale cu procesele de adoptare a deciziilor.

Un **s.i.p.** este un sistem cu conexiuni inverse, care permit să se efectueze ciclic recalcularea unor parametri, ceilalţi fiind puşi în stare de echilibru numai după alegerea variantei de calcul corespunzătoare.

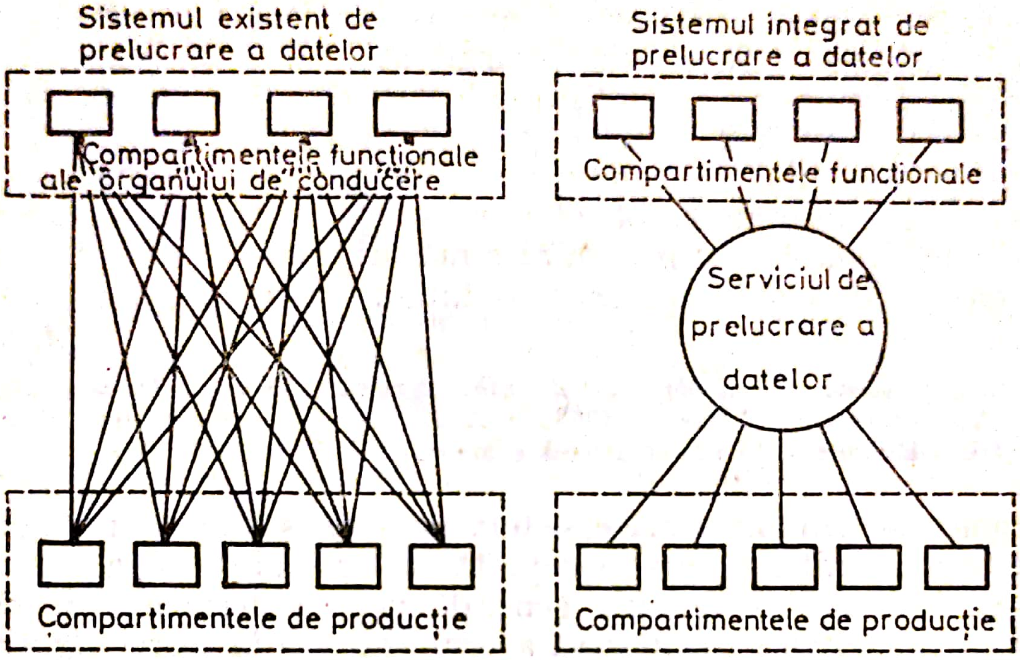
S.i.p. se poate baza atît pe caracteristici deterministe, cît şi pe caracteristici probabiliste ale variabilelor exogene. El poate avea un grad diferit de agregare a parametrilor (numărul de grupe ale populaţiei, numărul de ramuri etc.), în funcţie de scopul cercetării. În principiu, în procesul de realizare a unui asemenea sistem, problema dezagregării parametrilor săi este limitată de posibilitățile resurselor informaționale și ale echipamentelor electronice.

R. L. Raiațkas

Sistem integrat de prelucrare a datelor (SIPD). Sistem de *prelucrare a datelor*, în care informația se prelucrează după o schemă unitară pe baza unor date de intrare unice și a unor normative unice. Aceasta înseamnă că toate procedeele de prelucrare a datelor sînt considerate ca niște elemente interconditionate, inseparabile ale procesului de conducere. În acest sens se stabilește sistemul unitar de fluxuri ale informației (schema SIPD), care reflectă corelarea logică a indicatorilor și calculelor, efectuate de aparatul de conducere. Procedeele de transformare a indicatorilor se stabilesc în mod centralizat pe baza unei tehnologii unitare. SIPD permite, așadar, să se lichideze sistemele autonome de culegere și prelucrare a datelor, organizate de fiecare compartiment funcțional al organelor de conducere, care în mare parte duc la paralelisme.

Apariția conceptului de SIPD este legată, în primul rînd, de introducerea pe scară largă în domeniul conducerii economice a *calculatoarelor electronice*. Practica elaborării acestor sisteme a arătat însă că ideile fundamentale ale acestui concept pot fi realizate cu succes și în cazul utilizării unei alte tehnici, cu un randament mai mic.

Premisa necesară a realizării concepției de SIPD este separarea procedeelor creatoare de adoptare a deciziilor de operațiile de rutină ale prelucrării datelor. Pornind de la această premisă se formulează principiile fundamentale ale SIPD: formalizarea procedeelor de rutină sub forma unor instrucțiuni, algoritmi și programe de mașină; centralizarea prelucrării datelor într-un compartiment structural al conducerii, special desemnat, ceea ce permite să se utilizeze mai rațional echipamentele de calcul și tehnica organizatorică și totodată să se introducă forme mai avansate de organizare a muncii personalului contabil și de birou, inclusiv diviziunea muncii prin cooperare; centralizarea activității de normative și de informare, ceea ce înlătură caracterul neunitar, iar uneori și contradictoriu, al datelor normative, pe care le utilizează diferitele compartimente funcționale de conducere (o activitate unitară în domeniul normativelor poate constitui totodată o premisă pentru organizarea unui sistem dezvoltat de memorie în vederea păstrării datelor de bază și a celor de informare); realizarea principiului introducerii o singură dată a datelor în SIPD cu utilizarea lor ulterioară în mai multe scopuri, în condițiile efectuării unor calcule diferite; raționalizarea circulației documentelor, ceea ce implică reglementarea circuitului documentelor şi simplificarea formularelor, în special eliminarea din ele a indicatorilor cu caracter normativ şi informativ, iar din documentele primare, a indicatorilor de calcul.


Sistemul existent de prelucrare a datelor
Compartimentele funcţionale ale organului de conducere
Compartimentele de producţie
Sistemul integrat de prelucrare a datelor
Compartimentele funcţionale
Serviciul de prelucrare a datelor
Compartimentele de producţie

Unul din paşii cei mai importanţi în direcţia creării SIPD este elaborarea schemei acestuia, care, de regulă, se realizează în trei etape. În prima etapă se elaborează schema de principiu a SIPD, în care îşi găsesc reflectare problemele fundamentale, care se rezolvă în compartimentele organului de conducere, relaţiile dintre probleme şi masivele de date normative şi de informare. În etapa a doua, schema principială a SIPD se detaliază în profil funcţional şi după tipurile de activitate de conducere. În etapa a treia se elaborează schema de alcătuire a indicatorilor, care poate fi prezentată sub forma unui graf al indicatorilor pe nivele, a unei reţele algoritmice. Construirea reţelei algoritmice a indicatorilor creează premisele necesare pentru elaborarea măsurilor tehnico-organizatorice legate de realizarea SIPD.

Deosebirile fundamentale în organizarea sistemelor tradiţionale de prelucrare a datelor şi a sistemului integrat sînt legate de modificarea sensului fluxurilor de informaţie şi de centralizarea procedeelor de prelucrare a datelor (→fig.). Realizarea acestor modificări în sistemele existente de conducere şi transformarea lor în SIPD. presupun efectuarea unei serii de măsuri pregătitoare, printre care elaborarea unor instrucţiuni de serviciu precise pentru fiecare membru al conducerii, unificarea formelor de documente și a regulilor de completare a lor, introducerea unui grafic unitar de lucru al aparatului de conducere și realizarea unei serii de alte măsuri organizatorice. Realizarea complexului de măsuri legate de elaborarea SIPD asigură operativitatea și precizia prelucrării datelor în sistemul de conducere economică, creează premisele necesare pentru introducerea eficientă a tehnicii de calcul moderne. Introducerea SIPD permite ca specialiștii calificați din aparatul de conducere să fie eliberați de munca mecanică de rutină și, de regulă, prin redistribuirea personalului de conducere și modificarea structurii sale, se creează resursele de muncă și bănești necesare pentru constituirea centrelor de prelucrare a datelor și pentru alte măsuri, care asigură transformarea sistemului de conducere existent într-un sistem automatizat.

A.D. Barski

Bibl. 1. *Integrirovanie sistemî obrabotki dannîh*, „Nauka", 1970; 2. *Issledovanie potokov ekonomiceskoi informații*, „Nauka", 1968; 3. A. D. Barski, *Shema vzaimosveazi pokazatelei v ISOD*, „Ekonomika *i* matematiceskie metodî", 1972, t. VIII, fas. 1.

Sistem mare (sistem foarte mare, sistem complex, sistem foarte complex). Nu există o definiție general acceptată a acestui termen, după cum nu există încă nici o definiție generală pentru termenul de *sistem**. Încercările de definire cantitativă a complexității în teoria algoritmilor, în teoria automatelor și în analiza numerică nu sînt întotdeauna aplicabile sistemelor în sens cibernetic. W. R. Ashby arată că un sistem este *mare* din punctul de vedere al observatorului dacă el depășește posibilitățile acestuia sub un aspect important pentru atingerea *scopului*. În funcție de scopul și mijloacele de care dispune observatorul, același obiect material poate sau nu să conducă la un **s.m.**; dimensiunile fizice ale obiectului nu sînt esențiale.

O calitate importantă a **s.m.** este *emergența**, adică prezența unor proprietăți generate, specifice sistemului și nedeductibile din proprietățile cunoscute (observate) ale elementelor și ale modului de reunire a acestora. Astfel, valorile reale ale caracteristicilor economice ale unui complex economic diferă uneori simțitor de valorile prognozate pe baza datelor analizei activității obiectelor înainte de reunirea lor; capacitatea de muncă a unui colectiv nu se reduce la suma capacităților de muncă ale membrilor săi, luați individual. Emergența unui sistem mare nu permite limitarea la studiul elementelor și al conexiunilor dintre ele, ci presupune o analiză integrală a **s.m.** Proprietățile emergente ale sistemelor social-economice sînt cel mai puțin accesibile observației și măsurării, ceea ce face să apară greutăți considerabile în conducerea **s.m.** din economie. Legile generale ale apariției proprietăților generate prin agregarea, reunirea și compunerea obiectelor, fenomenelor și proceselor economice pot fi puse în evidenţă şi descrise cantitativ numai pe baza analizei statistice a unei informaţii foarte bogate.

Multe încercări de definire a **s.m.**, care se întîlnesc în literatura economică, sociologică, biologică şi tehnică, se reduc fie la declararea prezenţei unor proprietăţi generate (în funcţie de domeniul de cercetare), fie la indicarea unor factori concreţi care nu pot fi supuşi observaţiei, măsurării sau conducerii (de exemplu, varietatea de legături dintre elemente, nedeterminarea în desfăşurarea unui anumit proces).

În analiza **s.m.** şi elaborarea metodelor de conducere se foloseşte adeseori conceptul de *homeostază** cu aplicaţie la sistemele social-economice şi generalizată într-un mod corespunzător *(→ Homeostază economică)*.

S.m. se caracterizează prin valori înalte ale unei caracteristici sistemice numită *varietate**. De aceea, în concordanţă cu legea varietăţii necesare pentru *comanda** unui **s.m.**, sistemul de comandă trebuie să aibă o varietate proprie considerabilă. Aceasta poate fi realizată prin *structurizarea* sistemului de comandă, ceea ce — în cazul economiei — înseamnă formarea unor *subsisteme de comandă* interdependente, fiecare rezolvînd cîte o problemă parţială în condiţii de independenţă relativă *(→ Ierarhie)*.

În sistemul de comandă este necesar un *organ central de conducere*, a cărui funcţie este coordonarea acţiunilor subsistemelor, adică stimularea şi reglementarea activităţii lor, care să asigure armonizarea intereselor proprii ale subsistemelor cu scopurile (interesele) întregului sistem. Autonomia subsistemelor măreşte propria lor varietate. Varietatea întregului sistem de comandă în condiţiile unei independenţe depline a subsistemelor se măsoară prin înmulţirea cantităţilor de varietate ale fiecăruia dintre ele. Dacă între subsisteme există legături reciproce această mărime trebuie micşorată cu atît mai mult cu cît este mai mare interdependenţa.

S.m. de conducere social-economică le este tipică nereductibilitatea structurii lor la o singură ierarhie. Diferenţierea perspectivelor organizării structurale a obiectului comandat *(→ Structura sistemului social-economic)* şi diferenţierea aspectelor conducerii, în calitate de funcţie a sistemului conduc la formarea şi funcţionarea simultană a unor structuri ierarhice diferite în concordanţă cu diferitele principii de grupare a mulţimii de elemente care formează obiectul comenzii. Interacţiunea dintre asemenea structuri (şi elementele unor structuri diferite) nu se reduce la relaţii simple de subordonare în ierarhie. Ca exemple pot servi, în primul rînd, structurile de conducere teritorial-regionale, precum şi cele de producţie şi de ramură; în al doilea rînd, structura celulelor administrative de producţie ale întreprinderii (secţie, atelier etc.) și compartimentele funcționale (serviciile aprovizionare, desfacere, personal, energetician şef, tehnolog-şef, contabilitate ş.a.m.d.). O altă particularitate a **s.m.** de conducere economică este faptul că la analiza sau sinteza lor este insuficient să se examineze numai conexiunile informaționale dintre sistemele conducătoare și cele conduse. Aceasta deoarece comanda unui **s.m.** implică o cantitate considerabilă de resurse de muncă, materiale și financiare, ceea ce ridică problema comparării cheltuielilor suplimentare pentru perfecționarea sistemului de comandă cu efectul determinat de aceste cheltuieli. Într-o formă mult mai simplă această problemă se întîlneşte şi în cazul proiectării unor sisteme complexe de comandă în tehnică (necesitatea luării în considerare a restricțiilor nerigide, mobile, impuse greutății și gabaritelor regulatoarelor pentru rachete, la piloți automați etc.).

Complexitatea problemelor de comandă a **s.m.** face ca în sistemele de comandă să se aplice proceduri formalizate de luare a deciziilor. Dar aceeași complexitate conduce la necesitatea folosirii în acest caz a _principiului complementului extern*_. Problema sintezei structurilor optime de comandă a **s.m.** conduce la probleme de _programare discretă*_, _teoria grafelor*_ și _analiză combinatorie_.

V. I. Danilov-Danilian

Bibl. → bibl. la *Comandă*, *Ierarhie*, *Sistem*.

Sisteme automatizate de conducere (SAC). Sisteme om-mașină, destinate conducerii celulelor economiei naționale (întreprinderi, uniuni de producție, ramuri etc.), cu elemente de optimizare cu ajutorul prelucrării automate a datelor, pe baza unui complex de mecanisme economice, forme organizatorice, metode și modele economico-matematice, echipamente de calcul electronic, special proiectate, și implementate, împreună cu echipamentele conexe și software-ul respectiv. *SAC* funcționează nu alături și nu paralel cu sistemul tradițional, care nu utilizează _automatizarea conducerii*_, ci se dezvoltă din el prin transformarea lui treptată pe baza unui proiect unitar. Procesul de creare a *SAC* trebuie să meargă nu pe linia înlăturării unor neajunsuri izolate, ci pe calea reproiectării radicale a sistemului de conducere și a unui complex de măsuri orientate în direcția transformării sistemului existent într-un sistem automatizat. Materializarea directă a *SAC* înseamnă crearea pe lîngă organul de conducere respectiv a unui centru de calcul, care în prima etapă asigură rezolvarea cu ajutorul calculatoarelor a problemelor de prelucrare a datelor și a diferitelor probleme de optimizare ca o completare la activitatea generală a organului de conducere economică. Pe măsura dezvoltării sistemului, noile metode și forme de conducere, proiectate în conformitate cu obiectivele realizate de organul respectiv, sînt asimilate de către întregul personal de conducere, transformînd activitatea unităţii.

Scopurile şi destinaţia *SAC*, care sînt puse în evidenţă cu ocazia proiectării lui în procesul de analiză a sistemului de conducere existent, determină componenţa materială şi informaţională, structura organizatorică şi metodele de lucru ale *SAC*. Varietatea şi specificul unităţilor economice şi ale sarcinilor de conducere a acestora, nu numai că determină varietatea formelor de *SAC*, dar şi conduc la concluzia unicităţii *SAC* pentru fiecare caz. Dar identitatea tehnologiei de *prelucrare a datelor** în diferitele organe de conducere şi unitatea de principiu a proceselor de planificare şi de conducere în societatea socialistă oferă posibilitatea de a alcătui sisteme automatizate de conducere individuale din părţi componente standard, pe baza unor metode tip de analiză şi proiectare a *SAC*. Părţile componente standard sau modulele *SAC* permit să se tipizeze procesele de conducere. Pe baza parametrilor fundamentali care caracterizează sistemul de conducere se pot alege proiecte individuale ale modulelor lor tipice, utilizînd cu acest prilej metodele de automatizare a proiectării şi de optimizare a soluţiilor de proiectare. În legătură cu aceasta capătă o mare însemnătate clasificarea *SAC* în conformitate cu destinaţia lor preponderentă, care corespunde modulelor tip: 1. sistem de comunicaţie (dispecer); 2. sistem de regăsire a informaţiei; 3. sistem informaţional logic; 4. sistem integrat de prelucrare a datelor; 5. sistem de optimizare; 6. sistem de prognoză; 7. sistem de obiective. Pentru comoditatea organizării prelucrării şi exploatării *SAC* s-a admis să se distingă în cadrul lor subsistemele funcţionale şi subsistemele de dotare, care corespund *funcţiilor* şi *schemelor sistemului**. Pentru dezvoltarea *SAC* sînt caracteristice subsistemele pentru: formularea obiectivelor pe baza prognozei tehnico-ştiinţifice şi de conjunctură; elaborarea programelor complexe de dezvoltare; planificarea de perspectivă optimă; planificarea curentă optimă; reglare (dispecerizarea şi stabilizarea rezervelor şi stocurilor); evidenţă, dări de seamă şi statistică; analiză şi estimări economice. În stadiile iniţiale ale dezvoltării, în care nu este încă realizat principiul integrării conducerii, se admite să se distingă în cadrul *SAC* subsistemele corespunzătoare diferitelor aspecte ale dotării producţiei — aprovizionare tehnico-materială, muncă şi retribuirea muncii, calcule contabile etc. — şi subsistemele de dotare — economic-administrativ, organizatoric-juridic, economic-matematic, informaţional, software, tehnic.

În principiu, elaborarea *SAC* cuprinde următoarele etape: 1. analiza sistemică a problemelor de conducere, care se încheie prin elaborarea proiectului tehnic al *SAC*; 2. problemele de diagnoză ale conducerii, care se încheie cu elaborarea proiectului organizatoric al lucrărilor de cercetare științifică (analiză), de proiectare și implementare; 3. alegerea tipului de sistem, care se încheie prin elaborarea anteproiectului sistemului; 4. studiul problemelor de conducere ce sînt de competența organelor cercetate, care se încheie cu elaborarea modelului general al sistemului; 5. analiza și sinteza fluxurilor de informație, care se încheie cu proiectul de prelucrare integrată a datelor; 6. modelarea procesului de conducere și programarea rezolvării problemelor de conducere, care se încheie cu elaborarea complexului de modele și programe ale rezolvării lor; 7. alegerea mijloacelor tehnice, care se încheie cu proiectarea centrului de calcul, a sistemului de teletransmisie, a echipamentelor terminale. Primele trei etape constituie etapa macroproiectării; celelalte patru etape reprezintă etapa proiectării tehnice. În practică, această succesiune de principiu a elaborării *SAC* se modifică în conformitate cu sarcinile implementării succesive, în etape, a sistemului în cadrul unității respective, în scopul acumulării de experiență și a instruirii treptate a personalului. Paralel cu elaborarea proiectului sistemului în ansamblu se asigură crearea în etape și implementarea diferitelor subsisteme, precum și introducerea diferitelor mecanisme de conducere. Pentru reglementarea elaborării și implementării *SAC* se distinge complexul care se pune în funcțiune inițial și diferitele sale tranșe a căror implementare este înfăptuită în modul stabilit de organele de conducere. În U.R.S.S. se desfășoară lucrările în vederea creării unui *sistem automatizat al variantelor de plan (SAVP)** pentru organele de planificare. Se creează o serie de *SAC* pe ramuri care cuprind atît funcția de planificare, cît și alte funcții de conducere a ramurii. Se extinde sfera întreprinderilor, a căror conducere se realizează prin *SAC*. În perspectivă se pune problema interconectării *SAC* ale tuturor verigilor și nivelurilor economiei naționale în cadrul Sistemului unional automatizat de culegere și prelucrare a informației*.

E. Z. Maiminas, I. I. Cerneak

Bibl. 1. *Materialî XXIV s'ezda KPSS*, Politizdat, 1971; 2. *Avtomatizirovannie sistemî upravlenia*, „Ekonomika", 1972; 3. A. A. Modin, *Avtomatizirovannîe sistemî upravlenia*, „Znanie", 1973.

Sisteme de ecuații liniare. Un *sistem de ecuații algebrice liniare* are forma

$$
\begin{aligned}
&a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1,\\
&a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2,\\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
&a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m.
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

Aici a_{ij} $(i = 1, \ldots, m;\ j = 1, \ldots, n)$ și $b_1, \ldots, b_m$ sînt numere reale *date*, iar $x_1, \ldots, x_n$ sînt numere reale *necunoscute*. Folosind noțiunea de produs de *matrice**, sistemul (1) poate fi transcris astfel:

$$\begin{bmatrix} a_{11} \cdots a_{1n} \\ \vdots \qquad \vdots \\ a_{m1} \cdots a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

sau

$$(\mathbf{a}_1, \mathbf{x}) = b_1,$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$(\mathbf{a}_m, \mathbf{x}) = b_m;$$

sau, sub formă matriceală, $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$. Matricea **A** compusă din coeficienții necunoscutelor sistemului (1) se numește *matricea sistemului*, iar **b** — coloana termenilor liberi. Dacă $\mathbf{b} = 0$, sistemul (1) se numește *sistem omogen*, iar dacă $\mathbf{b} \neq 0$, sistemul este neomogen. Sistemul (1) se numește *compatibil*, dacă există un vector $\mathbf{x}^0 = (x_1^0, \ldots, x_n^0)$, astfel încît $\mathbf{A}\mathbf{x}^0 = \mathbf{b}$ (în acest caz vectorul $\mathbf{x}^0$ se numește *soluția* sistemului); în caz contrar, sistemul este *incompatibil*. Matricea

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} a_{11} \cdots a_{1n} & b_1 \\ \vdots \qquad \vdots & \vdots \\ a_{m1} \quad a_{mn} & b_m \end{bmatrix},$$

formată prin adăugarea coloanei termenilor liberi la dreapta matricei **A**, se numește *matrice extinsă*.

Problema compatibilității sistemului (1) se rezolvă prin teorema lui *Kronecker-Capelli*: sistemul (1) este compatibil dacă și numai dacă rangurile matricelor **A** și $\bar{\mathbf{A}}$ coincid, adică $\rho(\mathbf{A}) = \rho(\mathbf{A}) = r$. Pentru mulțimea M a soluțiilor sistemului (1) există trei posibilități: $M = \varnothing$ (în acest caz sistemul este incompatibil); M constă dintr-un singur element, adică sistemul are o singură soluție (în acest caz sistemul (1) se numește determinat); M constă din mai mult decît un element (în acest caz sistemul (1) se numește nedeterminat). În al treilea caz sistemul (1) are o infinitate de soluții. De exemplu, dacă $\mathbf{x}^{(1)}$ și $\mathbf{x}^0$ sînt soluții, atunci și $\mathbf{x} = \alpha\mathbf{x}^{(1)} + (1 - \alpha)\mathbf{x}^0$ este o soluție oricare ar fi $0 \leqslant \alpha \leqslant 1$. Sistemul are o soluție unică numai în cazul în care $\rho(\mathbf{A}) = n$. În acest caz numărul ecuațiilor este cel puțin egal cu numărul necunoscutelor $(m \geqslant n)$; dacă $m > n$, atunci $m - n$ ecuații sînt o consecință a celorlalte. Dacă $0 < r < n$, sistemul este nedeterminat.

Mulțimea tuturor soluțiilor sistemului neomogen $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ este mulțimea tuturor sumelor de forma $\mathbf{x}^0 + \mathbf{z}$, în care $\mathbf{x}^{(0)}$ este o soluție oarecare a sistemului $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, iar $\mathbf{z}$ parcurge mulțimea tuturor soluțiilor sistemului omogen corespunzător $\mathbf{Az} = \mathbf{0}$. Mulțimea tuturor soluțiilor sistemului omogen formează un *subspațiu* liniar (→ *Spațiu n-dimensional)* de dimensiunea $n - r$ $(r = \rho(A))$. Orice *bază* a acestui subspațiu se numește *mulțimea fundamentală de soluții* pentru sistemul $\mathbf{Az} = \mathbf{0}$. Astfel, toate combinațiile liniare posibile ale mulțimii fundamentale de soluții formează mulțimea tuturor soluțiilor sistemului omogen. Pentru a afla mulțimea fundamentală a sistemului $\mathbf{Az} = \mathbf{0}$ trebuie rezolvate n-r sisteme de r $(r = \rho(A))$ ecuații cu r necunoscute care se deosebesc între ele numai prin părțile lor din dreapta și care au drept matrice o submatrice nedegenerată de ordin r a matricei $\mathbf{A}$. Fiecare din aceste n-r sisteme își are soluția unică, cu ajutorul căreia se formează unul din cei n-r reprezentanți ai mulțimii fundamentale a sistemului $\mathbf{Az} = \mathbf{0}$. În felul acesta, pentru a rezolva un sistem oarecare de ecuații liniare, trebuie să știm să rezolvăm sisteme de k ecuații cu k necunoscute de forma $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ avînd matricea $\mathbf{A}$ nedegenerată. Soluția unui asemenea sistem se poate afla cu ajutorul *formulelor lui Cramer*:

$$x_i = \frac{D_i}{D} \quad (i = 1, \ldots, k),$$

în care D este determinantul matricei $\mathbf{A}$; D_i — determinantul matricei obținute din $\mathbf{A}$ prin înlocuirea coloanei a i-a cu coloana $\mathbf{b}$ a termenilor liberi. Metoda lui Cramer necesită un mare volum de calcule și de aceea aproape că nu se utilizează în practică. Pentru rezolvarea sistemelor de ecuații liniare s-au elaborat numeroase metode, *finite și infinite*. Una din metodele finite cele mai simple este *metoda eliminării a lui Gauss*. Metoda lui Gauss se bazează pe posibilitatea de a se reprezenta univoc o matrice nedegenerată $\mathbf{A}$ ca produs a două matrice triunghiulare: $\mathbf{A} = \mathbf{LM}$, în care $\mathbf{L}$ este matricea triunghiulară inferioară, iar $\mathbf{M}$ este matricea triunghiulară superioară cu $m_{ii} = 1 (i = 1, \ldots, k)$. Fiecare dintre matricele $\mathbf{L}$ și $\mathbf{M}$ fiind nedegenerate, sistemul $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ poate fi transcris sub forma $\mathbf{Mx} = \mathbf{L}^1\mathbf{b}$. Se obține un sistem cu matricea triunghiulară $\mathbf{M}$ și cu coloana termenilor liberi $\mathbf{b}' = \mathbf{L}^{-1}\mathbf{b}$:

$$\begin{aligned}
x_1 + m_{12}x_2 + \ldots + m_{1k}x_k &= b_1' \\
x_2 + \ldots + m_2 k x_k &= b_2' \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots& \\
x_k &= b_k'. \qquad (2)
\end{aligned}$$

De aici se află cu ușurință soluția $x_i = b_i' \sum_{j=i+1}^{k} m_{ij} x_j$, $i = k - 1, \ldots, 1$.
În cazul metodei lui Gauss sistemul se aduce la forma (2) prin transformări *echivalente*, adică prin transformări care nu schimbă mulțimea soluțiilor sistemului. Asemenea transformări rezidă în înlocuirea unei ecuații a sistemului cu o combinație liniară a ecuațiilor sistemului, astfel ca sistemul să fie adus la forma (2). De exemplu, pentru a elimina x_1 din toate ecuațiile (în afară de prima), prima ecuație se împarte cu a_{11} (presupunînd că $a_{11} \neq 0$) obținîndu-se $m_{11} = 1$. Apoi se scade din ecuația a doua, a treia ș.a.m.d., din ecuația a k-a, noua formă a ecuației prime înmulțită cu, respectiv, $a_{21}, \ldots, a_{k1}$. Ecuațiile obținute se introduc în sistem în locul ecuației a 2-a, a 3-a, ..., a k-a. După aceea, în mod analog, se elimină x_2 din toate ecuațiile începînd cu a 3-a etc. Dacă se constată că coeficienții lui x_i sînt egali cu zero în ecuația a i-a și în toate celelalte (de la i-a pînă la a k-a), atunci matricea **A** este degenerată, adică sistemul este fie incompatibil, fie nedeterminat. În caz contrar, ecuațiile i pînă la k pot fi permutate în așa fel încît în ecuația din locul i coeficientul lui x_i să fie nenul. Adeseori, în metoda lui Gauss, atunci cînd se elimină x_i, împărțirea se face cu coeficientul cel mai mare (în valoare absolută) dintre coeficienții lui x_i în ecuațiile transformate $i, \ldots, k$.
Acest procedeu contribuie la reducerea erorilor de calcul (→ [4]). Algoritmul este simplu pentru calculul cu mașina. Dacă dimensiunile matricei **A** sînt mari, se prevăd modificări ale algoritmului permițînd ca în memoria operativă să nu fie plasată decît o parte a matricei.
Pe lîngă metoda lui Gauss s-au elaborat și alți algoritmi *finiți* a căror descriere se poate găsi, de exemplu, în [2], [3], [4], împreună cu recomandări de utilizare.

Dintre metodele *infinite* cea mai simplă din punctul de vedere al calculelor este *metoda aproximărilor succesive, în care* $x^{(s+1)}$ (indicele $(s+1)$ arată că aproximarea s-a obținut la pasul al $s+1$-lea) se calculează după *formule de recurență:*

$$x^{(s+1)} = (\mathbf{E} - \mathbf{A})\mathbf{X}^{(s)} + \mathbf{b}.$$

Problema determinării soluției sistemului (1) poate fi redusă la minimizarea unei funcții de n variabile, de exemplu la problema de a determina

$$\min\ (\mathbf{Ax} - \mathbf{b},\ \mathbf{Ax} - \mathbf{b}).$$

Aici se aplică metoda de minimizare a unor funcții de mai multe variabile, de exemplu metoda gradienților conjugați. Avantajele metodelor infinite constau în simplitatea lor şi în posibilitatea de a se păstra în memoria operativă a maşinii, într-o scriere compactă (fără a se ţine seama de elementele nule), matrice destul de mari. Totuşi, metodele infinite au un domeniu de convergenţă limitat şi o viteză de convergenţă nu întotdeauna satisfăcătoare. Teoremele corespunzătoare sînt date în [3].

G. V. Puhova

Bibl. 1. A. O. Malţev, *Osnovî lineinoi alghebrî*, „Nauka", 1970; 2. D. K. Fadeev, V. N. Fadeeva, *Vîcislitelnîe metodî lineinoi alghebrî*, Fizmatghiz, 1963; 3. V. V. Voevodin, *Cislennîe metodî alghebrî*, „Nauka", 1966; 4. J. Forsyth, K. Moller, *Cislennoe reşenie sistem lineinîh alghebraiceskih uravnenii*, „Mir", 1969.

Sistemul planificare-programare-elaborarea bugetului. Complex tehnico-organizatoric care vizează creşterea eficienţei conducerii la nivelul superior al marilor organizaţii (publice, de producţie etc.), prin raţionalizarea şi îmbunătăţirea bazei informaţionale şi prin reglementarea procesului de adoptare a deciziilor. Acest sistem reuneşte o serie de metode speciale ale analizei sistemice şi ale conducerii programate a obiectivelor. El permite transformarea adoptării deciziilor într-un proces închegat sub aspect logic şi tehnologic, care cuprinde întregul diapazon de funcţii ale conducerii: planificarea, repartiţia resurselor, controlul asupra realizării programelor, estimarea rezultatelor. Antrenarea în procesul de pregătire a deciziilor, adoptate la nivel superior, a nivelurilor inferioare de conducere contribuie la integrarea *orizontală* a proceselor de conducere *verticale* şi implicit la sporirea unităţii conducerii la nivelul organizaţiei.

Sistemul **p.-p.-e.b.** a fost introdus pentru prima oară în anii '60 şi a ajuns la cea mai amplă dezvoltare în cadrul guvernului federal al S.U.A. Sub influenţa acestei experienţe, sistemul s-a răspîndit în sectorul privat al economiei americane şi în administraţia de stat a unor alte ţări capitaliste. În ultima vreme, acest sistem parcurge o etapă de verificare experimentală în S.U.A., la o serie de niveluri inferioare ale administraţiei publice: în cadrul statelor, al districtelor şi municipalităţilor, precum şi în administraţia instituţiilor de învăţămînt şi în alte domenii.

Sistemul este orientat în direcţia realizării următoarelor principii de raţionalizare a adoptării deciziilor:

1. formularea cît mai precisă a obiectivelor principale (strategice), de regulă pe termen lung, ale organizaţiei în principalele domenii de activitate; 2. corelarea rezultatelor *(ieşirilor)* activităţii cu atingerea obiectivelor strategice; 3. corelarea rezultatelor activităţii cu cheltuielile *(intrările)*; 4. alegerea procedeelor celor mai eficiente de atingere

a obiectivelor pe baza comparării unui număr cît mai mare posibil de variante după caracteristicile rezultatelor şi cheltuielilor lor. Principiile menţionate se realizează, în primul rînd, prin intermediul integrării funcţiilor *planificării de perspectivă* (determinarea obiectivelor strategice şi a procedeelor de atingere a acestora) cu *elaborarea pe termen scurt a bugetului* (planificarea activităţii şi repartizarea resurselor pe anul următor). Ca verigă de legătură între ele apare funcţia de *programare*, adică planificarea activităţii şi necesităţilor de resurse pe complexe de măsuri — pe programe-obiectiv. *Ieşirile* acestor programe se corelează cu obiectivele strategice, iar *intrările* reprezintă estimarea bănească, valorică, a resurselor necesare pentru realizarea lor. Menirea acestei abordări este de a asigura posibilităţi optime pentru determinarea interdependenţei dintre repartiţia resurselor şi realizarea obiectivelor strategice, precum şi pentru alegerea pe această bază a celor mai raţionale variante de acţiune (programe). În sistemul p.-p.-e.b. se pot distinge trei grupe principale de elemente structural-funcţionale: analitice, informaţionale şi procedural-tehnologice. Din categoria elementelor analitice fac parte structurarea pe programe şi studiile analitice.

Structurarea pe programe înseamnă gruparea întregii activităţi a organizaţiei pe programe-obiectiv. Structurarea pe programe se întocmeşte sub forma unui *arbore* de programe, subordonate după obiective în cadrul a trei-patru niveluri: categorii de programe sau programe principale (ele se corelează nemijlocit cu obiectivele strategice), subcategorii de programe sau subprograme şi elemente de program. Programele de nivel inferior, subordonate unuia şi aceluiaşi program de un nivel mai înalt, trebuie să reprezinte, de regulă, diverse procedee de atingere a unuia şi aceluiaşi obiectiv, realizarea programului de nivel mai înalt. Structurarea pe programe îndeplineşte rolul de instrument metodologic general la analiza şi alegerea variantelor activităţii planificate şi estimarea activităţii efective şi determină structura pregătirii informaţiei în cadrul sistemului.

Studiile analitice reprezintă cercetarea ştiinţifică a problemelor în scopul alegerii variantelor optime de programe şi de repartizare a resurselor. Principiul fundamental al acestor studii îl constituie identificarea tuturor alternativelor practic raţionale şi compararea or după caracteristicile rezultatelor şi cheltuielilor. Ca instrumente de cercetare concrete se pot utiliza diverse metode economice, matematice, sociologice etc. Alegerea lor depinde de caracterul problemelor studiate, de experienţa şi abilitatea cercetătorului. Una dintre particularităţile cele mai importante ale studiilor analitice, care asigură executarea lor sistematică, este integrarea organică, ca element funcţional specific, a procesului de cercetare în procesul real de elaborare şi adoptare a deciziilor. Ca urmare a costului ridicat al executării lucrărilor şi a deficitului de specialişti, efectuarea studiilor analitice se limitează la problemele cele mai importante.

Sistemul informaţional asigură obţinerea cu regularitate a datelor pentru întregul ansamblu de programe în curs de realizare, adoptate şi propuse. Datele reflectă cele două caracteristici fundamentale ale programelor: *ieșirile* și *intrările* lor în perioada planificată cu repartizarea pe ani. *Ieșirile* se exprimă în indicatori naturali ai *produsului final*, care se corelează cu obiectivele, iar într-o serie de cazuri — în mod suplimentar — și în indicatori de *utilitate (avantaj* sau *efect)*, care caracterizează gradul de realizare a obiectivelor programelor. *Intrările* sînt reprezentate sub formă bănească, iar ca indicatori suplimentari pot să apară datele cu privire la trebuințele la cele mai deficitare categorii de resurse. O particularitate a sistemului informațional este caracterul său atotcuprinzător și integrator: el reunește sistemele informaționale speciale ale organizației într-un complex informațional general, care servește nu numai nevoilor nivelului superior, dar și ale nivelurilor inferioare ale structurii conducerii. Desfășurarea și funcționarea unui asemenea complex informațional se asigură prin utilizarea pe scară largă a tehnicii moderne. *Mecanismul procedural-tehnologic* al **s.p.-p.-e.b.** asigură integrarea procesului său analitic-informațional cu procesul real de elaborare și adoptare a deciziilor. Astfel, în cadrul guvernului federal al S.U.A., acest mecanism este cel mai complet reprezentat prin procesul bugetar. Aceasta determină o serie de particularități ale procesului analitic-informațional al sistemului respectiv în cadrul guvernului federal, cum sînt ciclicitatea sa anuală și stabilirea termenelor de pregătire a informației analitice în raport cu termenele de adoptare a deciziilor bugetare. La rîndul său, sistemul de proceduri determină obligativitatea utilizării informației analitice cu ocazia elaborării și adoptării deciziilor referitoare la programe și buget. Mecanismul procedural-tehnologic asigură: corelarea tuturor operațiilor de conducere după conținut și în timp — asigurarea concordanței *ieșirilor* unei operații cu *intrările* altei operații; îmbinarea operativității și a viziunii de perspectivă în conducere (la aceasta servește sistemul de control asupra realizării, de estimare a eficienței și de corectare a programelor și sistemul de revizuire anuală și de prelungire pe un an a tuturor planurilor și programelor); elaborarea sistematică a planurilor și programelor, la perioade cu o durată de doi-trei ani și caracterul iterativ al elaborării; ca urmare, în cadrul sistemului se desfășoară concomitent două-trei cicluri de planificare, care urmează a fi finalizate în diverse exerciții bugetare.

Cu ajutorul **s.p.-p.e.-b.** se adoptă decizii de două tipuri: decizii *strategice*, care determină obiectivele, caracterul (conținutul de bază), proporțiile și ritmul de realizare a principalelor programe; decizii de *program financiar*, care îmbrățișează problemele de realizare a programelor principale adoptate, cu detalierea pînă la elementul de program. Ieșirea finală a sistemului este elaborarea documentelor care conțin recomandări pentru decizii privitoare la programe și repartizarea resurselor (buget) cu fundamentarea analitică a oportunității lor din punctul de vedere al cheltuielilor și rezultatelor scontate. Odată cu aprobarea recomandărilor de către conducere, documentele capătă putere de decizie. În cadrul **s.p.-p.-e.b.** al guvernului federal al S.U.A., baza pentru deciziile strategice o formează documentele, *programele-memorandum*, în care sînt reflectate: obiectivele guvernului într-un anumit domeniu; problemele care necesită adoptarea unor măsuri practice (de realizare a programelor); variantele de program recomandate; corelarea strategiei pe termen lung şi a deciziilor de program financiar în bugetul imediat următor. Deciziile cu privire la programele-memorandum se adoptă de către preşedintele S.U.A. Pentru forma acestor documente sînt caracteristice nivelul înalt de agregare a problemelor examinate (în conformitate cu structurarea pe programe — nivelul programelor principale) şi concizia expunerii (volumul fiecărui memorandum nu depăşeşte 20 de pagini). Deciziile de program financiar se adoptă de către conducătorii departamentelor federale pe baza deciziilor strategice ale preşedintelui. Ele îşi găsesc reflectare în *planul-program* şi în *planul financiar*. Acest document conţine datele cu privire la toate programele în curs de realizare şi adoptate ale departamentului detaliate pînă la elementele de program inclusiv, caracterizate prin indicatorii rezultatelor şi cheltuielilor pe următorii cinci ani, precum şi pe ultimii doi ani. Planul-program şi planul financiar servesc ca bază nemijlocită pentru elaborarea bugetului anual. O particularitate a programelor-memorandum şi a planurilor-program şi financiare (precum şi a programării în cadrul sistemului în ansamblu) este faptul că în cadrul lor sînt reprezentate numai acele programe pentru care deciziile de realizare au fost deja adoptate şi care în viitor vor necesita neapărat alocarea unor fonduri pentru finanţarea lor. Planificarea atotcuprinzătoare, pe baza căreia se realizează programarea, se desfăşoară însă în cea mai mare parte în afara cadrului acestui sistem (îl precede).

S.p.-p.-e.b. s-a plasat pe un loc important în mecanismul administraţiei publice şi economice din S.U.A. şi dintr-un şir de alte ţări. În cadrul guvernului federal al S.U.A., cu ajutorul acestui sistem se planifică şi se controlează aproximativ 95% din întreaga activitate şi din totalitatea resurselor. Sistemul a exercitat o influenţă puternică asupra dezvoltării teoriei şi practicii conducerii în numeroase alte ţări. Principalele sale laturi pozitive (după aprecierile unor autori occidentali) constau în sporirea complexităţii, a viziunii de perspectivă şi a elasticităţii conducerii, îmbunătăţirea calităţii bazei informaţionale de adoptare a deciziilor şi a posibilităţilor de alegere a celor mai raţionale variante de acţiune, a realizării unei mai bune echilibrări a tuturor elementelor obiectului condus: obiective, programe şi resurse. Experienţa a scos la iveală, de asemenea, limitele s.p.-p.-e.b. şi dificultăţile pe care le implică utilizarea lui în practică. Limitele eficienţei acestui sistem sînt determinate, în primul rînd, de caracterul social, precum şi de nivelul organizatoric-tehnic al întregului sistem de conducere. În condiţiile capitalismului, principala restricţie în aplicarea sistemului o constituie cadrul social-economic îngust şi caracterul contradictoriu al însuşi procesului de conducere în sfera activităţii sociale.

Una din restricțiile organice ale sistemului este gradul diferit de aplicabilitate a instrumentelor sale analitice la diverse probleme și în diverse domenii de activitate. Dificultățile introducerii și utilizării acestui sistem provin din unele carențe ale metodologiei sale și ale instrumentelor concrete, îndeosebi în unele domenii specifice de activitate — cerințele riguroase, formulate de sistem, față de toate elementele infrastructurii organizatorico-tehnice a conducerii (organizare, informație, cadre, tehnică) și necesitatea unor cheltuieli suplimentare considerabile. În ciuda acestor dificultăți, în ultimii ani, în S.U.A. și în alte țări, se acordă o mare atenție extinderii aplicării și perfecționării acestui sistem.

I. V. Katasonov

Bibl. 1. *S.Ș.A.: sovremennîe metodî upravlenia*, „Nauka", 1971; 2. I. V. Katasonov, E. A. Cijov, *Sistema PPB v federalnom pravitelstve*, „SȘA. — ekonomika, politika, ideologhia" nr. 1, 1972; 3. I. V. Katasonov, *Sistema „planirovanie-programmirovanie-razrabotka biudjeta" federalnovo pravitelstva SȘA*, în culegerea *Organizația upravlenia*, v. 2, VINITI, 1972; 4. R. Hitch, *Rukovodstvo oboronoi*, „Sovietskoe radio", 1968; 5. *Novoe v teorii i praktike upravlenia proizvodstvom v SȘA*, „Progress", 1971.

Sistemul planificării complexe a economiei naționale. Modalitate de reunire și coordonare a aspectelor metodologice, informaționale și organizatorice ale planificării într-un proces unitar de elaborare și realizare a planurilor economiei naționale. În această calitate a sa el poate fi considerat ca bază metodică a sistemului automatizat al variantelor de plan (SAVP).

Premisele metodologice ale **s.p.c.e.n.** se bazează pe principiile generale și pe experiența planificării socialiste, și anume planurile economiei naționale trebuie:

— să exprime și să concretizeze politica social-economică a partidului și să aibă un caracter de directivă, care să asigure realizarea acestei politici (principiul *partinității* și cel al *directivității*);

— să fie elaborate în conformitate cu rolul conducător al planificării centralizate a economiei naționale în îmbinare cu inițiativa verigilor sale (principiul *centralismului democratic*);

— să constituie o parte organică a planurilor social-economice, adică a planurilor de dezvoltare a societății în ansamblu (principiul *complexității*);

— să fie elaborate pornind de la țelurile dezvoltării țării în etapa istorică dată (principiul *finalității*);

— să țină seama și să contribuie la formarea structurii de producție și tehnologice, adică a structurii pe ramuri și spațiale (teritoriale) a resurselor (principiul *resurselor*);

— să țină seama de limitarea relativă și de interschimbabilitatea resurselor, ceea ce impune elaborarea și analiza unor variante alternative (principiul *variantelor*);

— să coreleze țelurile cu posibilitățile de realizare a lor, adică cu resursele, ceea ce presupune corelarea internă a indicatorilor și a secțiunilor de plan (principiul *balanțelor*);
— să prevadă asigurarea cu resurse a țelurilor dezvoltării țării în direcțiile cele mai importante, cu ajutorul unor programe complexe (principiul *programelor*);
— să prevadă o asemenea dezvoltare a sistemului social-economic, îndeosebi dezvoltarea și utilizarea potențialului tehnico-științific al țării, care să asigure în modul cel mai eficient realizarea țelurilor sale (principiul *eficienței*);
— să țină seama de dinamică, adică de modificarea în timp a țelurilor și resurselor (principiul *perspectivei*);
— să țină seama de realizarea în etape a obiectivelor (principiul *etapelor*), în sistemul planificării complexe deosebindu-se obiective pe termen lung, pe termen mijlociu și pe termen scurt;
— să țină seama de gradul de realizare a țelurilor și de factorii de natură probabilistă în formularea obiectivelor și utilizarea resurselor în fiecare etapă (principiul *determinării incomplete*);
— să țină seama de starea inițială și de tendințele fundamentale ale dezvoltării sistemului social-economic, ale progresului tehnico-științific și de alți factori care influențează determinarea căilor de realizare a obiectivelor sale pe termen lung (principiul *continuității*).

S.p.c.e.n. îmbrățișează patru niveluri de planificare: 1. organele supreme de conducere; 2. Comitetul de Stat al Planificării — organul principal al planificării economiei naționale; 3. ministerele și departamentele — organele principale ale planificării de ramură și funcționale și, în U.R.S.S., consiliile de miniștri ale republicilor unionale — organele principale ale planificării teritoriale; 4. uniunile de producție (centralele) și celelalte unități economice — obiectele de bază ale conducerii.

În **s.p.c.e.n.** se îmbină trei categorii de planuri: planul pe termen lung (general) — pe 15 ani; planul pe termen mijlociu (de perspectivă) — pe 5 ani; planul pe termen scurt (curent) ca instrument de corectare și concretizare anuală a planului de perspectivă.

În sistemul planificării complexe legătura dintre aceste categorii de planuri ale economiei naționale se realizează în felul următor: la fiecare cinci ani se elaborează un plan pe termen lung pe 15 ani cu defalcarea pe cincinale; concomitent se elaborează planul cincinal, care concretizează sarcinile planului pe termen lung pe următorii cinci ani, cu defalcarea pe ani; în fiecare an se elaborează cîte un plan anual și bugetul de stat, care corectează sarcinile planului cincinal și, cu o glisare pe un an, se efectuează calculul de corecție al planului cincinal.

O particularitate metodologică a sistemului planificării complexe o constituie realizarea schemei: prognoze—țeluri—programe—plan. Realizarea acestei scheme se asigură în stadiul de formulare a țelurilor, cel mai complet reprezentat în cadrul planului pe termen lung.

Țelurile planului trebuie să cuprindă întregul ansamblu de obiective pe termen lung ale dezvoltării societății și să exprime corelarea lor internă după conținut, în timp, în spațiu, după nivelurile de structură ale sistemului social-economic. O metodă de coordonare a țelurilor este reprezentarea lor sub forma unui arbore al țelurilor, care exprimă subordonările și corelările interne.

Prognozele pentru planurile economiei naționale se realizează la nivelul de ansamblu al statului, la nivelul ramurilor și la nivel regional, cu un orizont de prognoză, care depășește orizontul planului → *Prognoză (în planificarea economiei naționale)*. Lista completă a secțiunilor prognozei generale este determinată de îmbinarea structurii complexelor supuse prognozei și a arborelui țelurilor. În formă generală, ea cuprinde: o parte, de sinteză, care conține caracterizarea generală a dezvoltării țării și a problemelor acestei dezvoltări; prognozele, pe țeluri, care cuprind caracteristicile coordonate ale nivelurilor prognozate ale realizării țelurilor și necesităților de resurse și măsuri de luat; prognozele privind resursele, a căror structură corespunde listei prognozelor complexe.

Stadiul formulării țelurilor se încheie cu *elaborarea concepției planului*. Conținutul său principal îl constituie fundamentarea concretă a recomandărilor privind direcțiile principale ale dezvoltării social-economice pe baza cărora se determină lista programelor complexe. Ca principiu metodologic de elaborare a concepției se utilizează compararea prognozei generale cu țelurile și normativele pe țeluri și cu lista care le realizează, precum și cu indicatorii programelor complexe și cu indicatorii de bază ai planului pe termen lung în ansamblu.

În stadiul preliminar al elaborării planului se determină variantele alternative de realizare a principalelor obiective ale planului (exprimate sub forma unor proiecte de programe). Programele nu epuizează planul unitar în ansamblu nici ca volum și nici după conținut. Ele concretizează procedeele de realizare a principalelor țeluri și a modificărilor calitative corespunzătoare în structura sistemului social-economic.

În *orientările fundamentale ale planului*, care reprezintă documentul sintetizator al acestui stadiu, pe lîngă indicatorii de program sînt cuprinși indicatori care caracterizează echilibrarea ritmurilor și proporțiile dezvoltării economiei naționale în ansamblu, precum și în profil de ramură și teritorial.

În stadiul final de elaborare a planului se continuă concretizarea căii de dezvoltare alese în proiectul de plan. Sarcina fundamentală în acest stadiu este asigurarea echilibrării programelor și a întregii economii naționale în ce privește resursele, determinarea structurii și dinamicii producției sociale.

În cadrul planului pe termen lung se formulează obiectivele și sarcinile fundamentale ale planului; se stabilește lista programelor complexe pe termen lung (generale) și se prezintă caracteristicile lor fundamentale cu indicarea termenelor, a indicatorilor de program și a consumurilor de resurse necesare; se stabilesc indicatorii dezvoltării economiei naționale, care caracterizează dinamica și structura sa agregată cu defalcarea pe intervale cincinale; se formulează orientările principale ale planului cincinal următor.

Planul cincinal cuprinde: o secțiune de sinteză, în care se prezintă indicatorii, care caracterizează proporțiile legăturilor dintre ramuri și ritmurile de dezvoltare a economiei naționale, inclusiv indicatorii sintetici ai dezvoltării, ai nivelului de trai al populației, ai investițiilor, finanțelor etc.; programele de dezvoltare a economiei naționale — secțiunea programatică în care este cuprinsă caracterizarea programelor pe țeluri și a programelor privind resursele, realizabile în cadrul perioadei de plan date (sau a părților sale); planurile de dezvoltare a unor complexe ale economiei naționale. Pentru fiecare complex pe ramuri și regional se determină producția celor mai importante categorii de produse, volumul investițiilor, asigurarea materială etc. Planul cincinal trebuie să cuprindă o secțiune specială pentru indicatorii care caracterizează condițiile economice de dezvoltare a economiei în perioada de plan respectivă, nivelurile prețurilor, retribuției, procedeele și modalitățile de formare a fondurilor unităților economice și alte normative economice pe termen lung. Structura secțiunilor planului anual este similară cu structura planului cincinal.

Funcționarea **s.p.c.e.n.** presupune existența unui sistem de informație economică adecvată. Acest sistem trebuie să corespundă nivelurilor stabilite ale planificării economiei naționale și tipurilor de planuri și să asigure fiecărui organ de planificare datele corespunzătoare.

Organizarea structurii sistemului planificării complexe se elaborează pornindu-se de la faptul că forma principală de întocmire și realizare a planului rămîne principiul teritorial și pe ramuri, corespunzător structurii reale a economiei. Pentru verigile cele mai importante, determinante, ale planului poate fi utilizat și principiul conducerii pe programe.

I. R. Leibkind

Software-ul calculatorului electronic. Complex de programe care oferă utilizatorilor și personalului de servire o serie de facilități, ce nu pot fi oferite nemijlocit de mecanismele calculatorului electronic (hardware). Practic, un calculator electronic modern nu poate fi exploatat fără un software corespunzător; elementele sale fundamentale se elaborează, de obicei, în paralel cu elaborarea calculatorului electronic și se livrează clientului odată cu calculatorul (hardware). Calculatorul electronic (hardware) împreună cu software-ul alcătuiesc *sistemul de calcul**. Capacitatea software-ului pentru calculatoarele electronice moderne oscilează de la cîteva zeci de mii pînă la cîteva milioane de cuvinte.

Nucleul software-ului îl constituie *sistemul de operare**. Funcția principală a sistemului de operare constă în organizarea executării unor programe finite. Sistemul de operare îi oferă omului informația cu privire la starea sistemului de calcul; primește comenzile din partea omului; primește fluxul de probleme ce urmează a fi soluționate și planifică ordinea rezolvării lor; asigură legătura dintre programe și seturile externe de date, utilizate de programe ca date inițiale și prezentate ca rezultate; asigură gestiunea bibliotecilor de programe și de date; repartizează diferitelor programe resursele (echipamentele și memoria) calculatorului electronic; asigură (în condiții corespunzătoare) regimul de *multiprogramare** și de divizare a timpului*.

Nivelul următor al software-ului îl constituie complexele de programe, care asigură, fiecare, un anumit sistem de utilizare a calculatorului electronic. Să examinăm cîteva dintre aceste complexe:

1. complexul de programe care oferă programatorilor posibilitatea de a întocmi și de a pune la punct noi programe, utilizînd diverse limbaje de programare; un astfel de complex conține:

— translatoare (compilatoare), care traduc programele alcătuite în limbaje algoritmice sau în limbaje orientate pe mașină în succesiuni de comenzi (instrucțiuni) mașină;

— programe cu ajutorul cărora se automatizează parțial procesul de elaborare a programelor;

— sisteme de interpretare sau de compilare pentru accesul la *subprograme** și biblioteca de subprograme standard;

2. complexele de programe care realizează un anumit *sistem integrat de prelucrare a datelor*;*

3. complexele de programe care realizează un sistem automat de conducere;

4. complexele de programe care realizează un anumit *sistem de căutare a informației*;*

5. complexele de programe care realizează un anumit sistem de dialog cu utilizatorii. care lucrează la pupitre individuale în regim de *divizare a timpului**;
6. complexele de programe care permit să se formuleze şi să se rezolve cu uşurinţă probleme din diferite domenii ale matematicii calculatorii (algebră liniară, programare matematică etc.).

I. V. Gheronimus

Bibl. 1. C. Germain, *Programming the IBM/360*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1962; 2. *Sistemî s razdeleniem vremeni*, „Mir", 1969.

Software-ul informaţional al sistemelor automatizate de conducere. Ansamblu de metode şi mijloace de selectare, clasificare, păstrare, căutare, actualizare şi prelucrare a informaţiei în cadrul sistemelor automatizate de conducere (SAC). Pe măsura complicării sistemelor automatizate de conducere economică care se elaborează, creşte necontenit problema *metainformaţiei*, adică problema cunoştinţelor cu privire la organizarea informaţiei în cadrul sistemului. Metainformaţia sau informaţia cu privire la informaţie în cadrul sistemului de conducere alcătuieşte conţinutul fundamental al **s.i.** Acesta cuprinde:

— componenţa informaţiei, adică lista unităţilor de informaţie sau a ansamblurilor de informaţie (indicatori, variabile, documente, alte comunicări, necesare pentru rezolvarea complexului de probleme ale sistemului);

— structura informaţiei şi legităţile transformării ei, adică regulile de construire a indicatorilor şi a documentelor, de agregare şi descompunere a unităţilor informaţionale, de transformare a unităţilor de informaţie din cadrul lanţului „intrare-sistem-ieşire";

— caracteristicile circulaţiei informaţiei, adică evaluările cantitative ale fluxurilor de informaţie (volum, intensitate), determinarea circuitelor pe care le parcurg documentele, alcătuirea schemelor de circulaţie a documentelor; caracteristicile de timp ale funcţionării surselor de informaţie, ale culegerii datelor primare, ale utilizării datelor iniţiale, ale duratei de păstrare, învechire şi actualizare a datelor;

— caracteristicile de calitate a informaţiei, adică sistemul de evaluăr, cantitative ale utilităţii, importanţei, exhaustivităţii, actualităţiii exactităţii şi ale altor însuşiri ale informaţiei;

— metodele de transformare a informaţiei, adică metodele de culegere, furnizare, repartizare a informaţiei, metodele de calcul al indicatorilor, schemele de asigurare a informaţiei necesare compartimentelor din cadrul sistemelor de conducere, de pregătire a masivelor de lucru în vederea rezolvării modelelor economico-matematice. Toate aspectele menționate ale **s.i.** se corelează reciproc și într-o anumită măsură se întrepătrund.

S.i. al sistemului de conducere poate fi caracterizat, de asemenea, sub următoarele aspecte: funcțional, structural, transformațional, organizatoric-metodologic.

Aspectul funcțional al descrierii **s.i.** reflectă rolul său în rezolvarea problemelor sistemului de conducere economică și, de aceea, în afara descrierii funcționale nu pot fi reflectate în mod adecvat celelalte laturi ale noțiunii complexe de **s.i.** Se disting următoarele funcții „interne" fundamentale ale sistemului de **s.i.**: urmărire, memorare, prelucrare a datelor și distribuire a acestora. Funcția de urmărire asigură selectarea, transmiterea și primirea informației pentru conducere. În funcție de destinație, de scopurile și posibilitățile sistemelor, urmărirea poate fi: constantă, periodică, operativă, cu întîrziere și în avans (sistemul prognozelor pe termen scurt). Urmărirea presupune existența obiectelor urmăririi, a subiecților urmăririi, a unor emițătoare de informație, a unor canale de transmitere a informației și a unor receptori ai informației. Funcția de memorare este legată în primul rînd de păstrarea informației necesară în toate cazurile în care actele de primire și utilizare a informației în sistemul de conducere nu coincid în timp. Realizarea funcției de memorare presupune: filtrarea informației, adică selectarea datelor primite în conformitate cu nomenclatura fiecărei unități de păstrare a informației; sortarea informației (gruparea datelor în conformitate cu o clasificare adoptată); amplasarea datelor (repartizarea acestora în conformitate cu criteriile lor de clasificare pe masive și submasive); actualizarea informației (înlocuirea sau modificarea informațiilor păstrate în conformitate cu graficul stabilit); căutarea informației (selectarea datelor în urma sortării lor pe grupe sau găsirea informațiilor singulare); prezentarea informației păstrate (organizarea și prezentarea datelor obținute într-o formă cît mai convenabilă pentru utilizator). În sistemele de **s.i.** se pot efectua următoarele tipuri de prelucrare a informației: căutarea informației, inclusiv a celei documentare și cartografice; transformări logice: comparații, grupări și sortări; funcții analitice (în sistemele dezvoltate aceste funcții se îmbină cu funcțiile de calcul și de utilizare a modelelor economico-matematice). În sistemele informaționale economice, pentru organizarea procesului de repartizare a informației, pot fi utilizate *sistemele de repartizare selectivă a informației* (RSI), care au căpătat o mare răspîndire în informatica științifică.

Din punctul de vedere al importanței și complexității lor, ocupă un loc central aspectul *structural* și aspectul *transformațional* al descrierii, legat de primul, întrucît aceste aspecte impun cercetarea și reconstruirea tuturor subsistemelor de semne, forme şi structuri sub care se prezintă informaţia în sistem şi transformările acestora. Acest aspect al descrierii pe probleme şi obiecte coincide întru totul cu studierea limbajului sistemului de conducere, inclusiv următoarele sublimbaje şi componente ale acestuia: clasificarea informaţiei, sistemul de indicatori şi limbajul informaţional, documentaţia, structura masivelor de informaţie care se păstrează, limbajul de comunicare cu sistemul informaţional.

Obiectele cele mai importante ale aspectului transformaţional îl constituie transformările limbajului de conducere economică pe niveluri de conducere şi pe etape, de deplasare a informaţiei de la intrarea la ieşirea sistemului.

Principiile organizatorice-metodologice fundamentale şi cerinţele faţă de elaborarea **s.i.** pot fi reduse la următoarele:

— principiile unităţii metodologice a **s.i.**, adică elaborarea unor subsisteme diferite pe baza unor principii unitare şi asigurarea corelării diferitelor subsisteme de semne, care intră în componenţa **s.i.** (clasificatoare, nomenclatoare, indicatori, formulare de documente); unitatea metodologiei se realizează prin utilizarea conceptului de limbaj al sistemului de conducere economică şi al abordării sistemice în ansamblu;

— principiul sistemic şi al compatibilităţii informaţionale a sistemelor şi elementelor **s.i.**; realizarea acestui principiu înseamnă crearea în cadrul întregului sistem informaţional a unui ansamblu corelat de forme de schimb al informaţiei, de clasificatoare, coduri şi sisteme de coduri, care asigură schimbul permanent de informaţie în verigile *om-maşină* şi *maşină-maşină*;

— principiul tipizării şi al structurii bloc, în conformitate cu care blocurile analoage sub aspect funcţional şi de conţinut ale sistemului informaţional trebuie să fie alcătuite pe baza unor reguli tip unitare şi să fie descrise într-un singur limbaj;

— principiul unificării şi structurării formelor de schimb al informaţiei, inclusiv unificarea, ordonarea, precizarea limbajului de conducere, reducerea numărului de formulare ale documentelor şi, în consecinţă, simplificarea întocmirii şi citirii lor şi reducerea programelor pentru prelucrarea lor mecanizată;

— luarea în considerare a cerinţelor prelucrării mecanizate, adică alegerea purtătorilor de informaţie, atribuirea unei forme tabelare documentelor, convenabilă pentru introducerea în calculatorul electronic, întocmirea în paralel a unor purtători de informaţie etc.;

— principiul integrării prelucrării, adică, înainte de toate, realizarea introducerii o singură dată a informaţiei în sistem în condiţiile utilizării repetate, multifuncţionale a acesteia; sistemul integrat de prelucrare a informaţiei presupune: separarea procedurilor creatoare de cele de rutină; formalizarea procedurilor de rutină sub forma unor algoritmi și programe; centralizarea prelucrării datelor într-o verigă structurală special creată; realizarea și reglementarea schemelor de circulație a documentelor.

V. M. Jerebin

Bibl. 1. M. A. Korolev, *Obrabotka ekonomiceskoi informații na elektronnîh mașinah*, „Ekonomika", 1965; 2. I. I. Cerneak, *Analiz i sintez sistem v ekonomike*, „Ekonomika", 1970.

Spațiu n-dimensional. Mulțimea tuturor vectorilor n-dimensionali pentru care sînt definite operațiile de înmulțire cu numere reale și adunarea *(→ Vector)*. Spațiul liniar n-dimensional în care este definit produsul scalar *(→ Vector)* se numește *spațiu euclidian* n-dimensional și se notează cu simbolul E_n. Aici se examinează spațiul n-dimensional euclidian, deși multe fapte care se menționează aici sînt valabile nu numai în spațiul euclidian. Peste tot, spațiul euclidian n-dimensional este denumit, din motive de economie de spațiu, spațiu n-dimensional sau spațiu E_n. Vectorii n-dimensionali sînt elemente ale spațiului E_n*(→ Mulțime)*. Uneori, elementele spațiului E_n sînt numite punctele sale. Prin urmare, termenii *vector* și *punct* sînt sinonimi.

1. Fie $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_k$ vectori n-dimensionali și $\alpha_1, \ldots, \alpha_k$ numere. Vectorul $\mathbf{y} = \alpha_1\mathbf{x}_1 + \ldots + \alpha_k\mathbf{x}_k$ se numește *combinație liniară* a vectorilor $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_k$ cu coeficienții $\alpha_1, \ldots, \alpha_k$. Se numește *închidere liniară* a vectorilor $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_k$ mulțimea tuturor combinațiilor liniare ale acestor vectori. Colecția (sistemul) de vectori $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_k$ se numește *liniar dependentă* dacă există numere $\alpha_1, \ldots, \alpha_k$, nu toate egale cu zero, astfel ca $\alpha_1\mathbf{x}_1 + \ldots + \alpha_k\mathbf{x}_k = 0$. În caz contrar, colecția de vectori se numește *liniar independentă*. În loc de „colecția de vectori $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_k$ liniar dependentă (liniar independentă)" se spune *„vectorii* $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_k$ *liniar dependenți (liniar independenți)"*. O colecție de vectori conținînd vectorul nul este întotdeauna liniar dependentă. O colecție de vectori este liniar dependentă dacă și numai dacă unul din vectorii din colecție poate fi reprezentat sub forma unei combinații liniare a celorlalți vectori. Dacă o colecție de vectori este liniar independentă, atunci oricare din subcolecțiile sale este de asemenea liniar independentă. În E_n, orice colecție conținînd mai mult decît n vectori este neapărat liniar dependentă. Se verifică ușor că mulțimea vectorilor

$$\mathbf{e}_1 = (1, 0, \ldots, 0),\ \mathbf{e}_2 = (0, 1, 0, \ldots, 0), \ldots, \mathbf{e}_n = (0, \ldots, 0, 1) \tag{1}$$

din spațiul E_n este liniar independentă. Așadar, orice colecție liniar independentă de vectori în E_n conține n sau mai puțini vectori.

O colecție de n vectori liniar independenți se numește *bază* a spațiului E_n, iar numărul de vectori din bază se numește *dimensiune* a spațiului E_n. Prin urmare, dimensiunea spațiului E_n este egală cu n. Baza (1) se numește *bază standard.*

Fie colecția de vectori $\mathbf{f}_1, \ldots, \mathbf{f}_n$ o bază a spațiului E_n. Atunci orice vector $\mathbf{x} \in E_n$ poate fi reprezentat sub forma unei combinații liniare a vectorilor din bază: $\mathbf{x} = \xi_1\mathbf{f}_1 + \ldots + \xi\mathbf{f}_n$; această reprezentare este unică. De aceea, se spune că baza *generează* spațiul E_n deoarece E_n coincide cu închiderea liniară a bazei.

Coeficienții $\xi_1, \ldots, \xi_n$ din reprezentarea vectorului sub formă de combinație liniară a vectorilor bazei $\mathbf{f}_1, \ldots, \mathbf{f}_n$ se numesc *coordonate* ale vectorului $\mathbf{x}$ în raport cu baza $\mathbf{f}_1, \ldots, \mathbf{f}_n$. Întrucît reprezentarea vectorului $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n)$ sub formă de combinație liniară de vectori ai bazei standard $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ are forma $\mathbf{x} = x_1\mathbf{e}_1 + \ldots + x_n\mathbf{e}_n$, componentele (coordonatele) $x_1, \ldots, x_n$ ale vectorului $\mathbf{x}$ nu sînt altceva decît coordonatele acestui vector în raport cu baza standard $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$. În aplicații sîntem interesați să utilizăm baze ale spațiului E_n care nu sînt baze standard și să trecem de la o bază la alta. Datorită acestui fapt, apare necesitatea unor formule care să permită să se exprime coordonatele vectorului în raport cu baza nouă prin coordonatele aceluiași vector în raport cu baza veche.

Pentru început, să examinăm un important caz particular adeseori întîlnit în programarea liniară, cînd trecerea la baza nouă se realizează prin înlocuirea în baza veche numai a unui vector. Fie $\mathbf{f}_1, \ldots, \mathbf{f}_{i-1}, \mathbf{f}_i, \mathbf{f}_{i+1}, \ldots, \mathbf{f}_n$ o bază în E_n și fie că vectorul $\mathbf{f}_i$ trebuie înlocuit cu vectorul $\mathbf{g} = \tau_1\mathbf{f}_1 + \ldots + \tau_{i-1}\mathbf{f}_{i-1} + \tau_i\mathbf{f}_i + \tau_{i+1}\mathbf{f}_{i+1} + \ldots + \tau_n f_n$, pentru care $\tau_i \neq 0$ (dacă $\tau_i = 0$, atunci, evident, colecția $\mathbf{f}_1, \ldots, \mathbf{f}_{i-1}, \mathbf{g}, \mathbf{f}_{i+1}, \ldots, \mathbf{f}_n$ este liniar dependentă și, de aceea, nu poate fi o bază). Fie că vectorul $\mathbf{x} \in E_n$ are coordonatele $\xi_1, \ldots, \xi_{i-1}, \xi_i, \xi_{i+1}, \ldots, \xi_n$ în raport cu baza veche $\mathbf{f}_1, \ldots, \mathbf{f}_{i-1}, \mathbf{f}_i, \mathbf{f}_{i+1}, \ldots, \mathbf{f}_n$ și coordonatele $\eta_1, \ldots, \eta_{i-1}, \eta_i, \eta_{i+1}, \ldots, \eta_n$ în raport cu baza nouă $\mathbf{f}_1, \ldots, \mathbf{f}_{i-1}, \mathbf{g}, \mathbf{f}_{i+1}, \ldots, \mathbf{f}_n$. Atunci noile coordonate se exprimă prin cele vechi astfel (ceea ce se verifică ușor): $\eta_j = \xi_j - \frac{\xi_i}{\tau_i}\tau_j, j=1, \ldots, i-1, i+1, \ldots, n$; $\eta_i = \frac{\xi_i}{\tau_i}$ (→ formulele pentru coordonatele planului nou în *Metoda simplex).*

În cazul general, atunci cînd $\mathbf{f}_1, \ldots, \mathbf{f}_n$ este o bază a spațiului E_n, dacă $\mathbf{g}_j = \tau_{1j}\ \mathbf{f}_1 + \ldots + \tau_{nj}\mathbf{f}_n$ $(j=1, \ldots, n)$ și dacă matricea $\mathbf{T}=(\tau_{ij})$, $i, j=1, \ldots, n$ este nedegenerată, colecția de vectori $\mathbf{g}_1, \ldots, \mathbf{g}_n$ este liniar independentă și, în consecință, formează o nouă bază în spațiul E_n. Și reciproca este adevărată: dacă $\mathbf{g}_1, \ldots, \mathbf{g}_n$ este o bază, atunci matricea $\mathbf{T}$ este nedegenerată. Matricea **T** se numește matrice de trecere de la baza $\mathbf{f}_1, \ldots, \mathbf{f}_n$ la baza $\mathbf{g}_1, \ldots, \mathbf{g}_n$. Coordonatele $\xi_1, \ldots, \xi_n$ ale vectorului **x**, în raport cu baza $\mathbf{g}_1, \ldots, \mathbf{g}_n$ sînt legate de coordonatele $\eta_1, \ldots, \eta_n$ ale vectorului în raport cu baza $\mathbf{g}_1, \ldots, \mathbf{g}_n$ prin următoarele egalități: $\xi_i = \sum_{j=i}^{n} \tau_{i,j} n_j$ $(i=1, \ldots, n)$ sau $\begin{pmatrix} \xi_1 \\ \cdots \\ \xi_n \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} \eta_1 \\ \cdots \\ \eta_n \end{pmatrix}$, de unde rezultă că $\begin{pmatrix} \eta_1 \\ \cdots \\ \eta_n \end{pmatrix} = T^{-1} \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \cdots \\ \xi_n \end{pmatrix}$.

Baza $\mathbf{f}_1, \ldots, \mathbf{f}_n$ în E_n se numește *ortogonală* dacă $(\mathbf{f}_i, \mathbf{f}_j) = 0$, unde $i \neq j$ și $i, j = 1, \ldots, n$. Baza $\mathbf{f}_1, \ldots, \mathbf{f}_n$ în E_n se numește *ortonormată* dacă $(\mathbf{f}_i, \mathbf{f}_j) = 0$ și $|\mathbf{f}_i| = 1$, $i \neq j$, $i, j = 1, \ldots, n$.

Evident că baza standard $e_1, \ldots, e_n$ este ortonormată.

2. O mulțime nevidă de vectori din E_n se numește *subspațiu* R al spațiului E_n, dacă $\mathbf{x} \in R$ și $\mathbf{z} \in R$, α și β fiind numere reale oarecare; atunci $\alpha\mathbf{x} + \beta\mathbf{z} \in R$. De aici rezultă că un subspațiu conține neapărat vectorul nul și odată cu vectorii săi și toate combinațiile liniare ale acestora. Evident că o mulțime constînd numai din vectorul nul, precum și întregul spațiu E_n sînt subspații. Aceste subspații se numesc *improprii*, toate celelalte subspații numindu-se subspații *proprii* ale spațiului E_n. O colecție conținînd numărul maxim de vectori liniar independenți din R se numește bază a subspațiului R, iar numărul maxim ca atare — dimensiunea subspațiului R. Un subspațiu propriu poate avea dimensiunea de la 1 la $n-1$ inclusiv. Dimensiunea subspațiului impropriu este fie egală cu zero (cazul subspațiului nul), fie n (cazul $R = E_n$). Orice vector **x** din R este reprezentat sub forma combinației liniare a vectorilor bazei subspațiului R și această reprezentare este unică pentru vectorul **x**. De aici rezultă că subspațiul este închiderea liniară a vectorilor din baza sa. Intersecția oricărui număr de subspații este un subspațiu al spațiului E_n. Mulțimea tuturor vectorilor spațiului E_n ortogonali față de subspațiul R (adică ortogonali față de oricare vector din subspațiul R) se notează cu simbolul $R^{\perp}$ și se numește *complement ortogonal* al spațiului R. Complementul ortogonal al subspațiului R este un subspațiu al spațiului E_n (ceea ce se verifică imediat). E_n este complementul ortogonal al subspațiului nul și invers. Complementul ortogonal al complementului ortogonal al subspațiului R este subspațiul R. Dacă $\mathbf{f}_1, \ldots, \mathbf{f}_k$ este o bază a subspațiului R, iar $\mathbf{h}_1, \ldots, \mathbf{h}_m$ este o bază a complementului său ortogonal $R^{\perp}$, atunci, neapărat, $k + m = n$ și colecția $\mathbf{f}_1, \ldots, \mathbf{f}_k, \mathbf{h}_1, \ldots, \mathbf{h}_k$ este o bază a spațiului E_n. Mulțimea tuturor vectorilor **x**, care satisfac sistemul omogen de ecuații liniare $\mathbf{Ax} = 0$ (→ *Sisteme de ecuații liniare*), este un subspațiu R al spațiului E_n (ceea ce se verifică imediat). Dimensiunea acestui subspațiu este egală cu

$k = n - r$, în care r este rangul matricei **A** (→ *Matrice*). Baza acestui subspaţiu $R^{\perp}$ se numeşte mulţime fundamentală de soluţii a sistemului $\mathbf{Ax} = 0$. Baza complementului ortogonal $R^{\perp}$ formează r linii liniar independente ale matricei **A**. Invers, subspaţiul R este mulţimea tuturor vectorilor **x** care satisfac sistemul omogen de ecuaţii liniare $\mathbf{Ax} = 0$, în care liniile matricei **A** sînt vectori ai bazei complementului ortogonal $R^{\perp}$ al subspaţiului R. În particular, subspaţiul R de dimensiune $n-1$ este mulţimea tuturor vectorilor **x** care satisfac ecuaţia $a_1x_1 + \dots$ $\dots + a_nx_n = 0$, în care vectorul $\mathbf{a} = (a_1, \dots, a_n) \neq 0$ este ortogonal faţă de subspaţiul R.

I. N. Ceremnih

Bibl. 1. A. I. Malţev, *Osnovî lineinoi alghebri*, „Nauka“, 1970; 2. V. A. Ilin, E.G. Pozneak, *Lineinaia alghebra*, „Nauka“, 1974; 3. V. G. Boltianski, *Optimalnoe upravlenie diskretnîmi sistemami*, „Nauka“, 1973.

Stabilitate. Unul din conceptele fundamentale ale ciberneticii, strîns legat de ideea de invarianţă (→ *Invariant*). Un *sistem* poate avea un comportament complicat, dar unele dintre proprietăţile sale pot rămîne neschimbate. În felul acesta, unele enunţuri ale sistemului vor rămîne adevărate, deşi acesta se schimbă continuu. Noţiuni ca *echilibru*, *staţionaritate* etc. sînt înrudite din punct de vedere semantic cu conceptul de s., dar ele au un sens mai restrîns.

Să examinăm cea mai largă definiţie a sistemului stabil. **S.** este un termen behaviorist şi se defineşte în legătură cu cercetarea comportamentului sistemelor. *Linia de comportament* a unui sistem se numeşte stabilă în raport cu o regiune a *spaţiului de fază*, atunci cînd, dacă ea începe în interiorul acestei regiuni, nu o părăseşte niciodată. *Cîmpul sistemului* este stabil în raport cu o regiune dată, dacă toate liniile de comportament care îl alcătuiesc sînt stabile în raport cu această regiune (cîmpul este în întregime inclus în această regiune). Sistemul este stabil în raport cu o regiune dată a spaţiului de fază, dacă cîmpul său este stabil în raport cu această regiune.

Cazul cel mai simplu de stare stabilă a unui sistem este *echilibrul*, acea stare în care sistemul rămîne un timp oricît de îndelungat, dacă nu acţionează factori perturbatori. De exemplu, dacă în momentul t starea sistemului este descrisă de mulţimea de variabile $x_1(t)$, $x_2(t)$, ..., $x_n(t)$, care variază în timp în conformitate cu sistemul de ecuaţii diferenţiale

$$\frac{\mathrm{d}x_i}{\mathrm{d}t} = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad x_i(0) = c_i \qquad (1)$$

$$i = 1, 2, \dots, n,$$

atunci se numește stare de echilibru mulțimea de valori $a_1, a_2, \ldots, a_n$ ale variabilelor, astfel încît

$$f_i(a_1, a_2, \ldots, a_n) = 0, \; i = 1, \; 2, \ldots, n.$$

Aceste valori definesc soluția sistemului (1), reprezentată printr-un punct în spațiul $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$. În absența unor perturbații, sistemul rămîne în starea definită de egalitățile $x_i = a_i$, dacă el s-a aflat în această stare în momentul inițial. Un alt exemplu de comportament stabil este cazul în care comportamentul sistemului se caracterizează printr-un ciclu. Ciclul se formează atunci cînd, în absența unor perturbații, sistemul trece în mod repetat prin aceeași succesiune de stări — *o mulțime stabilă de stări*.

Starea de echilibru (ciclul) a sistemului poate fi stabilă, instabilă sau indiferent stabilă în raport cu o perturbație care acționează asupra sistemului. Prin perturbație se înțelege orice acțiune asupra sistemului, care îl face să treacă dintr-o stare în alta. Rezultatele influenței unei perturbații asupra unui sistem aflat într-o stare de echilibru pot fi diferite. Echilibrul este *absolut stabil* dacă sistemul revine în starea de echilibru, oricare ar fi perturbațiile posibile. Dacă sistemul revine în starea de echilibru, cînd perturbațiile provin dintr-o anumită regiune, atunci echilibrul se numește *stabil în raport cu acea regiune*. Dacă după acțiune sistemul rămîne în starea determinată de perturbație se consideră că sistemul este *indiferent stabil*. În celelalte cazuri sistemul este considerat instabil.

Rezultate clasice, care constituie baza teoriei **s.** ecuațiilor diferențiale, au fost obținute de H. Poincaré și A. M. Leapunov. Pentru evaluarea **s.** sistemelor dinamice au fost propuse și se utilizează pe scară largă diferite criterii: criteriul algebric al lui Raus — Hurwitz, criteriul grafic al lui Mihailov ș. a. În analiza **s.** unor sisteme dinamice de ordin superior caracteristicile de frecvență logaritmice au căpătat o largă răspîndire. Ulterior, au fost elaborate metode de analiză a **s.** sistemelor neliniare (de exemplu, metoda balanței armonice) și a sistemelor nestaționare. Unele dintre aceste metode se utilizează cu succes în analiza **s.** proceselor micro și macroeconomice.

De obicei, un comportament stabil al sistemului este o proprietate utilă, permițînd realizarea anumitor scopuri care îl interesează pe *observator**. Uneori însă este o manifestare indezirabilă a inerției sistemului, limitînd în mod esențial posibilitățile de comandă. De exemplu, **s.** fluxurilor migraționale ale populației dintr-o regiune economică favorizează, pe de o parte, posibilitățile de elaborare a prognozei fluxurilor migraționale; pe de altă parte, această **s.** face ca fluxurile migraționale să fie slab dirijabile, ceea ce frînează în mod considerabil ritmurile de dezvoltare economică a regiunilor cu deficit de forţă de muncă.

S. este o însuşire a întregului sistem, ea neputînd fi atribuită unei părţi separate a acestuia. Dacă reunim mai multe sisteme într-un suprasistem, nu se poate spune că acesta va fi stabil, dacă fiecare parte luată separat este stabilă. Reciproc, prin reunire, mai multe sisteme nestabile pot forma un suprasistem stabil. Mai multe sisteme pot forma un întreg stabil dacă sînt reunite într-un mod şi unul instabil dacă modul de reunire se schimbă.

Un sistem se află în stare de echilibru dacă şi numai dacă fiecare element se află într-o stare de echilibru determinată de celelalte elemente. Acest principiu stă la baza multor definiţii şi modele ale *echilibrului economic**.

A. I. Ciuhnov

Bibl. Osnovî avtomaticeskogo regulirovania, v. I, Maşghiz, 1954. → şi bibl. la *Comandă.*

Statistică economică. Sub acest termen se reuneşte întregul studiu statistic al economiei în ansamblu şi al ramurilor acesteia. În mod corespunzător se disting statistica economică generală şi statistica economică de ramură, care cuprinde studiul statistic al diferitelor ramuri ale economiei — industrie (şi a ramurilor industriei), agricultură, construcţii, transporturi (şi a ramurilor acestora), comerţ ş.a.m.d. Ca disciplină de învăţămînt, statistica economică cuprinde, în unele cazuri, atît prima cît şi a doua parte, în altele — numai partea generală, separîndu-se părţile speciale în discipline de studiu distincte — statisticile de ramură. Uneori, prin **s.e.** se înţelege, în esenţă, *statistica social-economică*, care cuprinde studiul statistic nu numai al fenomenelor economice, dar şi al tuturor celorlalte fenomene sociale — dezvoltarea culturii spirituale, fenomenele cercetate de statistica sănătăţii şi ocrotirea sănătăţii. Un loc deosebit revine în acest context *statisticii populaţiei (statisticii demografice)*, întrucît obiectul ei — populaţia —, fiind purtătoarea tuturor fenomenelor sociale, joacă în acelaşi timp rolul de element esenţial în economie, în care nu numai că formează cea mai importantă forţă de producţie, dar este totodată subiectul întregii activităţi economice.

Structura **s.e.** este determinată de sistemul său de indicatori. O parte extrem de importantă a acestui sistem o formează indicatorii *balanţei economiei naţionale*. Ideea generală a balanţei economiei naţionale constă în reflectarea statistică a reproducţiei în economia naţională după modelul schemelor reproducţiei elaborate de Marx, completate cu o serie de elemente de mare importanţă practică, deduse din aceste scheme şi prezentate cu un grad mai înalt de detaliere. Părţile principale ale balanţei economiei naţionale sînt: produsul social şi repartiţia acestuia, venitul naţional, repartiţia, redistribuirea şi utilizarea lui, circulaţia mijloacelor fixe şi circulante, balanţa muncii. Tot aici, în urma trecerii de la cele două sectoare ale reproducţiei sociale la o serie de ramuri şi activităţi, se încadrează şi sistemul de indicatori ai balanţei statistice a legăturilor dintre ramuri. În schimb, balanţa muncii se apropie de întregul sistem de indicatori ai populaţiei, ai structurii şi mişcării sale şi constituie o verigă de legătură între acesta şi sistemul de indicatori ai reproducţiei economice. În sfîrşit, unul dintre principalele capitole de sinteză ale **s.e.** generale este statistica nivelului de trai şi a bunăstării populaţiei. Aceasta din urmă este alcătuită din statistica veniturilor populaţiei, a volumului şi structurii consumului, a dimensiunilor, structurii şi utilizării fondurilor sociale (pentru ocrotirea sănătăţii, învăţămînt etc.), statistica condiţiilor de locuit şi a serviciilor comunale, statistica sanitară, statistica culturii etc.

S.e. a ramurilor productive studiază producţia, circulaţia şi utilizarea mijloacelor fixe şi circulante (inclusiv investiţiile şi aprovizionarea tehnico-materială), munca, utilizarea şi retribuirea muncii în ramura respectivă, finanţele ramurii, indicatorii calitativi care caracterizează ramura (productivitatea muncii, costurile, cheltuielile specifice, eficienţa fondurilor).

Sursa de informaţie a **s.e.** o constituie *dările de seamă periodice* ale unităţilor economice (întreprinderi industriale, unităţi agricole, întreprinderi comerciale etc.), *recensămintele* şi tot felul de înregistrări speciale.

În prezent, în U.R.S.S., cea mai mare parte a dărilor de seamă este centralizată în sistemul organelor statisticii de stat (Direcţia Centrală de Statistică a U.R.S.S. şi direcţiile centrale de statistică ale republicilor unionale, organele statistice locale); în unele ramuri, sistemul dărilor de seamă este descentralizat pe departamente. Partea fundamentală a sistemului dărilor de seamă o constituie dările de seamă anuale. Dările de seamă din cursul anului cuprind o sferă relativ restrînsă de indicatori.

Rolul recensămintelor în condiţiile economiei socialiste este relativ mic, întrucît informaţia necesară poate fi obţinută prin sistemul dărilor de seamă, îndeosebi a celor anuale. În ţările capitaliste, unde asemenea posibilităţi sînt extrem de limitate, informaţiile principale pentru statistica economică se obţin prin recensăminte.

Printre indicatorii utilizaţi în statistica economică este important să distingem indicatorii în *expresie naturală* şi în *expresie valorică*. Din prima categorie fac parte indicatorii exprimaţi în unitatea de măsură firească pentru obiectul respectiv — ţesăturile în metri, oţelul în tone, tractoarele în bucăţi (sau în unităţi de măsură convenţionale) etc.

Indicatorii valorici se obţin prin evaluare bănească. Fără o asemenea evaluare nu este cu putinţă, printre altele, obţinerea unor caracterizări sintetice, care să îmbrăţişeze produse diferite, mijloace fixe diferite etc. Pentru a se elimina cu acest prilej eventuala influenţă a modificărilor preţurilor în timp, pe lîngă evaluarea în preţuri curente efective, se utilizează evaluarea în preţuri constante (comparabile).

Indicatorii generali ai balanţei economiei naţionale (cu excepţia indicatorilor balanţei muncii) pot fi obţinuţi numai în expresie valorică.

Pentru **s.e.** sînt de mare însemnătate diverse clasificări: a produselor, a ramurilor producţiei, a fondurilor etc. În funcţie de modul de clasificare se pot modifica şi indicatorii **s.e.** De pildă, corelaţia dintre industrie şi agricultură poate fi influenţată de decizia diferită care se poate lua în privinţa locului unde urmează să fie încadrată prelucrarea primară a produselor agriculturii. Fără întocmirea unei serii de nomenclatoare şi clasificări precise, statistica economică nu şi-ar putea soluţiona problemele. În prezent, în legătură cu introducerea tehnicii de calcul electronice, se desfăşoară intense lucrări pentru alcătuirea unor sisteme de coduri, bazate pe aceste clasificări (ale produselor, ale întreprinderilor etc.). Rezultatele **s.e.** se publică, de obicei, sub forma diferitelor culegeri de date statistice. În condiţiile unui sistem al **s.e.**, bine pus la punct, acestea se publică periodic, cele mai importante fiind anuarele statistice. În aceste culegeri sînt cuprinse toate rezultatele fundamentale ale statisticii economice. La anumite intervale de timp se editează diverse culegeri pe ramuri sau publicaţii tematice. De obicei, se publică amănunţit rezultatele diferitelor recensăminte. Din materialele statisticii economice curente (pentru perioade mai mici de un an — luni, săptămîni, trimestre) se publică relativ puţin, întrucît destinaţia lor principală o constituie asigurarea informaţiei necesare diferitelor organe de conducere.

A. I. Boiarski

Bibl. 1. *Kurs ekonomiceskoi statistiki*, Gosstatizdat, 1961; 2. A. I. Gozulov, *Ekonomiceskaia statistika*, „Finansî", 1965; 3. A. I. Ejov, *Organizaţia gosudarstvennoi statistiki v SSSR*, Gosstatizdat, 1957; 4. *Statistika*, Gosstatizdat, 1956; 5. *Statisticeski slovar*, „Statistika", 1965.

Statistică matematică. Disciplină matematică, consacrată metodelor de prelucrare şi analiză a datelor statistice, cu largi posibilităţi de aplicaţie. Datele statistice reprezintă nişte informaţii cu privire la diferite obiecte (fenomene), observate în mod repetat, care alcătuiesc nişte mulţimi omogene. În economie, aceste mulţimi pot fi, de pildă, muncitorii unei întreprinderi industriale, măsurătorile selective ale recoltei de pe un metru pătrat într-o cooperativă agricolă, preţurile mărfurilor de pe piață ş.a.m.d. Obiectul **s.m.** îl constituie latura formală a metodelor de cercetare cantitativă a mulțimilor statistice, făcînd abstracție de natura lor specifică [1]. Dar, pentru a putea aprecia, în fiecare problemă practică, care dintre metodele **s.m.** urmează să fie aplicate, trebuie să cunoaştem împrejurările legate de proveniența mulțimilor cercetate. Concluziile cu privire la legitățile care guvernează fenomenele studiate cu ajutorul **s.m.** se bazează întotdeauna pe un număr de observații *selectiv*, limitat. De aceea, este explicabilă prezumția că aceste concluzii, în cazul unui număr mai mare de observații, ar fi altele. Pentru a fi în stare să exprime judecăți precise şi sigure, **s.m.** se bazează pe *teoria probabilităților**.

Valorile observate ale caracteristicilor unor obiecte omogene variază de la un obiect la altul şi reprezintă nişte mărimi aleatoare. Se numeşte mărime aleatoare sau mărime stochastică orice mărime observată, care variază în cazul repetării complexului general de condiții în care ea apare [2]. Valorilor pe care le capătă mărimea aleatoare le sînt ataşate, în cercetarea ştiințifică, probabilități. Aceste probabilități pot, în anumite împrejurări, să fie calculate în prealabil (de pildă, probabilitatea cîştigului la loterie), ori sînt determinate în procesul observațiilor repetate, dacă complexul general de condiții rămîne acelaşi (de pildă, probabilitatea de a vinde într-o zi, într-o brutărie, o cantitate de pîine care să nu fie mai mică decît o cantitate stabilită în prealabil). Una din problemele fundamentale ale **s.m.** este aceea de a stabili dacă caracteristicile observate variază, în anumite condiții concrete, în mod absolut aleator sau această variație este provocată de anumite cauze, astfel încît probabilitățile valorilor caracteristicilor nu pot fi considerate constante.

1. *Prelucrarea primară a datelor statistice.* Se disting următoarele feluri de variație a caracteristicilor: alternativă (de pildă, dacă un muncitor are o pregătire specială sau nu); discretă (de pildă, numărul persoanelor întreținute de către un muncitor); continuă (de pildă, cîştigul unui muncitor).

Prima etapă a prelucrării datelor statistice este împărțirea colectivității de selecție în grupe, după diverse caracteristici şi calculul numărului de obiecte din fiecare grupă. În felul acesta se obțin seriile de repartiție ale *frecvențelor*, care caracterizează colectivitatea după diferite caracteristici, şi tabelele de repartiție a frecvențelor, *tabelele de corelație*, care caracterizează repartiția de ansamblu a obiectelor colectivității după diferite perechi de caracteristici. Frecvențele absolute, raportate la numărul total de obiecte ale colectivității, reprezintă *frecvențele relative*. Repartiția este caracterizată mai detaliat de *seria de variație*, care reprezintă seria de valori ale caracteristicii, aranjate în ordine crescătoare.

Sumele cumulate succesiv ale frecvențelor în seria de repartiție alcătuiesc *seria cumulată*, care caracterizează *funcția de repartiție* empirică; aceasta arată proporția obiectelor colectivității care au o mărime a caracteristicii mai mică decît o mărime dată. Mai detaliat, această funcție se construiește după seria de variație. Seriile și tabelele de repartiție au o semnificație cognitivă corespunzătoare numai în cazul în care diferitele obiecte, care intră în colectivitățile omogene, sînt independente unul de altul. De aceea, nu are sens să se transforme, de pildă, seria de date cu privire la producția de fontă, legate succesiv între ele pe ani, într-o serie de repartiție, deoarece diferiții ani vor fi în acest caz rupți unul de altul. Analiza seriilor cronologice necesită niște procedee speciale de prelucrare prealabilă [3].

Caracteristicile de sinteză cele mai importante ale repartițiilor într-un eșantion de n obiecte sînt:

$\bar{x}$ — *media aritmetică* a caracteristicii X,

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i, \tag{1}$$

unde

x_i reprezintă valoarea caracteristicii X a obiectului cu numărul i;

s_x — *abaterea medie pătratică:*

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}; \tag{2}$$

r_{xy} — coeficientul de corelație între caracteristicile X și Y:

$$r_{xy} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} t_{x_i} t_{y_i}, \tag{3}$$

unde

$$t_{x_i} = \frac{x_i - \bar{x}}{s_x} \quad \text{și} \quad t_{y_i} = \frac{y_i - \bar{y}}{s_y} \tag{4}$$

reprezintă abaterile normate;

x caracterizează *centrul de repartiție* după caracteristica X;

s_x descrie *împrăştierea* sau *dispersia* în jurul centrului;
r_{xy} arată intensitatea legăturii dintre caracteristicile X şi Y $(-1 \leqslant r_{xy} \leqslant 1)$.

În cazul variaţiei alternative $\bar{x} = p_x$ şi $s_x = \sqrt{p_x(1-p_x)}$, unde p_x reprezintă proporţia obiectelor din eşantion, care posedă caracteristica X.

2. *Curbele de repartiţie şi corelaţia.* În cazul unui volum mare al eşantionului, graficele seriilor de repartiţie (în cazul variaţiei continue) se apropie de nişte curbe netede. Dintre toate tipurile de repartiţie, utilizarea cea mai largă în **s.m.** o are *repartiţia normală**, simetrică, sub formă de clopot. Caracteristica statistică fundamentală — media de selecţie — se repartizează după curba normală, fiind complet definită de doi parametri — media aritmetică $\bar{x}$ şi abaterea standard $s_{\bar{x}} = \frac{s_x}{\sqrt{n}}$, calculate pe baza datelor unui eşantion cu un volum suficient de mare $n(n > 30$ — în cazul repartiţiei normale în *colectivitatea generală*, adică colectivitatea din care se extrage eşantionul, şi $n > 100$ — în cazul unei repartiţii a colectivităţii generale care se deosebeşte nu prea mult de repartiţia normală).

În manualele de statistică şi de **s.m.** se prezintă tabele care caracterizează în detaliu repartiţia normală teoretică, adică cea referitoare la probabilităţi (şi nu la frecvenţe), cu $\bar{x} = 0$ şi $s_x = 1$, în special tabele de *funcţii ale repartiţiei normale a probabilităţilor*, care arată probabilitatea ca valoarea caracteristicii să fie mai mică decît o valoare dată. Repartiţia normală după două caracteristici (suprafaţa de repartiţie), în tabelul în care liniile şi coloanele reprezintă serii repartizate normal, este definită în mod complet cu ajutorul mediilor aritmetice $\bar{x}$ şi $\bar{y}$, prin abaterile medii pătratice s_x şi s_y şi prin coeficientul de corelaţie r_{xy}. În mod analog se defineşte hipersuprafaţa normală de repartiţie după orice număr de caracteristici — parametri $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \ldots, s_x, s_y, s_z, \ldots$, şi $r_{xy}, r_{xz}, r_{yz} \ldots$

Printre alte tipuri de repartiţie, cărora li se subordonează datele statistice, în afară de repartiţia normală, trebuie să menţionăm *repartiţia Poisson** şi *repartiţia binomială**. Sînt cunoscute, de asemenea, ecuaţiile curbelor de repartiţie ale lui Karl Pearson [4]. Parametrii acestor curbe sînt definiţi, spre deosebire de curba normală, nu numai de media aritmetică $\bar{x}$ (momentul iniţial de ordinul întîi) şi media pătratică a abaterilor s_x^2 (momentul centrat de ordinul al doilea), ci şi de momentul centrat de ordinul al treilea $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^3$, legat de asimetria repartiției, și momentul centrat de ordinul al patrulea $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^4$, legat de excesul curbei de repartiție. În repartiția normală momentul de ordinul al treilea este egal cu zero, iar raportul dintre momentul de ordinul al patrulea și pătratul momentului de ordinul al doilea este egal cu 3. Aceasta poate servi ca mijloc pentru verificarea normalității repartiției. În economie, repartiția normală se întîlnește rar. Pentru a utiliza procedeele **s.m.**, bazate pe repartiția normală, se recurge la înlocuirea variabilei, prin care se transformă repartiția respectivă într-o repartiție normală. Astfel, în statistica veniturilor se înlocuiesc unitățile bănești naturale prin logaritmii lor. În acest caz repartiția se apropie de cea normală, caracteristica sintetică fundamentală a repartiției devenind în acest caz nu media aritmetică, ci media geometrică [5]. În *analiza corelației** pentru transformarea unei suprafețe de repartiție asimetrice într-una normală este indicată utilizarea *metodelor neparametrice*. Semnificația acestor metode constă în faptul că o colectivitate statistică este caracterizată după o caracteristică dată, nu prin parametri de tipul (1) și (2), ci prin *cuantile*, adică prin valorile caracteristicii corespunzătoare unor anumite fracțiuni ale termenilor seriei de variație [2]. În repartiția normală, cuantila, corespunzătoare mediei aritmetice $\bar{x}$, va fi *mediana*, care împarte colectivitatea în două părți egale, iar cuantilele corespunzătoare valorilor caracteristicii $\bar{x} - s_x$ și $\bar{x} + s_x$ sînt prima și a cincea sextilă, care despart în cadrul seriei de variație, la stînga și la dreapta, cîte o șesime din termenii acesteia. O jumătate din diferența dintre a cincea și prima sextilă în repartiția normală este aproximativ egală cu s_x.

La cercetarea corelației, transformarea unei suprafețe de repartiție asimetrice într-una normală se realizează prin compararea între ele a cuantilelor caracteristicilor corelate [6]. Fie m_{x_i} și m_{y_i} ($i = 1, 2, ..., n$; n este numărul unităților din eșantion), care reprezintă numerele de ordine ale valorilor caracteristicilor X și Y, aranjate în ordinea lor crescătoare, adică în seriile de variație corespunzătoare.

Sînt ușor de stabilit următoarele egalități aproximative:

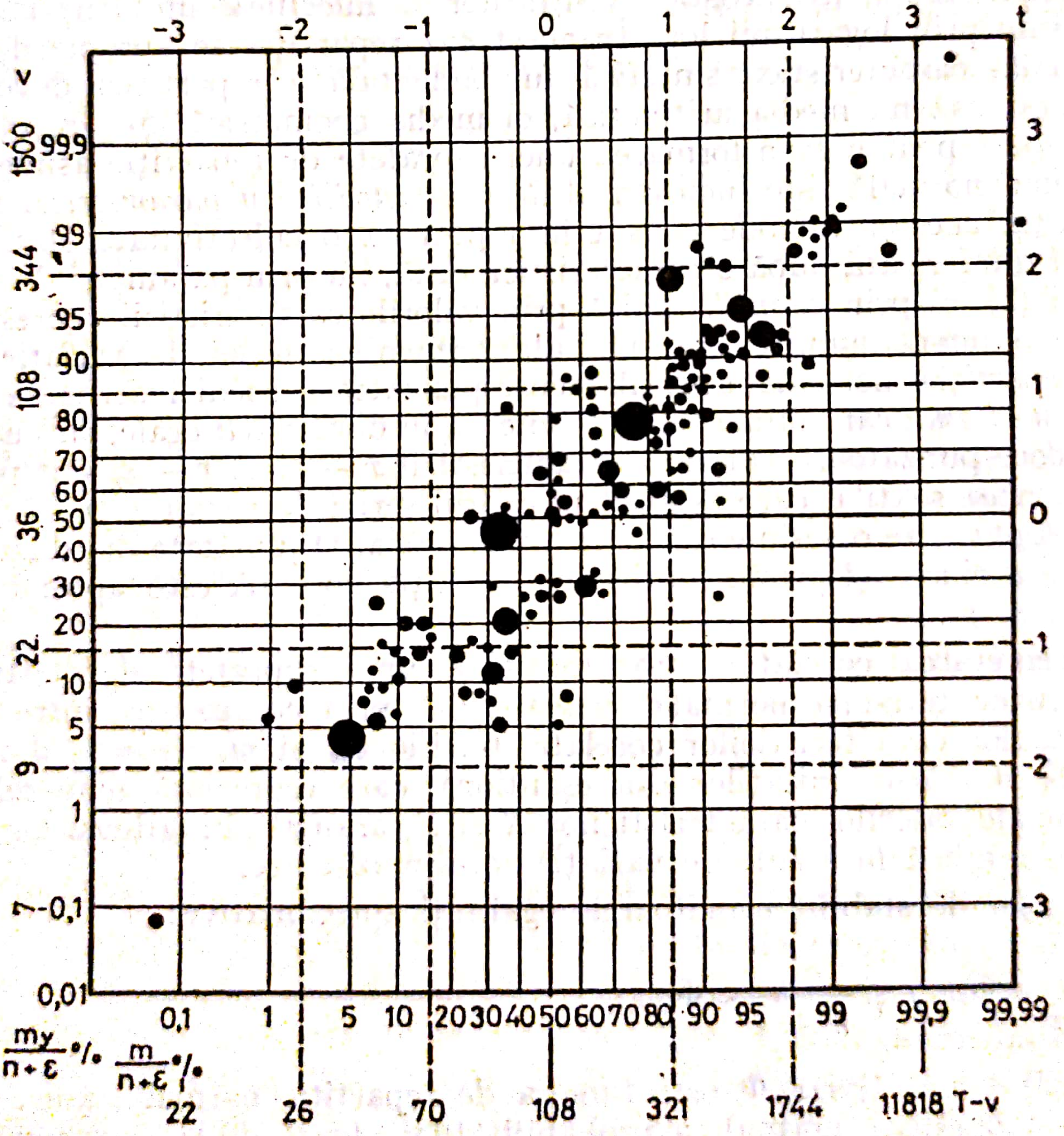
$$\frac{m_{x_i}}{n+\varepsilon} \approx \Phi(t_{x_i}) \text{ și } \frac{m_{y_i}}{n+\varepsilon} \approx \Phi(t_{y_i}), \tag{5}$$

unde $0 < \varepsilon < 1$, iar Φ este funcția de repartiție normală, adică integrala repartiției normale a probabilităților, luată de la $-\infty$ pînă la t.

Dacă există anumite funcții monotone ale valorilor caracteristicilor examinate, care transformă suprafața de repartiție dată într-una normală, atunci coeficientul acestei *corelații normalizate*, r_f, conform formulelor (3)—(5), este definit de formula aproximativă:

$$r_f = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} \Phi^{-1}\left(\frac{m_{x_i}}{n+\varepsilon}\right) \cdot \Phi^{-1}\left(\frac{m_{y_i}}{n+\varepsilon}\right), \tag{6}$$

unde Φ^{-1} este funcția inversă a lui Φ, care se determină cu ajutorul tabelelor de repartiție normală a probabilităților.



Verificarea transformării suprafeţei de repartiţie într-una normală se poate face prin reprezentarea valorilor t_x şi t_y pe o diagramă sau a valorilor iniţiale ale caracteristicilor X şi Y pe o reţea de variaţie dublă (→ fig. de la p. 640).

În tab. 1 se prezintă repartiţia întreprinderilor industriale din S.U.A. în anul 1929 după fondul de salarii (v) şi după diferenţa dintre suma preţurilor de producţie şi fondul de salarii ($T-v$). Valorile v şi $T-v$ sînt date în mii de dolari; întreprinderile — în zeci.

Coeficientul de corelaţie r_f, calculat după formula (6), este egal cu 0,9 (dacă coeficientul de corelaţie normală este egal cu 0, nu există legătură; dacă el este egal cu 1, între caracteristicile puse în corelaţie există o relaţie funcţională liniară).

În figură este reprezentată corelaţia normalizată dintre fondul de salarii v, în mii de dolari, şi suma preţurilor de producţie după scăderea salariilor $T-v$, în mii de dolari. Suprafeţele cerculeţelor sînt date proporţional cu numărul de întreprinderi din ramură. Mărimile m_x şi m_y sînt date în procente din numărul de unităţi din colectivitate ($n+\varepsilon$).

Tab. 1

$T-v$ v	pînă la 1000	1001—2000	2001 şi peste	Total
	întreprinderi			
401 şi peste	2	43	110	155
201—400	312	319	22	653
pînă la 200	6416	6	—	6422
Total	6730	368	132	7230

Formula (6) poate fi aplicată, de asemenea, pentru determinarea coeficientului de *corelaţie a rangurilor*, în cazurile în care caracteristicile comparate variază calitativ, astfel încît în privinţa lor se pot face numai aprecieri de genul „mai mare" sau „mai mic". De pildă, corelaţia dintre aprecierile organoleptice ale calităţii unui produs finit făcute prin degustare şi regiunile de producţie a materiei prime, aranjate într-o anumită ordine.

Tabelele de corelaţie (diagramele prin puncte — cîmpurile de corelaţie) de tipul celui reprezentat în figură — constituie materialul de bază supus prelucrării la determinarea legăturilor dintre caracteristicile studiate. Aceste legături se caracterizează prin ecuații de regresie sau, după o terminologie mai exactă, prin ecuații de corelație [7]. Dacă corelația este apropiată de cea normală (sau se reduce la aceasta, după cum am arătat mai sus), ecuația de regresie este liniară; parametrii ecuației în cazul existenței unei relații între cele două caracteristici X și Y se determină lesne prin valorile $\overline{x}$, $\overline{y}$, s_x, s_y și r_{xy} pe baza formulelor (1)—(4), și anume:

$$y = \overline{y} + r_{xy} \frac{s_y}{s_x} (x - \overline{x});$$

r_{xy} se numește uneori *coeficient de corelație liniară.*

În cazul *corelației multiple** și al *analizei factoriale**, o caracteristică-*proprietate* se examinează în legătură cu mai multe caracteristici-*factori*. Coeficienții din cadrul ecuațiilor liniare de regresie, care leagă caracteristica-proprietate de anumite caracteristici-factori ale acesteia, se calculează pe baza mediilor aritmetice, a mediilor abaterilor pătratice și a unor coeficienți speciali de *corelație parțială*. Aceștia din urmă trebuie să caracterizeze intensitatea legăturii dintre caracteristica-proprietate și caracteristica-factor în cazul în care valorile tuturor celorlalte caracteristici rămîn neschimbate. Coeficientul de corelație parțială se calculează pe baza coeficienților de corelație simplă, în care scop pentru un număr de caracteristici M este necesar să avem $\dfrac{M(M-1)}{2}$ tabele de corelație.

De pildă, coeficientul de corelație parțială dintre caracteristicile Y și X, în cazul în care valorile caracteristicii Z rămîn neschimbate, se determină cu ajutorul formulei:

$$r_{yx\cdot z} = \frac{r_{yx} - r_{yz} \cdot r_{xz}}{\sqrt{(1 - r_{yz}^2)(1 - r_{xz}^2)}}.$$

Calculele se ușurează extrem de mult în cazul în care se utilizează polinoamele lui Cebîșev [8].

Atunci cînd caracteristicile comparate depind de anumite cauze generale, caracteristica-factor și caracteristica-proprietate își pot schimba locurile între ele. Apar, așadar, două linii de regresie, care se deosebesc între ele.

3. *Metoda celor mai mici pătrate.* În ecuațiile de regresie, coeficienții se pot obține și prin metoda celor mai mici pătrate, utilizată și în calculul mediei aritmetice. În seria de variație, media aritmetică reprezintă

o mărime caracterizată prin faptul că suma pătratelor abaterilor celorlalți termeni ai seriei față de ea este mărimea cea mai mică în comparație cu oricare altă mărime. La determinarea dependenței caracteristicii-proprietate respective de o altă caracteristică-factor, în cazul corelației normale se trasează pe cîmpul de corelație (pe diagrama prin puncte) o dreaptă între puncte, în așa fel încît suma pătratelor abaterilor punctelor de la dreaptă să fie minimă. Metoda celor mai mici pătrate reprezintă un caz particular al metodei verosimilității maxime, atunci cînd repartițiile caracteristicilor studiate sînt normale [9].

În cercetarea legăturilor dintre caracteristici, din care una este un efect al altor caracteristici-factor, metoda celor mai mici pătrate are o interpretare logică clară și permite să se obțină rezultate tot atît de precise pe baza datelor statistice ca și cele obținute în condițiile unor experiențe științifice speciale.

Problema care se rezolvă prin metoda celor mai mici pătrate constă în a determina coeficienții constanți A, B, i ..., D în ecuația:

$$Z = Af_1 + Bf_2 + \dots + Df_N, \tag{7}$$

unde Z este caracteristica-proprietate studiată, iar f_1, $f_2, \dots, f_N$ — funcții cunoscute de caracteristicile-factori $X, Y, \dots, W$, luate în considerație de către cercetător. Numărul caracteristicilor (factorilor) luate în considerație poate să nu fie egal cu numărul termenilor N din partea dreaptă a ecuației (7).

Numărul de observații (de obiecte observate) se presupune a fi cu mult mai mare decît N. Ecuația (7) este liniară în raport cu coeficienții de regresie $A, B, \dots, D$.

Dacă respectăm cele două condiții menționate mai jos, ecuația (7) va reprezenta o formă precisă de dependență a proprietății Z de factorii luați în considerație X, $Y, \dots,$ W în cazul unor valori constante ale tuturor factorilor neluați în considerare (egali tocmai cu mediile aritmetice ale valorilor lor efective constatate în timpul observațiilor). Prima condiție: în ecuația (7) trebuie să fie incluși toți acei factori ce exercită o influență asupra proprietății studiate, care se află în corelație cu X, $Y, \dots, W$; a doua condiție: factorii multipli, care influențează asupra proprietății studiate, neluați în considerare de către cercetător, trebuie să fie supuși unei variații relativ mici pentru a se putea presupune, în cadrul limitat dat, o dependență liniară a proprietății studiate față de acești factori neluați în considerare. Condiția a doua este condiția obișnuită de omogenitate, cerută în s.m. colectivităților statistice.

În cazul respectării acestor două condiţii se demonstrează că parametrii A, B, ..., D ai ecuaţiei (7) se determină prin următorul sistem de *ecuaţii normale* [6]:

$$\Sigma Z_i f_{1i} = A\Sigma f_{1i}^2 + B\Sigma f_{2i} f_{1i} + \ldots + D\Sigma f_{Ni} f_{1i},$$

$$\Sigma Z_i f_{2i} = A\Sigma f_{1i} f_{2i} + B\Sigma f_{2i}^2 + \ldots + D\Sigma f_{Ni} f_{2i}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\Sigma Z_i f_{Ni} = A\Sigma f_{1i} f_{Ni} + B\Sigma f_{2i} f_{Ni} \ldots + D\Sigma f_{Ni}^2,$$

$i = 1, 2, \ldots, n$, unde n este numărul de unităţi din eşantion.

Acelaşi sistem de ecuaţii normale se obţine nemijlocit cu ajutorul metodei celor mai mici pătrate prin reducerea la minim a expresiei:

$$\Sigma[Z_i - (Af_{1i} + Bf_{2i} + \ldots + Df_{Ni})]^2 = \min,$$

în care A, B, ..., D se consideră ca variabile.

Este necesar să explicăm semnificaţia primei dintre condiţiile, expuse mai sus, de eficienţă a cercetărilor prin metoda celor mai mici pătrate. Uneori, seriile de care dispune cercetătorul, deşi se deosebesc între ele, în esenţă se referă la una şi aceeaşi caracteristică. De pildă, numărul muncitorilor din întreprinderi într-o anumită lună poate fi caracterizat cu ajutorul datelor atît de la începutul, cît şi de la sfîrşitul lunii. Corelaţia ridicată care există între două asemenea serii se numeşte *coliniaritate*, iar între mai multe asemenea serii — *multicoliniaritate.*

Fireşte că la determinarea influenţei numărului muncitorilor asupra indicatorilor activităţii întreprinderii este suficient să se ia în calcul numai una din seriile de indicatori privind numărul muncitorilor — fie de la începutul lunii, fie de la sfîrşitul lunii. Este răspîndită regula formală de a exclude din cercetare unul sau mai multe dintre argumentele legate între ele, atunci cînd corelaţia dintre acestea şi argumentul rămas este mai mare de +0,8. Potrivit primei condiţii, trebuie să se procedeze în acest mod numai atunci cînd cercetătorul consideră că aceasta nu va afecta esenţa problemei pe care o examinează.

Metoda celor mai mici pătrate se dovedeşte extrem de eficientă cu ocazia cercetării calităţii producţiei industriale în funcţie de factorii care o determină, pe baza datelor statistice privind controlul curent al calităţii producţiei.

4. *Estimările parametrilor repartiţiilor teoretice.* Frecvenţele relative, mărimile medii, coeficienţii de regresie ş.a.m.d. care se calculează pe baza observaţiilor statistice prezintă interes pentru specialiştii care-şi desfăşoară activitatea în domeniul operativ şi în cel al cercetării ştiin-

țifice în diverse ramuri ale cunoașterii, precum și pentru istorici. Din punctul de vedere al **s.m.** însă, „mulțimea observațiilor este interpretată întotdeauna ca un eșantion aleator din colectivitatea generală" [9; p. 173]. „Frecvența evenimentului este în acest sens doar o estimare pentru probabilitatea evenimentului, iar media empirică (media de sondaj) este o estimare pentru... speranța matematică ... În acest mod s-a conturat în momentul de față convingerea cu privire la necesitatea elaborării unei **s.m.** pe baza teoriei probabilităților" [2; p. 12]. Indicatorii prezentați mai sus (frecvențe, medii ș.a.m.d.), bazați pe sondaje din colectivitățile generale, reprezintă niște funcții de valorile observate ale unor mărimi aleatoare și sînt ele însele niște mărimi aleatoare. Aceste funcții se numesc adeseori *statistici* sau *estimații statistice* ale parametrilor repartițiilor teoretice.

Estimațiile statistice se disting după modul cum ele aproximează parametri teoretici necunoscuți. Astfel, abaterea medie pătratică a mărimilor observate de la media aritmetică de sondaj s_x^2, calculată după formula (2), diminuează în mod sistematic parametrul corespunzător din colectivitatea generală — *dispersia*. De aceea, s_x^2 se înmulțește cu un coeficient supraunitar $\frac{n}{n-1}$ și se obține așa-numita estimație *nedeplasată* a dispersiei. Dacă în cazul creșterii volumului eșantionului estimația statistică tinde (în sens probabilist) către parametrul estimat, ea se numește *consistentă*. Pentru o estimație consistentă este importantă de asemenea *eficiența* ei, adică viteza de apropiere asimptotică de parametrul căutat. Media aritmetică de sondaj în cazul unei repartiții normale este o estimație nedeplasată, consistentă și asimptotic eficientă a speranței matematice.

Estimațiile statistice, fiind mărimi aleatoare, au funcții de repartiție, calculate teoretic. Mediile de sondaj, în cazul unui volum destul de mare al eșantionului, se repartizează întotdeauna după o curbă normală cu o dispersie aproximativ egală cu $\frac{s_x^2}{n-1}$. În cazul unor eșantioane mici, de la 2 pînă la 20 unități, extrase dintr-o colectivitate cu o repartiție normală, a cărei dispersie nu este cunoscută, se utilizează repartiția specială a lui *Student*. Tabele ale acestor repartiții, precum și ale altor repartiții teoretice, sînt reproduse în manualele de **s.m.**

În aprecierea parametrilor colectivității generale pe baza estimațiilor statistice după o anumită regulă statistică *(criteriu)* se admite o probabilitate maximă de eroare a cercetătorului α. Această probabilitate se numește *nivel* sau *prag de semnificație*. De pildă, în cazul în care $\alpha = 0{,}01$, cercetătorul riscă în aprecierile sale să respingă o ipoteză corectă în medie o dată din o sută de aprecieri. În funcţie de importanţa problemei cercetate, nivelul de semnificaţie este dus pînă la 0,001 şi chiar mai departe. Probabilitatea complementară pînă la o unitate, $1 - \alpha$, poartă denumirea de *coeficient de încredere.*

În conformitate cu nivelul de semnificaţie se stabilesc *limitele de încredere,* în care, apreciind după estimaţiile statistice obţinute, trebuie să se afle parametrul căutat al colectivităţii generale. Aceste limite sînt cu atît mai înguste cu cît este mai mare numărul unităţilor din eşantion. În tabelele repartiţiilor teoretice ale estimaţiilor statistice figurează nu volumul eşantionului, ci *numărul gradelor de libertate,* egal cu numărul unităţilor din eşantion minus numărul legăturilor, cărora li se subordonează acestea. Astfel, în cazul utilizării tabelului de repartiţie Student pentru mediile aritmetice din eşantioanele mici de volum n se ia numărul gradelor de libertate egal cu $n - 1$, întrucît în calculul mediei aritmetice suma termenilor eşantionului este o legătură obligatorie între ele.

5. *Verificarea statistică a ipotezelor.* Printre ipotezele care pot fi formulate cu ocazia analizei datelor statistice, cel mai simplu se formulează *ipoteza nulă.* De pildă, în cazul comparării a două medii aritmetice de sondaj, ipoteza nulă constă în presupunerea că diferenţa dintre mediile de sondaj a fost o consecinţă numai a caracterului aleator al eşantioanelor. Ipoteza nulă este respinsă dacă diferenţa dintre medii depăşeşte limitele de încredere corespunzătoare nivelului de semnificaţie adoptat de cercetător.

Într-o serie de probleme, la compararea repartiţiei empirice a frecvenţelor cu repartiţia teoretică, se utilizează criteriul χ^2. Potrivit acestui criteriu se calculează diferenţa dintre frecvenţele efective şi frecvenţele teoretice, se raportează pătratele acestor diferenţe la frecvenţele teoretice, iar rapoartele se însumează. Dacă probabilitatea mărimii obţinute sau a mărimii mai mari χ^2 este neînsemnată (este mai mică decît nivelul de semnificaţie adoptat), atunci ipoteza că la baza repartiţiei efective a frecvenţelor se află repartiţia teoretică presupusă se respinge.

Tab. 2

Caracteristica Grupa	Prezenţa caracteristicii studiate	Absenţa caracteristicii studiate	Total
Grupa 1	k_1	m_1	n_1
Grupa 2	k_2	m_2	n_2
TOTAL	k	m	n

Exemplul cel mai simplu de aplicare a criteriului χ^2 este analiza așa-numitului *tabel de conjugare a caracteristicilor* 2×2, cînd se compară datele tabelului de frecvenţe observate (tab. 2) cu frecvenţele teoretice (tab. 3).

Tab. 3

Caracteristica / Grupa	Prezenţa caracteristicii studiate	Absenţa caracteristicii studiate	Total
Grupa 1	kp	mp	n_1
Grupa 2	kq	mq	n_2
TOTAL	k	m	n

$$\text{Aici } p = \frac{n_1}{n} \text{ şi } q \frac{n_2}{n}\,;\ p + q = 1;$$

$$\chi^2 = \frac{(k_1 - kp)^2}{kp} + \frac{(k_2 - kq)^2}{kq} + \frac{(m_1 - mp)^2}{mp} + \frac{(m_2 - mq)^2}{mq}\,.$$

Pentru aplicarea criteriului χ^2 este necesar să avem un număr suficient de observaţii. Unii autori consideră că cea mai mică dintre valorile teoretice (într-o rubrică a tabelului) nu trebuie să fie mai mică de 10. În cazul unui volum mic al eşantionului ($n \leqslant 25$) se utilizează tabele speciale ale repartiţiei hipergeometrice [10]. Ele arată probabilitatea de a obţine tabelul empiric respectiv sau un tabel care se abate mai mult de la cel teoretic. Dacă probabilitatea obţinută va fi mică, aceasta înseamnă că repartiţia frecvenţelor pe rubricile tabelului empiric nu este aleatoare, ci este determinată de anumite cauze (ipoteza nulă se respinge).

Problemele de acest gen se examinează într-un capitol special al s.m., care poartă denumirea de *analiză dispersională**.

Complicarea în continuare a verificării statistice a ipotezelor este legată de posibilitatea de a greși, respingînd o ipoteză adevărată sau admiţînd o ipoteză care nu se realizează în realitate. În acest caz se utilizează noţiunea specială de putere a testului, care reprezintă probabilitatea de a respinge o ipoteză falsă, dacă există una adevărată.

Una din soluţiile problemei cu privire la numărul necesar de observaţii ne-o dă așa-numita *analiză secvenţială* [11], care are o largă aplicare la controlul calităţii produselor. Numărul de unităţi din eşantion nu se stabileşte în prealabil, ci se testează în mod aleator o unitate după alta, pînă în momentul în care se stabileşte, cu un nivel de semnificaţie corespunzător, că întreaga partidă de marfă satisface sau nu satisface din punctul de vedere al calităţii limitele de încredere stabilite.

Metodele s.m. permit ca pe baza datelor statistice fie să se ajungă la concluzii pe deplin determinate, fie să se constate insuficienţa numărului de observaţii [12]. Rigurozitatea concluziilor se asigură prin organizarea corectă a alegerii aleatoare a observaţiilor şi prin extinderea concluziilor obţinute numai asupra acelor condiţii care au avut loc în cazul observaţiilor alese.

A. A. Konüs

Bibl. 1. B. I. Karpenko, *Razvitie matematiko-statisticeskih idei*, Ed. Inst. Politehnic din Leningrad, 1967; 2. B.L. van der Waerden, *Mathematische Statistik*, Springer, 1957; 3. N.S. Cetverikov, *Statisticeskie i stohasticeskie issledovania*, Gosstatizdat, 1963; 4. Harald Cramér, *Mathematical Methods of Statistics*, Princeton, University Press, 1946; 5. P.P. Maslov, *Trudovîie sberejenia i raspredelenie dohodov*, „Isvestia A.N. S.S.S.R.", Otdelenie ekonomiki i prava, nr. 1, 1947; 6. A. A. Konüs, *Issledovanie korreleaţii, privodimîh k normalnomu tipu*, *„Voprosî statisticeskovo izmerenia sveazei"*, Gosplanizdat, 1950; 7. V. S. Nemcinov, *Izbrannîie proizvedenia*, v. 2, *Selskohozeaistvennaia statistika s osnovami obşcei teorii*, „Nauka", 1967; 8. V. S. Nemcinov, *Izbranîie proizvedenia*, v. 1, *Polinomî Cebîşeva i matematiceskaia statistika*, „Nauka", 1967; 9. A. Hald, *Statistical Theory with Engineering Applications*, John Wiley and Sons, 1952; 10. L. N. Bolşev, N. V. Smirnov, *Tabliţî matematiceskoi statistiki*, Centrul de calcul al Academiei de Ştiinţe a U.R.S.S., 1968; 11. V. F. Krapivin, *Tabliţî raspredelenie Walda*, „Nauka", 1965; 12. N. K. Drujinin, *Osnovnîe matematikostatisticeskie metodî v ekonomiceskih issledovaniah*, „Statistika", 1968.

Staţionaritate. Proprietatea caracteristicilor unui proces de a fi constante în timp. Prin s. unui *proces stochastic** $\eta(t)$ (t luînd fie valori întregi, fie toate valorile reale) se înţelege independenţa repartiţiei comune a probabilităţilor oricărui eşantion al său $(t_1), \ldots, \eta(t_n)$ în raport cu deplasarea momentelor de timp $t_1, \ldots, t_n$ cu o constantă τ: $t_1 \rightarrow t_1 + \tau, \ldots, t_n + \tau$. Adeseori, pentru desemnarea acestei proprietăţi se utilizează termenul de s. *în sens restrîns*, prin s. *în sens larg* înţelegîndu-se independenţa faţă de deplasarea în timp numai a speranţei matematice (momentul de ordinul întîi) $M\eta(t) = m$ şi a momentelor de ordinul al doilea $M\eta(+_1)\eta(t_2)$ (în cazul vectorial se subînţelege matricea cu elementele $M\eta(t_1)\eta(t_2)$). Teoria matematică a proceselor staţionare în sens larg cercetează numai proprietăţile funcţionalelor liniare în η, iar pentru procesele staţionare în sens restrîns aceste rezultate se extind asupra oricăror funcţionale. Principalele rezultate ale teoriei: aflarea şi *studierea reprezentărilor spectrale* ale proceselor, determinarea condiţiilor de *ergodicitate**, adică a posibilităţii de a se reconstitui proprietăţile statistice ale unui proces, dată fiind una dintre realizările sale; elucidarea condiţiilor de *regularitate*, adică ale absenţei dependenţei funcţionale a mărimilor aleatoare $\eta(t)$; cercetarea problemelor *celei mai bune prognoze;* teorema limită centrală potrivit căreia suma centrată şi normată (în condiţii determinate) $\xi_n = n^{-1/2} \times \left(\sum_{k=1}^{n} \eta(t+k\tau) - mn\right)$ se supune pentru $n \to \infty$ *legii de repartiţie a lui Gauss.* **S.** are o importanţă deosebită atunci cînd în problemele de stabilire a unor strategii optime există o *nedeterminare* apriorică, cînd statistica proceselor accesibile observaţiei este cunoscută incomplet şi ca urmare trebuie reconstituită prin observaţie, ceea ce pentru procesele nestaţionare este imposibil.

B. A. Grişanin

Bibl. 1. B. R. Levin, *Teoreticeskie osnovî statisticeskoi radiotehniki*, „Sovietskoe radio", 1966; 2. I. A. Rozanov, *Staţionarnîie sluceainîe proţessî*, Fizmatghiz, 1963.

Stimulare. Crearea unei cointeresări în îndeplinirea unor anumite funcţii de către elementele unui sistem. Necesitatea **s.** în sistemele cibernetice complexe apare în legătură cu organizarea specifică a conducerii în cadrul lor. În sistemele complexe se controlează în mod centralizat numai parametrii fundamentali, care caracterizează în esenţă sistemul în ansamblu, iar diferitelor elemente ale sistemului (subsistemelor) li se acordă posibilitatea de autodezvoltare în cadrul acestor restricţii, impuse de sistem. În sistemele economice în care predomină proprietatea socială asupra mijloacelor de producţie, această problemă se formulează ca o necesitate de a îmbina planificarea centralizată cu autogestiunea întreprinderilor şi a centralelor, în condiţiile rolului conducător al principiului planificării.

Organizarea conducerii, bazată pe aceste principii, impune „traducerea" semnalelor de conducere ale organului central în limbajul intereselor subsistemului (ceea ce este convenabil societăţii trebuie să fie convenabil şi pentru întreprindere). Prin sistemul de **s.**, interesul social trebuie să se transforme în cointeresarea diferitelor verigi ale sistemului, să fie perceput de acestea ca un interes imanent al verigii locale. În modelele de planificare optimă a economiei naţionale această funcţie de **s.** se urmăreşte în ierarhia criteriilor locale, a subordonării lor pe verticală pînă la criteriul global al economiei naţionale. Criteriul celulei locale apare ca stimulent al funcţionării ei şi, în acelaşi timp, el este formulat de un nivel mai înalt al conducerii.

În economia socialistă se utilizează atît **s.** materială, cît şi **s.** morală. **S.** materială apare ca realizare a legii repartiţiei după cantitatea şi calitatea muncii. Ea îmbracă diferite forme în funcţie de specificul producției și de structurile organizatorice statornicite. Forma principală de s. materială personală este retribuția (în acord și în regie). În afară de aceasta există diverse forme de s. materială (premii bănești, acordarea de înlesniri la repartizarea locuințelor, la prestarea diferitelor servicii etc.). În ultima vreme au început să fie folosite forme de s. pentru rezultatele unor eforturi colective, premiile acordate pentru rezultatele unor eforturi colective (premiile acordate pentru rezultatele activității întregii întreprinderi, premierea în acord etc.). Pe măsura creșterii bunăstării oamenilor muncii și a ridicării nivelului conștiinței lor, crește considerabil rolul s. morale, bazate pe cointeresarea omului în creșterea prestigiului său social. Metodele de s. morală se pretează cu greu la o descriere cantitativă la nivelul modelelor, deoarece numeroase aspecte ale comportamentului social al oamenilor sînt, în principiu, neformalizabile.

N. I. Petrakov

Bibl. 1. N. P. Fedorenko, *O razrabotke sistemî optimalnogo funkționirovania soțialisticeskoi ekonomiki*, „Nauka", 1968; 2. *Soțialisticeskie prințipî hozeaistvovania i effektivnost obșcestvennogo proizvodstva*, „Ekonomika", 1970; 3. *Problemî optimalnogo funkționirovania soțialisticeskoi ekonomiki*, „Nauka", 1972.

Strategie. Orice regulă care prescrie anumite acțiuni în fiecare situație a procesului de adoptare a deciziilor. Mai formal, s. este o funcție de informația existentă la un moment dat, funcție care are valori pe mulțimea de alternative accesibile în momentul respectiv. O asemenea regulă trebuie să cuprindă întregul proces de adoptare a deciziilor și toate cazurile posibile întîlnite cu această ocazie. O regulă nerandomizată de decizie se numește s. *pură*.

Măsura de probabilitate a s. pure se numește s. *mixtă*. S. care prescrie acțiuni ale individului, stochastic independente în diferite momente de timp, se numește s. de *comportament*.

În teoria jocurilor de poziție se aplică și s. mai generale decît s. de comportament. (→ *Teoria jocurilor*).

E. I. Vilkas

Structura listelor. Mod de păstrare a listelor (șirurilor de înregistrări) în memoria calculatorului electronic. Fiecare înregistrare este un ansamblu de mai multe cîmpuri (→ *Reprezentare binară a informației*). În caz de nevoie un anumit număr de cîmpuri se alocă pentru informația necesară în vederea organizării s.l., de pildă pentru păstrarea lungimii înregistrării, a semnificației criteriului după care s-a stabilit ordinea înregistrărilor. Celelalte cîmpuri păstrează informația propriu-zisă destinată prelucrării sau referirea la această informație. Operațiile fundamentale referitoare la s.l. sînt: identificarea în s.l. a înregistrării necesare, extragerea din ea a oricărei înregistrări, introducerea unei noi înregistrări ca înregistrare primă, ultimă sau intermediară. Cea mai simplă **s.l.** constă din înregistrări de aceeaşi lungime; înregistrările succesive se amplasează în zone succesive ale memoriei. În acest caz numărul de ordine al înregistrării determină în mod univoc adresa începutului ei în memorie. Aceasta oferă un acces rapid la înregistrarea necesară. La orice introducere sau extragere de înregistrări, este însă necesar să se modifice **s.l.** (să se „deplaseze" sau să se „desfacă" înregistrările).

O altă schemă de amplasare a înregistrărilor (structura înlănţuită a listelor), care exclude necesitatea reorganizării **s.l.** în cazul introducerii şi extragerii înregistrărilor, constă în aceea că modul de amplasare a înregistrărilor în memorie nu depinde de poziţia lor în listă. Pentru deplasarea de-a lungul listei, în fiecare înregistrare se plasează o informaţie de serviciu specială, constînd din adresa înregistrării, care urmează în listă după înregistrarea respectivă şi (uneori) adresa înregistrării care o precede. O înregistrare specială — identificatorul — conţine adresa primei înregistrări din fişier (ca înregistrare următoare) şi uneori adresa ultimei înregistrări din fişier (ca înregistrare precedentă). Identificatorul **s.l.** ocupă un loc constant în memorie. Toate zonele disponibile ale memoriei din domeniul alocat pentru păstrarea **s.l.** sînt, de asemenea, organizate sub forma unei structuri înlănţuite a listelor. O asemenea organizare facilitează găsirea zonei disponibile din memorie cu ocazia introducerii unei noi înregistrări în **s.l.** şi luarea în considerare a locului eliberat prin eliminarea unei înregistrări.

În practică, se utilizează şi **s.l.** mai complexe, în care fiecare înregistrare poate juca rolul unui identificator al unei liste. În felul acesta, apare o structură în formă de arbore, care constă din liste de diferite nivele. **S.l.** se utilizează în sistemele de căutare a informaţiei, în sistemele de operare şi în alte programe de prelucrare a datelor, care au o organizare logică complexă.

I. V. Gheronimus

Bibl. S. S. Lavrov, L. I. Goncearova, *Avtomaticeskaia obrabotka dannîh i hranenie informaţii v pameati EVM*, „Nauka", 1971.

Structura sistemului social-economic. Ansamblul elementelor acestui sistem şi al legăturilor dintre acestea, care se manifestă în relaţiile prilejuite de producţie, schimb, repartiţie şi consum. Structura unor sisteme social-economice foarte apropiate prin componenţa lor poate diferi însă mult în funcţie de caracterul relaţiilor amintite mai sus. Din punctul de vedere al materialismului istoric şi al economiei politice marxist-leniniste, determinant pentru aceste relaţii este caracterul proprietăţii asupra mijloacelor de producţie, care conferă trăsăturile fundamentale ale însăşi **s.s.s.-e.** Eficienţa structurii unui sistem social-economic concret se apreciază, în primul rînd, prin prisma procesului de dezvoltare a relaţiilor de proprietate existente asupra mijloacelor de producţie. Structura nu este aceeaşi nici la sisteme economico-sociale cu un caracter analog al relaţiilor de proprietate, dar cu o compoziţie materială diferită, în particular cu niveluri diferite de dezvoltare a forţelor de producţie.

În cadrul **s.s.s.-e.** legătura dintre elemente se supune dialecticii raporturilor dintre parte şi întreg. Pe de o parte, aceasta îşi găseşte expresia în faptul că sistemul are proprietăţi emergente de integralitate, care nu pot fi deduse din proprietăţile elementelor componente *(→ Emergenţă)*, iar pe de altă parte, proprietăţile imanente ale unor elemente ale sistemului social-economic variază în procesul de adaptare la proprietăţile relaţiilor de structură ale sistemului respectiv. În comparaţie cu apariţia proprietăţilor emergente, aceste variaţii sînt însă foarte lente, deoarece mobilurile lor parcurg un lung şi complicat drum de mediere în conştiinţa oamenilor. De aceea, o reprezentare unilaterală inductivă sau deductivă a **s.s.s.-e.** nu corespunde realităţii, chiar dacă ulterior ea este completată printr-o cercetare finalistă sau mecanicistă *(→Teoria generală a sistemelor)* a funcţionării sale.

În teoria economică ştiinţifică, trecerea de la descriere la explicare, de la fenomen la esenţă coincide cu cunoaşterea structurii reale a sistemului social-economic. În stadiul actual al cunoaşterii se pot desprinde trei niveluri de organizare structurală a acestor sisteme. Primul nivel este *structura tehnologică de producţie a economiei*, al doilea — *structura instituţională a economiei*, iar al treilea — *structura socială a societăţii*. Structura tehnologică de producţie a economiei este ansamblul proceselor tehnologice, al legăturilor materiale şi tehnice de producţie dintre acestea, care se constituie odată cu diviziunea socială a muncii, pe baza varietăţii fireşti din natură şi a diferenţierii mijloacelor de producţie formate istoric. Structura tehnologică de producţie este ierarhică *(→ Ierarhie)*. Ea poate fi descrisă în două moduri, punînd accentul fie pe unghiul de vedere vertical (de ramură), fie pe cel orizontal (regional). În ambele cazuri elementele primare, verigile cele mai de jos, vor fi operaţiile tehnologice elementare a căror descompunere nu are nici un sens social-economic, deoarece ne introduce într-un domeniu în care domină proprietăţi specifice proprii unui sistem calitativ diferit (fizico-biologic). Verigile nivelurilor superioare ale structurii tehnologice de producţie a economiei în profil de ramură se formează din elementele nivelului anterior în conformitate cu principiul structurizării *în flux stadial;* în profil regional, ele sînt complexe teritoriale de producţie, fiecare reprezentînd o combinaţie de procese tehnologice amplasate pe o anumită suprafaţă, ţinînd seama de localizarea unor resurse formate în mod natural şi istoric, pe baza legăturilor materiale şi tehnologice de producţie dintre procese.

O trăsătură distinctivă a structurii tehnologice de producţie a economiei o constituie faptul că, privită abstract, în afara legăturilor cu alte niveluri de organizare structurală a sistemului economico-social, ea poate fi modificată oricum în decursul unui interval de timp a cărui durată este determinată de posibilităţile de producţie ale societăţii, printre care şi de starea cunoştinţelor ştiinţifice şi tehnice pe care aceasta le are.

Structura instituţională a economiei este ansamblul lucrătorilor, al grupelor şi colectivelor de oameni ai muncii (împreună cu mijloacele de producţie aflate în folosinţa lor) şi al relaţiilor de producţie dintre acestea. Apariţia şi existenţa structurii instituţionale a economiei se explică prin faptul că orice proces de producţie, fiind în cadrul structurii tehnologice şi de producţie a economiei un proces social de muncă pentru confecţionarea unui anumit produs, este în acelaşi timp şi un proces de reproducţie a unor anumite relaţii de proprietate. Aceste relaţii îşi găsesc expresia în diviziunea muncii şi în repartiţia rezultatelor acesteia. Ele pot fi examinate, la un nivel dat al organizării structurale a sistemului social-economic, din două puncte de vedere: în primul rînd, în secţiune verticală, ca relaţii între colectivele de oameni ai muncii din întreprinderi, centrale economice şi complexe economice şi, în al doilea rînd, în secţiune orizontală, ca relaţii interregionale. În mod corespunzător se poate descrie şi structura instituţională a economiei. Aici trebuie să facem distincţie între relaţiile juridice de proprietate, care se formează pe baza unei anumite conştiinţe juridice fiind întruchipate în normele juridice ale sistemului social-economic respectiv, menite să reflecte calitatea lui fundamentală, şi relaţiile de proprietate economice, care se formează sub acţiunea normelor juridice date, în funcţie de nivelul atins de dezvoltare a forţelor de producţie şi de cel al trebuinţelor sociale.

Oricare dintre stările posibile ale unui element individual al structurii instituţionale a economiei (ale unui muncitor, ale unui grup sau colectiv de oameni ai muncii) — participarea acestuia la un proces de producţie executat într-un anumit volum într-o celulă economică concretă împreună cu alţi producători — se caracterizează printr-o evaluare socială, care, în speţă, determină venitul din muncă al celulei economice. Optînd pentru o stare preferabilă pentru sine, celula îşi maximizează, de exemplu, venitul. Pe mulţimea acestor opţiuni prin care se exprimă interesele celulelor economice se pun în evidenţă relaţiile de proprietate economice și structura instituțională a economiei, astfel încît în fiecare moment dat din modificările posibile la modul abstract ale structurii tehnologice de producție a economiei în fapt sînt realizabile numai cele concordante cu modificările reale ale structurii instituționale a economiei.

Însușirea fundamentală a acestei structuri este capacitatea de autoorganizare *(→ Sistem cu autoorganizare)*, care se realizează în cadrul ansamblului constituit din societate și din economia sa. Societatea tinde să reglementeze riguros structura instituțională prin structura administrativă a activității economice *(→ Planificare social-economică)*. Prin accentuarea concordanței dintre structura instituțională a economiei și structura administrativă a activității economice se manifestă apropierea dintre relațiile economice de proprietate și cele juridice. Aceasta este principala condiție a menținerii însușirii fundamentale a sistemului social-economic.

Structura socială a societății, care se autoorganizează în cadrul ansamblului format din societatea respectivă și din mediul în care funcționează aceasta, apare și se dezvoltă pe baza varietății firești a mediului natural și ale diferențelor de ordin istoric ale întregului complex al condițiilor de activitate vitală. Și această structură are un caracter ierarhic. Celulele sale elementare sînt familiile, iar verigile de la nivelurile superioare sînt formate din reuniuni ale unor elemente de la nivelurile precedente pe baza relațiilor psihosociale *(→ Psihologie socială)*. În secțiune verticală, reuniunile menționate sînt grupurile și păturile sociale, iar în secțiune orizontală, populația unor areale teritoriale din ce în ce mai mari. În ambele aceste cazuri fiecare celulă de la oricare nivel ierarhic se caracterizează în particular prin prezența unei *funcții de preferință** generale a grupului, datorită apartenenței elementelor sale la un anumit tip de activitate vitală. Una din caracteristicile distinctive importante ale acestuia este structura *consumului**.

Dat fiind că fiecare producător este un element nu numai al structurii instituționale a economiei, ci și al structurii sociale a societății, starea sa preferabilă nu este determinată exclusiv de venitul său, ci și de alți factori ai activității. Concordanța dintre structura instituțională a economiei și structura administrativă a activității economice nu poate fi realizată dacă aceasta din urmă se stabilește fără să se țină seama de modificările care au loc în mod real în structura socială a societății sub influența intereselor verigilor care o alcătuiesc. Aceste interese se referă la fenomene de structură a sistemului social-economic a căror esență (mecanism de formare) constituie obiectul de studiu al psihologiei sociale. În organizarea economiei trebuie să se țină seama cu o precizie suficientă de manifestările acelor interese ale diferitelor verigi ale structurii sociale a societății, care devin posibile în virtutea proceselor economice.

În prezent, metodele formalizate de descriere cantitativă a manifestărilor intereselor verigilor sistemului social-economic sînt insuficient elaborate. La nivelurile ierarhice intermediare ale sistemului (pentru regiuni economice, pentru întreprinderi sau centrale economice), unele dintre acestea pot fi formalizate în mod aproximativ sub forma criteriilor de optim imanente verigilor respective, în sensul că ele sînt produse ale conștiinței de sine a verigilor în condițiile sociale date și ca atare ele se modifică foarte lent în procesul de adaptare a verigilor la însușirile relațiilor structurale ale sistemului social-economic.

Pe de o parte, interesele acestor verigi nu sînt derivate și nu absorb totalitatea intereselor elementelor primare ale sistemului social-economic, iar pe de altă parte, reunirea mecanică a acestor interese nu epuizează interesele sistemului în ansamblu, care au un caracter emergent și se localizează la nivelul suprem al ierarhiei. La niveluri inferioare ale ierarhiei, se pot obține descrieri formalizate relativ precise ale manifestărilor intereselor care nu se reflectă prin criteriile de optim menționate, dacă privim întreaga mulțime a verigilor elementare ale sistemului sau o submulțime a acesteia corespunzătoare unei verigi a nivelului intermediar (un eșantion reprezentativ al unei asemenea submulțimi) ca ansamblu statistic, pentru a cărui analiză se pot utiliza metodele statisticii matematice și ale simulării. La nivelul cel mai înalt, o formalizare aproximativă a intereselor emergente este posibilă în principiu sub forma unui criteriu de optim specific, care poate fi completat printr-o evaluare cantitativă a manifestărilor de interese ce nu pot fi exprimate prin acest criteriu, cu ajutorul unor metode neformale, constînd în consultarea experților *(→ Planificare social-economică)*.

Structura cea mai eficientă a sistemului social-economic se instaurează atunci cînd interesele emergente sînt satisfăcute concomitent cu armonizarea intereselor celulelor structurii instituționale a economiei și a structurii sociale a societății. Pentru rezolvarea problemelor care se ridică aici este cunoscut un singur principiu suficient de bine elaborat teoretic, *echilibrul economic**, conceput în sens larg. Încercările de a aplica acest principiu la o economie care funcționează în condițiile proprietății private asupra mijloacelor de producție conduc la construcții irealizabile urmărind scopul inconsistent de a pune de acord interesele unor clase antagoniste.

Aplicarea principiului echilibrului în societatea socialistă dezvoltată implică rezolvarea mai multor probleme conjugate între ele într-un anumit sens, constituind obiectul *planificării social-economice**. În primul rînd, se cere ca structura administrativă a activității economice să fie stabilită în așa fel încît în condiții dinamice date să nu existe posibilități de variație neplanificată a organizării economiei, în stare să mărească venitul fie și al unui singur producător. În al doilea rînd, trebuie create evaluări sociale ale muncii și restricții impuse opțiunilor pentru genul și volumul activității fiecărei celule, încît fiecare celulă să contribuie în modul cel mai eficient la realizarea intereselor emergente ale societății și ale intereselor celorlalte celule ale sistemului social-economic. În al treilea rînd, printre soluțiile celor două probleme precedente trebuie determinate acelea pentru care prognoza manifestărilor intereselor, care nu pot fi exprimate prin criteriile de optim, să coincidă cu acea evaluare a acestor manifestări care se ia în considerare la rezolvarea problemelor respective.

Studiul matematic al unor asemenea situații formează obiectul *teoriei jocurilor** și al *deciziilor statistice.*

V. I. Danilov-Danilian, M. G. Zavelski

Bibl. 1. K. Marx, Fr. Engels, *Opere*, v. 24, 25, 26; 2. J. von Naumann, O. Morgenstern, *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton University Press, 1947; 3. R. D. Luce, H. Raifa, *Games and Decisions*, John Wiley, 1957.

Structură. Aspect invariant al unui *sistem**. Conceptul de s. se află într-o strînsă legătură cu studiul sau formarea *organizării** sistemului. Adeseori, se consideră că o reflectare formală a s. este *graful* ale cărui vîrfuri corespund cu elementele sistemului, iar arcele cu legăturile dintre acestea. M. Toda și E. H. Shoeford [2] propun următoarea definiție a s. Un sistem se numește *decompozabil* dacă se poate realiza *descompunerea* lui, cu alte cuvinte, dacă el poate fi reprezentat sub forma unui ansamblu de subsisteme (elemente) numit *mulțime de decompoziție*. În acest caz, dacă mulțimea de decompoziție este fixată, este definită ca ansamblu de relații între subsisteme aparținînd *mulțimii de decompoziție* date. Definiția formală menționată este întrucîtva mai restrînsă decît sensul curent al termenului de s., care include, de obicei, diferite variante de construcții structurale relative la sistemul cercetat. Unul din cele mai importante genuri de s. este *ierarhia**.

V. I. Danilov-Danilian

Bibl. 1. *Obșceaia teoria sistem*, „Mir", 1966; 2. *Issledovaniia po obșci teorii sistem*, „Progress", 1969.

Subprogram. Șir de instrucțiuni adresate calculatorului electronic, care realizează un algoritm ce trebuie executat în puncte diferite ale programului. Software-ul* conține, de obicei, mijloacele (de compilare sau interpretare a sistemului de utilizare a subprogramelor), care îi permit programatorului să scrie textul s. o singură dată. În fiecare punct al programului în care se cere executarea s., programatorul scrie o adresare specială la s. Sistemele de compilare identifică aceste adresări înainte de executarea programului după care, fie că intercalează copia textului s. în locurile de apel, fie că organizează transpunerea comenzii din punctele de apel pe exemplarul unic al textului s. cu reîntoarcerea ulterioară la program. Compilarea duce la faptul că, la executarea programului, apelurile la s. generează executarea acestuia.

Sistemele de interpretare funcţionează numai în procesul executării programului. Fiecare apel la s. declanşează intrarea în funcţiune a sistemului de interpretare, care organizează transmiterea comenzii la s. cu reîntoarcerea ulterioară la program.

Concomitent cu comanda, s. primeşte informaţia asupra datelor care urmează să fie utilizate cu ocazia executării lui (fie adresele datelor, fie valorile directe ale datelor), precum şi indicaţiile cu privire la locul unde trebuie să fie îndreptate rezultatele executării subprogramului. Uneori, datele iniţiale şi rezultatele se transmit prin zone stabilite ale memoriei sau prin registre.

Din s. care pot fi necesare diferitelor programe se întocmesc biblioteci de s. standard, care se păstrează, de obicei, în memoria externă a calculatorului electronic şi care sînt comandate de mijloacele amintite ale software-ului.

I. V. Gheronimus

Bibl. C. Germain, *Programming the IBM/360*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1962.

T

Tabel de decizie. Model funcţional al procesului de adoptare a deciziilor. În structura unui **t.d.** (→ tab. de la p. 659) se disting: condiţiile luate în consideraţie la adoptarea deciziei (secţiunea II); acţiunile întreprinse în urma valorificării condiţiilor (secţiunea III); regulile de decizie (pe coloanele secţiunilor I şi IV), care arată care acţiuni dintre cele enumerate (în secţiunea III) se efectuează în fiecare situaţie reală, determinată de combinaţia concretă de rezultate ale verificării condiţiilor. În cazul cel mai simplu, condiţiile se formulează în **t.d.** în aşa fel încît îndeplinirea sau neîndeplinirea lor să poată fi exprimată prin răspunsurile *da-D* sau *nu-N*. Elementele *D* şi *N* se numesc intrări ale condiţiilor şi diferitele combinaţii dintre ele se înscriu în secţiunea I. Dacă rezultatul verificării unei anumite condiţii nu influenţează asupra acţiunilor întreprinse ulterior, atunci intrarea sa va fi semnul de indiferenţă, „—". Acţiunile din secţiunea III pot fi de asemenea date integral, astfel încît rămîne doar să se indice care dintre ele se îndeplinesc în fiecare dintre situaţii.

Ca intrări ale acţiunilor în secţiunea IV se utilizează alte elemente: semnul „*x*", care înseamnă necesitatea îndeplinirii acţiunii respective (cifrele arabe indică un şir de mai multe acţiuni, → tabelul) şi spaţiul liber, care înseamnă că acţiunea nu trebuie îndeplinită. În aceşti termeni, orice coloană din partea dreaptă a tabelului, care reprezintă o regulă de decizie, constă din două părţi: intrările condiţiilor cu relaţia „şi" între ele (se ţine seama de rezultatele verificării prime, a celei de-a doua etc. condiţii) şi intrările acţiunilor cu relaţia „şi" între ele (dintre acţiunile care urmează a fi efectuate în situaţia respectivă trebuie să fie realizată şi prima şi a doua etc.). Aceste două părţi ale regulii de decizie sînt legate logic prin relaţia: „Dacă... atunci...".

De pildă, regula 4 a **t.d.** afirmă: dacă zăcămîntul conţine sortul de cărbune cerut — condiţia Y_1, iar gradul de explorare a terenului nu atinge pragul stabilit — condiţia Y_2, atunci este necesar să se examineze obiectul următor — acţiunea D_2.

În tabel pot fi enumerate reguli de decizie posibile nu pentru toate cazurile, însă atunci trebuie să fie introdusă regula cazului contrar, *E*, care arată ce acţiuni trebuie efectuate dacă situaţia concretă nu coincide cu nici una din situaţiile prezentate în tabel.

	Lista condiţiilor (secţiunea II)	Reguli de decizie (secţiunea I)							
		1	2	3	4	5	6	7	E
Y_1	Zăcămîntul conţine sortul de cărbune cerut	*D*	*D*	*N*	*D*	*D*	*D*	*D*	
Y_2	Gradul de exploatare a terenului $\geqslant C\%$	*D*	*D*	—	*N*	*D*	*D*	*D*	
Y_3	Mărimea rezervelor de cărbune $\geqslant K$	*D*	*D*	—	—	*N*	*D*	*D*	
Y_4	Obiectul a fost estimat în raport cu un grup delimitat de factori	*D*	*D*	—	—	—	*N*	*N*	
Y_5	Toate obiectele au fost examinate	*D*	*N*	—	—	—	*D*	*N*	
	Lista acţiunilor (secţiunea III)	Reguli de decizie (secţiunea IV)							
D_1	Să se aleagă alternativa cea mai bună din blocul de alternative	2					3		
D_2	Să se examineze obiectul următor		2	1	1	1		3	
D_3	Să se estimeze obiectul ales în raport cu un grup delimitat de factori						1	1	
D_4	Să se transfere obiectul în blocul de alternative	1	1				2	2	
D_5	Să se modifice numărul situaţiilor								1

Intrările condiţiei *E* sînt spaţiile libere, iar intrările acţiunilor sînt aceleaşi ca şi în cazul unei reguli obişnuite.

Pentru descrierea proceselor de adoptare a deciziilor de plan se construieşte un ansamblu ierarhizat de **t.d.** Legătura dintre diferitele tabele se realizează cu ajutorul acţiunilor de tipul „Treci la tabelul *N*".

În funcţie de modul de formulare a condiţiilor, a acţiunilor şi a intrărilor lor, se disting mai multe tipuri de **t.d.** Mai sus au fost examinate aşa-numitele tabele cu intrare limitată care se iau ca bază, deoarece există reguli de reducere a oricărui **t.d.** la un asemenea tip. **T.d.** pot fi utile cu ocazia creării sistemelor automatizate de conducere. Ele constituie un instrument convenabil de identificare și analiză a proceselor de adoptare a deciziilor de plan.

T. K. Kravcenko

Bibl. 1. O.I. Aven, V.A. Dușski, *Optimizația mașinnîh programm pri pomoșci tablițreșenii*, „Ekonomika i matematiceskie metodî", 1969, v. V, fas. 6; 2. T. K. Kravcenko, *Proțess prineatia planovîh reșenii*, „Ekonomika", 1974.

Taxa scontului. Procent stabilit oficial, pe care banca de emisiune centrală îl percepe la scontarea cambiilor de la băncile comerciale. **T.s.** în economia capitalistă este unul din mijloacele de *reglare financiară și prin credit**, în speță cu ajutorul politicii scontului. Majorarea **t.s.** duce la scumpirea creditului pentru băncile comerciale, limitează posibilitățile lor de credit, îndeamnă la restrîngerea creditelor. În cazul majorării **t.s.** cursurile acțiunilor și obligațiunilor de obicei scad. Reducerea **t.s.** are un efect contrar. În perioada de la mijlocul anilor '50 pînă în 1975, **t.s.** percepute de băncile centrale ale marilor țări capitaliste au oscilat între 2 și 8% pe an. **T.s.**, pe țări, se publică în Buletinul statistic lunar al Fondului Monetar Internațional (International Financial Statistics), precum și în publicațiile statistice ale O.N.U.

B. L. Isaev

Tehnologia prelucrării datelor. Ansamblul procedeelor, mijloacelor și proceselor, în vederea prelucrării informației, prin transformarea *purtătorilor* de informație exprimați prin semne. Procesul tehnologic de prelucrare a datelor este un proces de executare, într-o anumită succesiune, a operațiilor de căutare, culegere, transmitere, prelucrare, păstrare, prezentare și utilizare a datelor, necesare pentru adoptarea deciziilor într-un sistem de conducere.

În conformitate cu delimitarea subsistemelor funcționale și a subsistemelor de dotare în cadrul sistemului de conducere, are loc defalcarea întregii tehnologii de prelucrare a datelor în diverse procese tehnologice de prelucrare a datelor, corelate între ele, în cadrul subsistemelor stabilite. Schema tehnologică realizează legătura dintre subsistemele funcționale și cele de dotare și stabilește în ce mod și în ce ordine se execută sarcinile subsistemelor funcționale cu ajutorul subsistemelor de dotare. Proiectarea proceselor tehnologice de prelucrare a datelor în cadrul unui sistem automatizat de conducere se înfăptuiește în următoarele direcții:

— tipizarea, unificarea, integrarea, standardizarea operațiilor, lucrărilor și proceselor de conducere a activității unității respective;

— mecanizarea și automatizarea proceselor de înregistrare, culegere și formare a informației primare, de păstrare și regăsire a datelor, de prelucrare și transmitere a acestora, de pregătire și aducere a informației la o formă convenabilă pentru adoptarea deciziilor;
— introducerea unei noi organizări a prelucrării datelor în condițiile utilizării tehnicii electronice de calcul;
— introducerea metodelor economico-matematice moderne de organizare a conducerii și de organizare științifică a muncii.

A. V. Malîghin

Teoria algoritmilor. Capitol al matematicii care studiază modelele matematice ale algoritmilor. *Algoritmul* este o metodă generală unică, care poate fi utilizată pentru rezolvarea unei întregi serii de probleme de același tip (probleme de masă); cunoscînd algoritmul respectiv se poate rezolva oricare problemă din seria respectivă, efectuînd în mod pur mecanic niște operații simple, într-o anumită ordine. Exemple de algoritmi se întîlnesc în matematică din vremuri străvechi (algoritmul de aflare a celui mai mare divizor comun al numerelor întregi, regula de rezolvare a ecuației de gradul al doilea etc.). Noțiunea ca atare s-a constituit însă abia în anii '20 ai secolului XX în *logica matematică**.

Studierea sistematică a t.a. se consideră că a început în anul 1936, cînd A. Church (S.U.A.) a construit primul model matematic al unui algoritm. Majoritatea algoritmilor care se întîlnesc în matematică se reduc lesne la calculul valorilor întregi ale unor funcții ale căror argumente iau valori în numere întregi. Considerînd aceste particularități ale algoritmilor ca principale și făcînd abstracție de celelalte trăsături ale algoritmilor, A. Church a propus să se considere funcțiile speciale de acest tip (așa-numitele *funcții parțial recursive*) drept modele matematice ale algoritmilor. Conform acestei teze, modelul matematic al unui algoritm A este o funcție determinată, parțial recursivă f_A, și implicit t.a. este o teorie a funcțiilor parțial recursive.
Algoritmul poate fi considerat ca o *mașină*, adaptată pentru rezolvarea problemelor dintr-o clasă dată de probleme. Această abordare a fost dezvoltată de către A. Turing (Anglia), care a preconizat o schemă a unei mașini idealizate (așa-numita *mașină Turing*) ca model matematic al algoritmilor.

Orice algoritm concret operează cu un anumit alfabet, iar rezolvarea unei probleme concrete se reduce la prelucrarea unor cuvinte alcătuite din acest alfabet pe baza unor anumite reguli. Acest punct de vedere a fost dezvoltat de savantul sovietic A.A. Markov, care a preconizat noțiunea de *algoritm normal* ca model matematic al algoritmilor.
Punctul de vedere cel mai larg și cel mai general în legătură cu modelarea algoritmilor a fost preconizat de către savantul sovietic acad.

A.N. Kolmogorov. Toate aceste abordări s-au dovedit echivalente, în sensul că pornind de la un model de algoritm se pot construi celelalte modele ale acestuia; de aceea noţiunile fundamentale ale **t.a.** pot fi expuse în termenii funcţiilor. Adevărul tezelor prezentate este confirmat de întreaga istorie a matematicii, întrucît toţi algoritmii cunoscuţi în matematică se modelează prin funcţii parţial recursive.

Noţiunile fundamentale ale **t.a.** Domeniul de aplicaţie al unui algoritm A este mulţimea de date iniţiale ale problemelor dintr-o clasă dată de probleme. Dacă funcţia f_A este modelul algoritmului A, atunci domeniul său de definiţie este modelul matematic al domeniului de aplicaţie a algoritmului A. Algoritmul A *rezolvă* mulţimea N a numerelor naturale, dacă f_A este peste tot definită şi egală cu 1 în N şi cu 0 în afara lui N, adică f_A este o *funcţie general-recursivă*; algoritmul A *enumeră* mulţimea N, dacă mulţimea valorilor funcţiei f_A este N.

Problemele algoritmice sînt problemele de *existenţă a unui algoritm*, pentru o clasă concretă de probleme şi *problemele construirii algoritmului*, pentru clasa respectivă. O clasă de probleme se numeşte *rezolvabilă (decidabilă)*, dacă există un algoritm pentru rezolvarea tuturor problemelor din această clasă, şi *nerezolvabilă (indecidabilă)*, în caz contrar.

Nerezolvabile sînt problemele de adevăr al formulelor de calcul al predicatelor în cîmpul numerelor reale, în geometria elementară, în clasa algebrelor booleene etc.

Se disting două curente în **t.a.** — unul descriptiv şi altul metric.

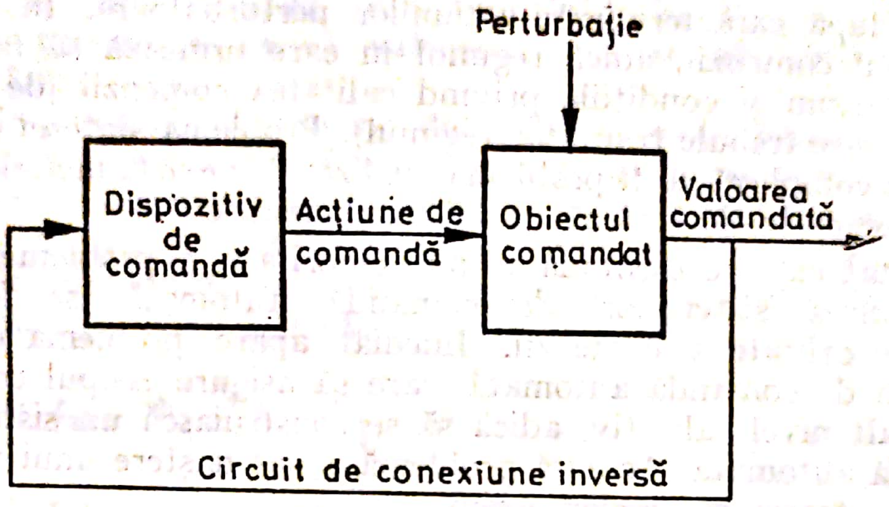
Teoria descriptivă studiază problemele enumerate mai sus, problemele alcătuirii unor noi algoritmi din cei cunoscuţi, problemele de existenţă a unor algoritmi „optimi" şi alte probleme referitoare la studierea posibilităţilor algoritmilor. *Teoria metrică*, care a apărut recent sub influenţa aplicaţiilor **t.a.**, studiază *complexitatea* algoritmilor, care este determinată de diferitele procedee.

Aplicaţii ale **t.a.** există în toate domeniile matematicii şi în toate ştiinţele în care se utilizează metodele matematice. Algoritmii apar întotdeauna cînd este necesar să se alcătuiască modelul matematic al unui proces în scopul introducerii maşinilor de calcul, care constituie realizarea unui caz particular al maşinii lui Turing sau al algoritmului normal al lui A.A. Markov.

A. D. Taimanov, I. A. Lavrov

Bibl. 1. A.I. Malţev, *Algoritmî i rekursivnîe funkţii*, „Nauka", 1965; 2. A.A. Markov, *Teoria algorifmov*, „Truhî Matematiceskovo Instituta im. V.A. Steklova A.N. S.S.S.R., v. 42, 1954.

Teoria comenzii automate. Studiază principiile de funcţionare şi de construire a sistemelor dirijabile. **T.c.a.** a apărut pe baza unor probleme tehnice de construire a unor reglatoare care întreţin în mod automat un regim dat de lucru al unui obiect reglat. Un exemplu clasic de asemenea sistem tehnic este reglatorul centrifugal al maşinii cu aburi a lui Watt. Ulterior, sfera **t.c.a.** s-a extins considerabil, deoarece s-a constatat că comanda unor variate sisteme tehnice, indiferent de natura lor concretă, se realizează pe baza unor principii comune. În sfîrşit, s-a emis teza (N. Wiener) potrivit căreia procesele de comandă — atît în tehnică, cît şi la organismele vii şi în sistemele social-economice — se bazează pe aceleaşi principii. Aceasta a condus la constituirea ciberneticii ca ştiinţă a principiilor generale ale comenzii. **T.c.a.** constituie un vast domeniu al ciberneticii.



Obiectul **t.c.a.** este *sistemul de comandă automată*, alcătuit din obiectul comenzii şi din dispozitivul de comandă. Problema sistemului de comandă automată constă în a realiza un regim dat de funcţionare a obiectului comenzii, care este perturbat datorită diferitelor acţiuni. Cel mai răspîndit este sistemul de comandă automată cu conexiune inversă (→ fig.). Într-un asemenea sistem, acţiunea de comandă se elaborează pe baza informaţiei privind starea obiectului.

Două probleme sînt caracteristice pentru **t.c.a.**: *analiza* şi *sinteza sistemelor de comandă automată*. Problema analizei constă în cercetarea proprietăţilor sistemelor de comandă automată a căror structură este dată. Aceasta se reduce la studiul elementelor tipice ale sistemelor de comandă automată. Se construieşte modelul matematic al sistemului, care este descris, de regulă, printr-un sistem de ecuaţii diferenţiale ordinare sau de ecuaţii cu derivate parţiale. Din punct de vedere matematic, analiza sistemelor de comandă automată constă în studiul proprietăţilor calitative ale soluţiilor ecuaţiilor care descriu sistemul. Acest domeniu a ajuns clasic, elaborîndu-se metode de cercetare eficiente.

Problema sintezei este problema construirii unor sisteme de comandă automată după caracteristicile acţiunilor perturbatoare. În acest caz se dă scopul comenzii, adică regimul în care urmează să funcţioneze obiectul, precum şi condiţiile privind calitatea comenzii (de exemplu, precizia cu care trebuie respectat regimul). Problema sintezei este considerabil mai complexă decît problema analizei. Nu există metode eficiente la fel de generale de sinteză ca în cazul analizei.

S-a constatat că este esenţială o particularitate a problemei sintezei. La construirea sistemelor de comandă automată se formulează exigenţe de calitate a comenzii. Imediat apare problema construirii unui sistem de comandă automată, care să asigure scopul comenzii la cel mai înalt nivel calitativ, adică să se construiască un sistem optim de comandă automată. Această problemă a dat naştere unui vast capitol al **t.c.a.**, teoria proceselor optime.

A.A. Petrov

Bibl. 1. *Teoria automaticeskogo regulirovania*, M., 1973; 2. A.A. Feldnaum, *Osnovî teorii optimalnîh avtomaticeskih sistem*, Fizmatghiz, 1963.

Teoria erorilor. Capitol al statisticii matematice consacrat problemelor de determinare numerică a mărimilor măsurate aproximativ, de estimare a valorilor lor adevărate şi a preciziei măsurărilor.

T.e. operează cu rezultatele măsurărilor $x_1, x_2, \ldots, x_n$, obţinute pe bază de experiment sau observaţie, repetate, cu respectarea unora şi aceloraşi condiţii. Orice măsurare conţine însă erori. Se disting trei tipuri de erori: *sistematice*, *grosolane* şi *aleatoare*.

Erorile sistematice sînt determinate de acţiunea unor factori ale căror cauze de apariţie pot fi stabilite, iar apoi eliminate. Apariţia erorilor grosolane este legată de încălcarea condiţiilor de efectuare a experimentului sau a observaţiei. În **t.e.** se dau criterii de depistare a erorilor grosolane. Obiectul **t.e.** îl constituie numai erorile aleatoare, care sînt determinate de acţiunea unor factori greu de depistat, din care cauză efectul acţiunii lor este inevitabil.

Sarcinile fundamentale ale **t.e.** sînt: definirea legilor de repartiţie a erorilor aleatoare, obţinerea estimaţiilor mărimilor măsurabile necunoscute, pe baza datelor unor măsurări repetate şi calculul acestor estimaţii.

Să admitem că pentru determinarea unei mărimi scalare necunoscute a s-au efectuat n măsurări, ale căror rezultate sînt reprezentate prin mulţimea de numere $x_1, x_2, \ldots, x_n$ (printre $x_1, \ldots, x_n$ pot exista şi numere egale). După înlăturarea erorilor grosolane şi sistematice de măsurare, $x_1, x_2, \ldots, x_n$ vor conţine numai erori aleatoare. Mărimea aleatoare $z = x - a$ se caracterizează prin probabilitatea $\mathbf{P}(\delta_1 < z < \delta_2)$, care determină probabilitatea ca valoarea z să se afle într-un interval dat (δ_1, δ_2).

Estimaţiile preciziei măsurărilor sînt: *eroarea medie pătratică* σ, numită de asemenea *eroare standard* sau *standard; dispersia erorii* σ^2.

Să admitem că σ reprezintă mărimea abaterii standard sau eroarea medie pătratică. Atunci, în condiţiile legii normale de repartiţie a erorilor aleatoare z, probabilitatea ca ele să nimerească în intervalul dat (δ_1, δ_2) se calculează pe baza formulei:

$$\mathbf{P}(\delta_1 < z < \delta_2) = \Phi\left(\frac{\delta_2}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\delta_1}{\sigma}\right), \tag{1}$$

unde $\Phi(t)$ reprezintă integrala probabilităţilor.

Probabilitatea ieşirii erorii aleatoare în afara intervalului dat, avînd limitele $\pm t\sigma (t > 0)$, se calculează pe baza formulei

$$\mathbf{P}(|z| > t\sigma) = 1 - 2\Phi(t). \tag{2}$$

Probabilitatea ca eroarea aleatoare să iasă în afara limitei de trei sigme $\mathbf{P}(|z|3\sigma) = 0{,}0027$, adică depăşirea acestei limite este foarte puţin probabilă.

Ca estimaţie a mărimii necunoscute a se adoptă media aritmetică $\bar{x}$ din rezultatele măsurărilor:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i. \tag{3}$$

Estimaţia valorii adevărate a a mărimii măsurate cuprinde determinarea funcţiei $g(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, care dă o bună aproximare a mărimii a şi a limitelor intervalului de încredere $(g \pm \varepsilon)$, adică a intervalului care, cu o probabilitate de încredere, acoperă valoarea adevărată a. Această estimaţie trebuie să posede *proprietatea de nedeplasare* $(\mathrm{M}g = a)$, de *consistenţă* $(g \xrightarrow[n\to\infty]{prob} a)$ şi de *eficienţă*.

Dacă toate n măsurări ale mărimii a sînt la fel de precise, atunci valoarea adevărată se determină cu ajutorul formulei (3). În acest caz estimaţiile sînt nedeplasate, consistente şi eficiente, dacă distribuţia erorilor aleatoare satisface legea normală.

În cazul unei mărimi date a siguranței P și în cazul unei precizii necunoscute a măsurărilor, estimația de încredere are forma:

$$|a - \bar{x}| < t\,(P,\ k)\,\frac{s}{\sqrt{n}},$$

unde n reprezintă numărul măsurărilor, $k = n - 1$ — numărul gradelor de libertate și s — eroarea standard calculată pe baza următoarei formule:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} = s^*\sqrt{\frac{n}{n-1}}.$$

Valorile funcției $t(P, k)$ se dau în tabelul construit pe baza repartiției Student.

Numărul necesar de măsurări n pentru obținerea estimației de încredere de o precizie dată

$$|a - \bar{x}| < \varepsilon$$

cu siguranța dată P se determină prin expresia

$$n \geqslant \left[\frac{1}{\varepsilon}\,\mathrm{t}\,(P)\right]^2 \sigma^2,$$

unde $t = t(P)$ se află din egalitatea $2\Phi(t) = P$ (prin utilizarea tabelului pentru funcția $\Phi(t)$).

Astfel, pentru obținerea estimației de încredere $\varepsilon = 0{,}15$ cu siguranța $P = 0{,}99$ este necesar să se efectueze $n = 668$ măsurări. Pentru depistarea originii nealeatoare a diferenței valorilor medii x_1 și x_2, obținute ca urmare a două serii de încercări n_1 și n_2, în cazul unor dispersii necunoscute este necesar să se calculeze mărimea:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s\sqrt{1/n_1 + 1/n_2}},$$

unde

$$s = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)\,s_1^2 + (n_2 - 1)\,s_2^2}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)}}.$$

Estimațiile preciziei măsurărilor se efectuează pornindu-se de la presupunerea că erorile sînt aleatoare și că ele sînt subordonate legii normale de repartiție:

$$\sigma^2 \approx s_*^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - a)^2,$$

unde *a* este o mărime cunoscută;

$$\sigma^2 \approx s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2,$$

unde $\bar{x}$ este media aritmetică a măsurărilor mărimii *a*.

Estimația de încredere a erorii medii pătratice σ (în cazul unui număr mare de măsurări) este dată de intervalul:

$$s(1-q) < \sigma < s(1+q),$$

unde $q = q(P, k)$ se calculează pe baza tabelului pentru estimarea lui σ, ale cărui intrări sînt P — siguranța și k — numărul gradelor de libertate.

În cazul unui mare număr de măsurări se adoptă ca estimație a dispersiei media aritmetică a dispersiilor empirice, adică

$$\sigma^2 \approx \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} s_i^2,$$

unde *m* este numărul seriilor de măsurări.

A. I. Zenkin

Bibl. 1. L.Z. Rumșinski, *Prelucrarea matematică a datelor experimentale*, Editura tehnică, 1974; 2. A.S. Cebotarev, *Sposob naimenșih kvadratov*, Gostehizdat, 1936; 3. N.V. Smirnov, I.V. Dunin-Barkovski, *Kurs teorii veroiatnostei i matematiceskoi statistiki* „Nauka", 1969.

Teoria generală a sistemelor. Disciplină științifică care elaborează principiile metodologice de investigare a *sistemelor*. Apariția **t.g.s.** reflectă rolul cercetărilor metodologice, foarte mult crescut în ultima vreme ca urmare a dificultăților cognitive specifice în studiul obiectelor complexe din matematică, fizică, biologie, economie și sociologie, adică, practic, în toate sferele cunoașterii științifice moderne. Astăzi, de exemplu, sînt obiecte ale științei și practicii mari colective de producție, organismele vii, creierul, modelele economice, complexele ramificate ale organelor de conducere ș.a.

Dificultățile de analiză și de sinteză ale unor obiecte atît de complexe au condus la nevoia de a se crea un instrumentar științific special care, de obicei, se numeşte *abordare sistemică*. Principalele categorii ale acestuia sînt: conceptele de *sistem, structură, ierarhie, complexitate* ş.a. Cercetarea şi construirea sistemelor, care corespund diferitelor tipuri de obiecte materiale şi conceptuale, au ridicat o serie de noi probleme metodologice imposibil de realizat fără să se recurgă la unele procedee generale de simplificare şi de abstractizare, precum şi la unele metode noi ale matematicii moderne. **T.g.s.** asigură o bază formal metodologică unitară de cercetare a unor obiecte de natură diferită privite ca sisteme. Ea nu se substituie altor ştiinţe care cercetează sistemele, ci doar le completează.

Principalele particularităţi ale **t.g.s.** se reduc la următoarele: 1. se întemeiază pe noţiunea general ştiinţifică de *sistem;* 2. cuprinde toate teoriile specializate ale sistemelor (liniare, axiomatice etc.); 3. utilizează aparatul logico-matematic pentru cercetarea sistemelor formale; 4. reuneşte teoriile privind diferitele aspecte ale comportamentului sistemelor; 5. recurge pe scară largă la metodele analogiei şi modelării.

O problemă importantă a **t.g.s.** este crearea unei metodologii generale de simplificare a sistemelor abstracte şi, ca atare, a teoriei generale a modelării. W. R. Ashby a ajuns să definească **t.g.s.** ca teorie generală a simplificării.

Sistemele cibernetice reflectă unul din aspectele comportamentului sistemului, şi anume procesele de conducere. În cercetarea acestora s-au conturat anumite procedee caracteristice: 1. înlocuirea sistemului cercetat cu un *model,* analitic sau numeric, de alt tip; 2. definirea şi formularea unui ansamblu de reguli *(algoritmi)* care determină comportamentul sistemului; 3. aplicarea *principiului complementului extern**.

Metoda sistemică de cercetare realizează o sinteză între abordarea finalistă, care presupune posibilitatea unei deduceri normative a proprietăţilor elementelor sistemului din existenţa unui scop propriu sau atribuit lui, şi abordarea mecanicistă, care porneşte de la posibilitatea de a deduce proprietăţile sistemului numai din proprietăţile elementelor care îl alcătuiesc (→ [5] p. 83—90). Abordarea sistemică, care se bazează pe tezele **t.g.s.**, este deosebit de eficientă în rezolvarea unor probleme complexe de analiză şi sinteză, care reclamă utilizarea simultană a mai multor discipline ştiinţifice. În acest caz **t.g.s.** apare ca o metodologie interdisciplinară. Un exemplu tipic este analiza sistemelor de producţie şi de conducere în economia naţională şi proiectarea sistemelor automatizate de conducere economică. Pe de altă parte, **t.g.s.** este chemată să dea o definiţie unitară a unor concepte ca *sistem, structură, stare,* *comportament*, *complexitate*, *finalitate*, *optimitate* etc. care să fie comună tuturor științelor, precum și să definească rolul cercetărilor sistemice de structură.

V.N. Kostiuk, G.I. Portnov, A.I. Uemov

Bibl. 1. *Loghika i metodologhia nauki*, „Nauka", 1971; 2. *Obșceaia teoria sistem*, „Mir", 1966; 3. *Problemî formalnogo analiza sistem*, *Vîsșaia școla*, 1968; 4. W.R. Ashby, *Sistemî i informația*, Izd. inostr. lit., 1964; 5. *Issledovania po obșcei teorii sistem*, „Progress", 1969; 6. *Sistemnîie issledovania. Ejegodnik*, „Nauka", 1969, 1970, 1971.

Teoria grafurilor. Ramură a matematicii discrete care se ocupă de studiul și rezolvarea diverselor probleme în legătură cu obiecte denumite *grafuri*. Un graf este definit dîndu-se două mulțimi. Prima, X, este mulțimea vîrfurilor grafului; elementele ei pot fi reprezentate sub formă de puncte în plan sau în spațiu. A doua, U, este o mulțime de perechi de elemente din X. Fiecare element din mulțimea U indică o pereche de vîrfuri între care există o *legătură;* el poate fi reprezentat printr-o linie care unește vîrfurile respective ale grafului. Într-o asemenea reprezentare se cere ca linia să treacă numai prin vîrfurile pe care le unește, iar diferitele linii să se intersecteze numai în vîrfuri.

Uneori, în perechile care alcătuiesc mulțimea U se indică vîrful întîi (sensul legăturii). În acest caz, elementele mulțimii U se numesc *arcele* grafului (X, U), iar graful ca atare se numește graf *orientat*. Dacă orientarea (X, U) nu este indicată, elementele lui U se numesc *muchii*, iar graful (X, U) se numește graf *neorientat* sau pur și simplu graf. În sfîrșit, elementul U, care indică legătura unui vîrf cu sine însuși, se numește *buclă*. Unei bucle din U îi corespunde o pereche în care un vîrf este repetat de două ori. Să mai observăm că în mulțimea U aceleași perechi se pot întîlni de mai multe ori. Aceasta înseamnă că între vîrfurile respective ale grafului există mai multe legături.

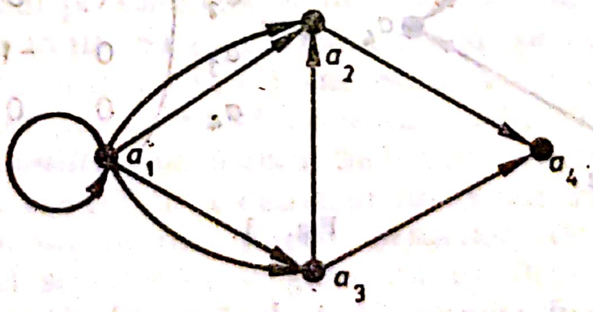
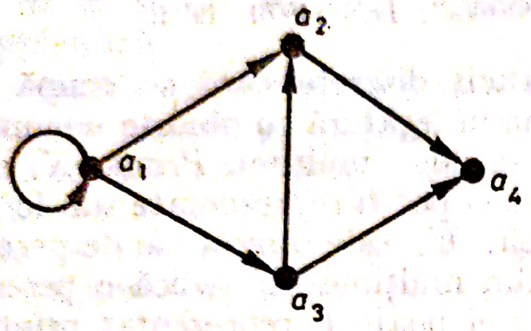


Fig. 1

Graful (X, U) se numește *finit*, dacă mulțimile X și U constau dintr-un număr finit de elemente. În caz contrar, graful (X, U) se numește *infinit*. O mare importanță pentru diferite aplicații o are t.g. *finite*.

Să examinăm graful la care $X = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$, $U = \{(a_1a_2), (a_1a_3), (a_1,a_3), (a_3a_2), (a_2a_4), (a_3a_4), (a_1a_1), (a_1a_2)\}$ cu muchii orientate (→ fig. 1).

Descrierea unui graf prin enumerarea elementelor mulțimilor X și U poate fi greoaie. De aceea, pentru enunțarea grafurilor se recurge la matrice (→ *Matrice*). *Matricea (booleană) asociată unui graf* $P_{n\times n}$(aici n este numărul de vîrfuri ale grafului) este definită prin relațiile $p_{ij} = 1$, dacă între vîrfurile cu numerele i și j există o legătură care merge de la vîrful i la vîrful j; în caz contrar, $p_{ij} = 0$.

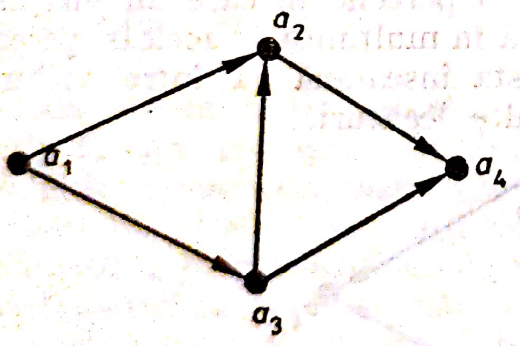


$$P = \begin{array}{c|cccc} & a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ \hline a_1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ a_2 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_3 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ a_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Fig. 2

În fig. 2 este reprezentat un graf și o matrice asociată lui $P_{4\times 4}$. Se observă că un graf se reproduce după matricea care îi este asociată numai dacă fiecare arc sau fiecare buclă intră o singură dată în mulțimea U.

Matricea de incidență $\mathbf{Q}_{n\times m}$ (în care n este numărul vîrfurilor grafului, iar m este numărul elementelor mulțimii U) este definită de relațiile: $q_{ij} = 1$, dacă arcul cu numărul j reprezintă legătura care pornește de la vîrful cu numărul i; $q_{ij} = -1$ dacă arcul cu numărul j reprezintă o legătură care sosește în vîrful cu numărul i.



$$Q = \begin{array}{c|ccccc} & a_1a_2 & a_1a_3 & a_3a_2 & a_2a_4 & a_3a_4 \\ \hline a_1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_2 & -1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ a_3 & 0 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ a_4 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{array}$$

Fig. 3

În celelalte cazuri $q_{ij} = 0$ (→ fig. 3). Graful se poate reproduce după matricea de incidență numai în cazul în care fiecare arc intră în graf cel mult o dată (buclele nu intră în graf).

Primele rezultate al t.g. au fost obţinute în secolul al XVIII-lea de L. Euler. Pînă în deceniul al cincilea al secolului nostru această teorie s-a dezvoltat ca un capitol al matematicii teoretice neavînd ieşiri importante spre sfera aplicativă. Numărul rezultatelor interesante din punct de vedere pur matematic era şi el relativ mic. Trebuie amintită teorema lui Pontreaghin-Kuratovski care dă un răspuns complet la problema reprezentării grafurilor în plan. Mai tîrziu, pe baza acestei teoreme, au fost cercetate probleme aplicative din tehnică.

Înflorirea t.g. începe în deceniul al cincilea al secolului nostru în legătură cu dezvoltarea impetuoasă a două orientări ale matematicii aplicative. Prima dintre acestea o constituie *problemele de sinteză a sistemelor optime de prelucrare a informaţiei* din punctul de vedere al costului, fiabilităţii, compactităţii (în literatură se întîlneşte adeseori termenul *sistem de comandă)*. Rezultatele fundamentale obţinute în rezolvarea problemelor de sinteză de C. Shannon, S.V. Iablonski, O.B. Lupanov şi de alţi savanţi au îmbogăţit substanţial t.g. cu noi puncte de vedere şi metode.

Schema de principiu a punerii problemei sintezei este următoarea: Pe arcele (muchiile) unui graf sînt plasate dispozitive elementare de prelucrare a informaţiei. Fiecare asemenea dispozitiv îşi are complexitatea sa — costul, ancombramentul, nefiabilitatea etc. Printre vîrfurile grafului se disting poli de intrare şi poli de ieşire. Informaţia intră pe polii de intrare, „curge" pe arce, se prelucrează pe dispozitivele elementare şi ajunge la polii de ieşire unde se citeşte. Ca rezultat, informaţia de intrare se prelucrează după o anumită lege în informaţie de ieşire. Problema stabilirii acestei legi este problema de *analiză* a sistemului. Problema sintezei constă în a alege un graf după legea de prelucrare şi de a amplasa pe arcele (muchiile) lui dispozitivele elementare astfel ca sistemul să realizeze legea cerută de prelucrare a informaţiei de intrare în informaţie de ieşire cu o complexitate sumară minimă a elementelor dispuse. Rezultatele obţinute pot fi, evident, utilizate pentru analiza şi sinteza sistemelor de prelucrare a informaţiei economice.

A doua orientare a matematicii aplicative, care a determinat dezvoltarea t.g., o constituie problemele de economie matematică. În ultimele două decenii numărul problemelor economice care se rezolvă cu ajutorul t.g. a crescut foarte mult. Să menţionăm numai pe cele mai importante. Vom numi *drum* în graful (X, U) succesiunea de arce (muchii) astfel încît capătul arcului precedent să coincidă cu începutul celui următor. Se numeşte *drum hamiltonian* drumul închis care parcurge toate vîrfurile grafului. Problema constă în a construi un drum hamiltonian şi, dacă ataşăm fiecărui arc un număr numit *capacitate* de trecere prin arcul respectiv, de obicei se cere să se găsească un drum hamiltonian cu o complexitate însumată minimă. Această problemă este cunoscută sub numele de problema voiajorului comercial (→ *Metode combinatorii*). Ea are numeroase aplicaţii practice.

A doua problemă are legătură cu conceptul de *flux în reţea*. Se numeşte reţea un graf finit în care un vîrf nu are arce de intrare (vîrf iniţial) și un vîrf nu are arce de ieșire (vîrf final). Fiecărui arc u_k al rețelei i se atașează un număr pozitiv c_k — *capacitatea de tranzit a arcului.* Mulțimea de numere $(\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_m)$, m fiind numărul de arce al grafului, se numește *flux în rețea*, iar numărul φ_i se numește mărimea fluxului în arcul u_i, dacă 1) $0 \leqslant \varphi_i \leqslant c_i$, $i = 1, 2, \ldots, m$; 2) pentru fiecare vîrf, cu excepția vîrfului inițial și al celui final, suma φ_i luată după arcele care intră în el este egală cu suma φ_i luată după arcele care ies din el. Dacă considerăm că φ_i este cantitatea de lichid care curge prin arcul u_i, se poate calcula cantitatea de lichid care curge prin fiecare tăietură a rețelei. Capacitatea de tranzit este determinată de tăietura prin care trece cantitatea minimă de lichid. Cantitatea acestui lichid se numește *mărimea fluxului.*

Multe probleme se reduc la construirea fluxului avînd mărimea cea mai mare *(fluxul maxim)*. Această problemă se rezolvă cu ajutorul binecunoscutului *algoritm al lui Ford-Fulkerson.* De exemplu, problema transportului se reduce la problema construirii unui flux maxim: se cere să se transporte o încărcătură din vîrful inițial al rețelei în vîrful final, pe arcele grafului, într-un timp minim, știind că în fiecare moment pe arcul u_k se poate transporta o cantitate de încărcătură de cel mult c_k.

I. I. Juravlev

Bibl. 1. L.R. Ford, D.R. Fulkerson, *Flows in Networks*, Princeton University Press, 1962; 2. C. Berge, *The Theory of Graphs and its Applications*, John Wiley, 1959.

Teoria informației. S-a dezvoltat la început exclusiv ca o *teorie matematică a comunicațiilor (→ Informația).* În ultima vreme, ea s-a format ca o disciplină științifică nouă, complexă, avînd drept sarcină cercetarea multilaterală a proceselor de transmitere și recepționare a unei informații semnificative, cu ajutorul unor sisteme de semne, în societate, precum și în comunitățile biologice. Sub aspect teoretic, teoria generală a informației are legături cu teoria cunoașterii, cu cibernetica teoretică, cu semiotica și cu lingvistica. Pentru științele social-economice, dezvoltarea teoriei generale a informației prezintă interes din punctul de vedere al metodologiei de cercetare a proceselor informaționale care se desfășoară în societate, de exemplu, a așa-numitei *explozii informaționale* în domeniul științei și al conducerii economice. În fața teoriei generale a informației se ridică problema creării unei teorii normative de construire a unor sisteme raționale de informație economică, tehnico-științifică și de alte feluri. Așadar, în domeniul economiei, obiectivele coincid într-o mare măsură cu obiectivele și metodele *semioticii economice**.

Ca probleme practice primordiale în acest domeniu se examinează cele privind evidențierea nevoilor informaționale colective și individuale ale utilizatorilor și modurile de satisfacere eficientă a acestora în sisteme informaționale complexe. În teoria generală a informației se utilizează pe scară largă procedeul discriminării reprezentărilor și mesajelor pe nivele de utilitate, de sens, de reflectare a semnului, a formelor utilizate de înregistrare simbolică și de codificare a acestora cu ajutorul semnalelor (la acest din urmă nivel se utilizează teoria clasică a informației a lui Wiener-Shannon).

I.I. Cerneak

Bibl. → bibl. la *Informație.*

Teoria jocurilor. Teorie a modelelor matematice de adoptare a deciziilor optime în condiții de conflict sau de nedeterminare. Conflictul nu trebuie neapărat înțeles ca antagonic, orice divergență putînd fi considerată un conflict.

Pentru explicarea noțiunii de nedeterminare și a legăturii ei cu conflictul să examinăm următorul exemplu economic. Presupunem că este necesar să se adopte o decizie privind lansarea pe piață a unei mărfi. Se poate întîmpla ca volumul cererii pentru marfa respectivă să fie cunoscut cu exactitate; s-ar putea să se cunoască însă numai distribuția statistică a volumurilor posibile ale cererii; în sfîrșit, se poate întîmpla să se cunoască numai limitele între care este cuprinsă cererea, fără să existe nici un fel de idee, nici măcar de natură probabilistică, cu privire la volumul său viitor. Tocmai acest al treilea caz este calificat drept nedeterminare. O asemenea nedeterminare poate avea loc atunci cînd cererea (de exemplu, pentru mărfuri de sezon) depinde de condițiile meteorologice („conflictul cu natura") sau, în condițiile pieții capitaliste, de activitatea concurenților, care au satisfăcut o parte — necunoscută — a cererii.

Orice model bazat pe **t.j.** trebuie să precizeze cine și cum se află în conflict, precum și cine și sub ce formă este interesat într-un rezultat sau altul al conflictului. Părțile care acționează în conflict (în cazul general ele sînt colective care pot avea o structură interioară ierarhică) se numesc coaliții ale acțiunii. Deciziile pe care le pot adopta coalițiile acțiunii și, implicit, acțiunile pe care le au la dispoziție, se numesc *strategii* (ale coalițiilor). Ca urmare a alegerii strategiilor de către coaliții apare o situație. Părțile interesate (care și ele pot fi colective complexe) se numesc coaliții de interese. Divergența de interese constă în faptul că, din două situații, una dintre coalițiile de interese poate să prefere una, iar cealaltă alta. În practică, adeseori (deși nu întotdeauna), o coaliție K apreciază situația s după cîștigul $H_k^{(s)}$ pe care îl obține în această situație.

Din două situații, o coaliție de interese o preferă pe aceea în care cîștigul ei este mai mare. $H_k^{(s)}$ ca funcție de situația s se numește *funcția de cîștig a coaliției K*.

Enumerarea exactă a tuturor coalițiilor de acțiune, a mulțimilor strategiilor pe care acestea le adoptă, a tuturor situațiilor admisibile, a tuturor coalițiilor de interese și a preferințelor lor determină un *joc*. Trăsătura cea mai caracteristică a oricărui joc este prezența a cel puțin două coaliții de interese. Caracterizarea părților componente ale jocului pe care le-am menționat determină *clasele de jocuri*, mai concrete. De exemplu, dacă toate coalițiile de acțiune sînt coaliții de interese și reciproc, toate putînd fi considerate ca subiecți indivizibili (o firmă în condițiile de luptă pe piață sau, să zicem, o echipă de fotbal într-un meci), avem un joc fără coaliție. Multe conflicte economice sînt descrise prin jocuri fără coaliții. În acest caz coalițiile se numesc *jucători*.

Dacă într-un joc fără coaliții iau parte doi jucători, 1 și 2, iar interesele lor sînt diametral opuse (ceea ce înseamnă că cîștigul unuia este întotdeauna egal cu pierderea celuilalt, adică $H_1^{(s)} = -H_2^{(s)}$ pentru orice situație s), jocul se numește *antagonist*. Dacă într-un joc antagonist fiecare dintre doi jucători dispune numai de un număr finit de strategii, jocul se numește *matriceal* (→ *Jocuri matriceale*).

Conținutul teoriei matematice a jocurilor constă, în primul rînd, în stabilirea principiilor de comportare optimă a jucătorilor și a coalițiilor în cadrul jocurilor aparținînd unei anumite clase; în al doilea rînd, în demonstrarea existenței unor situații, care se formează ca urmare a aplicării acestor principii și, în al treilea rînd, în elaborarea unor metode de identificare (eventual numerică) a acestor situații. Pe lîngă aceasta, **t.j.** dezvoltă un aparat matematic care înlesnește rezolvarea acestor trei tipuri de probleme.

Majoritatea principiilor de comportament optim al jucătorilor și al coalițiilor elaborate de **t.j.** are caracterul unor principii de stabilitate: abaterea de la o situație constituită ca rezultat al comportamentului optim fie că trebuie să fie dezavantajoasă ca atare, fie că, după o asemenea abatere, trebuie să apară posibilitatea de a se trece în mod avantajos la o situație nouă la care se poate ajunge cu ajutorul comportamentului optim.

Pentru jocurile fără coaliții o asemenea stabilitate se realizează sub forma principiului echilibrului, care conduce la *situații de echilibru*. În aceste situații, dacă ceilalți jucători își mențin strategiile neschimbate, niciunuia dintre jucători nu-i convine să-și modifice strategia. În jocurile antagoniste situațiile de echilibru sînt *puncte șa*. Punctele șa se formează prin perechi de strategii s_1 și s_2 ale jucătorilor 1, respectiv 2, pe care se formează extreme exterioare în egalitatea

$$\max_{s_1} \inf_{s_2} H_1 (s_1, s_2) = \min_{s_2} \sup_{s_1} H_1(s_1, s_2). \tag{1}$$

Dacă se realizează şi extremele interioare această egalitate se scrie astfel

$$\max_{s_1} \min_{s_2} H_1(s_1, s_2) = \min_{s_2} \max_{s_1} H_1(s_1, s_2). \tag{2}$$

Această din urmă ecuaţie are o interpretare uşor de înţeles: $\min_{s_2} H_1 (s_1, s_2)$ este cîştigul garantat pe care îl va deţine jucătorul 1 dacă alege strategia s_1. Prin urmare, partea stîngă din (2) este cîştigul maxim pe care acesta îl va obţine dacă va alege s_1 în modul cel mai rezonabil.

În mod analog, partea dreaptă din (2) este cea mai mare pierdere a lui 2 pe care el n-o poate preveni. Dacă jocul are un punct şa, aceste mărimi sînt egale între ele. Valoarea lor comună se numeşte *valoarea jocului*, ce poate fi interpretată ca valoare a funcţionalei definite pe mulţimea funcţiilor de cîştig pentru clasa tuturor jocurilor antagoniste. Dacă nu există un punct şa, atunci maximinul din stînga egalităţii (2) este strict mai mic decît minimaxul din dreapta. În acest caz se pune problema creşterii celui dintîi şi a reducerii celui de al doilea printr-o extindere oarecare a posibilităţilor strategice ale jucătorilor. Acest lucru este posibil dacă jucătorii îşi aleg strategiile nu determinist, ci aleator, cu nişte probabilităţi depinzînd de funcţia de cîştig. Aceste strategii noi se numesc *strategii mixte*. Într-un asemenea joc extins există puncte şa pentru clase destul de largi de jocuri iniţiale. Această afirmaţie este cunoscută sub numele de teoremă fundamentală a t.j. antagoniste. Ea a fost demonstrată de J. von Neumann, în 1928, pentru cazul jocurilor matriceale. O teoremă analoagă privind existenţa unor situaţii de echilibru în strategiile mixte pentru jocuri fără coaliţii a fost demonstrată de J. Nash, în 1951.

Găsirea punctelor şa (în cazul strategiilor mixte) pentru jocurile matriceale este echivalentă cu rezolvarea problemei standard a programării liniare şi reprezintă numai dificultăţi tehnice în cazul în care numărul de strategii ale jucătorilor este mare. Pentru jocurile antagoniste infinite, la fel ca şi pentru jocuri fără coaliţii mai generale, rezolvarea acestei probleme este cunoscută numai în unele cazuri.

Un loc aparte în t.j. îl ocupă jocurile *cooperative*. În aceste jocuri există o singură parte în acţiune care alege situaţiile, iar coaliţiile de interese, călăuzindu-se după preferinţele lor, revendică anumite situaţii. De obicei, situaţia din jocurile cooperative se numeşte partiţie.

Se numeşte soluţie (în sens Neumann-Morgenstern) a unui joc cooperativ o mulţime de partiţii avînd proprietatea de stabilitate interioară și exterioară (o mulțime de partiții R se numește soluție dacă, în primul rînd, oricare ar fi partițiile r_1 și r_2 din R, partiția r_1 nu este pentru nici o coaliție de interese preferabilă partiției r_2 și, în al doilea rînd, oricare ar fi partiția s neaparținînd lui R, se poate găsi o partiție r din R preferabilă partiției s pentru cel puțin o coaliție de interese). Se poate considera că aspirația spre partiții, care sînt soluții, este un comportament rațional al participanților la joc. Ca realizare a principiului de raționalitate, soluția unui joc are trei defecte fundamentale: un joc poate avea multe soluții, fiecare soluție poate consta din mai multe partiții și există jocuri fără soluții. O altă abordare a conceptului de raționalitate (echitate) a partiției, propusă de Shapley, nu suferă de aceste defecte. Această abordare conduce la o partiție unică, care există pentru orice joc cooperativ.

În principiu, **t.j.** poate fi aplicată în toate domeniile de activitate umană în care există conflicte sau se adoptă decizii în condiții de nedeterminare. În practică însă, modelarea prin jocuri este adeseori dificilă, deoarece pentru stabilirea ordinii de preferință a situațiilor (și, ca urmare, pentru calculul valorilor funcțiilor de cîștig) nu întotdeauna există criterii obiective și ea depinde de problema generală a măsurării mărimilor în economie, psihologie, în domeniul militar etc. Totuși, concluziile calitative pe care le oferă **t.j.**, utilizîndu-se date aproximative sau chiar convenționale, pot aduce un mare folos. Sînt cunoscute aplicații ale **t.j.** la probleme de tactică militară, în economie (de exemplu pentru elaborarea strategiei unei firme pe piață) și în științele tehnice. De asemenea, sînt importante legăturile dintre **t.j.** și statistica matematică. **T.j.** este o disciplină matematică cu multe ramificații. În acest domeniu s-au publicat circa două mii de lucrări. Într-un număr mare de instituții de învățămînt se predau cursuri de **t.j.**

N.N. Vorobiov

Bibl. 1. J. von Neumann, O. Morgenstern, *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton University Press, 1947; 2. G. Owen, *Teoria jocurilor*, Editura tehnică, 1974.

Teoria matematică a proceselor optime. Se bazează pe rezultatele obținute în 1956—1961 de un colectiv de matematicieni condus de acad. L. S. Pontreaghin.

Dezvoltarea **t.m.p.o.** a fost stimulată de probleme care au apărut în teoria reglării automate.

Ex. Să presupunem că trebuie să ajungem cu avionul dintr-un loc în altul, într-un timp minim. În fiecare moment se poate determina poziția avionului în spațiu, cu ajutorul a trei numere x_1, x_2, x_2 (coordonatele avionului în sistemul dat de coordonate), numite *coordonate de fază*. În fiecare moment, comanda avionului este determinată de pozițiile volanelor (de exemplu de unghiurile de rotire a volanelor), date de numerele $u_1, u_2, \dots, u_r$, care se numesc *parametri de comandă*.

Mulţimea de valori pe care le pot lua parametrii de comandă se numeşte *domeniul de comandă U*. Dacă se cunosc valorile parametrilor în intervalul de timp $t_0 \leqslant t \leqslant t_1$, se poate spune că sînt date nişte funcţii de timp $u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t)$.

Funcţia vectorială $\mathbf{u}(t) = u_1(t), \dots, u_r(t)$ se numeşte *comandă*.

Întrucît legea mişcării avionului se presupune cunoscută, cunoscînd comanda $\mathbf{u}(t)$, $t_0 \leqslant \leqslant t \leqslant t_1$ şi poziţia iniţială a avionului $\mathbf{x} = x_1^0), x_2^0, x_3^0)$, se poate calcula traiectoria lui de zbor $\mathbf{x}(t) = x_1(t), x_2(t), x_3(t)$. Vom numi traiectoria de zbor a avionului *traiectorie de fază*. Impunînd diferite comenzi, vom obţine traiectorii diferite care pornesc din punctul $\mathbf{x}^0$. Problema care se pune este ca din toate comenzile admisibile să se aleagă comanda $\mathbf{u}(t)$, $t_1 \leqslant t \leqslant t_1$ astfel încît, urmînd-o, avionul să ajungă din poziţia iniţială dată $\mathbf{x}^0$ în poziţia prescrisă finală $\mathbf{x}^1$, în timpul cel mai scurt. Această comandă se numeşte *comandă optimă*.

Să dăm descrierea matematică a problemei comenzii optime.

Starea obiectului în fiecare moment este caracterizată prin una sau mai multe mărimi $x_1, x_2, \dots, x_n$, care se numesc *coordonate de fază*. Punctul $\mathbf{x}$ avînd coordonatele de fază $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ se numeşte *punct de fază*. Prin mişcare a obiectului se înţelege trecerea lui dintr-o stare în alta. Linia din spaţiul E_n (numit de fază), pe care o descrie într-un timp dat punctul de fază $\mathbf{x}(t) = (x_1(t), \dots, x_n(t))$, se numeşte *traiectorie de fază*. Se spune că un obiect poate fi comandat dacă putem exercita o influenţă asupra mişcării sale. Noţiunea de *comandă* $\mathbf{u}(t)$ şi cea de *domeniu de comandă* $U \subseteq E_r$ au fost descrise mai sus. Pentru aplicaţii sînt interesante comenzile $\mathbf{u}(t)$ care aparţin clasei funcţiilor continue pe porţiuni. Se numeşte *comandă admisibilă* orice funcţie continuă pe porţiuni luînd valori în domeniul de comandă U. Vom considera probleme în care *legea mişcării* este descrisă de un sistem de ecuaţii diferenţiale de ordinul unu

$$\begin{array}{l} x_1' = f^1(x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u, t), \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x_n' = f^n(x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u, t). \end{array} \tag{1}$$

Calitatea procesului de trecere se estimează prin funcţionala

$$J = \int_{t_0}^{t_1} f^0(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)\, dt. \tag{2}$$

Problema comenzii optime se formulează în felul următor:

În spaţiul de fază E_n sînt date două puncte: $\mathbf{x}^0$ şi $\mathbf{x}^1$. Dintre toate comenzile admisibile $\mathbf{u}(t)$ care transferă punctul de fază $\mathbf{x}$ pe traiectoria $\mathbf{x}(t)$, soluţia sistemului (1), din poziţia $\mathbf{x}^0$ în poziţia $\mathbf{x}^1$, să se găsească aceea pentru care funcţionala ia valoarea cea mai mică. Perechea de funcţii vectoriale $(\hat{\mathbf{x}}(t),\ \hat{\mathbf{u}}(t))$, care dau soluţia problemei, se numeşte *proces optim*.

Funcţiilor $f^0(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t), f^1(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \bar{t}), \ldots, f^n(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \bar{t})$ li se impun condiţii care asigură existenţa soluţiei sistemului (1) şi minimul funcţionalei pe mulţimea acestor soluţii. Vom presupune că funcţiile $f^0(x_1, \ldots x_n, u_1, \ldots, u, t)$, $f^1(x_1, \ldots, x_n, u_1, \ldots, u, t), \ldots, f^n(x_1, \ldots, x_n, u_1, \ldots, u, t)$ sînt continue şi au derivate parţiale continue în raport cu toate variabilele $x_1, \ldots, x_n, u_1, \ldots, u, t$.

În aceste condiţii este adevărată următoarea *teoremă (1) (principiul maximului)*. Fie $(\hat{\mathbf{x}}(t),\ \hat{\mathbf{u}}(t))$ un proces optim; atunci există o funcţie vectorială nenulă $\Psi(t) = (\Psi_1(t), \ldots, \Psi_n(t))$ şi o constantă $\Psi_0 \leqslant 0$, astfel încît 1) $\Psi(t) = (\Psi_1(t), \ldots, \Psi_n(t))$ este o soluţie a sistemului de ecuaţii diferenţiale

$$\begin{aligned} \Psi_1' &= -\sum_{i=0}^{n} f_{x_1}^i(\hat{\mathbf{x}}(t),\ \hat{\mathbf{u}}(t),\ t)\ \Psi_i(t), \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \Psi_n' &= -\sum_{i=0}^{n} f_{x_n}^i(\hat{\mathbf{x}}(t),\ \hat{\ }\qquad \Psi_i(t); \end{aligned} \tag{3}$$

2) oricare ar fi $t_0 \leqslant t \leqslant t_1$ funcţia

$$H(\mathbf{u}) = H(\hat{\mathbf{x}}(t),\ \mathbf{u},\ \Psi(t),\ \Psi_0(t)) = \Psi_0 f^0(\hat{\mathbf{x}}(t),\ \mathbf{u},\ t) +$$

$$+\ \Psi_1(t) f^1(\hat{\mathbf{x}}(t),\ \mathbf{u},\ t) + \ldots\ \Psi_n(t) f^n(\hat{\mathbf{x}}(t),\ \mathbf{u},\ t)$$

de variabile $u_1, \ldots, u_r$ îşi atinge maximul pe mulţimea U dacă $\mathbf{u} = \hat{\mathbf{u}}(t)$:

$$H(\hat{\mathbf{u}}(t) = \max_{u \in U} H(\mathbf{u}). \tag{4}$$

Funcţia H se numeşte funcţia lui Hamilton-Pontreaghin. Ea este analoagă cu funcţia lui Lagrange, iar $\Psi_0, \Psi_1, \ldots, \Psi_n$ sînt analoage cu multiplicatorii lui Lagrange din teoria problemelor extremale (→ *Extremum al funcţiei*).

În teorema 1, momentele t_0 şi t_1 se presupun date, adică timpul $t_1 - t_0$ este fixat. Teorema 1 dă condiţiile necesare de optim pentru *problema* *cu timpul fixat.* Dar timpul $t_1 - t_0$ poate să nu fie fixat. Dacă $f^0(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \equiv 1$, obținem $J = t_1 - t_0$. Problema de minimizare a unei astfel de funcționale se numește *problemă cu viteză de acțiune optimă.* Pentru a obține condițiile necesare de optim pentru *problema cu timp nefixat,* la condițiile 1 și 2 ale teoremei 1 trebuie să mai adăugăm condiția $H(\hat{\mathbf{x}},(t_1),$

$\hat{\mathbf{u}}(t_1), \Psi(t_1), \Psi_0, t_1) = 0.$

Vom trece acum la formularea *problemei cu capete mobile.*

Vom introduce mai întîi noțiunea de varietate. Fie date, în spațiul de fază E_n, k funcții $h^1(x_1, \ldots, x_n)$, $h^2(x_1, \ldots, x_n)$, $\ldots$, $h^k(x_1, \ldots, x_n)$, care au derivate parțiale continue $h^i_{x_j(x_1,\ldots,x_n)}$, $(i = 1, \ldots, k;\ j = 1, \ldots, n)$. Mulțimea de puncte $\mathbf{x} \in E_n$, care satisfac simultan toate ecuațiile

$$h^1(x_1, \ldots, x_n) = 0, \ldots, h^k(x_1, \ldots, x_n) = 0,$$

se numește varietate netedă $n-k$-dimensională, $S(\mathbf{x})$, dacă este satisfăcută următoarea condiție: vectorii

$$\mathbf{g}^1 = (h^1_{x_1}, \ldots, h^1_{x_n}), \ldots,$$

$$\mathbf{g}^k = (h^k_{x_1}, \ldots, h^k_{x_n}) \tag{5}$$

sînt liniar independenți.

Vectorul care pornește din punctul $\mathbf{x} \in S$ este vectorul tangent al varietății netede S în punctul $\mathbf{x}$, dacă el este ortogonal cu toți vectorii $\mathbf{g}^1, \ldots, \mathbf{g}^k$.

Așadar, fie S_0 și S_1 varietățile netede de dimensiuni r_0 și r_1 (mai mici decît n). Problema constă în a găsi o comandă admisibilă $\mathbf{u}(t)$, care transferă punctul de fază $\mathbf{x}(t)$ — soluția sistemului (1) — dintr-o poziție oarecare (nefixată dinainte) $\mathbf{x}^0 \in S_0$ într-o poziție $\mathbf{x}^1 \in S_1$, conferind în același timp funcționalei (2) valoarea cea mai mică. Această problemă se numește problemă cu capete mobile. Dacă S_0 și S_1 degenerează în puncte, atunci problema cu capete mobile se transformă în problema cu capete fixe pe care am examinat-o deja. Principiul maximului (teorema 1) rămîne în vigoare și pentru problema cu capete mobile. Se adaugă însă încă o condiție care a primit denumirea de *condiție a transversalității:* vectorul $\Psi(t_0)$ este ortogonal cu toți vectorii tangenți ai varietății S_0 în punctul $\mathbf{x}_0$, iar vectorul $\Psi(t_1)$ este ortogonal la toți vectorii tangenți ai varietății S_1 în punctul $\mathbf{x}^1$.

Uneori, problema se complică prin efectul de *întîrziere,* care poate apărea, de exemplu, datorită pierderii de timp pentru transmiterea semnalului sau datorită altor fenomene. Atunci legea mişcării este descrisă de sistemul de ecuații

$$\left.\begin{array}{l} x_1'(t) = f^1(\mathbf{x}(t),\ \mathbf{x}(t-\tau),\ \mathbf{u}(t),\ t) \\ \\ x_n'(t) = f^n(\mathbf{x}(t),\ \mathbf{x}(t-\tau),\ \mathbf{u}(t)t), \\ t_0 \leqslant t \leqslant t_1, \end{array}\right\} \tag{6}$$

în care $\tau = \text{const} > 0$ este timpul de întîrziere. Argumentul de întîrziere este conținut numai în coordonatele de fază şi este absent din comandă. Pentru a se determina în mod univoc traiectoria $\mathbf{x}(t)$, $t_0 \leqslant t \leqslant t_1$ trebuie dată nu numai comanda $\mathbf{u}(t)$ dar şi funcția inițială $\tau(t)$, determinată şi continuă pentru $t_0 - \tau \leqslant t \leqslant t_0$.

În acest caz problema comenzii optime se formulează în felul următor: Să se aleagă o comandă admisibilă $\mathbf{u}(t)$ astfel încît să minimizeze funcționala

$$\int_{t_0}^{t_1} f^0(\mathbf{x}(t),\ \mathbf{x}(t-\tau),\ \mathbf{u}(t),\ t)\ \mathrm{d}t,$$

cu condițiile: 1) $\mathbf{x}(t)$ este soluția sistemului (6) cu $t_0 \leqslant t \leqslant t_1$; 2) $\mathbf{x}(t) = \varphi(t)$, cu $t_0 - \tau \leqslant t \leqslant t_0$; 3) $\mathbf{x}(t_1) = \mathbf{x}^1$. Pentru simplitate, presupunem că t_0, t_1, $\mathbf{x}$, $\varphi(t)$ sînt date, adică considerăm problema cu capete fixate şi cu timp fixat.

Pentru formularea principiului maximului introducem două sisteme de ecuații pentru necunoscutele auxiliare

$$\begin{array}{l} \Psi_i'(t) = -\sum\limits_{j=0}^{n} f^i_{x_i}(\mathbf{x}(t),\ \mathbf{x}(t-\tau),\ \mathbf{u}(t),\ t)\ \Psi_j(t) - \sum\limits_{j=0}^{n} f^i_{y_i}(\mathbf{x}(t+\tau), \\ \mathbf{x}(t),\ \mathbf{u}(t+\tau),\ t+\tau)\ \Psi_j(t+\tau), \\ i = 1, \ldots, n; \end{array} \tag{7}$$

$$\begin{array}{l} \Psi_i'(t) = -\sum\limits_{j=0}^{n} f^i_{x_i}(\mathbf{x}(t),\ \mathbf{x}(t-\tau),\ \mathbf{u}(t),\ t) \cdot \Psi_j(t), \\ i = 1, \ldots, n. \end{array} \tag{8}$$

Teorema 2. *Principiul maximului*. Fie $(\hat{\mathbf{x}}(t),\ \hat{\mathbf{u}}(t)$ un proces optim. Atunci există o funcție vectorială nenulă $\Psi(t) = (\Psi_1(t), \ldots, \Psi_n(t)$ şi o constantă $\Psi_0 \leqslant 0$, astfel încît:

1) $\Psi(t) = (\Psi_1(t), \ldots, \Psi_n(t)$ este o soluţie a sistemului (7) pentru $t_0 \leqslant t \leqslant t_1 - \tau$, iar dacă $t_1 - \tau \leqslant t \leqslant t_1$, este o soluţie a sistemului (8).

În acest caz $\hat{\mathbf{x}}(t) = \hat{\mathbf{x}}(t)$, $\mathbf{u}(t) = \hat{\mathbf{u}}(t)$;

2) oricare ar fi $t_0 \leqslant t \leqslant t_1 - \tau$, funcţia $H(\mathbf{u}) = \Psi_0 f^0(\hat{\mathbf{x}}(t), \hat{\mathbf{x}}(t - \tau), \mathbf{u}, t) + \Psi_1(t) f^1(\hat{\mathbf{x}}(t), \hat{\mathbf{x}}(t-\tau), \mathbf{u}, t) + \ldots + \Psi_n(t) f^n(\hat{\mathbf{x}}(t), \hat{\mathbf{x}}(t-\tau), \mathbf{u}, t)$ de variabile $u_1, u_2, \ldots, u_r$ îşi atinge pe mulţimea U valoarea maximă la $\mathbf{u} = \mathbf{u}(t)$. Dacă însă momentul t_1 este necunoscut, atunci la condiţiile teoremei (2) trebuie adăugată încă o condiţie:

3) $H(\hat{\mathbf{x}}(t_1), \hat{\mathbf{x}}(t_1-\tau), \hat{\mathbf{u}}(t_1), \Psi(t_1), t_1) = 0$.

Dar în cazul în care capetele sînt mobile, se adaugă condiţia de transversalitate.

Demonstraţia teoremelor (1), (2) este dată în lucrările [1; 2]. În [4] sînt examinate într-un mod mai amănunţit problemele de comandă optimă cu întîrziere.

Problema se poate complica şi prin existenţa unui parametru, prin restricţii impuse coordonatelor de fază, printr-un alt mod de a da criterii de calitate a funcţionalei ş.a.m.d. În literatura indicată se poate găsi punerea unor probleme mai complicate şi demonstrarea principiului maximului pentru ele. Să observăm că principiul maximului este o condiţie necesară a optimului. Principiul maximului ne ajută să restrîngem clasa de comenzi printre care trebuie căutate cele optime, separînd numai anumite traiectorii, în general izolate, care satisfac condiţiile necesare. Aceasta uşurează considerabil problema, iar în unele cazuri, de exemplu atunci cînd soluţia ecuaţiei maximului este finită, principiul maximului devine şi condiţie suficientă.

O mare calitate a principiului maximului este faptul că el se poate aplica la orice domeniu de valori admisibile, printre care şi la mulţimea închisă U. Pentru aplicaţii este deosebit de important şi caracteristic cazul mulţimii închise, iar toate teoremele calculului variaţional sînt valabile numai pentru mulţimi deschise U, în particular atunci cînd U este egal cu E_n. În cazul în care domeniul valorilor admisibile este o mulţime deschisă, din principiul maximului rezultă toate condiţiile necesare de optim cunoscute din teoria clasică a calculului variaţional (→ *Calcul variaţional*).

G.P. Ivanova

Bibl. 1. V.G. Bolteanski, *Matematika i optimalnoe upravlenie*, „Znanie", 1968; 2. idem, *Matematiceskie metodî optimalnogo upravlenia*, „Nauka", 1969; 3. L.S. Pontreaghin, *Matematiceskaia teoria optimalnîh professov*, „Fizmatghiz", 1961; 4. R. Gabasov, F. Kirillova, *Kacestvennaia teoria optimalnîh profesov*, „Nauka", 1971.

Teoria ordonanţării. Sistem de metode calitative şi de calcul, care permit să se ordoneze în timp utilizarea unui sistem de maşini pentru prelucrarea unei mulţimi oarecare de produse, astfel încît să fie satisfăcute anumite condiţii tehnologice şi să fie asigurată realizarea valorii optime a criteriului de calitate a programului stabilit în prealabil.

Problemele de **t.o.** se formulează nu numai în termenii planificării calendaristice a producţiei. Un exemplu îl constituie problema planificării procesului de învăţămînt într-o facultate. Aici grupele de studenţi pot fi considerate ca nişte „maşini", iar studenţii, ca „produse". Condiţiile tehnologice sînt restricţiile, care nu permit studierea unei discipline fără o pregătire prealabilă necesară la alte discipline. Programele realizabile sînt limitate şi de existenţa sălilor de curs pentru grupele cu diferite efective, precum şi de posibilităţile cadrelor didactice. În **t.o.** se încadrează, de asemenea, problema benzii rulante echilibrate.

O ordonanţare este definită prin matricea (t_{ij}), care indică momentul intrării produsului i pe maşina j sau şirul de maşini care deservesc fiecare produs şi şirul de produse care intră la fiecare maşină. Restricţiile tehnologice stabilesc ordinea realizabilă a prelucrării fiecărei piese la diferite maşini. Criteriul de calitate a ordonanţării este determinat de problema concretă care se rezolvă; de obicei se utilizează: 1. timpul total de nefuncţionare a tuturor maşinilor; 2. timpul maxim de nefuncţionare a maşinii; 3. cheltuielile totale pentru prelucrarea unei serii de produse; 4. timpul total de prelucrare a seriilor; 5. numărul de seturi şi de produse, prelucrate într-un timp dat ş.a.

Dificultăţile de rezolvare a problemelor de **t.o.** sînt determinate de numărul enorm de variante de ordonare, care cresc extraordinar de rapid odată cu mărirea numărului de maşini şi de produse. În cazul în care avem n produse şi m maşini, numărul posibil de variante ale ordinei de prelucrare a produselor este egal cu $(n!)^m$. În cazul $n = 4$ şi $m = 8$ numărul programelor posibile este o mărime de ordinul a 10 miliarde. În momentul de faţă nu există metode generale eficiente de rezolvare a problemelor de **t.o.** Metodele utilizate pot fi împărţite în două clase. Din prima clasă fac parte metodele riguroase de rezolvare a problemelor de extremum, în speţă metodele de programare discretă şi dinamică, care se adaptează la condiţiile specifice ale problemelor de **t.o.** Din a doua clasă fac parte metodele aproximative, bazate, de pildă, pe regulile euristice de preferinţă sau pe căutarea aleatoare. Rezultate însemnate s-au obţinut în studierea metodelor aproximative, care permit nu numai să se mărească dimensiunile problemelor rezolvate, dar să se ţină seama şi de diverşi factori de producţie şi tehnologici cu caracter neliniar şi logic (avarii şi reglări ale utilajului, restricţii la resurse ş.a.m.d.).

Cu ocazia rezolvării problemelor practice complexe de **t.o.** se utilizează, de cele mai multe ori, metodele de modelare statistică îmbinate cu analiza combinatorie.

D.B. Iudin

Bibl. 1. *Kalendarnoe planirovanie*, „Progres", 1966; 2. A.L. Lurie, *O nekotorîh zadaceah kalendarnogo planirovania*, în culegerea *Problemî kibernetiki*, fas. 7, 1962; 3. R. Ackoff, M. Sasieni, *Bazele cercetării operaţionale*, Editura tehnică, 1975

Teoria probabilităţilor. Încercare de a cerceta *nedeterminarea*. S-a observat, de mult, că unele situaţii nedeterminate sînt supuse totuşi unor legi cantitative. Astfel, nu se cunoaşte sexul unui copil care urmează să se nască, totuşi aproximativ jumătate din nou-născuţii din fiecare an sînt fetiţe.

T.p. studiază asemenea situaţii cu ajutorul logicii formale. Fiind o ştiinţă matematică, ea face descrieri abstracte ale realităţii, menţinînd ceea ce este esenţial şi lăsînd de o parte ceea ce este secundar. Este limpede că în condiţiile unui asemenea mod de abordare, trecerea de la realitate la modelul matematic este partea cea mai importantă a muncii, în care cercetătorului i se cere o activitate creatoare.

Primordial pentru **t.p.** este conceptul de *experiment aleatoriu*, adică de experiment care se poate încheia cu unul din cîteva rezultate imaginabile, fără să se ştie dinainte cu care anume. Un asemenea experiment poate fi, de exemplu, numărarea cumpărătorilor care intră într-un magazin în decurs de o oră, rezultatul putînd fi orice număr întreg pozitiv; aici abstractizarea constă în faptul că admitem că numărul de cumpărători poate fi oricare, deşi este clar că acest număr nu poate fi foarte mare.

Conţinutul fundamental al **t.p.** poate fi înţeles chiar dacă ne limităm la experimente aleatoare cu număr finit de rezultate imaginabile. În acest caz oricărui rezultat al experimentului îi asociem un număr nenegativ, care nu depăşeşte unitatea şi care se numeşte probabilitatea acestui rezultat.

Cunoscînd probabilităţile unor evenimente, putem efectua, prin operaţii simple, probabilităţile altora.

Unul din rezultatele cele mai importante ale **t.p.** este *legea numerelor mari*, care afirmă că prin repetarea unui experiment de mai multe ori, în mod independent, frecvenţele relative ale evenimentelor (numărul de experimente în care evenimentul respectiv s-a realizat raportat la numărul total de încercări) se apropie de probabilitatea acestor evenimente. Pe această bază se poate conchide că teoria matematică reproduce în mod satisfăcător acele trăsături ale realităţii cu care am început prezentul articol. Trecerea la practică nu este simplă.

Să presupunem că vrem să evaluăm fiabilitatea unui produs, de exemplu, dorim să aflăm dacă produsul va funcţiona un anumit timp fără să se defecteze. Să presupunem că, pornind de la modelul matematic, am dedus că probabilitatea acestui eveniment este de 0,99. Este oare bine sau rău? De ce oare 0,995 este în cazul nostru mai bine decît 0,99? Încercarea de a apela la legea numerelor mari nu ne permite decît să spunem, cu o probabilitate apropiată de 1, că pentru un număr mare de asemenea produse partea celor care vor funcţiona timpul fixat va diferi cu foarte puţin de 0,99. Şi răspunsul se dă în termeni probabilistici.

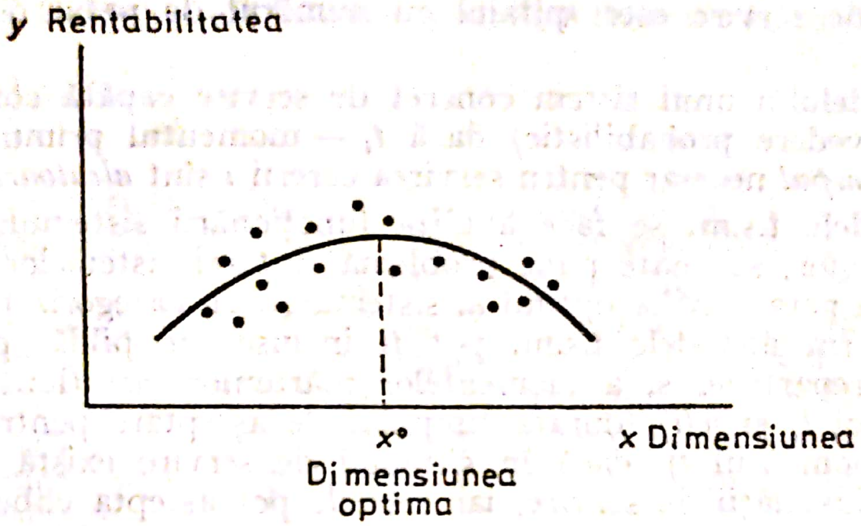
Aceasta înseamnă că pentru a trage concluzii practice din teoria probabilităţilor, trebuie să ne formăm un mod de a gîndi specific probabilistic şi să elaborăm anumite reguli. De obicei, neglijăm probabilităţile mici, adică gîndim şi acţionăm ca şi cum evenimentele de mică probabilitate nu au loc într-un experiment unic. Desigur că acest grad de micime trebuie determinat de fiecare dată în funcţie de împrejurări. Astfel, una este probabilitatea de rebut de 0,01 în cazul chibriturilor şi cu totul alta aceeaşi probabilitate în cazul avioanelor.

Un capitol aplicativ important al **t.p.** îl constituie *statistica matematică**. Problemele fundamentale ale statisticii matematice sînt evaluarea unor mărimi necunoscute, de exemplu a probabilităţilor unor evenimente, după datele provenite din observaţii şi verificarea concordanţei dintre modelele teoretice şi datele experimentale. În economie se aplică, în primul rînd, ideile şi metodele statisticii matematice. Un caz tipic: să presupunem că dorim să stabilim dependenţa rentabilităţii unei întreprinderi dintr-o anumită ramură de dimensiunile ei. De obicei, există un material statistic acumulat timp de cîţiva ani în cîteva unităţi care se află în aproximativ aceleaşi condiţii, dar care se deosebesc între ele numai prin dimensiune. Să presupunem că y_1, y_2 ... sînt rentabilităţile medii, pe ani, ale unităţilor numerotate 1, 2, ..., ale căror dimensiuni sînt respectiv x_1, x_2, ... Se înţelege că rentabilitatea unei întreprinderi este determinată de acţiunea multor factori, dimensiunea fiind doar unul dintre aceştia. Se urmăreşte însă studierea doar a dimensiunii. Cu alte cuvinte, se consideră că există o dependenţă riguroasă a rentabilităţii de dimensiune, care este estompată de abateri întîmplătoare determinate de acţiunea celorlalţi factori. (Astfel, începem construirea modelului matematic.) Se presupune că această dependenţă este de o asemenea natură încît, la o anumită dimensiune, rentabilitatea este maximă. Rezultatele observaţiilor sînt reprezentate prin puncte (→ fig.). Cel mai simplu este să se exprime dependenţa lui y de x cu ajutorul unui polinom de gradul doi, adică:

$$y = a(x - x^0)^2 + b.$$

Valorile lui a, b şi x^0 sînt necunoscute.

Se adoptă încă o ipoteză, și anume că dependența reală a lui y de x poate fi redată suficient de bine dacă se utilizează polinoamele de forma menționată. De obicei, în continuare se utilizează *metoda celor mai mici pătrate*, cu ajutorul căreia se calculează estimările pentru a, b și x^0,



care se folosesc în activitatea ulterioară. Din păcate, rareori se efectuează analiza ipotezelor necesare atît pentru funcționarea metodei celor mai mici pătrate, cît și pentru ca estimările parametrilor a, b și x^0 să aibă o serie de proprietăți utile. De exemplu, este foarte important ca abaterile valorilor observate y_1 de la curbă să respecte legea normală și să fie statistic independente în totalitatea lor. Pentru a se constata aceste proprietăți este necesară o analiză mai profundă a realității. După cum s-a mai arătat, nu orice nedeterminare se poate descrie probabilistic și de aceea utilizarea **t.p.** nu este justificată oricînd. Procesele din economie sînt uneori foarte complexe, mai ales cînd este vorba de fenomene macroeconomice. În asemenea probleme ca prognoza dezvoltării economiei în ansamblu, folosirea metodelor oferite de **t.p.** este destul de limitată.

I.N. Tiurin

Bibl. 1.I. Neyman, *First Course in Probability and Statistics*, Holt Rinehart and Winston, 1950; 2. E.S. Vențel, *Teoria veroiatnostei*, „Nauka", 1964.

Teoria serviciilor de masă. Domeniu de aplicație a teoriei proceselor aleatoare. *Obiectul* de cercetare al **t.s.m.** îl constituie *modelele probabiliste ale sistemelor reale de servire*, în care, în *momente de timp* aleatoare (sau nealeatoare), apar cereri de servire și există instalații pentru *servirea* acestor cereri. Asemenea sisteme pot fi întîlnite în numeroase domenii: 1. în telefonie (cererea este apelul abonatului, instalaţia de servire este comutatorul); 2. în economie (cererea este solicitarea unui produs de un anumit tip, instalaţia de servire sînt uzinele care îl fabrică); 3. în medicină (cererea este prezentarea unui bolnav, care trebuie spitalizat, instalaţia de servire este spitalul cu numărul de paturi de spital egal cu n) etc.

Teoria modelului unui sistem concret de servire capătă conţinut (din punct de vedere probabilistic) dacă t_i — momentul primirii cererii i sau η_i — *timpul* necesar pentru servirea cererii i sînt *aleatoare.*

Prin metodele **t.s.m.** se face analiza funcţionării sistemului pe baza căruia, ulterior, se poate pune problema sintezei sistemelor de servire şi a alegerii parametrilor optimi ai sistemului. În categoria problemelor rezolvate prin metodele **t.s.m.** pot fi incluse, de pildă, problemele: a) aflarea repartiţiei şi a momentelor mărimilor $q(t)$ (lungimea cozii în momentul t) şi $w(t)$ (durata timpului de aşteptare pentru o cerere sosită în momentul t), dacă în sistemul de servire există un număr limitat de instalaţii de servire, iar cererile pot aştepta eliberarea unei instalaţii de servire (ceea ce este corect pentru exemplul 2); b) aflarea repartiţiei numărului de cereri $v(t)$, care au părăsit sistemul în intervalul de timp $[0, t]$, fără a fi servite, dacă sistemul de servire nu admite aşteptarea la coadă (ceea ce se întîmplă în exemplul 1, întrucît apelul se pierde dacă toate instalaţiile de servire ale comutatorului sînt ocupate); c) aflarea repartiţiei mărimii $u(t)$ — a numărului de instalaţii de servire în momentul t. În speţă, dacă numărul instalaţiilor de servire este egal cu n, atunci $p_n(t) = P\{(u(t) = n)\}$ — probabilitatea de aşteptare a servirii pentru o cerere sosită în momentul t este o caracteristică interesantă a calităţii funcţionării sistemelor de servire (în exemplul 3).

Termenul de „teorie a serviciilor de masă" aparţine matematicianului sovietic A. I. Hincin.

În literatura de limbă engleză, pentru clasa respectivă de probleme se utilizează mai frecvent termenul de teorie a cozilor *(theory of queues)*. Iniţial, **t.s.m.** a apărut pentru rezolvarea problemelor de telefonie (Palm, Erlang, Hincin). În momentul de faţă este greu să se menţioneze un domeniu al activităţii umane în care să nu-şi găsească aplicare ideile **t.s.m.** Noţiunile fundamentale din **t.s.m.** sînt noţiunile de *flux de intrare, organizare a cozii, structură a sistemului de servire* şi *flux de ieşire.* Prin *flux de intrare* se înţelege un şir de momente $\{t_1, t_2, t_3, \ldots\}$. Dacă într-un moment se primeşte o singură cerere, un asemenea flux se numeşte *ordinar*, dacă în momentul t_i pot apărea mai multe cereri, atunci fluxul de intrare se numeşte *neordinar*. Fluxul de intrare se numeşte recurent, dacă mărimile $\tau_{i+1} = t_{i+1} - t_i$ sînt independente și repartizate identic, adică $\mathbf{P}\{\tau_i < x\} = F(x)$ pentru toţi i. În aplicaţii apare adeseori un caz particular al fluxului recurent — *fluxul elementar* sau *fluxul Poisson*. Fie $\xi_{a,b}$ numărul de cereri primite în intervalul de timp $[a, b]$. Fluxul va fi un flux Poisson dacă ξ_{0}, t are repartiția Poisson, adică dacă

$$\mathbf{P}\left\{\xi_{0}, t = k\right\} = \frac{(\lambda t)^{k e - \lambda t}}{k!},$$

$\lambda > 0$ fiind parametrul fluxului. Se studiază, de asemenea, sistemele cu mai multe fluxuri de intrare. Prin *organizarea cozii* se înțelege un sistem de reguli care determină ordinea și posibilitatea de satisfacere a cererilor. Se disting sisteme de servire cu *coadă* (dacă în momentul t_i toate instalațiile de servire sînt ocupate, cererea i se așază la coadă și așteaptă să fie servită) și sisteme cu *refuzuri* (în acest caz cererea este satisfăcută sau nu este satisfăcută în funcție de starea sistemului de servire în momentul t_i). Exemplul 1 este un exemplu de sistem de servire cu refuzuri.

Pentru descrierea *structurii unui sistem de servire* este necesar să se indice numărul instalațiilor de servire și repartiția mărimii η_i — a timpului de servire a cererii i. Să admitem că u_j reprezintă momentul terminării servirii cererii j în curs de servire. Şirul $\{u_j\}$ formează fluxul de *ieșire*. Studierea acestuia este importantă pentru că el poate deveni flux de intrare în sistemul de servire următor. Vom da două exemple de probleme clasice de **t.s.m.**

1. *Problema lui Erlang*. Să presupunem că un sistem de servire este alcătuit din n instalaţii de servire. Fluxul de intrare este un flux Poisson, cu parametrul λ. Cererea se satisface la orice instalație de servire disponibilă și se pierde dacă în momentul sosirii ei nu există nici o instalație disponibilă. Timpul de servire a oricărei cereri η este o mărime aleatoare cu funcția de repartiție continuă, iar $\mathbf{M}\eta = \mu$. Dacă $\rho = \dfrac{\lambda}{\mu} < 1$, atunci există

$$\lim_{t \to \infty} p_n^{(t)} = p_n \text{ și } p_n = \frac{\rho^n}{n!} : \left(\sum_{k=1}^{n} \frac{\rho^k}{k!}\right);$$

p_n poate fi interpretat ca probabilitate a pierderii cererii într-un moment de timp oarecare.

2. *Problema întreținerii mașinilor-unelte.* Să admitem că există n mașini-unelte și o echipă alcătuită din m persoane care servesc aceste mașini-unelte. O mașină-unealtă care funcționează în momentul de timp t se dereglează în momentul $t+x$ cu probabilitatea $F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$, $\lambda > 0$. Timpul de repunere în funcțiune a mașinii-unelte este o mărime aleatoare η cu funcția de repartiție $\Phi(x)$. Pentru un asemenea sistem se poate calcula repartiția și numărul mediu de muncitori care nu lucrează. Aceste caracteristici pot fi utilizate ulterior pentru alegerea optimă a raportului dintre n și m, pornind de la considerente economice.

E.V. Cepurin

Bibl. 1. A.I. Hincin, *Raboti po matematiceskoi teorii massovogo obslujivania*, Fizmatghiz, 1963, 2. T.L. Saaty, *Elements of Queuing Theory*, McGraw—Hill, 1961; 3. B.V. Gnedenko, I.N. Kovalenko, *Vvedenie v teoriu massovogo obslujivania*, „Nauka“, 1966.

Tezaur. În sens general cibernetic, stocul de informații de care dispune un anumit sistem. În domeniul prelucrării datelor, **t.** înseamnă, de obicei, un glosar, ale cărui unități sînt prevăzute cu seturi de caracteristici ale relațiilor de gen—specie și sînt grupate după asemănarea de sens, pentru termenii sinonimi fiind scoși în evidență termenii reprezentativi, principali, descriptorii. **T.** reprezintă un mijloc simplu și eficient de realizare a unei analize elementare a sensului unei informații sub formă de text. **T.** se pot utiliza în sistemele de prelucrare a datelor fie în mod autonom, fie în componența unui limbaj informațional, adică ținînd seama de gramatica acestui limbaj, de pildă, de șablonul pentru înregistrare. Este necesar să se distingă diverse tipuri de **t.** care pot fi utilizate în cadrul sistemelor automatizate de conducere.

T. *de regăsire* reprezintă glosarul termenilor caracteristici unui anumit domeniu de cunoștințe sau unui anumit tip de informație, numiți cuvinte-cheie, dintre care se separă *descriptorii*. Cuvintele din **t.** sînt prevăzute cu indici, care explică relațiile lor ierarhice, de gen—specie, sau paradigmatice, iar în unele cazuri și relațiile liniare, gramaticale sau sintagmatice, mai exact posibilitățile potențiale ale acestor relații. **T.** de regăsire servesc pentru căutarea și selecționarea documentelor și textelor după o anumită problematică, pe baza adresării semiformale la sensul lor prin examinarea termenilor cuprinși în ele și compararea lor cu termenii incluși în modelul de căutare. Un exemplu de poziție de glosar a unui **t.** de regăsire este prezentat în tab. 1.

T. *pentru introducerea datelor* este o variantă simplificată de **t.** care servește pentru codarea și introducerea în calculatorul electronic a informației de conducere și reprezintă un glosar — cod de cuvinte-cheie și de descriptori ai limbajului sistemului de conducere. Conține aceleași unități de glosar ca și tezaurul sistemului automatizat de con-

Tab. 1

Descriptorii și cuvintele-cheie	Cheltuieli materiale (→ Materiale, cheltuieli)
Codul	0867
Noțiunea mai generală în care se cuprinde	Cheltuieli
Codul	0635
Noțiunile de concretizare	Cheltuieli materiale, fără amortizări
Codul	0873

ducere (SAC), însă prin forma de elaborare și completare a poziției de glosar este întru totul analog **t.** de regăsire. Un exemplu de poziție de glosar al **t.** pentru introducerea datelor este prezentat în tab. 2.

Tab. 2

Descriptorii și cuvintele-cheie	Fonduri fixe
Codul	0945

În activitatea practică de analiză și proiectare a sistemelor automatizate de conducere și a sistemelor informaționale, diferitele tipuri de **t.** pot fi reunite și utilizate în mod complex. În sistemele de prelucrare a datelor, **t.** poate fi utilizat fie în mod separat — ca un limbaj informațional oarecare, lipsit de gramatică —, fie ca parte componentă a unui limbaj informațional complet.

V.M. Jerebin

Tezaurul sistemului automatizat de conducere. Ansamblu ordonat de noțiuni și de notații ale acestora, utilizate în procesele de conducere a unui anumit sistem și destinate pentru algoritmizarea și automatizarea operațiilor de prelucrare logică a informației, atît în procesul de construire a sistemului automatizat de conducere (SAC), cît și de exploatare a acestuia.

T.s.a.c. se elaborează pe baza limbajului de gestiune economică și conține în mod corespunzător trei niveluri: nivelul cuvintelor, nivelul indicatorilor și nivelul denumirilor formelor de documente. Pe lîngă indicii tezaurului de regăsire, pentru tezaurul de conducere este caracteristică atașarea riguroasă a unităților sale la problemele care se rezolvă în cadrul sistemului de conducere.

În **t.s.a.c.**, fiecare unitate de dicționar, în afară de cod, este prevăzută cu un întreg set de caracteristici. **T.s.a.c.** are următoarea structură și următoarele caracteristici:

— *tezaurul de cuvinte:* semnificația, frecvența, indicatorii în care intră indicele de cuprindere într-un termen mai general, indicii termenilor mai concreți, trimiterile la variantele termenului;

— *tezaurul de indicatori:* semnificația, periodicitatea, documentele în care intră, apartenența la o anumită problemă, tipul de indicator, indicatorul agregat în care intră codurile indicatorilor din care este alcătuit;

— *tezaurul formelor documentelor:* codurile indicatorilor, simbolurile documentelor pe baza cărora a fost obținut, simbolurile documentelor la formarea cărora participă, periodicitatea întocmirii, problemele în care se utilizează, numărul de copii. Tezaurul pentru analiza și proiectarea sistemelor se creează și se utilizează la analiza sistemelor de conducere existente și la crearea sistemului automatizat de conducere. Ca structură, coincide cu **t.s.a.c.**, însă în pozițiile sale de dicționar conține cu mult mai multă informație decît acesta din urmă, întrucît este destinat să acumuleze o cantitate maximă de informație asupra sistemului. În pozițiile de dicționar ale unui asemenea tezaur se cuprind, în speță, informații asupra locului și procedeelor de obținere a unei anumite unități de informație, asupra beneficiarului informației, a timpului de obținere și utilizare, a puterii informaționale, a semnificației.

Pentru proiectarea sistemelor automatizate de conducere, în memoria calculatorului electronic se creează un masiv de lucru, care reprezintă un analog mecanizat al limbajului de gestiune economică, tezaurul sistemului. Transformarea acestui limbaj în tezaur înseamnă transformarea lui ca mijloc de schimb al informației într-un metalimbaj de descriere a sistemului. În conformitate cu acesta, în tezaur, unitățile de dicționar capătă caracteristici mai desfășurate în comparație cu acelea care decurg în mod nemijlocit din semnificația lor. Tezaurul reprezintă un ansamblu de liste care au o subordonare ierarhică și trimiteri încrucișate.

Tezaurul unui sistem are două părţi: una funcţională şi alta informaţională. În partea funcţională sînt cuprinse caracteristicile problemelor de conducere, precum şi ale lucrărilor şi operaţiilor care le determină rezolvarea. În partea informaţională se păstrează cuvintele, indicatorii, documentele cu caracteristicile lor.

Unităţile părţii funcţionale capătă următoarele caracteristici:
problema — funcţia de conducere în care intră, defalcarea în subprobleme, relaţia cu celelalte probleme după intrare, relaţia cu celelalte probleme după ieşire, termenele de rezolvare, durata rezolvării, prioritatea, compartimentul;

lucrarea — problema în care intră defalcarea pe operaţii, relaţia cu celelalte lucrări la intrare, relaţia cu celelalte lucrări la ieşire, termenele de execuţie, durata execuţiei, prioritatea, compartimentul;
operaţia — tipul operaţiei (decizie, calcul, logică, formală), indicatorii de la intrare, indicatorii de la ieşire, durata execuţiei, prioritatea, compartimentul.

Caracteristicile unităţilor părţii informaţionale sînt:

documentul — lucrarea în care se utilizează tipul de document, relaţia de la intrare cu alte documente, relaţia de la ieşire cu alţi indicatori, numărul indicatorilor, codurile indicatorilor, termenele de execuţie, durata execuţiei, compartimentul;

cuvîntul — indicatorii în care intră, termen-netermen, apartenenţa la un nomenclator, semnificaţia, puterea informaţională. La proiectarea sistemelor informaţionale, datele se aranjează pe probleme, pe documente, pe compartimente sau cronologic. Se disting grupele de date care se furnizează zilnic, săptămînal, lunar şi se stabileşte sistemul de priorităţi necesare.

Cunoscînd momentul culegerii sau formării fiecărei unităţi de informaţie, momentul furnizării ei la locul de utilizare, momentul perimării ei, se pot determina parametrii fundamentali ai fluxurilor şi masivelor de informaţie. Dispunînd de informaţii asupra funcţiilor problemelor, ansamblurilor de informaţie din componenţa *software-ului informaţional**, păstrate în tezaur, necesare pentru funcţionarea sistemului, se pot calcula parametrii optimi ai canalelor de comunicaţie, ai punctelor de prelucrare a informaţiei, se pot redistribui sarcinile între lucrători şi se pot face recomandări fundamentate cu privire la perfecţionarea structurii organizatorice a organului de conducere cercetat. Un exemplu de poziţie de dicţionar dintr-un tezaur tip al unui sistem automatizat de conducere este prezentat în tabelul următor:

Termenul	Planificarea curentă a transporturilor
Codul	0763
Subsistemul funcțional în care intră	Planificarea curentă
Codul	0760
Felul de activitate	Transport
Codul	0635
Subsistemul structural-organizatoric	Flotă
Codul	0747
Noțiunea mai generală în care este cuprins	Planificarea curentă
Codul	0760
Noțiunea de concretizare	Planificarea curentă în cabotaj
Codul	0785

T.s.a.c. tip se creează pentru diverse tipuri de sisteme automatizate și pentru diverse subsisteme funcționale și de dotare ale acestora, servind ca etalon pentru noile sisteme automatizate de conducere în curs de elaborare. Astfel, metodologia de elaborare a sistemului automatizat de conducere poate fi reprezentată, în principiu, ca un complex de programe și instrucțiuni de transformare a tezaurului, obținut cu ocazia analizei sistemului, într-un tezaur tip care ține seama însă de specificul sistemului concret.

V. M. Jerebin

Bibl. I. I. Cerneak, *Analiz i sintez sistem v ekonomike*, „Ekonomika", 1970.

Transformare. Termen frecvent și uneori destul de neriguros utilizat în *cibernetică** drept echivalent al conceptului matematic riguros de *aplicație**. Spre deosebire de diversele discipline matematice în care, de regulă, prin **t.** se înțelege un caz particular de aplicație, cea a mulţimii *în sine*, în cibernetică se înţelege adeseori prin **t.** aplicarea unui obiect în altul, de exemplu mulţimea de intrări ale *cutiei negre** în mulţimea ieşirilor sale, mulţimea de valori ale *parametrilor sistemului** în mulţimea cîmpurilor sale comportamentale.

V. I. Danilov-Danilian

Translator. Program care traduce algoritmii dintr-un *limbaj algoritmic** în altul. Primul limbaj se numeşte *iniţial*, al doilea, *final*. **T.** este o parte obligatorie a sistemului de software al calculatoarelor electronice moderne. În speţă, cu ajutorul **t.** algoritmii exprimaţi în *limbaje de programare** universale, de pildă în ALGOL, FORTRAN sau COBOL, se transformă în programe de rezolvare a problemelor la calculatoare electronice concrete. În cazurile în care translaţia (traducerea) este însoţită de executarea algoritmului iniţial, **t.** se numeşte *interpretator*. Dacă se efectuează numai traducerea într-un algoritm scris în limbajul final, **t.** se numeşte *compilator*. De obicei, cu ocazia traducerii se efectuează controlul corectitudinii algoritmului iniţial, care constă în verificarea respectării regulilor gramaticale, care definesc sintaxa limbajului iniţial şi în depistarea erorilor de sens, adică în verificarea semanticii. Spre deosebire de sintaxă, care, în principiu, poate fi întotdeauna integral verificată ca urmare a analizei descrierii algoritmului, cu semantica situaţia este mai complicată, deoarece pentru majoritatea limbajelor algoritmice utilizate în practică este imposibil să se verifice integral semantica numai pe baza analizei descrierii algoritmului fără executarea lui nemijlocită. De aceea, în compilatoare, controlul semantic se reduce la depistarea contradicţiilor de sens, care pot fi descoperite numai prin analiza descrierii algoritmului iniţial. Din punctul de vedere al realizării controlului semantic, interpretatoarele posedă, fireşte, posibilităţi principial mai mari decît compilatoarele. Caracterul operaţiilor executate în procesul traducerii depinde, în primul rînd, de proprietăţile şi particularităţile limbajului iniţial şi a celui final. Dacă limbajul final este un sistem de comenzi pentru un calculator electronic, atunci în timpul traducerii se efectuează, de obicei, alocarea de memorie, integrarea subprogramelor standard (de bibliotecă) şi o serie întreagă de alte operaţii legate de trecerea de la algoritmul abstract, dat în limbajul iniţial, la programul de executare a lui la un calculator electronic concret. Întrucît este foarte important ca în urma traducerii să se obţină un program de o calitate cît mai bună, în **t.** se efectuează o activitate vastă, îndreptată spre utilizarea cît mai completă a sistemului de comenzi al calculatorului electronic și a celorlalte particularități constructive ale acestuia. Dar calitatea programului executat cu ajutorul **t.** depinde în mare măsură și de particularitățile algoritmului inițial. Pentru rezolvarea uneia și aceleiași probleme se poate alcătui o infinitate de algoritmi, iar programele obținute ca urmare a traducerii lor pot să se deosebească substanțial sub aspectul calității. În scopul îmbunătățirii calității, în multe **t.**, algoritmul inițial este supus cu ocazia traducerii unor *transformări echivalente*, în vederea îmbunătățirii programelor traduse. Astfel, adeseori, în cadrul **t.** se face economie de memorie necesară pentru date, prin schimbarea unor denumiri ce figurează în descrierea algoritmului inițial și reducerea la minim a alocărilor sau se face economie de operații, în vederea reducerii numărului total de operații necesare pentru rezolvarea problemelor, prin excluderea repetării unor calcule identice și scoaterea unor operații în afara parantezelor și în afara limitelor ciclurilor, acolo unde acest lucru este posibil. Operațiile de optimizare duc, de regulă, la complicarea **t.** și la mărirea considerabilă a timpului de traducere. Aceasta limitează într-o anumită măsură aplicațiilor lor. Din punctul de vedere al cheltuielilor de timp al calculatorului, compilatoarele sînt preferabile interpretatoarelor, întrucît în cazul utilizării lor un program care a fost supus o dată traducerii poate rezolva în mod repetat probleme, fără a se mai cheltui timp de calculator pentru traducerea repetată. În cazul interpretatorului, procesul de rezolvare nu poate fi separat de traducere și de aceea orice rezolvare este însoțită de o traducere. Aceasta duce la un consum suplimentar considerabil de timp al calculatorului.

Pentru una și aceeași pereche de limbaje (inițial și final), **t.** poate fi construit prin mai multe procedee. Caracterizînd proprietățile **t.**, se menționează adeseori unii parametri ai traducerii cum sînt: numărul de parcurgeri ale textului inițial, necesar pentru executarea traducerii și numărul de trepte ale traducerii. Un **t.** se numește *cu mai multe trepte* dacă în procesul de traducere textul inițial este mai întîi tradus într-un limbaj intermediar oarecare, diferit de cel final, și numai după aceea se realizează traducerea din limbajul intermediar în cel final. În unele **t.** traducerea se efectuează în mai multe trepte prin utilizarea mai multor limbaje intermediare.

Elaborarea unui **t.** este extrem de complexă și necesită eforturi considerabile. În momentul de față există o gamă bogată de metode de elaborare a **t.** O deosebită atenție merită metoda de elaborare a **t.** orientate sintactic. Un asemenea **t.** este destinat pentru traduceri directe în limbajul final din mai multe limbaje inițiale. Ca informație de intrare pentru **t.** orientat sintactic, pe lîngă algoritmul în limbajul inițial, se dă descrierea sintaxei acestui limbaj și descrierea semanticii lui, descrierea semanticii determinînd efectiv construcțiile limbajului final în care trebuie să fie transformate obiectele limbajului inițial, separate cu ajutorul regulilor sintactice. Limbajele utilizate pentru precizarea sintaxei și semanticii se numesc în mod corespunzător *limbaje metasintactice* și *metasemantice*. **T.** de acest tip poate fi utilizat pentru limbajele inițiale, a căror descriere poate fi alcătuită în metalimbajele alese pentru **t.** respectiv. Adeseori, un compilator orientat sintactic se numește *compilator al compilatoarelor*, deoarece din el, prin stabilirea descrierilor sintaxei și semanticii, se pot obține compilatoare pentru diverse limbaje.

V. I. Sobelman

Bibl. R. Randall, L. Russel, *Realizația ALGOLL a-60*, „Mir", 1967; 2. P. Ingerman, *Sintaksiceski orientirovannîi transleator*, „Mir", 1969; 3. *Alfa-sistema avtomatizații programmirovania*, Izd. A.N. S.S.S.R., 1967.

V

Varietate. Una din principalele caracteristici numerice ale unui *sistem**. De obicei, **v.** se măsoară prin logaritmul (de regulă în baza 2) al numărului de stări distincte ale sistemului, coincizînd, în acest caz, cu entropia H° a sistemului, conform cu definiția 1 (→ *Entropie*). În concepția cibernetică asupra sistemelor a lui W. R. Ashby, unul din conceptele centrale este *limitarea varietății*, adică reducerea acesteia în comparație cu cea posibilă în mod abstract, ca urmare a unor condiții impuse sistemului sau a unor proprietăți inerente acestuia. Orice lege naturală este o limitare a varietății [1], întrucît din toate stările sistemului, valorile caracteristicilor sale, formele de evoluție a proceselor în interiorul său etc., care se pot imagina, legea indică domeniul stărilor, valorilor, formelor etc., realizabile, realmente posibile. Nici o prognoză nu este posibilă decît pe baza unei limitări stabilite a varietății sistemului al cărui comportament este prognozat.

O dependență *deterministă* (funcțională) a ieșirilor unei *cutii negre** de valorile intrărilor sale nu poate fi pusă în evidență decît prin identificarea limitării **v.** în protocolul experiențelor. Totodată, dependența *statistică* poate fi pusă în evidență și în cazul realizării în cursul experiențelor (în conformitate cu fixarea în protocol) a tuturor (și cu atît mai mult a unei părți date) combinațiilor distincte dintre valorile intrărilor și ale ieșirilor, dar cu frecvență diferită. Și în acest caz trebuie să se constate limitarea **v.**, dar într-un sens întrucîtva diferit, probabilistic, în spiritul celei de-a doua definiții a entropiei (definiția probabilistă).

În general, entropia (în sensul teoriei informației) poate fi privită ca o formalizare a noțiunii mai puțin riguroase a **v.** (din punct de vedere istoric, elaborarea bazelor *teoriei* matematice a *informației**, inclusiv introducerea conceptului de *entropie* din teoria informației, a precedat aplicarea neformală a acestor idei la analiza unei clase mai largi de fenomene).

Conceptul de **v.** are o mare importanță în *teoria comenzii*. Problema comenzii constă în reducerea varietății *sistemului comandat*, în cazul ideal, în reducerea mulțimii tuturor stărilor posibile ale acestuia ca urmare a influenței mediului sau a acțiunii unor cauze interne, la submulțimea care conține numai stările optime în raport cu scopul comenzii.

Legea v. *necesare*, formulată de W. R. Ashby, afirmă că *puterea de discriminare a sistemului de comandă* este determinată de mărimea reducerii urmărite a varietății obiectului comenzii. Conceptul de *putere de discriminare* se precizează în unele cazuri concrete (în cazul unor anumite forme de interacțiune între sistemul de comandă și sistemul comandat), identificîndu-se cu *capacitatea de transmisie* a organului de conducere, privit în calitatea sa de *canal de legătură*, v. proprie a sistemului de comandă etc.

Legea v. necesare este o interpretare a unuia din rezultatele fundamentale ale teoriei informației (teorema a zecea a lui C. Shannon), demonstrată cu premise suficient de realiste doar pentru sisteme tehnice. De aceea, pentru sistemele biologice, economice și sociale (→ *Sistem deschis*) ea este aplicabilă numai într-un sens restrîns. Dar și în aceste cazuri legea v. necesare are o importanță fundamentală, stabilind că o conducere eficientă a sistemelor complexe nu se poate realiza cu ajutorul unor mijloace „simple". Practic, numai în cazuri foarte rare, se poate obține o evaluare cantitativă a v. *sistemelor mari**. Aceasta nu diminuează însă importanța utilitară a acestui concept și a luării în considerare în lucrările practice a legii v. necesare, cel puțin la nivel calitativ.

V. I. Danilov-Danilian

Bibl. 1. W. R. Ashby, *Introducere în cibernetică*, Editura tehnică, 1972; 2. L. von Bertalanffy, *Obșceaia teoria sistem-Kriticeskii obzor*, in *Issledovania po obșcei teorii sistem*, „Progress", 1969; 3. *Problemî optimalnogo funkționirovania soțialisticeskoi ekonomiki*, „Nauka", 1972.

Vector. Colecție ordonată de n numere reale. Numerele care alcătuiesc vectorul se numesc *componentele* sau *coordonatele* acestuia. Drept prototip din realitate al unui vector poate servi programul (planul) zilnic de lucru al unei unități economice. Dacă, de exemplu, o uzină de automobile trebuie să fabrice într-o zi 50 de autoturisme, 100 de autocamioane, 10 autobuze, 50 seturi de piese de schimb pentru autoturisme și 150 seturi de piese de schimb pentru autocamioane și autobuze, putem reprezenta programul de producție al acestei uzine prin vectorul (50, 100, 10, 50, 150), cu cinci componente. Producția realizată de un magazin în timpul unui schimb de lucru este vectorul (3, 11, 1, 19). În această listă, pe primul loc, se află numărul de paltoane, pe locul al doilea, numărul de pardesie, pe cel de-al treilea, numărul de mantale, iar pe cel de-al patrulea, numărul de metri de stofă vîndută. Din exemplele de mai sus se vede că în fiecare caz concret vectorii pot avea un număr diferit de componente. Vectorii se notează cu litere drepte groase, iar componentele lor cu litere cursive. Vectorul $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ avînd *două* componente se numește bidimensional, un vector cu cinci componente are *cinci* dimensiuni, iar cel cu n componente ($\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n)$), n dimensiuni. Vectorul unidimensional (adică vectorul care are o singură componentă) este un număr.

Vectorul cu toate componentele nule se numește *vector nul:* $0 = (0, \ldots, 0)$. Doi vectori se numesc egali dacă au un număr egal de componente și dacă componentele lor corespunzătoare sînt egale. Componentele unui vector nu se pot permuta, de exemplu $(3, 2, 5, 0, 1) \neq (2, 3, 5, 0, 1)$. Vectorii pot fi înmulțiți cu numere reale. Se numește *produs* al vectorului $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n)$ cu un număr real λ vectorul $\lambda\mathbf{x} = (\lambda x_1, \ldots, \lambda x_n)$. Vectorii avînd un număr egal de componente pot fi adunați. Prin *sumă* a vectorilor $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n)$ și $\mathbf{y} = (y_1, \ldots, y_n)$ se înțelege vectorul $\mathbf{x} + \mathbf{y} = (x_1 + y_1, \ldots, x_n + y_n)$. Se observă cu ușurință că 1) $\mathbf{x} + \mathbf{y} = \mathbf{y} + \mathbf{x}$; 2) $(\mathbf{x} + \mathbf{y}) + \mathbf{z} = \mathbf{x} + (\mathbf{y} + \mathbf{z})$; 3) $\alpha(\beta\mathbf{x}) = (\alpha\beta)\mathbf{x}$; 4) $(\alpha + \beta)\mathbf{x} = \alpha\mathbf{x} + \beta\mathbf{x}$; 5) $\alpha(\mathbf{x} + \mathbf{y}) = \alpha\mathbf{x} + \beta\mathbf{y}$; 6) $0\mathbf{x} + \alpha 0 = 0$.

Se numește *normă euclidiană (lungime)* a unui vector $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n)$ rădăcina pătrată a sumei pătratelor componentelor sale, adică $|\mathbf{x}| = \sqrt{x_1^2 + \ldots + x_n^2}$; se mai utilizează *norma octoedrică* a vectorului $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n)$: $|\mathbf{x}|_0 = |x_1| + \ldots + |x_n|$ și *norma cubică* a vectorului $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n)$: $|\mathbf{x}|_1 = \max\limits_{1 \leqslant i \leqslant n} |x_i|$.

Se poate verifica ușor că toate aceste norme satisfac trei condiții: 1) $|\mathbf{x} + \mathbf{y}| \leqslant |\mathbf{x}| + |\mathbf{y}|$ *(inegalitatea triunghiului)*; 2) $|\alpha\mathbf{x}| = |\alpha|\,|\mathbf{x}|$; 3) $|\mathbf{x}| > 0$, dacă $\mathbf{x} \neq 0$ și $|\mathbf{x}| = 0$, dacă $\mathbf{x} = 0$.

Norma $|\mathbf{x} - \mathbf{y}|$ a vectorului $\mathbf{x} - \mathbf{y}$ se numește *distanța (metrica)* dintre cei doi vectori n-dimensionali $\mathbf{x}$ și $\mathbf{y}$. Uneori, această distanță se numește *euclidiană* pentru că este definită cu ajutorul normei euclidiene.

Se numește *produs scalar* al vectorilor $\mathbf{x}$ și $\mathbf{y}$ numărul notat cu simbolul $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ egal cu suma produselor componentelor corespunzătoare ale acestor vectori, adică $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = x_1 y_1 + \ldots + x_n y_n$.

Se verifică imediat că $(\mathbf{x}, \mathbf{x}) \geqslant 0$; $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = (\mathbf{y}, \mathbf{x})$; $(\mathbf{x} + \mathbf{y}, \mathbf{z} = (\mathbf{x}, \mathbf{z}) + (\mathbf{y}, \mathbf{z})$; $(\lambda\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \lambda(\mathbf{x}, \mathbf{y})$. Vectorii $\mathbf{x}$ și $\mathbf{y}$ se numesc *ortogonali* dacă produsul lor scalar este egal cu zero, adică $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 0$. Evident că vectorul nul este ortogonal cu oricare vector $\mathbf{x}$; $(0, \mathbf{x}) = 0$.

Norma euclidiană $|\mathbf{x}|$ a vectorului $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n)$ este egală cu $|\mathbf{x}| = \sqrt{(\mathbf{x}, \mathbf{x})}$. Pentru doi vectori n-dimensionali oarecare $\mathbf{x}$ și $\mathbf{y}$ este valabilă *inegalitatea lui Cauchy-Buneakovski* $|\mathbf{x}, \mathbf{y}| \leqslant |\mathbf{x}|\,|\mathbf{y}|$, unde $|\mathbf{x}|$ și $|\mathbf{y}|$ sînt normele euclidiene ale vectorilor $\mathbf{x}$ și $\mathbf{y}$. *Șirul* $\mathbf{x}^1, \mathbf{x}^2, \ldots, \mathbf{x}^k, \ldots$ de vectori n-dimensionali $\mathbf{x}^k = (x_1^k, \ldots, x_n^k)$ se numește *convergent* către vectorul n-dimensional $\mathbf{x}^0 = (x_1^0, \ldots, x_n^0)$, dacă $\lim\limits_{k \to +\infty} |\mathbf{x}^k - \mathbf{x}^0| = 0$, $k = 1, 2, \ldots$

Un vector n-dimensional $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n)$ se numeşte *nenegativ*, dacă toate componentele sale $x_i \geqslant 0$, $i = 1, \ldots, n$ (se notează $\mathbf{x} \geqq 0$). Vectorul $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n)$ se numeşte *semipozitiv* dacă $x_i \geqslant 0$ pentru orice i şi dacă cel puţin o componentă $x_i > 0$ (se notează $\mathbf{x} \geqslant 0$). Vectorul $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n)$ se numeşte *pozitiv*, dacă $x_i > 0$, $i = 1, \ldots, n$ (se notează $(\mathbf{x} > 0)$. Dacă $\mathbf{x} \geqq 0$, atunci $(\mathbf{x}, \mathbf{x}) \geqq 0$, dacă $\mathbf{x} \geqq 0$, atunci $(\mathbf{x}, \mathbf{x}) > 0$. Fie $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 0$ şi fie $\mathbf{x} \geqq 0$, $\mathbf{y} \geqq 0$, atunci din $x_i > 0\,(y_i > 0)$ urmează că $y_i = 0\,(x_i = 0)$. Dacă doi vectori $\mathbf{x}$ şi $\mathbf{y}$ au un număr egal de componente, se scrie $\mathbf{x} > \mathbf{y}$, $\mathbf{x} \geqslant \mathbf{y}$, $\mathbf{x} \geqq \mathbf{y}$, după cum diferenţa $\mathbf{x} - \mathbf{y}$ este pozitivă, semipozitivă sau nenegativă. Relaţia $\geqq$ este o *relaţie de ordine* pe mulţimea tuturor vectorilor n-dimensionali, deoarece: 1) $\mathbf{x} \geqq \mathbf{x}$ pentru orice $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n)$. 2) din $\mathbf{x} \geqq \mathbf{y}$, $\mathbf{y} \geqq \mathbf{z}$ rezultă că $\mathbf{x} \geqq \mathbf{z}$; 3) din $\mathbf{x} \geqq \mathbf{y}$ şi $\mathbf{y} \geqq \mathbf{x}$ rezultă că $\mathbf{x} = \mathbf{y}$. Mulţimea tuturor vectorilor n-dimensionali este *parţial ordonată* prin relaţia $\geqq$, deoarece inegalitatea $\mathbf{x} \geqq \mathbf{y}$ (sau cea simetrică $\mathbf{x} \leqq \mathbf{y}$) este satisfăcută numai pentru unele perechi de vectori $\mathbf{x}$ şi $\mathbf{y}$ (dacă, de exemplu, $x_i > y_i$; iar $x_j < y_j$ $(i \neq j)$, atunci nu este satisfăcută nici $\mathbf{x} \geqq \mathbf{y}$, nici $\mathbf{y} \geqq \mathbf{x}$). În schimb, pe mulţimea numerelor reale, relaţia $\geqq$ este o relaţie de *ordonare liniară*, deoarece pentru *oricare* două numere α şi β este întotdeauna adevărat fie $\alpha \leqslant \beta$, fie $\alpha \geqslant \beta$.

Pentru o *reprezentare intuitivă* a vectorilor bidimensionali introducem în plan (de exemplu, pe o coală de hîrtie) un sistem de coordonate ortogonale. Vectorul bidimensional $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$, adică perechea ordonată (x_1, x_2) a numerelor reale x_1 şi x_2 se reprezintă pe acest plan printr-un punct $X = (x_1, x_2)$ avînd coordonatele x_1 şi x_2 (prima interpretare geometrică a perechii ordonate (x_1, x_2), (→ fig. 1), sau prin *segmentul orientat*

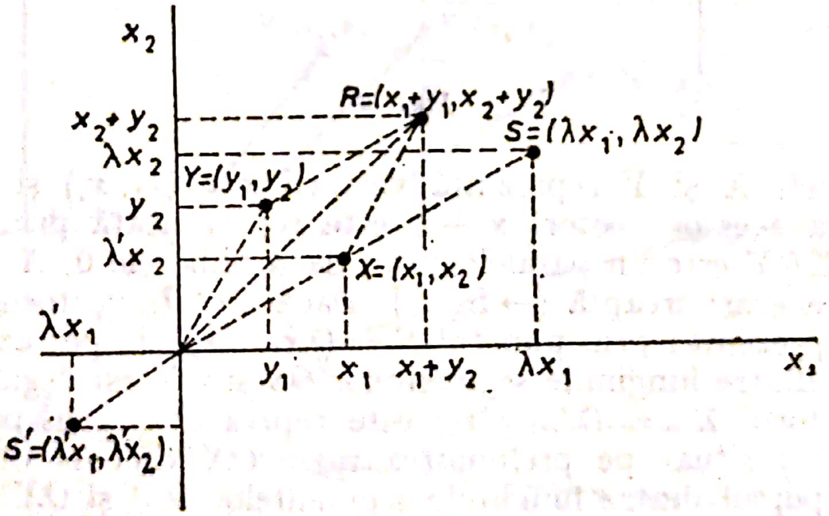


Fig. 1

OX, a cărui origine coincide cu originea coordonatelor, punctul $0 = (0, 0)$, iar extremitatea, cu punctul $X = (x_1, x_2)$ (a doua interpretare geometrică a perechii ordonate (x_1, x_2), (→ fig. 2). Uneori, este comod să se reprezinte vectorul bidimensional $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ sub forma unui segment orientat oarecare AB „egal" cu segmentul orientat OX („egalitatea" segmentelor orientate AB și OX înseamnă că ele sînt paralele, au aceeași orientare și aceeași lungime (→ fig. 2)).

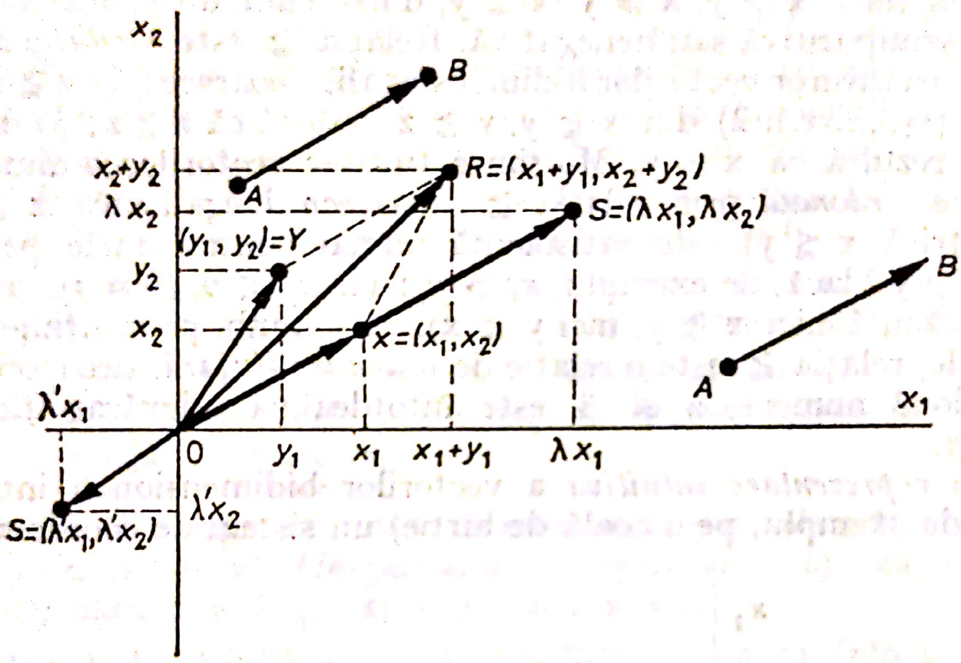


Fig. 2

Dacă punctele X și Y reprezintă vectorii $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ și $\mathbf{y} = (y_1, y_2)$, atunci suma acestor vectori $\mathbf{x} + \mathbf{y}$ este reprezentată prin punctul R, astfel că $OXRY$ este un paralelogram, dacă punctele 0, X și Y nu sînt situate pe aceeași dreaptă (→ fig. 1). Dacă $\lambda < 0$, vectorul $\lambda\mathbf{x} = (\lambda x_1, \lambda x_2)$ este reprezentat prin punctul $S = (\lambda x_1, \lambda x_2)$ de pe raza OX, astfel că raportul dintre lungimile segmentelor OS și OX este egal cu λ. Dacă $\lambda' < 0$, vectorul $\lambda'\mathbf{x} = (\lambda' x_1\ \lambda' x_2)$ este reprezentat prin punctul $S' = (\lambda' x_1, \lambda' x_2)$ situat pe prelungirea razei OX dincolo de punctul 0, astfel că raportul dintre lungimile segmentelor OS' și OX este egal cu $-\lambda'$. Dacă $\lambda = 0$, atunci este evident că vectorul $\lambda\mathbf{x} = (0, 0)$ este reprezentat prin punctul 0. Să examinăm prima interpretare geometrică a vectorilor bidimensionali $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$, astfel ca $\mathbf{x} \geqq \mathbf{y}$ (vectorul $\mathbf{y} = (y_1, y_2)$ este fixat), a vectorilor $\mathbf{z} = (z_1, z_2)$ cu $\mathbf{y} \geqslant \mathbf{z}$ și a vectorilor $\mathbf{v} = (v_1, v_2)$, pentru care nu este satisfăcută nici relația $\mathbf{v} \geqq \mathbf{y}$, nici relația $v \leqq y$. În fig. 3, partea din plan hașurată orizontal reprezintă mulțimea tuturor vectorilor **x**; partea din plan hașurată vertical reprezintă mulțimea tuturor vectorilor **z**; partea din plan nehașurată reprezintă

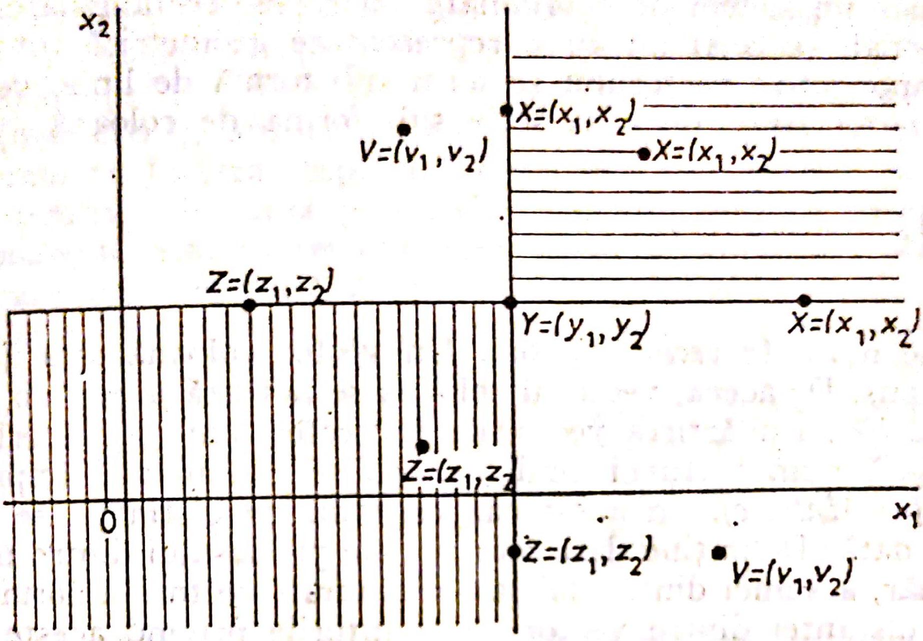

x_2
$X=(x_1,x_2)$
$V=(v_1,v_2)$
$X=(x_1,x_2)$
$Z=(z_1,z_2)$
$Y=(y_1,y_2)$
$X=(x_1,x_2)$
$Z=(z_1,z_2)$
0
x_1
$Z=(z_1,z_2)$
$V=(v_1,v_2)$

Fig. 3

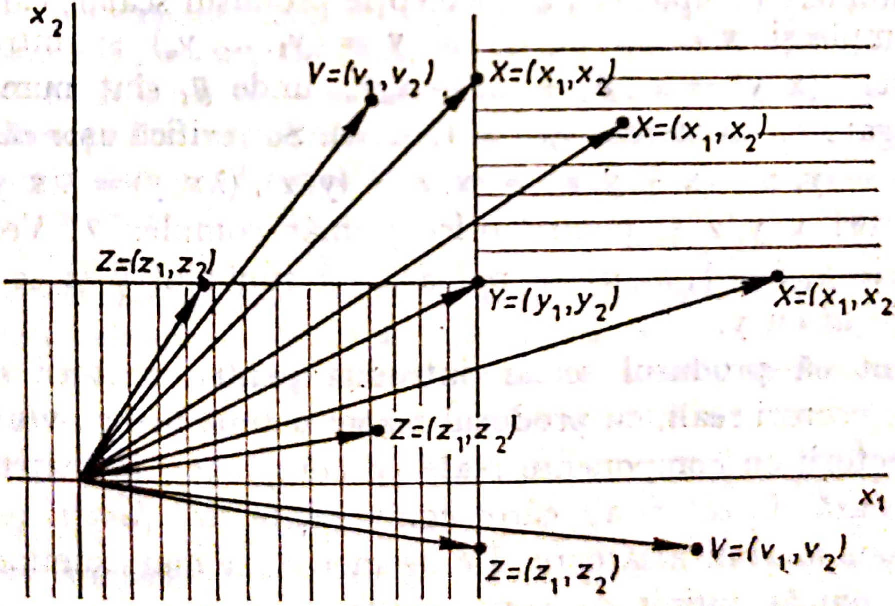

x_2
$V=(v_1,v_2)$
$X=(x_1,x_2)$
$X=(x_1,x_2)$
$Z=(z_1,z_2)$
$Y=(y_1,y_2)$
$X=(x_1,x_2)$
$Z=(z_1,z_2)$
x_1
$V=(v_1,v_2)$
$Z=(z_1,z_2)$

Fig. 4

mulțimea tuturor vectorilor **v**. A doua interpretare geometrică a sumei a doi vectori, interpretarea produsului dintre un vector și un număr a inegalităților vectoriale se studiază analog (→ fig. 2 și 4).

Vectorii unidimensionali se reprezintă prin puncte sau prin segmente orientate pe axa numerelor, vectorii tridimensionali se reprezintă prin puncte sau prin segmente orientate în spațiul tridimensional, în care se introduce un sistem de coordonate carteziene rectangulare. Vectorii n-dimensionali ($n \geqslant 4$) nu au o reprezentare geometrică intuitivă.
Dacă componentele vectorului se scriu sub formă de linie, vectorul se numește *vector linie*, dacă se scrie sub forma de coloană.

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ \cdots \\ x_n \end{pmatrix},$$

vectorul se numește *vector coloană*. Un vector coloană este un vector linie transpus. De aceea, vectorul coloană se notează uneori cu simbolul $\mathbf{x}'$ (→ *Matrice*). Împărțirea vectorilor în vectori linie și vectori coloană este necesară numai atunci cînd vectorii se examinează împreună cu matricea (→ *Matrice*). În acest caz criteriul de distincție se specifică de fiecare dată. Definițiile date mai sus ale produsului dintre un vector și un număr, a sumei dintre doi sau mai mulți vectori, a normelor vectorilor, a distanței dintre vectori și enunțurile privind aceste operații sînt aplicabile și vectorilor *complecși*, adică vectorilor ale căror componente sînt numere complexe. Face excepție produsul scalar, care pentru vectorii complecși $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n)$ și $\mathbf{y} = (y_1, \ldots, y_n)$ se introduce în felul următor: $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = x_1, \bar{y}_1 + \ldots. + x_n\bar{y}_n$, unde $\bar{y}_i$ sînt numere complexe conjugate cu numerele $y_i (i = 1, \ldots, n)$. Se verifică ușor că $(\mathbf{x}, \mathbf{x}) \geqslant 0$, $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = (\mathbf{y}, \mathbf{x})$, $(\mathbf{x} + \mathbf{y}, \mathbf{z}) = (\mathbf{x}, \mathbf{z}) + (\mathbf{y}, \mathbf{z})$, $(\lambda\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \lambda(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ pentru oricare vectori $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$ și pentru orice număr complex λ. Vectorul cu componentele $\bar{y}_i (i = 1, \ldots, n)$ se notează cu simbolul $\bar{\mathbf{y}}$ și se numește vector *conjugat* cu $\mathbf{y}$.

Este evident că produsul scalar introdus pentru vectorii complecși coincide, pe vectori reali, cu produsul scalar definit pentru vectori reali.
Pe lîngă vectorii cu componente reale (și complexe), în matematică se mai examinează și vectori ale căror componente sînt *funcții* (→ *Funcții vectoriale*) sau mărimi aleatoare. De asemenea, se mai examinează vectori cu un număr infinit de componente.

I. N. Ceremnih

Bibl. 1. A. A. Glagolev, T. V. Solnțeva, *Kurs vîsșei matematiki*, „Vîsșaia școla", 1971; 2. A. I. Malțev, *Osnovî linenoi alghebrî*, „Nauka", 1970; 3. V. A. Ilin, E. G. Ghiuzneak, *Lineinaia alghebra*, „Nauka", 1974; 4. V. G. Bolteanski, *Optimalnoe upravlenie diskretnîmii sistemani*, „Nauka", 1973.

Venit național. Indicator sintetic al dezvoltării economiei unei țări, baza reproducției lărgite ulterioare și a creșterii bunăstării materiale a populației.

Există două interpretări fundamentale ale **v.n.**, care reflectă concepții economice diferite. Cea dintîi decurge nemijlocit din teoria reproducției a lui Marx, din analiza producției și a circuitului întregului capital social. Potrivit concepției marxiste, prin **v.n.** se înțelege produsul social material net (nou creat), adică totalitatea valorilor materiale produse în decursul unui an în țara respectivă după scăderea tuturor cheltuielilor materiale pentru fabricarea produselor. Cu alte cuvinte, prin conținutul său *material*, **v.n.** reprezintă acea parte a produsului social total *material* care este destinată consumului populației și acumulării. Sub aspect valoric, **v.n.** reprezintă totalitatea cheltuielilor de muncă vie în procesul de producție. În capitalism, acesta este egal cu suma $(v + p)$, adică suma capitalului variabil și a plusvalorii. În **v.n.** intră, așadar, numai veniturile participanților la producția materială, adică veniturile fundamentale sau primare; lucrătorii din sfera neproductivă și restul populației își primesc veniturile lor, numite de obicei *secundare*, sub forma redistribuirii veniturilor primare.

Concepția burgheză asupra venitului național nu cunoaște împărțirea veniturilor în primare și secundare, prin v.n. înțelegînd exprimarea sub formă bănească a *tuturor* rezultatelor curente ale economiei naționale, indiferent de forma de materializare a acestor rezultate: mărfuri sau servicii. De aceea, statistica burgheză însumează veniturile obținute din orice fel de activitate — productivă și neproductivă — și, ca atare, admite din punct de vedere statistic o dublă înregistrare a unora și acelorași venituri create în sfera materială, ceea ce duce la o însemnată supraevaluare a venitului național în comparație cu metodologia marxistă. Potrivit metodologiei burgheze, nu ar exista nici un fel de dublă înregistrare cu ocazia însumării veniturilor individuale, deoarece în spatele fiecărui venit se află fie un bun material produs, fie un serviciu prestat cuiva și unele și celelalte alcătuind producția societății și trebuind să fie incluse în v.n. Așadar, toate veniturile sînt justificate: și cîștigurile oamenilor muncii, și veniturile claselor privilegiate, și veniturile elementelor parazitare aflate în slujba lor, adică avem de-a face cu un punct de vedere vădit apologetic în ceea ce privește societatea capitalistă contemporană.

Calculul v.n. *în diferite țări.* Primul calcul al venitului național a fost efectuat încă în secolul al XVII-lea, în Anglia, de către William Petty, iar apoi de către Gregory King. Primul dintre ei a publicat, în anul 1664, nu v.n. propriu-zis, ci consumul populației țării. De fapt, pionier în domeniul calculului venitului național este G. King, care a efectuat un calcul detaliat al v.n. al Angliei pentru anul 1688, pe grupe social-profesionale ale populației și pe întreaga țară. King a inclus în v.n. nu numai consumul, dar și acumularea pentru aceleași grupe. Calculele lui Petty și King nu au fost depășite ca amploare și calitate în decursul următoarelor două secole.

În secolul al XVIII-lea, în Anglia, Franța și Rusia s-au efectuat și publicat o serie de calcule naționale ale acestui indicator, pe diverși ani. În secolul al XIX-lea, existau deja opt țări care calculau venitul național, iar numărul evaluărilor efectuate în decursul acelui secol pentru diverși ani a ajuns la 75, față de aproximativ 25 în secolul precedent. Ca urmare a calității destul de scăzute a calculelor, rezultatele publicate erau greu de comparat, atît în timp, cît și în spațiu.

În secolul al XX-lea, numărul statelor care s-au alăturat celor care calculau v.n. a crescut cu repeziciune, îndeosebi după anul 1930. Pe la mijlocul anilor '50, în 92 de state ale lumii, s-au efectuat calcule ale v.n., în unele de mai multe ori. Această creștere a numărului țărilor care au început să calculeze v.n. a fost stimulată, printre altele, de perceperea contribuțiilor la O.N.U. și în alte organizații internaționale proporțional cu venitul național al fiecărei țări. Dar nu era vorba numai de creșterea vertiginoasă a numărului evaluărilor, ci și de îmbunătățirea considerabilă a bazei lor statistice, a complexității și preciziei calculelor ca atare. Încă din anul 1940, în zece țări (Australia, Canada, Germania, Olanda, Noua Zeelandă, S.U.A., Turcia, Iugoslavia, Elveția și Anglia) se efectuau calcule anuale, iar în alte cîteva țări, calcule ocazionale, de către instituții guvernamentale, avînd un caracter oficial.

În statistica burgheză s-a conturat în mod limpede concepția cu privire la v.n. (preconizată cu mult înainte de către statisticienii sovietici), potrivit căreia acesta reprezintă un flux de bunuri materiale produse și de servicii prestate, care parcurge trei faze, legate între ele, fiecare dintre ele corespunzînd unui aspect al acestui indicator: 1. v.n. *creat* sau produs; 2. v.n. distribuit și redistribuit și, în sfîrșit, 3. v.n. *utilizat*. Acest indicator se calculează, de obicei, în una sau două din aceste faze. În mod clar a început să se facă distincție între „produsul intern", creat pe teritoriul țării respective, și „produsul național", care cuprinde și soldul încasărilor și plăților externe.

Prin includerea în v.n. atît a produselor fabricate, cît și a serviciilor prestate, statistica burgheză mărește artificial expresia numerică a acestui indicator. Elaborarea de către organele statistice O.N.U. a unor tabele standard ale v.n. și a metodologiei de completare a lor pe baza interpretării burgheze a contribuit la adoptarea lor de către țările capitaliste, la unificarea calculelor și comparabilitatea rezultatelor. În țările socialiste însă calculul venitului național se efectuează pe baza metodologiei marxiste, respectiv ca producție netă sau ca sumă a veniturilor create numai în sfera producției materiale.

Nevoia de a avea o imagine completă a relațiilor din economia națională la nivel macro, a dus pe la mijlocul anilor '50 la elaborarea, în țările burgheze, a unui sistem de conturi naționale care și-au dobîndit curînd o recunoaștere generală. Calculul v.n. a intrat în sistemul conturilor naționale ca unul din elementele sale componente și a început să fie efectuat în cadrul acestuia.

Calculul v.n. *în Rusia.* Cele dintîi estimări ale v.n. le întîlnim la sfîrșitul secolului al XVIII-lea. Ele au fost în număr de trei (între paranteze, aici și în continuare, se dă anul estimării): estimarea lui I. Gherman (1788), calculele unor autori necunoscuți (sfîrșitul anilor '80) și estimarea lui A. Radișcev (1792). La începutul secolului al XIX-lea a apărut calculul lui I. Golițîn (1802). Întrucît materialele statistice fie că lipseau cu totul, fie că erau foarte rare, aceste estimări se bazau pe calculul normativ al consumului de produse alimentare de către populație, la care se adăugau „după ochi" celelalte categorii de venituri ale populației. În aceste calcule acumularea era absentă, în schimb în v.n. se includeau banii de hîrtie care circulau în țară și care nu constituiau un element al v.n. Nici măcar asupra numărului populației, pe care se întemeiau aceste calcule, nu existau date cît de cît precise.

În a doua jumătate a secolului al XIX-lea au apărut o serie de calcule ale venitului național al Rusiei, efectuate de autori străini: L. Levy (1858) și M. Melhall, care a publicat o serie de estimări, referitoare la anii 1870, 1880, 1882 și 1888—1889, 1824, 1864, 1894.

Abia la cumpăna secolelor XIX și XX a apărut, de fapt, primul calcul al v.n., efectuat de V. I. Pokrovski, referitor la anul 1894, care se baza nu pe calcule normative, ci în principal pe materiale statistice. Acest calcul cuprindea îndeosebi partea europeană a Rusiei; cu toate acestea, totalul general s-a dovedit a fi vădit exagerat, căci autorul, în primul rînd, nu a reușit integral și în toate ramurile să scadă cheltuielile materiale, iar în al doilea rînd, la producția ramurilor materiale (agricultură, industrie, transporturi), a adăugat venitul din servicii. Mai tîrziu, la începutul secolului XX, s-au publicat două calcule privind suma veniturilor păturilor burgheze ale populației, efectuate de către Ministerul Finanțelor și care se refereau la anii 1905 și 1909—1910.

În sfîrșit, înainte de Revoluția din Octombrie, au fost efectuate două calcule ale v.n. de către S. Prokopovici, referitoare la anii 1900 și 1913 și care cuprindeau cele 50 de gubernii din partea europeană a Rusiei. Aceste calcule, singurele pînă la revoluție, efectuate după o metodologie marxistă, prezintă în ansamblu producția netă a ramurilor producției materiale. Calculul pentru anul 1913 s-a efectuat în mod foarte detaliat, s-au indicat sursele și metodele de obținere a fiecărei cifre, s-au utilizat materiale statistice și bibliografice variate pentru calculele principale și pentru completarea numeroaselor lacune ale statisticii prerevoluționare. Recalculările de mai tîrziu (efectuate de S. Strumilin, A. Nikitski etc.), ținînd seama de materialele statistice ulterioare, au arătat că datele lui S. Prokopovici sînt diminuate cu 10—20%. După cît se pare, D.C.S. a U.R.S.S. pune la baza comparării venitului național de dinainte de revoluție (1913) și din perioada sovietică calculele lui S. Prokopovici, fără a indica însă nici modificările aduse acestora și nici suma absolută a venitului național luată ca bază de comparație.

Calculul v.n. *al U.R.S.S.* Primul calcul al v.n. al U.R.S.S. pe anii 1922/23 și 1923/24 aparține lui L.N. Litoșenko, fiind unicul calcul efectuat în U.R.S.S. după metodologia burgheză. Autorul consideră și calculează v.n. ca sumă a veniturilor individuale ale locuitorilor țării. Toate pozițiile de venituri sînt recalculate în ruble din anul 1913. Totalul v.n. obținut de către L. N. Litoșenko este supraevaluat, întrucît sînt incluse în calcul și venituri ale populației din afara sferei productive.

Un alt calcul al **v.n.** pentru exercițiul 1923/24, în prețuri curente (în ruble-aur), este cuprins în balanța economiei naționale a U.R.S.S. pentru același an, publicată de către D.C.S. a U.R.S.S. Acesta este primul calcul al **v.n.** al U.R.S.S. efectuat după metodologia marxistă.

În anul 1932, D.C.S. a U.R.S.S. a publicat, pentru uz intern, materialele privind balanța economiei naționale pe anii 1928, 1929 și 1930. Aceste materiale cuprindeau, de asemenea, calcule ample ale **v.n.** pentru aceiași ani și metodologia detaliată a acestor calcule. Calculele au fost efectuate în prețuri ale anului respectiv și, paralel, în prețuri constante (1928). **V.n.** în prețuri curente și în prețuri constante a fost calculat după metoda producției nete, adică s-a determinat valoarea nou creată în sfera materială.

După balanța din anii 1928—1930, datele referitoare la **v.n.** au fost publicate, pînă la sfîrșitul anilor ’50, numai în prețuri comparabile. Din anul 1950, D.C.S. a U.R.S.S. a început să calculeze anual, iar apoi să publice (pentru prima oară în anuarul pe anul 1960) date privind **v.n.** al U.R.S.S. creat și utilizat, în prețuri curente (efective), iar în anul 1966 D.C.S. a U.R.S.S. a publicat serii complete ale **v.n.** global (utilizat) și ale diferitelor sale părți componente, pentru perioada 1950—1966.

V.n. calculat de către D.C.S. a U.R.S.S. reprezintă valoarea nou creată în ramurile producției materiale și se obține ca total al producției nete a diferitelor ramuri ale producției materiale, producția netă reprezentînd diferența dintre producția globală și cheltuielile materiale de producție (materii prime, combustibil, energie electrică etc.). Produsul social total se determină ca sumă a producției globale a ramurilor din producția materială și se calculează în prețuri de realizare, inclusiv impozitul pe circulația mărfurilor. **V.n.** se calculează ținînd seama de toate relațiile reciproce cu caracter de marfă și servicii (exclusiv operațiile pur financiare și de credit), adică se apropie de mărimea **v.n.** total sau a produsului național al țării în sensul internațional al acestui termen.

V.n. creat, în prețuri curente, se calculează în U.R.S.S. pentru următoarele zece ramuri: 1. industrie; 2. construcții; 3. agricultură; 4. silvicultură; 5. transporturi de mărfuri; 6. telecomunicațiile care servesc producția; 7. aprovizionarea tehnico-materială; 8. comerț și alimentație publică; 9. achiziționarea produselor agricole; 10. alte ramuri ale producției materiale. În publicațiile D.C.S., **v.n.** se defalcă însă numai în cinci grupe și ramuri: primele trei ca mai sus fără modificări, apoi transporturile și telecomunicațiile împreună; toate celelalte ramuri se reunesc în a cincea grupă — alte ramuri ale producției materiale. După scăderea din **v.n.** creat a contravalorii pierderilor și a soldului comerțului exterior, se obține categoria **v.n.** utilizat în economia națională, în prețuri curente. De asemenea, D.C.S. a U.R.S.S. calculează suma totală a **v.n.** creat, în prețuri comparabile.

V.n. utilizat, exprimat în prețuri curente, se defalcă în fondul de consum și fondul de acumulare. În fondul de consum intră ca elemente componente distincte: consumul individual al populației; consumurile materiale în unitățile care servesc populația; consumurile materiale în instituțiile științifice și în administrație. Fondul de acumulare se împarte, de asemenea, în trei elemente componente: sporul fondurilor fixe productive; sporul fondurilor fixe neproductive; sporul mijloacelor circulante materiale și al rezervelor.

În U.R.S.S. **v.n.** utilizat, exprimat în prețuri efective, a crescut de la 74 miliarde ruble în 1950 la 221,5 miliarde ruble în 1967, adică de trei ori, iar pe locuitor -- de la 411 la 938 ruble, adică de 2,3 ori. Ritmul mediu anual de creștere a **v.n.** global, în decurs de 17 ani, din 1950 pînă în 1967, a fost de 6,8%, iar pe locuitor — de 5,1%, aceste ritmuri fiind destul de stabile de-a lungul acestor ani.

A. L. Weinstein

Bibl. A. L. Weinstein, *Narodnîi dohod Rossii i SSSR*, „Nauka", 1969; 2. *Statistika narodnogo bogatstva, narodnogo dohoda i naționalnîe sceta*, „Nauka", 1967; 3. P. Studenski, *The Income of Nation*, N.Y. University Press, 1961; 4. P.M. Moskvin, *Voprosî statistiki naționalnogo dohoda SSSR*, Gosstatizdat, 1955; 5. V.M. Kudrov, *Statistika naționalnogo dohoda SȘA*, „Statistika", 1966; 6. *Istoria sovietskoi gosudarstvennoi statistiki*, Gosstatizdat, 1960.

Veniturile bănești ale populației. Veniturile populației se formează în procesul creării, repartiției și redistribuirii venitului național. Ele capătă formă bănească sau naturală. Veniturile bănești sînt predominante. În condițiile socialismului, sursele **v.b.p.** sînt: retribuția, plățile din fondurile sociale de consum (pensiile, bursele, ajutoarele de tot felul), încasările bănești din vînzarea produselor gospodăriei auxiliare.

Repartiția bunurilor materiale și spirituale create în societate duce în mod inevitabil la diferențierea veniturilor populației, determinată de deosebirile în nivelul retribuției (iar în final, de calitatea muncii), precum și de factori social-demografici. Diferențierea veniturilor capătă expresia cea mai generală și cea mai completă în seria statistică de repartiție a familiilor după mărimea venitului pe o persoană. Această serie oferă o imagine asupra scării (sau a „piramidei") veniturilor, la un moment dat. La fel ca oricare altă serie de variație, repartiția veniturilor poate fi considerată ca o legătură între două mărimi variabile. Reprezentată printr-o ecuație matematică, ea apare sau ca o integrală $y = F(x) = \int_0^{x_i} f(x_i)\,dx$, sau ca derivata acesteia $F'(x) = f(x)$, măsurînd densitatea.

În practică se utilizează anumiți indicatori sintetici: indicatori ai tendinței centrale (medie, mediană, mod); caracteristici de structură (diverse feluri de *cuantile*); indicatori de oscilație și de împrăștiere *(amplitudinea variației, dispersia, abaterea liniară și pătratică)*: indicatori speciali ai neuniformității și ai asimetriei *(coeficientul de concentrație, coeficientul nivelurilor medii)*.

Cel mai bun etalon al diferențierii veniturilor este coeficientul decilic de diferențiere, calculat ca raport al nivelurilor, deasupra căruia și sub care se află a zecea parte din colectivitatea seriei $K_d = D_e/D_1$. O variantă a acestuia este așa-numitul *coeficient al fondurilor* (K_f), cu ajutorul căruia se exprimă raportul dintre mediile aritmetice în cadrul grupelor decilice extreme ale seriei sau, ceea ce înseamnă același lucru, între ponderile lor în fondul total de retribuire sau de venituri. Coeficienții care caracterizează repartiția veniturilor sub aspectul neuniformității lor provin din compararea a două serii de frecvențe cumulate, dintre care una caracterizează ponderile în numărul total de familii, iar cealaltă — ponderile acelorași grupe în totalul veniturilor. Cu cît este mai mare neuniformitatea repartiției cu atît mai mult se deosebesc aceste ponderi; dimpotrivă, în cazul unei repartiții uniforme, aceste ponderi coincid. Dacă una dintre aceste serii va fi reprezentată pe axa absciselor, iar cealaltă pe axa ordonatelor, atunci vom obține cunoscuta *curbă a lui Lorenz*. Ca indicator al neuniformității servește aici abaterea curbei de la diagonala care trece prin originea coordonatelor și care reflectă cazul teoretic al unei egalități depline. Această abatere se măsoară cu ajutorul coeficientului de concentrație, a cărui expresie analitică are forma:

$$K_k = 2\Phi(u)\left(\frac{\delta}{\sqrt{2}}\right) - 1,$$

unde $\Phi(u)$ reprezintă legea normală (0,1) iar δ — abaterea medie pătratică a logaritmilor variabilei. Dintre indicatorii de acest tip face parte coeficientul median preconizat de P.P. Maslov, măsurat cu ajutorul următorului raport:

$$K_{Md} = \frac{Md - Me}{Me},$$

unde *Me* reprezintă mediana repartiției familiilor după mărimea venitului iar *Md* — *mediala*, adică mediana acelui șir de repartiție a fondului veniturilor în care apar ca frecvențe cotele diferitelor grupe în fondul total.

Apropiat prin conținut de coeficientul de concentrație este coeficientul nivelurilor medii (K_{nm}), care reprezintă raportul dintre valorile medii, calculate pentru două grupe ale seriei de repartiție, despărțite de către media aritmetică $\bar{x}$, adică

$$K_{nm} = \frac{\bar{x}_2}{\bar{x}_1},$$

unde $\bar{x}_1$ este venitul mediu în grupa de familii cu un nivel material sub media $\bar{x}$, iar $\bar{x}_2$ — venitul mediu al tuturor celorlalte familii.
În dinamica veniturilor bănești ale populației se observă ca tendințe stabile: creșterea nivelului general și reducerea diferențierii, forma curbei de repartiție fiind relativ constantă. Modelele veniturilor sînt de două tipuri principale: modele ale variației nivelului veniturilor și modele ale diferențierii veniturilor. Dinamica nivelului (volumului și mărimii medii) veniturilor bănești se aproximează cel mai bine cu ajutorul curbei exponențiale, a cărei expresie analitică are forma $D_t = e^{\beta t}$, unde parametrul β reflectă variația nivelului veniturilor. Modelele de diferențiere a veniturilor se împart în două clase principale: de aproximație și de simulare. Din prima clasă face parte formula lui Pareto, care are forma unei funcții putere:

$$y = A(x - x_0)^{-\alpha},$$

unde y reprezintă numărul de persoane care obțin un venit egal sau mai mare decît x; x_0 — nivelul minim al venitului; A și α — anumiți parametri constanți; de asemenea, curbele lui Pearson de diferite tipuri, precum și funcția log-normală. Pentru condițiile economiei socialiste, din punctul de vedere al fundamentării teoretice și al apropierii de realitate, cea mai bună este funcția logaritmică, pe baza căreia s-au elaborat algoritmi corespunzători de rezolvare a unor anumite probleme practice de planificare economică în domeniul analizei și planificării veniturilor. Modelele de simulare reproduc procesul de formare a diferențierii veniturilor pe etape și factori. Din această clasă de modele face parte modelul *formării veniturilor*, bazat pe o ecuație a veniturilor de forma

$$d = \frac{v'(1 + \delta r)(1 + \alpha)}{n},$$

unde d este nivelul venitului pe o persoană, v' — retribuția primului lucrător din familie, n — numărul membrilor de familie; δ — raportul dintre nivelul cîștigului primului și al celorlalți lucrători din familie; r — numărul celorlalți lucrători din familie (în afară de primul); α — raportul dintre celelalte venituri bănești și retribuția totală a lucrătorilor din familie; modelul de *transformare a veniturilor*, care presupune transformarea nemijlocită (directă) a repartiției retribuției în repartiția veniturilor; modelul *multiplicativ* al veniturilor bănești.

Cu ajutorul modelelor se rezolvă probleme de trei tipuri. Primul tip de probleme se referă la estimarea curentă a repartiției veniturilor populației în ansamblu pe întreaga țară și pe regiuni, deoarece statistica existentă nu ne dă un răspuns univoc la această problemă. Pentru rezolvarea unor asemenea probleme, cel mai rațional este să se utilizeze un model al transformării nemijlocite. Al doilea grup de probleme decurge din necesitatea fundamentării economice a măsurilor îndreptate spre creșterea veniturilor populației și este legat de estimarea factorilor de diferențiere a nivelului de trai al populației. Cel mai adecvat pentru aceste scopuri este modelul de formare, care permite să se estimeze separat nu numai fiecare factor care influențează diferențierea veniturilor, dar și orice măsură îndreptată spre creșterea veniturilor populației. Al treilea tip de probleme este legat de prognozele repartiției veniturilor pe termen mijlociu și pe termen lung.

Cele două tipuri principale de modele (modelul nivelului și cel al diferențierii veniturilor) se îmbină în modelul balanței veniturilor și consumului populației, diferențiat după nivelul stării materiale a familiilor.

N. M. Rimașevskaia

Bibl. 1. G. S. Sarkisian, *Uroveni, tempî i proporții rosta realnîh dohodov pri soțializme*, „Ekonomika“, 1972; 2. *Balansî dohodov i potreblenia naselenia. Voprosî metodologhii i statisticeskii analiz*, „Statistika“, 1969; 3. *Dohodî i pokupatelskii spros naselenia*, „Statistika“, 1968; 4. N. E. Rabkina, N. M. Rimașevskaia, *Osnovî differențiații zarobotnoi platî i dohodov naselenia*, „Ekonomika“, 1972.

LISTA UNOR SIMBOLURI MATEMATICE

∞ — simbolul infinitului

$a, b, c, \ldots$
$x, y, z, \ldots$
$\alpha, \beta, \nu, \lambda, \mu, \upsilon, \ldots$ — numere reale (scalari)

$\mathbf{x}', \mathbf{y}', \mathbf{z}', \ldots$ — vectori (de obicei, vectori-linie)

$\mathbf{x}^1, \mathbf{y}, \mathbf{z}^1, \ldots$ — vectori (de obicei, vectori-coloane)

$\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n$ — vector $\mathbf{x}$ cu componentele $x_1, \ldots, x_n$

$\mathbf{0} = (0, \ldots, 0)$ — vector nul

$\mathbf{e}_i = (0, \ldots, 0, 1, 0, \ldots, 0)$ — vector a cărui componentă i este egală cu 1, iar toate celelalte componente sînt egale cu 0

$|\mathbf{x}|$ — norma vectorului $\mathbf{x}$

$(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ — produsul scalar al vectorilor $\mathbf{x}$ și $\mathbf{y}$

$\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \ldots$ — matrice

a_{ij} — element al matricei $\mathbf{A}$

$\mathbf{A}'$ — matrice transpusă

$|\mathbf{A}|$ — norma matricei $\mathbf{A}$

$\mathbf{O}$ — matrice nulă

$\mathbf{A}^{-1}$ — matrice inversă

$\mathbf{I}, \mathbf{E}$ — matrice unitate

$\mathbf{A}_{ij}$ — complementul algebric al elementului a_{ij} al matricei pătrate $\mathbf{A}$

$\det \mathbf{A}$ — determinantul matricei pătrate $\mathbf{A}$

$\rho(\mathbf{A})$ — rangul matricei $\mathbf{A}$

$\operatorname{tr}(\mathbf{A})$ — urma matricei $\mathbf{A}$

$f(x)$ — funcție scalară de o variabilă

$f(\mathbf{x}) = f(x_1, \ldots, x_n)$ — funcție scalară de n variabile $(n \geqslant 1)$

$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = f_1(\mathbf{x}), \ldots, f_m(\mathbf{x})) = (f_1(x_1 \ldots, x_n),$
$\ldots, f_m(x_1, \ldots, x_n))$ — funcție vectorială de n variabile

$f'(x) = \dfrac{df(x)}{dx}$ — derivata funcției $f(x)$ de o variabilă x

$f'_{x_i}(\mathbf{x}) = f_{x_i}(\mathbf{x}) = \dfrac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_i}$ — derivata parțială de ordinul întîi a funcției $f(\mathbf{x})$ după variabila x_i

LISTA UNOR SIMBOLURI MATEMATICE

∞ — simbolul infinitului

$a, b, c, \ldots$

$x, y, z, \ldots$

$\alpha, \beta, \nu, \lambda, \mu, v, \ldots$ — numere reale (scalari)

$\mathbf{x}', \mathbf{y}', \mathbf{z}', \ldots$ — vectori (de obicei, vectori-linie)

$\mathbf{x}^1, \mathbf{y}, \mathbf{z}^1, \ldots$ — vectori (de obicei, vectori-coloane)

$\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n$ — vector **x** cu componentele $x_1, \ldots, x_n$

$0 = (0, \ldots, 0)$ — vector nul

$\mathbf{e}_i = (0, \ldots, 0, 1, 0, \ldots, 0)$ — vector a cărui componentă i este egală cu 1, iar toate celelalte componente sînt egale cu 0

$|\mathbf{x}|$ — norma vectorului **x**

$(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ — produsul scalar al vectorilor **x** și **y**

$\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \ldots$ — matrice

a_{ij} — element al matricei **A**

$\mathbf{A}'$ — matrice transpusă

$|\mathbf{A}|$ — norma matricei **A**

$\mathbf{O}$ — matrice nulă

$\mathbf{A}^{-1}$ — matrice inversă

$\mathbf{I}, \mathbf{E}$ — matrice unitate

$\mathbf{A}_{ij}$ — complementul algebric al elementului a_{ij} al matricei pătrate **A**

$\det \mathbf{A}$ — determinantul matricei pătrate **A**

$\rho(\mathbf{A})$ — rangul matricei **A**

$\mathrm{tr}\,(\mathbf{A})$ — urma matricei **A**

$f(x)$ — funcție scalară de o variabilă

$f(\mathbf{x}) = f(x_1, \ldots, x_n)$ — funcție scalară de n variabile $(n \geqslant 1)$

$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = f_1(\mathbf{x}), \ldots, f_m(\mathbf{x})) = (f_1(x_1 \ldots, x_n),$
$\ldots, f_m(x_1, \ldots, x_n))$ — funcție vectorială de n variabile

$f'(x) = \dfrac{df(x)}{dx}$ — derivata funcției $f(x)$ de o variabilă x

$f'_{x_i}(\mathbf{x}) = f_{x_i}(\mathbf{x}) = \dfrac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_i}$ — derivata parțială de ordinul întîi a funcției $f(\mathbf{x})$ după variabila x_i

$f'(\mathbf{x}) = \overline{\nabla} f(\mathbf{x})$	— gradientul funcției $f(x)$
$f''_{x_i x_j}(\mathbf{x}) = f_{x_i x_j}(\mathbf{x}) = \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_i x_j}$	— derivata parțială de ordinul doi a funcției $f(\mathbf{x})$ după variabilele x_i și x_j
$f''(\mathbf{x})$	— matrice din derivatele parțiale de ordinul doi ale funcției $f(\mathbf{x})$
$\int$	— simbolul integralei
Σ	— simbolul sumei
$\mathrm{M}\xi$	— speranța matematică a mărimii aleatoare
σ^2	— dispersia
F, Φ	— funcția de repartiție
$\mathrm{P}\{\ \};\ \mathrm{P}(\ )$	— probabilitatea
$M, A, B, C, E, \ldots$	— mulțimi
$\varnothing$	— mulțime vidă
$\mathbf{a}$	— mulțime alcătuită dintr-un unic element a
E_1	— mulțimea tuturor numerelor reale
$[a, b]$	— segment (mulțimea numerelor reale x, care satisfac inegalitățile $a \leqslant x \leqslant b$)
(a, b)	— interval (mulțimea numerelor reale x, care satisfac inegalitățile $a < x < b$)
E_n	— spațiu n-dimensional ($n \geqslant 1$)
H_{n-1}	— hiperplan
H^-, H^+	— semispații
$U_n(r, \mathbf{a})$	— sferă deschisă n—dimensională de rază r cu centrul în **a**
$S_n(r, \mathbf{a})$	— sferă n—dimensională de rază r cu centrul în **a**
$\mathring{M}$	— interiorul mulțimii M
$\dot{M}$	— frontiera mulțimii M
$\overline{M}$	— închiderea mulțimii M
$C_0\, M$	— învelișul convex al mulțimii M
$A \cup B$	— reuniunea mulțimilor A și B
$A \cap B$	— intersecția mulțimilor A și B
A / B	— diferență, în sensul teoriei mulțimilor, între mulțimile A și B
$A + B$	— suma vectorială a mulțimilor A și B
$A \times B$	— produsul cartezian al mulțimilor A și B
$\in$	— simbolul de apartenență („a conține", „a aparține")
$\mathbf{x} \in M\ (M \ni \mathbf{x})$	— **x** aparține mulțimii M(mulțimea M îl conține pe **x**, **x** este un element al mulțimii M)

$\mathbf{x} \notin M$ $(M \not\ni \mathbf{x})$	— $\mathbf{x}$ *nu aparţine* mulţimii M ($\mathbf{x}$ nu este un element al mulţimii M)
$\subseteq$, $\subset$	— simboluri ale incluziunii („a include")
$A \subseteq B$ $(B \supseteq A)$	— A este inclus în B (A este o submulţime a mulţimii B)
$A \subset B$ $(B \supset A)$	— A este *inclus* în B (A este o submulţime strictă a mulţimii B)
$A \not\subset B$ $(B \not\supset A)$	— A nu este o submulţime a mulţimii B
2^M	— mulţimea tuturor submulţimilor mulţimii M
$=$	— simbolul egalităţii
$\equiv$	— simbolul identităţii
$<$, $\leqslant$ $>$, $\geqslant$	— simboluri ale inegalităţii pentru numere
$<$, $\leqslant$, $\leqq$ $>$, $\geqslant$, $\geqq$	— simboluri ale inegalităţii pentru vectori şi matrice
$\vee$	— simbolul disjuncţiei
$\wedge$	— simbolul conjuncţiei
$\models$	— simbolul implicaţiei
$\neg$	— simbolul negaţiei

CUPRINS

Prefaţa 5
Abatere pătratică 7
Abordare sistemică a studiului fenomenelor economice 7
Accelerator 10
Adaptare 11
Agregare 13
Agregare iterativă 14
Algebră Boole 17
Amortizare 19
Analiza corelaţiei 20
Analiză dispersională 21
Analiză factorială 22
Analiză marginală (diferenţială) în economie 23
Analiză secvenţială 24
Analiză sistemică 26
Aplicaţie 28
Aplicaţie de la punct la mulţime 30
Aplicaţie liniară 32
Aproximare stochastică 34
Aproximarea funcţiilor 37
Aproximaţie 38
Armonizarea intereselor 39
Autocod 40
Autocorelaţie 41
Automat 42
Automatizarea conducerii 46
Avuţie naţională 48
Balanţa legăturilor dintre ramuri 52
Balanţa material-financiară sintetică 62
Bancă naţională de date 65
Bibliotecă de normative 66
Calcul operaţional 68
Calcul variaţional 70
Calculator electronic 74
Căutarea informaţiei 76
Cercetare operaţională 79
Cheltuieli actualizate 83
Cheltuieli de conexiune inversă 84
Cheltuieli sincrone 87
Cheltuieli totale 89
Cibernetică 92
Cibernetică economică 93
Coeficient de conexiune inversă 96
Comandă 97
Comandă optimă a unui obiect discret 102
Comportament social 104
Comunicare 108
Condiţii finale 110
Condiţii iniţiale 111
Conducere şi planificare în reţea 111
Conexiune 115
Conexiune directă 115
Conexiune inversă 116
Consum 116
Consumuri (cheltuieli directe) 121
Conturi naţionale 122
Corelaţie multiplă 128
Criteriu de optim 128
Criterii vectoriale de optim 132
Croirea materialelor 134
Curbe şi hipersuprafeţe de indiferenţă în consum 136
Cutie neagră 141
Decalaje în timp 143
Decizie 145
Determinant 146
Dezagregare 147
Diagnoza sistemului economic 148
Dispersie 149
Divizarea timpului 151
Document 151
Dualitate în programarea liniară 154
Dualitate în programarea matematică 158
Echifinalitate 160
Echilibru economic 160
Ecuaţii diferenţiale 163

Ecuaţii diferenţiale cu întîrziere 166
Ecuaţii cu diferenţe finite 169
Eficienţa economică a sistemului automatizat de conducere 171
Elasticitate 172
Emergenţă 173
Entropie 174
Ergodicitate 175
Ergonomie 176
Estimările experţilor 178
Evaluări optime 180
Evidenţa şi analiza activităţii economice 185
Exactitatea informaţiei 188
Extremum al funcţiei 189
Fluxuri financiare 192
Fonduri de producţie 192
Formalizare 194
Formarea preţurilor 195
Formarea (fixarea) scopurilor în sistemele economice 199
Formă pătratică 199
Funcţia lui Lagrange 201
Funcţie obiectiv 203
Funcţie omogenă 204
Funcţii convexe 205
Funcţii de mai multe variabile 208
Funcţii de o variabilă 213
Funcţii de preferinţă 218
Funcţii de producţie 219
Funcţii vectoriale 225
Gestiunea stocurilor 227
Homeostază 231
Homeostază economică 232
Homomorfism 233
Ierarhie 235
Indicator 236
Informaţie 238
Informaţie economică 242
Infrastructură 247
Infrastructură. Probleme de planificare 248
Interpolare 249
Introducere-extragere 250
Invariant 251
Iteraţie 251
Izomorfism 253
Jocuri de afaceri economice 255
Jocuri diferenţiale 256
Jocuri matriceale 257
Limbaj algoritmic 263
Limbaj de gestiune a sarcinilor 265
Limbaj de gestiune economică 266
Limbaj de programare 268
Limbaj informaţional al sistemului automatizat de conducere 269
Limbaje orientate pe maşină 272
Limite de încredere 273
Logică matematică 276
Magistrală 283
Masiv de informaţie 284
Matrice 284
Materie-bloc 287
Matrice pătrată 289
Mediană 296
Mediu 297
Mediu înconjurător natural 298
Metodă axiomatică 301
Metoda balanţelor 303
Metoda indicilor 306
Metoda Monte Carlo 308
Metoda PATTERN 310
Metoda penalizărilor 313
Metoda simplex 315
Metoda verosimilităţii maxime 320
Metode combinatorii 321
Metode de programare a obiectivelor în planificare 326
Metode economico-matematice 331
Metode euristice 332
Metode iterative de planificare optimă 334
Metode numerice de programare liniară 336
Metode numerice de programare matematică 342
Metodele gradientului în programarea matematică 344
Model 347
Model al ramurii 349
Model dinamic al balanţei legăturilor dintre ramuri 356
Model gravitaţional 358
Model informaţional 360
Model matriceal 361
Modelare statistică 366
Modelarea cererii de consum 367
Modele ale comerţului exterior 369
Modele ale dinamicii economice 373
Modele ale reproducţiei socialiste lărgite 378
Modele demografice 383
Modele economico-matematice (clasificare) 386
Modele macroeconomice 392

Modele microeconomice 401
Modelul economiei în expansiune 401
Modelul întreprinderii 403
Modelul regiunii economice 406
Momente 411
Multiplicator 413
Multiprogramare 414
Mulţime 415
Mulţime vagă 418
Mulţimi convexe 420
Mulţimi în spaţiul n-dimensional 425
Mulţimi poliedrice 429
Nedeterminare 434
Observator 435
Optimul funcţiei 436
Optim paretian (Pareto) 436
Organizare 437
Parametrii sistemului 439
Planificare bugetar-financiară 439
Planificare calendaristică 442
Planificare de compoziţie 443
Planificare de decompoziţie 446
Planificare social-economică 447
Planificarea aprovizionării tehnico-materiale 452
Planificarea economiei naţionale 454
Populaţie 455
Prelucrarea datelor 459
Principiul complementului extern 460
Principiul punctului fix 461
Problemă de extremum 462
Problemă de repartiţie 464
Problemă de transporturi 465
Probleme de tip transport 468
Probleme multiextremale 470
Proces Markov 472
Proces stochastic 474
Produs intermediar 476
Produs social final 476
Prognoză 477
Program 479
Programare convexă 480
Programare dinamică 481
Programare discretă 483
Programare economică 487
Programare infinit dimensională 488
Programare liniară 490
Programare liniară pe porţiuni (poligonală) 497
Programare matematică 498
Programare neliniară 502
Programare omografică 504
Programare parametrică 506
Programare pătratică 506
Programare pe blocuri 508
Programare stochastică 514
Proprietate 518
Psihologie socială 519
Punct fix 521
Purtător de informaţie 521
Rata eficienţei investiţiilor 523
Recunoaşterea tipurilor 526
Reglare 529
Reglare financiară şi prin credit 531
Reglementare juridică în economie 535
Regresie 538
Reguli de decizie 540
Relaţie 541
Relaţie de echivalenţă 542
Relaţie de ordine 543
Repartiţie binomială 545
Repartiţie exponenţială 545
Repartiţie Fisher 546
Repartiţie normală 546
Repartiţie Poisson 548
Repartiţie Student 548
Reprezentare binară a informaţiei 550
Restricţii 551
Resurse de muncă 552
Resurse informaţionale 555
Resurse materiale 557
Resurse naturale 559
Scări 562
Schemă aproximativă de optimizare în mai multe trepte 563
Schemă-bloc 568
Schemă structurală a informaţiei 569
Scontare (actualizare) 569
Scop 573
Semiotică economică 574
Serie de variaţie 576
Serie dinamică 576
Serii 577
Simulare la calculator 579
Sistem 581
Sistemul automatizat al variantelor de plan (SAVP) 582
Sistem cibernetic 586
Sistem cu autoorganizare 586
Sistem de calcul 587
Sistem de căutare a informaţiei 587
Sistem de conducere om-maşină 590

Sistem de funcționare optimă a economiei 591
Sistem de indicatori ai planului de dezvoltare a economiei naționale .. 598
Sistem de operare 603
Sistem deschis 604
Sistem integrat de planificare a economiei naționale 605
Sistem integrat de prelucrare a datelor (SIPD) 606
Sistem mare 608
Sisteme automatizate de conducere (SAC) 610
Sisteme de ecuații liniare 612
Sistemul planificare-programare-elaborarea bugetului 616
Sistemul planificării complexe a economiei naționale 620
Software-ul calculatorului electronic 624
Software-ul informațional al SAC .. 625
Spațiu n-dimensional 628
Stabilitate 631
Statistică economică 633
Statistică matematică 635
Staționaritate 648
Stimulare 649
Strategie 650
Structura listelor 650
Structura sistemului social-economic 651
Structură 656
Subprogram 656
Tabel de decizie 658
Taxa scontului 660
Tehnologia prelucrării datelor 660
Teoria algoritmilor 661
Teoria comenzii automate 663
Teoria erorilor 664
Teoria generală a sistemelor 667
Teoria grafurilor 669
Teoria informației 672
Teoria jocurilor 673
Teoria matematică a proceselor optime 676
Teoria ordonanțării 682
Teoria probabilităților 683
Teoria serviciilor de masă 685
Tezaur 688
Tezaurul sistemului automatizat de conducere 689
Transformare 692
Translator 693
Varietate 696
Vector 697
Venit național 703
Veniturile bănești ale populației 707
Anexă 711
Indice 715

Redactor: MARIA BLAGA
Tehnoredactor; MARILENA
DAMASCHINOPOL

Coli de tipar: 46. *Tirajul:* 20.000 *ex. Bun de tipar;* 14.12.1979.

Tiparul executat sub comanda
Nr. 35 la
Intreprinderea poligrafica
„13 Decembrie 1918".
str. Grigore Alexandrescu nr. 89—97
Bucureşti,
Republica Socialistă România